

DINAMIKA - ERŐTAN

A testek tehetetlensége

Mozgásállapot változás:

Egy test mozgásállapota akkor változik meg, ha a sebesség nagysága, iránya , vagy egyszerre mindkettő megváltozik.

Testek tehetetlensége:

A testek önmaguktól nem képesek mozgásállapotuk megváltoztatására. A tehetetlenség mértéke a tömeg. Jele: m . A tömeg az SI alapegységek egyike, mértékegysége a kilogramm (kg). A tömeg skalármennyiség, mérésére mérleget használunk.

Newton I. törvénye

(a tehetetlenség törvénye)

Minden test, megtartja nyugalmi állapotát, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását, mindaddig, míg más test, vagy mező mozgásállapotának megváltoztatására nem kényszeríti.



Térfogat, sűrűség

Térfogat: A testeknek a méretét határozza meg.

Jele: V. Mértékegysége: m³ (köbméter).

- szabályos testek térfogata – matematikai számítással
- Szabálytalan alakú testek térfogata - folyadék kiszorítással

Sűrűség: A tömeg és a térfogat hányadosa. Jele: ρ (ró).

$$\rho = \frac{m}{V}$$

SI mértékegysége: $\frac{kg}{m^3}$

Inerciarendszer

Azt a vonatkoztatási rendszert amiben érvényes Newton I. törvénye inerciarendszernek nevezzük.

Galilei-féle relativitási elv:

Ha egy rendszer inerciarendszer akkor a hozzá képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végző koordináta-rendszer is inerciarendszer.

A leggyakrabban használt inerciarendszerek a föld (talaj) vagy az állócsillagokhoz viszonyított inerciarendszer.

Különböző vonatkoztatási rendszerekből nézve egy test mozgásának leírása más és más lehet.

Pl. a vonaton ülő utas a szomszédjához viszonyítva áll, a peronon állóhoz képest mozog.

Gyorsuló vonatkoztatási rendszerek nem inerciarendszerek, mert nem érvényesül bennük Newton I törvénye.

Gyakorlati vonatkozások

- Biztonsági öv használata (fékezés, indulás, kanyarodás)
- Mért ömlik ki a leves a tányérból hirtelen mozdulatra?
- Mért esik le a teríték ha meghúzzuk az abroszt?

Rugalmas ütközés



Rugalmas ütközésnél a testek visszanyerik eredeti alakjukat. Az ütközést követően különböző sebességgel mozognak tovább.

Rugalmatlan ütközés



Rugalmatlan
ütközésnél a testek
maradandó
alakváltozást
szenvednek.

Tökéletesen rugalmatlan ütközéskor a testek
együtt mozognak tovább.

Lendület

Lendület (impulzus):

A test tömegének és sebességének a szorzata. Jele: I .

Képlete: $I = m \cdot v$ mértékegysége: $\frac{kg \cdot m}{s}$

A lendület származtatott vektormennyiség, iránya a sebesség irányába mutat.

Zárt rendszer:

Olyan rendszer ahol csak a rendszerhez tartozó testek között van kölcsönhatás.

Lendület-megmaradás törvénye:

Zárt rendszer lendületeinek vektori összege állandó.

$$\Sigma I = \text{állandó}$$

Alkalmazása

Rakéták: A lendület-megmaradás elve alapján működnek.

A belőlük hátrafele kiáramló nagy sebességű gázszemcsék a rakétát előre tolják.

Biliárd: golyók rugalmas ütköztetése

Sport: távolugró, magasugró lendületvétele az ugráshoz; kalapácsvető lendületvétele a dobáshoz

Koccintás: ha túl nagy a lendület összetörik a pohár.

Az erő(hatás)

A lendület megváltozása (ΔI) mindig valamilyen erőnek a következménye. Az erő a testek lendületváltoztató képessége.

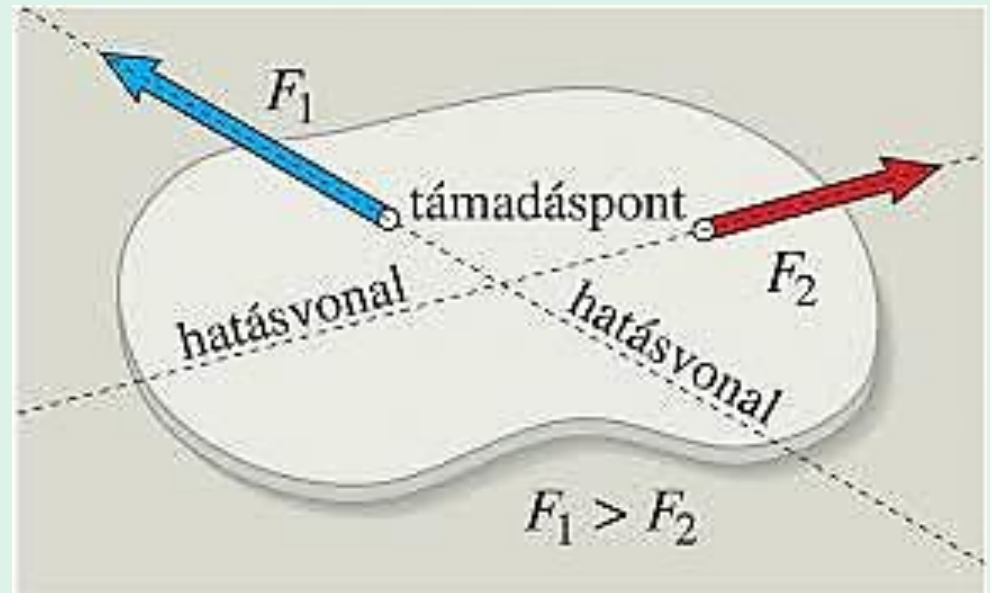
A lendületváltozás és az eltelt idő hányadosaként értelmezett fizikai mennyiséget erőnek nevezzük. Jele: F

$$F = \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

mértékegysége: N (newton) $1 \frac{kg \cdot \frac{m}{s}}{s} = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2} = 1N$

Az erő származtatott, vektormennyiség.

