

Debreceni Egyetem

Műszaki kar

Építőmérnöki tanszék

1. előadás

Mértékegységek és alpműveletek

2011/12 tanév, 1.félév

Varga Zsolt

Készült: Dr. Csepregi Szabolcs: Földmérési ismeretek c. jegyzete alapján, valamint a
http://www.epito.bme.hu/agt/oktatas/feltoltesek/BMEEOAFAT08/bmeeoafat08_gy_01-14.pdf
felhasználásával.

A mérés fogalma

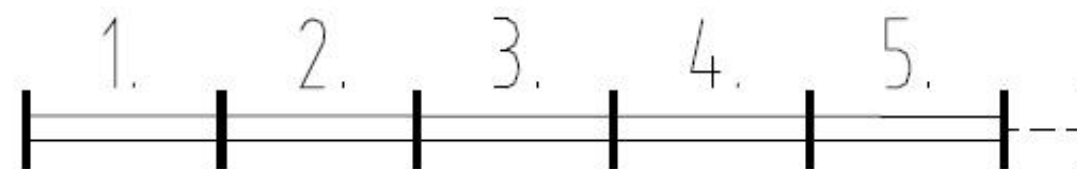
Minden mérés során alapvető kérdés, hogy a mért mennyiséget milyen mértékegységben fejezzük ki. Ezeknek a mértékegységeknek olyannak kell lenni, hogy:

1. könnyen vissza tudjuk állítani és
2. a korábbi mérést meg tudjuk ismételni.

A távolság egységei

Távolságmérésen azt a tevékenységet értjük, amikor a távolság mértékegységét egymás után befektetjük a távolság egyenesébe. A távolság mérési eredménye az a szám, ahányszor a mértékegységet befektettük a távolságba.

Ha a távolságot pontosabban akarjuk meghatározni, akkor a mértékegység kisebb egységét fektetjük be a maradék távolságba. Ennek természetes egysége nincs.



Különböző egységek

Az ókorban és a középkorban használt könyök vagy lépés nagyon eltérő különböző emberek esetében.

Az európai államokban leggyakrabban a különböző nagyságú öl mértékegységeket használták pl.: a párizsi öl, bécsi öl.

Ezek mind-mind más hosszúságot jelentettek. Ez a sokféleség gátolta az együttműködést és gyakori problémákat jelentett.

Magyarországon is többféle mértékegységet használtak, volt budai öl, Pozsonyban a régi városháza kapuja mellett még ma is megvan a két vasjelölés mely távolsága 1 öl. Itt bárki átrajzolhatta a saját rúdja az öl hosszát.

A méter

1791-ben a Francia Tudományos Akadémia létrehozta a Méter Bizottságot.

Új mértékegységnek természetes egységet javasoltak.

- Az új méter legyen a Föld meridián kvadránsának egy milliomod része.
(Meridián kvadránsnak nevezzük a Föld egy északi sarktól egy egyenlítőig tartó ívdarabjának hosszát, a délkör egynegyed részét.)
- 1960-ban egy új méter meghatározást fogadtak el. Akkor a Kripton atom meghatározott sugárzásának hullámhosszával határozták meg a métert. Ezután 1980-ban újabb meghatározást adtak.

A méter egységei

A méter egységénél kisebb és nagyobb egységekre is szükség van.
Ezeket a tízes rendszernek megfelelően képezzük.

$$1000 \text{ m} = 1 \text{ kilométer (km)}$$

$$100 \text{ m} = 1 \text{ hektóméter (hm)}$$

$$0,1 \text{ m} = 1 \text{ deciméter (dm)}$$

$$0,01 \text{ m} = 1 \text{ centiméter (cm)}$$

$$0,001 \text{ m} = 1 \text{ milliméter (mm)}$$

vagy ezeket visszaszámíthatjuk méterre

$$0,001 \text{ km} = 1 \text{ m}$$

$$0,01 \text{ hm} = 1 \text{ m}$$

$$10 \text{ dm} = 1 \text{ m}$$

$$100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

$$1000 \text{ mm} = 1 \text{ m}$$

Angolszász mértékegységek

Hosszmértékek

1 szárazföldi mérföld	=	1609,344 m	
1 tengeri mérföld	=	1853,184 m	
1 yard	=	3 láb	= 91,44 cm
1 láb	=	12 inch	= 30,48 cm
1 inch	=	10 vonás	= 2,54 cm
1 vonás	=	2,54 mm	

Az ölet (1 fathon (öl)= 6 feet(láb)) a hajózásban használják, a köznapi életben kevésbé terjed el. E helyett a fele vált általános egységgé.

$$1 \text{ yard} = 0,9144 \text{ m}$$

A hagyomány szerint V. Henrik angol király kardjának hossza volt 1 yard.