Azt a pontot ahol az erőhatás a testet éri az erő **támadáspontjának** nevezzük. Az erőt nyíllal ábrázoljuk. Azt az egyenest amire az erő vektora illeszkedik **hatásvonalnak** nevezzük.



Newton II. törvénye

(a dinamika alaptörvénye)

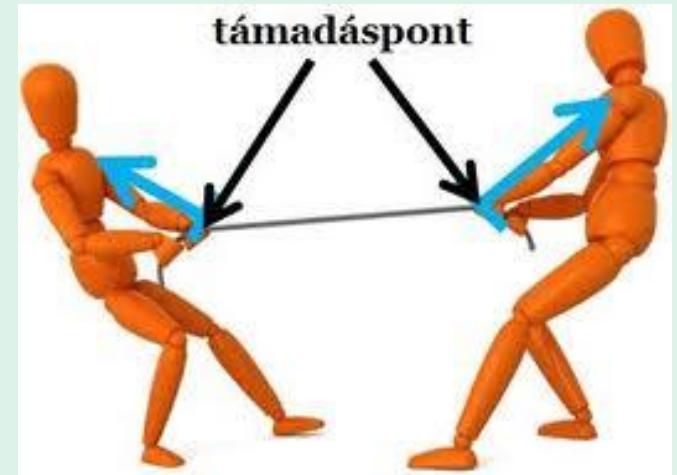
Ha a test tömege állandó
($m = \text{áll.}$)

$$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{I}}{\Delta t} = \frac{\Delta (\mathbf{m} \cdot \mathbf{v})}{\Delta t} = \frac{\mathbf{m} \cdot \Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{a}$$

A test gyorsulása egyenesen
arányos a testre ható erővel, ha a
tömeg állandó.

$$\vec{\mathbf{F}} = \mathbf{m} \cdot \underline{\mathbf{a}}$$

A gyorsulás és az erő iránya megegyezik.



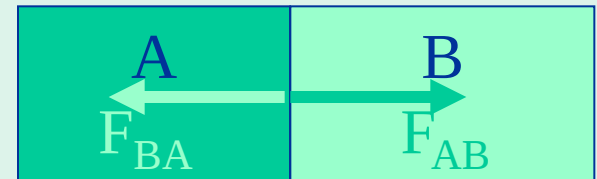
Newton III. törvénye

(hatás-ellenhatás törvénye)

Ha két test hat egymásra egy kölcsönhatás során, akkor a testek egyenlő nagyságú és ellentétes irányú erőt fejtenek ki egymásra. Az erők támadáspontja különböző testeken van.

Newton III. törvényét nevezik még:

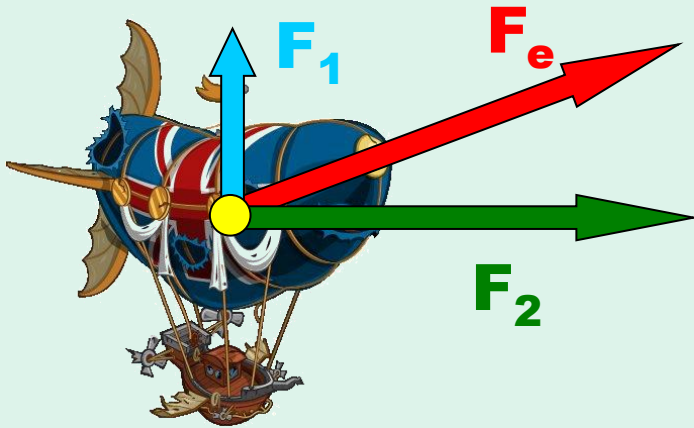
- erő-ellenerő
 - hatás-ellenhatás
 - akció-reakció
- } elvének



Newton IV. törvénye

(Az erők függetlenségének elve)

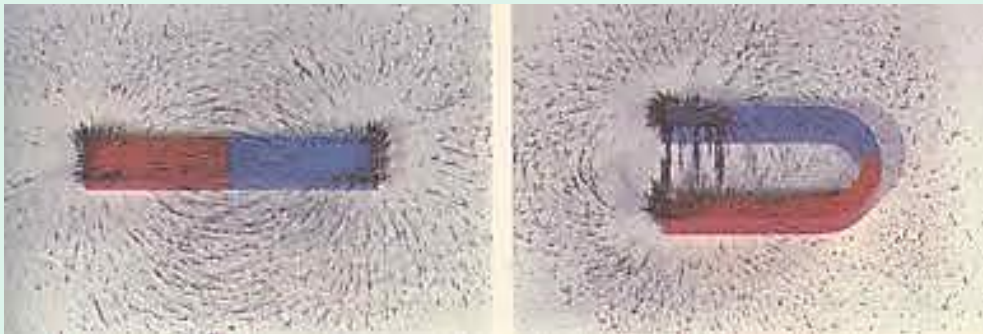
Az erők egymástól függetlenül fejtik ki hatásukat. Ha egy testre egyszerre több erő hat, akkor ezek az erők egyetlen erővel, az eredő erővel helyettesíthetők, és a test úgy mozog, mintha rá csak ez az egyetlen erő hatna.



Az eredő erő a testre ható erők vektori összege.

Erőter

- Vannak testek melyek nem csak közvetlen érintkezéssel hanem környezetükben is kifejtik mozgásállapot-változtató hatásukat. A térnek azt a tartományát ahol az erőhatás minden pontban érezhető **erőtér**nek nevezzük.
- Ilyen a gravitációs erőter, elektromos erőter illetve a mágneses erőter.
- Jellemzésére erővonalakat használunk.



Erőtörvény, mozgásegyenlet

Azt a matematikai összefüggést amely segítségével az adott mozgás leírható **erőtörvénynek** nevezzük.

Az erő törvényt egyenlettel írjuk fel, amelyet **mozgásegyenletnek** nevezünk.

nehézségi erő (F_{neh}), Súly (G)

A **nehézségi erő** hozza létre a nehézségi gyorsulást, amelynek iránya a Föld középpontja felé mutat. (ha a Föld tengely körüli forgásától eltekintünk) $\vec{F}_{neh} = m \cdot \underline{g}$

Súly: Az az erő amely nyomja az alátámasztást, vagy húzza a felfüggesztést. A súly függőlegesen lefelé mutat.

Nyugalomban levő testek esetén a súly megegyezik a testre ható nehézségi erővel.

$$G = m \cdot g$$

A súly támadáspontja a felfüggesztési vagy alátámasztási pont.

A gyorsuló testek súlya

Ha a test felfelé gyorsul, akkor a test súlya:

$$G = m \cdot (g + a)$$

ha $0 < a$ (gyorsul) G nő

ha $a < 0$ (lassul) G csökken

Ha a test lefelé gyorsul, akkor a test súlya:

$$G = m \cdot (g - a)$$

ha $0 < a$ (gyorsul) G csökken

ha $a < 0$ (lassul) G nő

Súlytalanság

Az eredőerő a nehézségi erő és a tartóerő vektori összege. (a két erő ellentétes irányú).

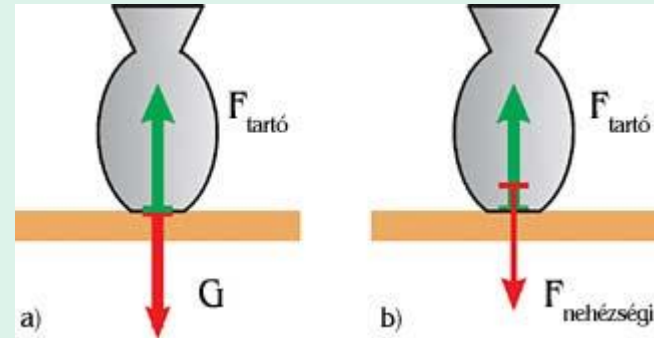
$$\mathbf{F_e} = \mathbf{F_{neh}} - \mathbf{F_{tartó}}$$

$$\mathbf{m \cdot a = m \cdot g - F_{tartó}}$$

Innen a tartóerőt kifejezve: $F_{tartó} = m (g - a)$

Ha a test $a = g$ gyorsulással mozog lefelé (szabadon esik), akkor a tartóerő 0.

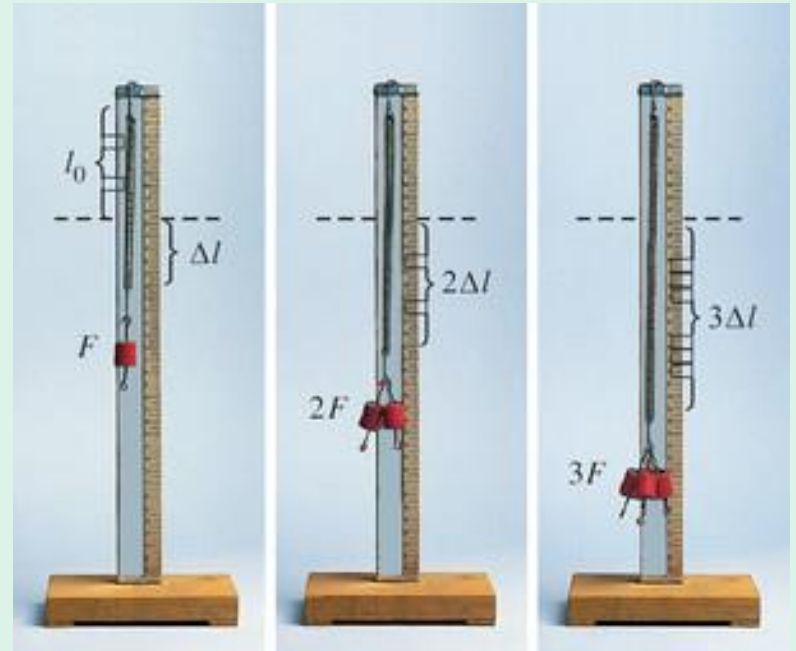
$$\mathbf{G = m \cdot (g - a) = m \cdot (g - g) = 0}$$



Rugóerő

A rugalmas erő nagysága egyenesen arányos a rugalmas test méretváltozásával.

$$F_r \sim \Delta l \Rightarrow \frac{F_r}{\Delta l} = \text{állandó}$$



Ez az ún. rugóállandó jellemzi a rugó erősségét. Jele: D

$$D = \frac{F_r}{\Delta l} \quad \text{SI mértékegysége: } \frac{N}{m}$$

Lineáris erőtvény

A rugalmas erő nagysága a méretváltozás első hatványával egyenesen arányos.

$$\overrightarrow{F_r} = - D \cdot \Delta \underline{l}$$

A negatív előjel arra utal, hogy a rugó által kifejtett rugalmas erő mindig ellentétes irányú a hosszúságváltozással.

Súrlódás, közegellenállás

Tapadási súrlódási erő: Az a legnagyobb erő, ami ahhoz kell, hogy a talajon fekvő, nyugalomban lévő testet nyugalmi állapotából kimozdítsuk a felülettel párhuzamos irányba. Ez a erő függ a nyomóerőtől és a felület érdességétől. Jele: F_t

Mértékegysége: N (newton).

$$F_t = \mu_t \cdot F_{ny}$$

- Ahol μ_t a felület érdességére jellemző **tapadási súrlódási együttható**.
- A tapadási súrlódási erő mindig ellentétes irányú a húzóerővel!

Csúszási súrlódás

A talajon mozgó testet fékező erő, mely ellentétes irányú a mozgás irányával vagyis a sebességgel. Ez a erő függ a nyomóerőtől és a felület érdességétől. Jele: F_s
Mértékegysége: N (newton).

$$F_s = \mu_s \cdot F_{ny}$$

- Ahol μ_s a felület érdességére jellemző csúszási súrlódási együttható.
- Adott felület esetén a csúszási súrlódási együttható mindig kisebb mint a tapadási súrlódási együttható!

$$\mu_s < \mu_t$$

Gördülési súrlódási erő

A gördülési súrlódási erő (F_g) egyenesen arányos a felületeket merőlegesen összenyomó erővel (F_{ny}), az arányossági tényező az érintkező felületek minőségére jellemző gördülési súrlódási együttható (μ_g).

$$F_g = \mu_g \cdot F_{ny}$$

Mivel $\mu_g < \mu_s < \mu_t$, ezért $F_g < F_s < F_t$

Közegellenállási erő

Légnemű vagy folyékony közegben a közeghez képest relatív sebességgel rendelkező testre ható erő, amely ezt a relatív sebességet csökkenteni „igyekszik”.