A terület egységei (m², ár)

A földmérésben a hosszegységből több mértékegységet vezettek le.
A terület mértékegysége is a hosszegységből származik.

A terület mértékegysége az 1 m² , ami az 1 méter oldalhosszú négyzet területe.

Ennek gyakran használt többszöröse az ár és a hektár

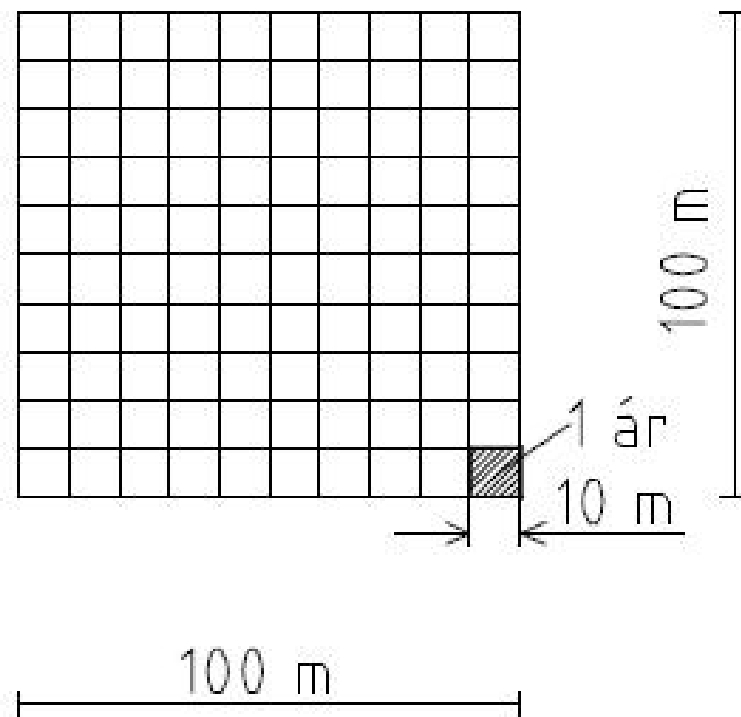
$$1 \text{ ár} = 100 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ hektár} = 10\,000 \text{ m}^2 = 100 \text{ ár}$$

Az ár egy 10*10 méter oldalú négyzet területe.

„Hektó-ár” (hektár)

A hektár egy 100×100 méter nagyságú terület, tehát körülbelül két futballpálya nagyságú.



A hektár az ár 100 szorosa, innen adódik a neve is „hektó” ár, azaz 100 ár.

Hasonlóan beszélünk:

- négyzetdeciméterről,
- négyzetcentiméterről,
- négyzetmilliméterről is,

melyek az egy deciméter, az egy centiméter, az egy milliméter oldalhosszúságú négyzet területe.

Régebben a terület egységét az öl- rendszerből vezették le.

- Alapegység a négyszögöl volt. Ez az egy öl oldalhosszúságú négyzet területe, jelölésére a □-öl formát használták.

$$1 \text{ öl} = 1,8964838 \text{ méter}$$

- Szokásos volt még a kataszteri hold is, mely 40 öl x 40 öl

$$1 \text{ kataszteri hold} = 1600 \text{ négyszögöl}$$

$$1 \text{ kh} = 1600 \text{ □-öl}$$

- Ez a területegység ma már nem használatos, de régebbi adatokat még manapság is többször át kell számítani. Ezt a következőképpen tehetjük meg.

$$1 \text{ kh} = 0.575... \text{ha}$$

$$1 \text{ ha} = 1.738... \text{kh}$$

Szögmérés egységei

- A szögnek a távolsággal szemben van természetes mértékegysége. Ez a teljes kör, az egy fordulat.
- A különböző osztásoknál ennek meghatározott részét tekintik egységnek. Szögméréskor lényegében az ív hosszát határozzuk meg.
- Egységként a körív meghatározott részét használjuk. A szög értéke az a számérték ahányszor az egységívet a mérendő szögbe tudjuk helyezni.
- Magyarországon a 360-as fok-osztás használatos. Ebben az egység az, 1 fok, a teljes kör 360-ad része. Ezt tovább osztjuk percre és másodpercre.