(pl. ejtőernyő, vitorla)

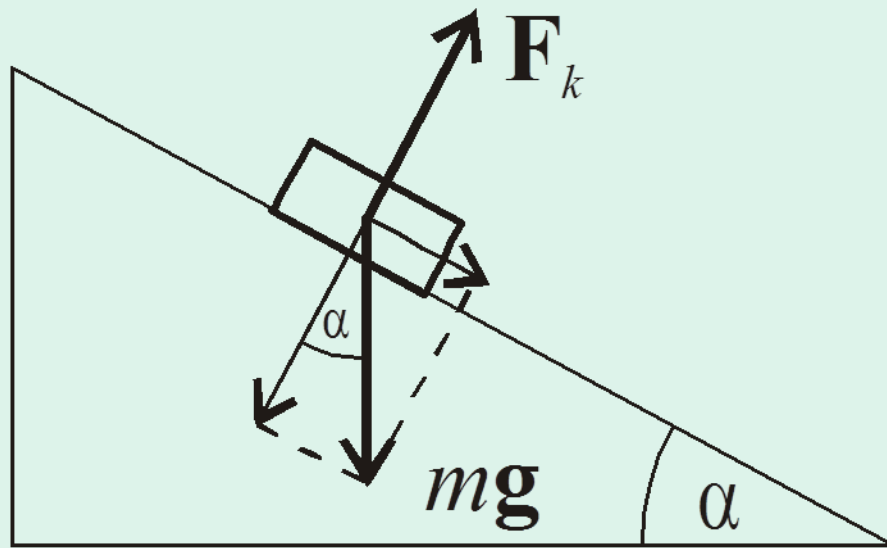
- A közegellenállási erő kis sebességeknél a sebességgel arányos. Oka a folyadékok és gázok belső súrlódása, az atomok egymáson „gördülése”.
- Nagy sebességeknél létrejötteinek oka elsősorban az örvények keletkezése, ilyenkor a közegellenállási erő a sebesség négyzetével arányos.

A közegellenállási erő egyenesen arányos a közeg sűrűségével (ρ), a homlokfelület nagyságának (A) és a közeg és a test egymáshoz viszonyított sebességnégyzetének (v^2) szorzatával, az arányossági tényező a test alakjától függő közegellenállási tényező (c) fele.

$$F_k = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

Kényszermozgások

Kényszermozgás során a test mozgását geometriai feltételek korlátozzák, ami általában abban nyilvánul meg, hogy a mozgás folyamán a testnek egy meghatározott felületen vagy görbén kell maradnia.

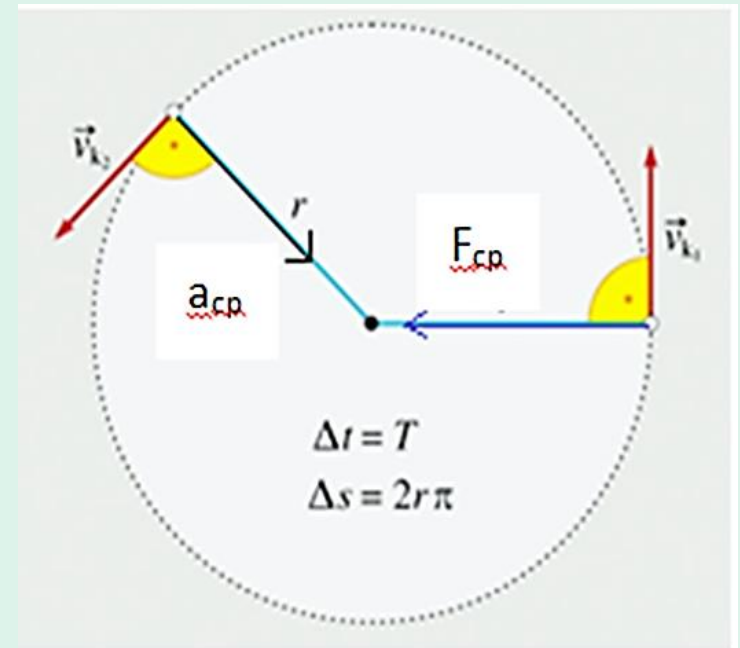


Az erőt, amely a kényszert biztosítja (pl. adott felületen tartja a testet) **kényszererőnek**, a geometriai feltételt pedig **kényszernek**, vagy **kényszerfeltételnek** nevezzük. A kényszererő iránya merőleges a kényszerfelületre. Ha egy erőről hangsúlyozni akarjuk, hogy nem kényszererő, **szabaderőnek** nevezzük.

Az egyenletes körmozgás dinamikai leírása

Az egyenletes körmozgás dinamikai feltétele, hogy a testre egy állandó nagyságú, a körpálya középpontja (centruma) felé mutató erő hasson.

Ezt az állandó nagyságú és változó irányú erőt **centripetális erőnek** nevezzük. Jele: F_{cp}



A centripetális erő nagyságának kiszámítása:

$$F_{cp} = m \cdot a_{cp} = \frac{m \cdot v_k^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot v_k \cdot \omega$$

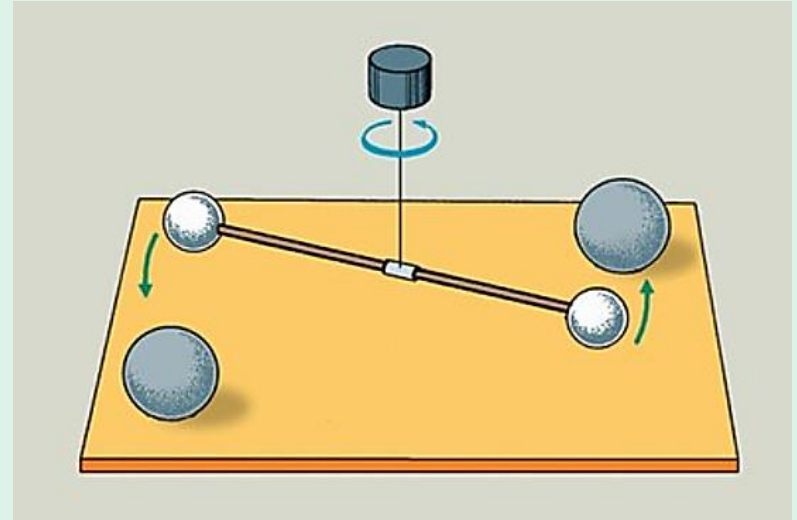
Newton-féle gravitációs törvény

(általános tömegvonzási törvény)

A két test között fellépő gravitációs vonzóerő nagysága egyenesen arányos a testek tömegével és fordítottan arányos a közöttük levő távolság négyzetével:

$$F_g = f \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Ahol f gravitációs állandó, az m_1 és m_2 a testek tömege, r a közöttük levő távolság.



A gravitációs állandó értékét először *Henry Cavendish* (olvasd kevendis, 1731–1810) angol fizikus mérte meg:

$$f = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

Mesterséges égitestek

Az ember által a világűrbe felbocsátott testeket nevezzük mesterséges égitesteknek.

Típusai:

- Mesterséges hold (műhold): A Föld körül kering.
- Mesterséges bolygó: A Nap körüli pályán kering.
- Csillagközi szonda: A Naprendszeren kívüli égitesteket kutatja.

Kozmikus sebességek

- **első kozmikus sebesség:** egy bolygó körül, kikapcsolt hajtóművel keringő mesterséges égitest sebessége.

$$v_1 = 7,92 \frac{km}{s}$$

- **második kozmikus sebesség:** A napkörüli pályán keringő mesterséges égitest sebessége.

$$v_2 = \sqrt{v_1} = 11,2 \frac{km}{s}$$

- **harmadik kozmikus sebesség:** A Naprendszer elhagyásához szükséges „szökési” sebesség.

$$v_2 = 42,1 \frac{km}{s}$$

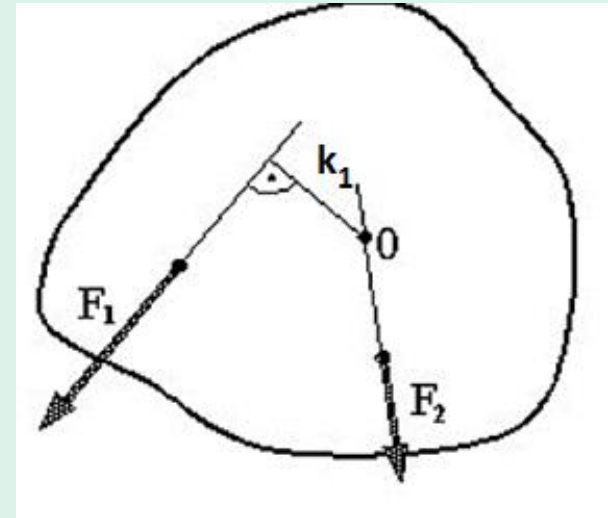
Forgatónyomaték

Az erő hatásvonalának a forgástengelytől mért távolságát **erőkarnak** nevezzük. Jele: **k** .

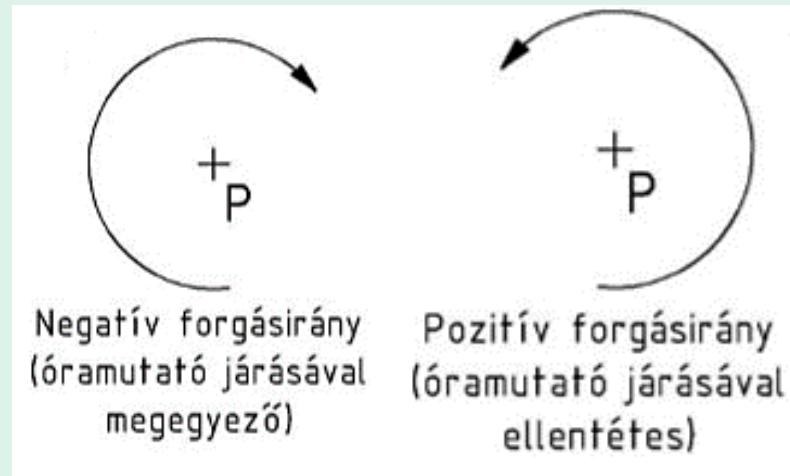
Az erő forgató hatásának mértéke a forgatónyomaték. Értékét úgy kapjuk meg, ha az erő nagyságát megszorozzuk az erőkarral.

Jele: M . SI mértékegysége: Nm

$$M = F \cdot k$$



A forgatónyomaték előjele:



Merev test egyensúlya

A testek két alapvető mozgása a haladó és a forgómozgás.

A csak haladó mozgást végző test (pl. anyagi pont) egyensúlyának az a feltétele, hogy a testet érő erők eredője nulla legyen:

$$\overrightarrow{F_{eredő}} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \dots + \overrightarrow{F_n} = 0$$