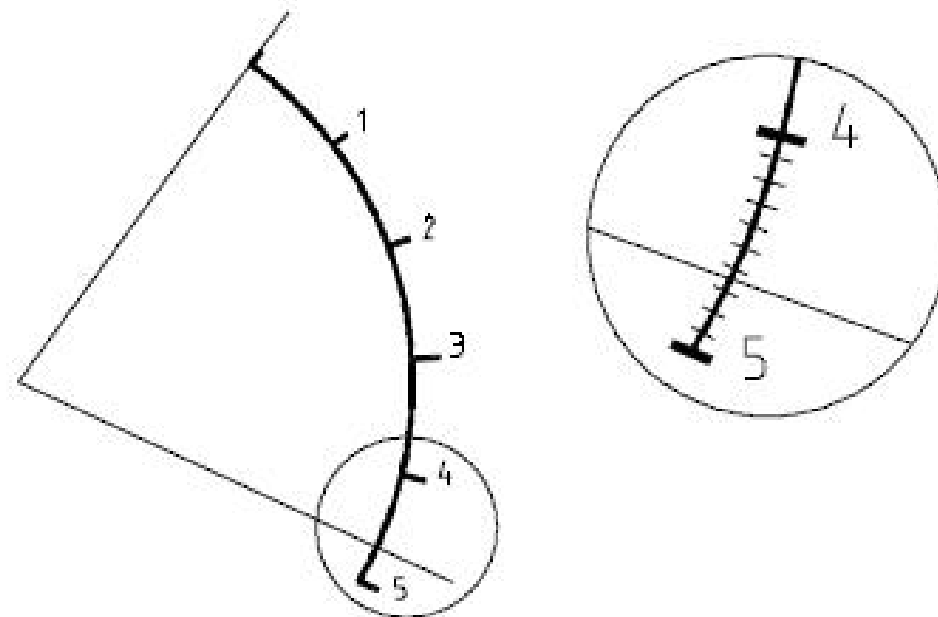
A szögmérés elve

1 teljes kör = 360 ° (fok)

1 ° (fok) = 60' (perc)

1' (perc) = 60" (másodperc)

A másodperc után a kisebb egységeket már tized, század másodpercekben fejezzük ki. (pl.:46,5 ")



Újfok

Az újfok, vagy 400-as grad osztás. Ekkor a teljes kört 400 részre osztjuk. Ennek tovább osztása a centigrad.

$$1 \text{ teljes kör} = 400 \text{ g (grad)}$$

$$1 \text{ g (grad)} = 100 \text{ c (centigrad)}$$

$$1 \text{ c (centigrad)} = 100 \text{ cc (centi-centigrad)}$$

- A kisebb egységeket nevezik röviden cegradnak és cecegradnak is.
- Az elektronikus műszerekben és zsebszámológépeken e két osztástípus közül kell választani.

Radián

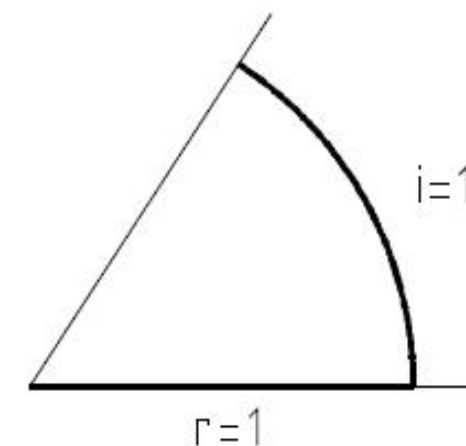
A földmérésben is kiemelt fontosságú a matematikában használt analitikus rendszer. Ennek egysége a radián.

- 1 radián az a szög, melynél a szöghöz tartozó ív hossza megegyezik az ív sugarával.
- Ebben a rendszerben a teljes kör 2π radián. Ez nem kerek szám. Emiatt közvetlenül mérésre nem alkalmas, ilyen osztás nem készíthető, mert az osztás nem záródik a teljes kör kezdővonásánál.

$$1 \text{ radián} = 180 / \pi \approx 57,2957...^\circ \text{ (fok)}$$

$$1 \text{ radián} = 180 \cdot 60 / \pi \approx 3437,75...' \text{ (perc)}$$

$$1 \text{ radián} = 180 \cdot 60 \cdot 60 / \pi \approx 206264,8...'' \text{ (másodperc)}$$



A zsebszámológép használata

- Ahhoz, hogy „fok-perc-másodperc” értékkel számolni tudjunk fokká kell átváltanunk a szögértékeinket
 Fok Perc Másodperc → Fok
 60-as számrendszer → 10-es számrendszer