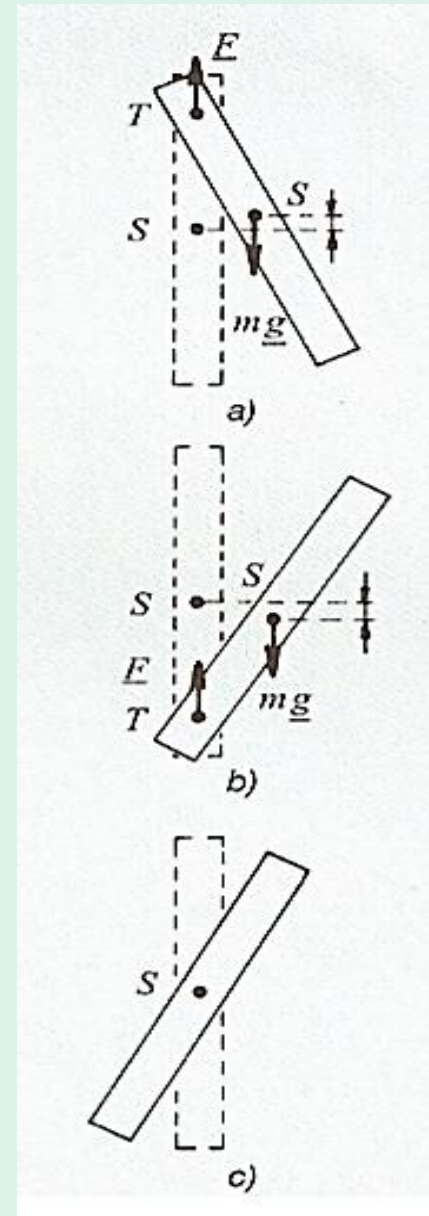
A forgási egyensúlynak az a feltétele, hogy a testet érő erők forgatónyomatékainak előjeles összege nulla legyen.

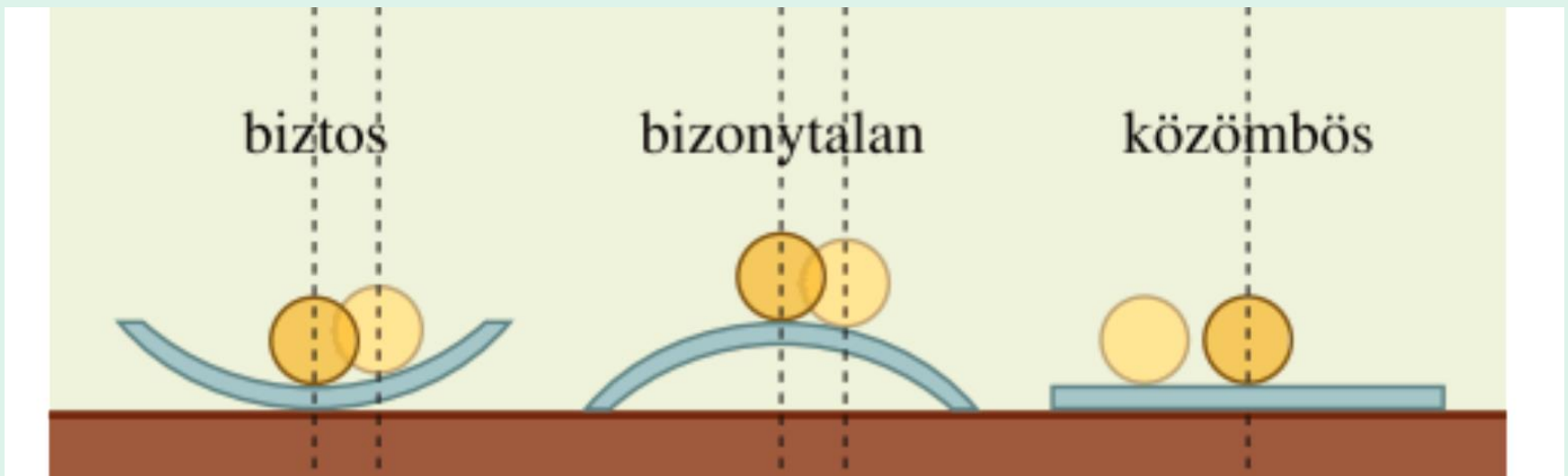
$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n = 0$$

A merev test akkor van egyensúlyban, ha a testre ható erők eredője és ezen erők forgatónyomatékainak összege is nulla.

Egyensúlyi helyzetek fajtái

- a) **Biztos vagy stabil** az az egyensúlyi helyzet, amelyből, ha kimozdítjuk a testet, majd magára hagyjuk, az visszatér az eredeti helyzetébe. A forgástengely a súlypont felett van.
- b) **Bizonytalan vagy labilis** az az egyensúlyi helyzet, amelyből, ha bármilyen kis mértékben kimozdítjuk a testet, majd magára hagyjuk, a test nem tér vissza eredeti helyzetébe, hanem a kimozdítás irányában továbbmozogva új egyensúlyi helyzetet foglal el. A forgástengely a súlypont alatt van.
- c) **Közömbös vagy indifferens** az az egyensúlyi helyzet, amelyből, ha kimozdítjuk a testet, majd magára hagyjuk, a test a kimozdulás helyzetében marad egyensúlyban. A forgástengely egybeesik a súlyponttal.





Meglepő egyensúlyi helyzetek:



Egyszerű gépek

Az egyszerű gépek olyan eszközök, amelyek:

- megváltoztatják az erő irányát
- megsokszorozzák az általunk kifejtett erőt.

Az egyszerű gépek fajtái:

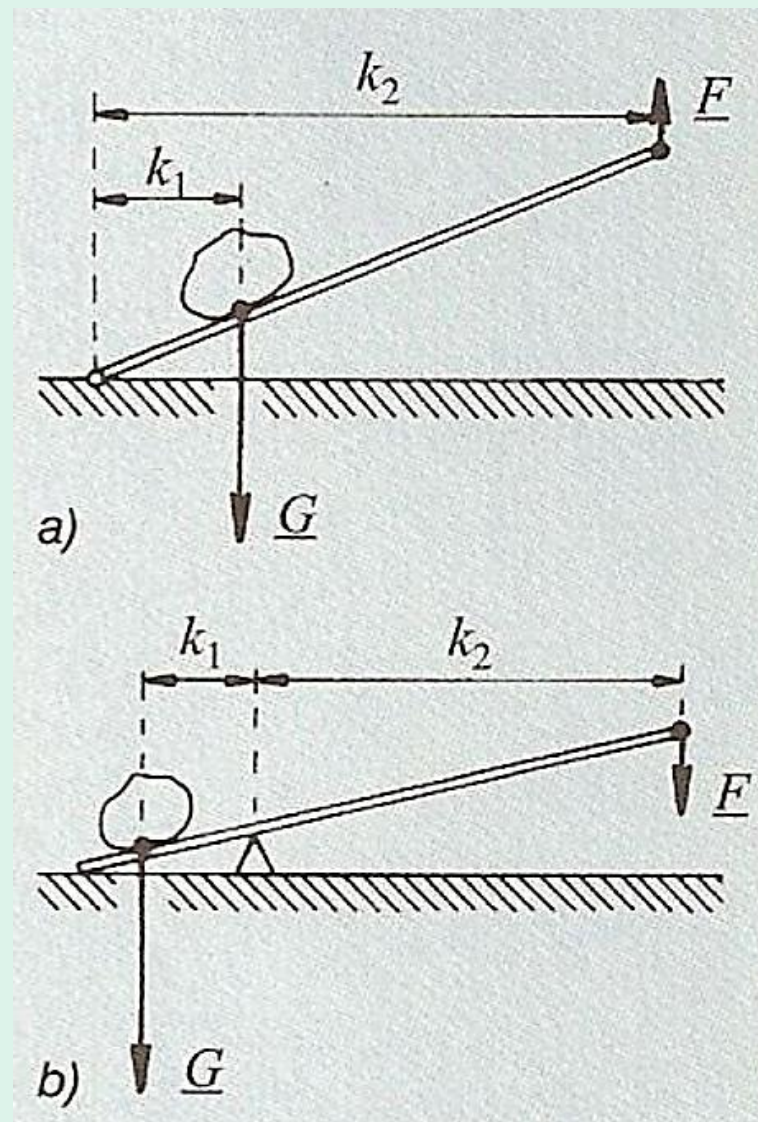
- emelő típusú egyszerű gépek
 - emelők (egyoldalú, kétoldalú)
 - csigák (álló, mozgó)
 - hengerkerék
- lejtő típusú egyszerű gépek
 - lejtő
 - csavar
 - ék

Emelő típusú egyszerű gépek

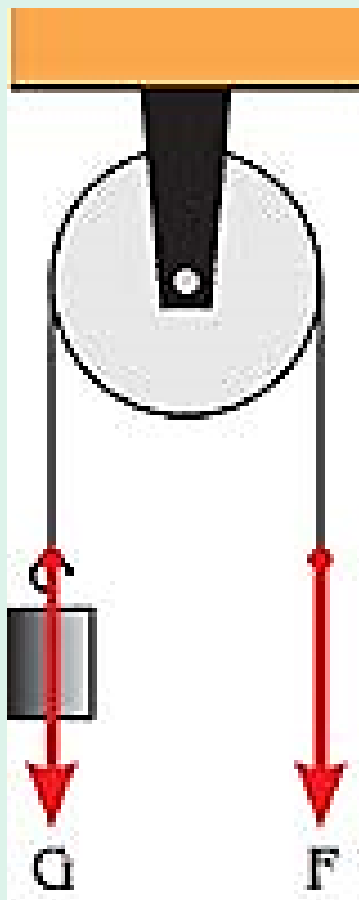
a) **Egyoldalú emelőnél** a teher és az erő az emelő ugyanazon oldalán van. (talicska, diótörő)

b) **Kétoldalú emelőnél** a teher és az emelő erő két különböző oldalon van. (olló, csípőfogó, mérleg, mérleghinta)

$$G \cdot k_1 = F \cdot k_2$$



állócsiga

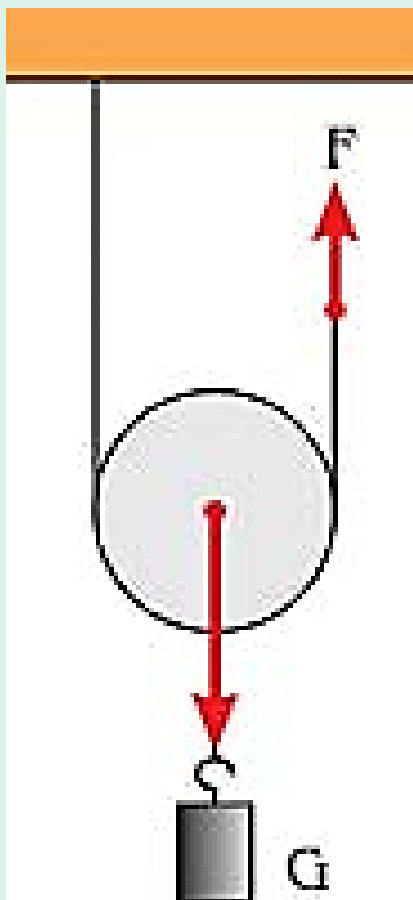


$$F = G$$

Csak az erő

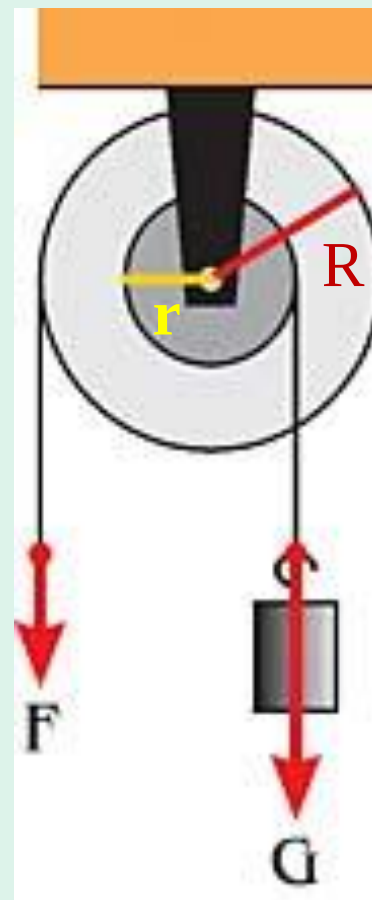
Írányát változtatja meg.

mozgócsiga



$$F = \frac{G}{2}$$

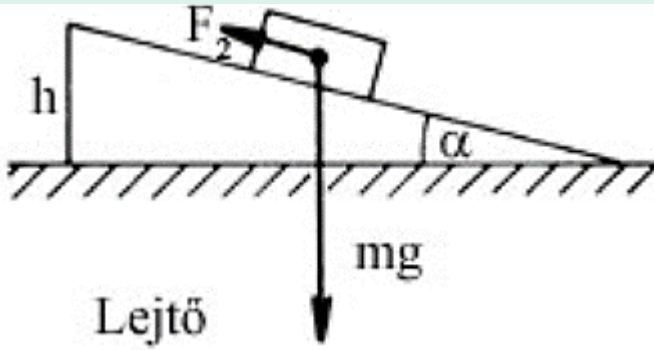
hengerkerék



$$F = \frac{G \cdot r}{R}$$

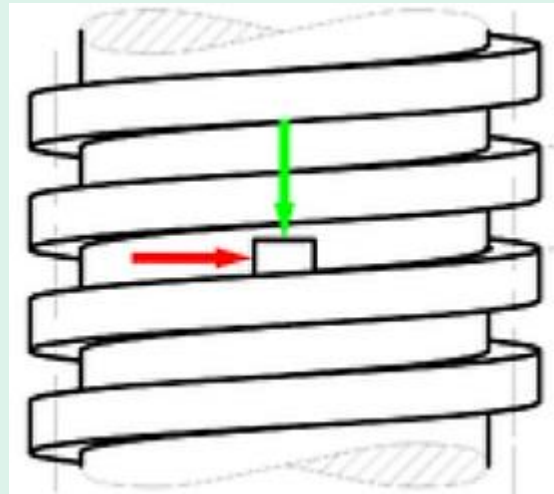
Lejtő típusú egyszerű gépek

lejtő



Lejtőn a test egyensúlyban tartásához kisebb erőre van szükség, mint a test súlya. A kifejtet erő annál kisebb, minél kisebb a lejtő hajlásszöge.

csavar



Egy henger oldalába vágott lejtő.

ék

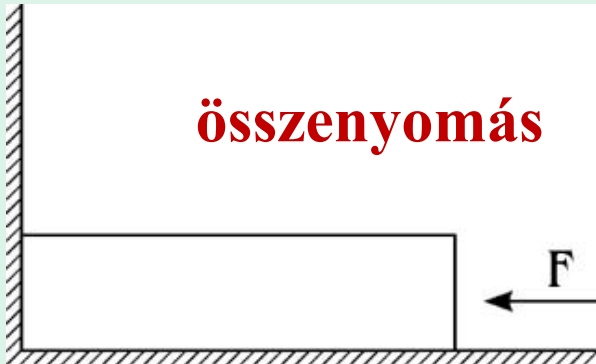


Mozgatható lejtő.

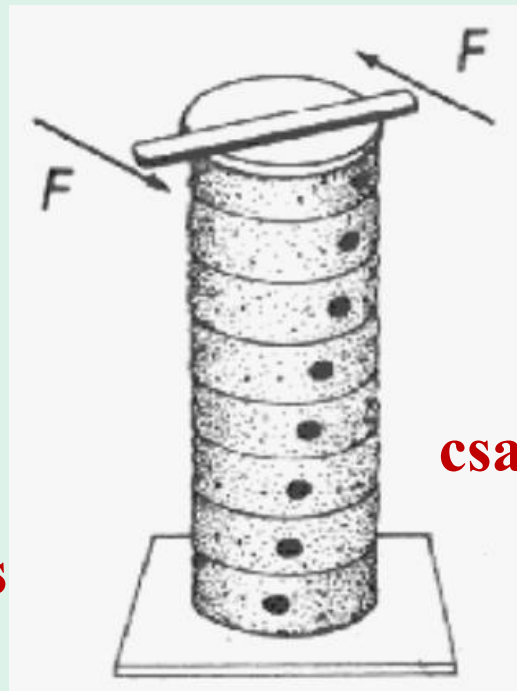
Szilárd testek alakváltozásai

Rugalmas alakváltozásról akkor beszélünk, ha egy szilárd test az alakváltozást létrehozó erő megszűnése után visszanyeri eredeti alakját. **Fajtái:**

összenyomás



nyújtás

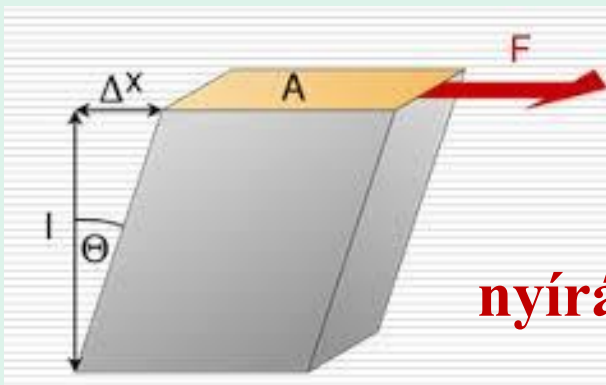


csavarás

hajlítás



nyírás



Nyújtás

Hook törvénye: A szilárd testek alakváltozásakor bekövetkező hosszváltozása (Δl) egyenesen arányos a hosszváltozást előidéző erő (F) és a kezdeti hosszúság (l_0) szorzatával, fordítottan arányos a keresztmetszettel (A), az arányossági tényező a rugalmassági modulus (E) reciproka.

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F \cdot l_0}{A}$$

Elnevezések:

A $\frac{\Delta l}{l_0}$ hányados a **relatív megnyúlás**, melynek jele : **ϵ** (epszilon)

Az $\frac{F}{A}$ hányados a **rugalmas feszültség**, melynek jele: **σ** (szigma)

Hooke törvénye:

(másik megfogalmazásban)

A rugalmas feszültség
egyenesen arányos a relatív
Megnyúlással, az
arányossági tényező a
rugalmassági modulus.

$$\epsilon \cdot E = \delta$$



Robert Hooke
(1635-1703)
angol tudós

Nyomás

A nyomás (p) a nyomóerő (F) és a nyomott felület (A) hányadosaként értelmezett skalármennyiség.

$$p = \frac{F}{A}$$

Mértékegysége: $\frac{N}{m^2} = \text{Pa}$ (pascal)

A képletből látható, hogy a nyomás egyenesen arányos a nyomóerővel, fordítottan arányos a nyomott felülettel.