Számológépek billentyűzete

→ DEG $\square$ DEGREE

2ndf DMS $\square$

DEGREE,SECONDE,MINUTE

° , „ → fok, perc, másodperc

jelölésünk: 001 – 02 – 03

olvasva: 1 fok – két perc – három másodperc

(082 – 23 – 14) - (033 – 20 – 42)
=

$$(\alpha) - (\beta) = \gamma$$

$$\begin{array}{r} 180^\circ - 00' - 00'' \\ - 180^\circ - 00' - 01'' \\ \hline \end{array}$$



Szögek ($^{\circ}$ ' ", $^{\circ}$ és tizedesei, újfok, radián) és átszámításuk

$$1^{\circ} = 60' = 60 \times 60'' = 3600''$$

$$35^{\circ} 42' 15'' = 35-42-15 = 128\ 535''$$

$$35^{\circ} 42' 15'' = 35,704\ 167^{\circ}$$

$$45,351\ 947^{\circ} = 45^{\circ} 21' 07'' = 45-21-07$$

$$1\ \text{rad} = 57,295\ 780^{\circ} = 3\ 437,7468' = 206\ 264,8''$$

$$1'' = 0,000\ 004\ 8\ \text{rad}$$

$$5'' = 0,000\ 0242\ \text{rad}$$

$$10^{\circ} 32' 43'' = 10-32-43 = 0,184\ 050\ \text{rad}$$

$$1\ \text{grad (újfok)} = 1g = 0,9^{\circ}$$

$$1^{\circ} = 1,111\ 111g$$

$$16-43-55 = 16,731\ 944^{\circ} = 18,591\ 05g$$

Hosszak (km, m, cm, mm, öl) és átszámításuk

$$1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$$

$$0,001 \text{ km} = 1 \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm}$$

$$0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$$

$$0,1 \text{ cm} = 1 \text{ mm}$$

$$10,324\,51 \text{ km} = 10\,324,51 \text{ m} = 10 \text{ km } 324 \text{ m } 51 \text{ cm}$$

$$1 \text{ öl} = 1,896\,483\,84 \text{ m}$$

$$1 \text{ m} = 0,527\,291\,6 \text{ öl}$$

$$53,14 \text{ öl} = 100,78 \text{ m}$$

$$12\,928,56 \text{ m} = 6\,817,12 \text{ öl}$$

Területek (ha, m², hold, □öl) és átszámításuk

$$1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2 = 100 \text{ m} \times 100 \text{ m}$$

$$0,0001 \text{ ha} = 1 \text{ m}^2$$

$$534\,352 \text{ m}^2 = 53,4352 \text{ ha} = 53 \text{ ha } 4352 \text{ m}^2$$

$$135 \text{ ha } 4510 \text{ m}^2 = 135,4510 \text{ ha} = 1\,354\,510 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ □öl} = 3,596\,650\,955 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 0,278\,036\,432 \text{ □öl}$$

$$200 \text{ □öl} = 719,330\,191\,1 \text{ m}^2 \approx 719 \text{ m}^2$$

$$1000 \text{ m}^2 = 278,036\,432 \text{ □öl} \approx 278 \text{ □öl}$$

$$1 \text{ kh} = 1600 \text{ □öl}$$

$$1 \text{ □öl} = 0,000\,625 \text{ kh}$$

$$10\,324 \text{ kh} = 16\,518\,400 \text{ □öl}$$

$$5\,415 \text{ □öl} = 3,384 \text{ kh}$$

$$1 \text{ kh} = 5\,754,64 \text{ m}^2 = 0,575\,464 \text{ ha}$$

Szögek összeadása:

$\gamma = \alpha + \beta$ Ha $\gamma > 360^\circ$ akkor 360° -ot le kell vonni.

$$\alpha = 214-21-54$$

$$+\beta = 135-44-12$$

$$\gamma = 350-06-06$$

$$\alpha = 314-24-41$$

$$+\beta = 222-11-42$$

$$\gamma = 536-36-23 \text{ } (-360^\circ) = 176-36-23$$

$$\alpha = 180-00-01$$

$$+\beta = 180-00-00$$

$$\gamma = 360-00-01 \text{ } (-360^\circ) = 0-00-01$$

$$\alpha = 145-25-45$$

$$+\beta = 122-57-54$$

$$\gamma = 268-23-39$$

Két irány által bezárt szög számítása (szögek kivonása):

$\beta = l_J - l_B$ Ha $\beta < 0^\circ$ (vagyis negatív), 360° -ot hozzá kell adni.

$$l_J = 214-21-54$$

$$\underline{-l_B = 135-44-12}$$

$$\beta = 78-37-42$$

$$l_J = 0-00-00 (+360^\circ)$$

$$\underline{-l_B = 184-54-11}$$

$$\beta = 175-05-49$$

$$l_J = 331-43-18 (+360^\circ)$$

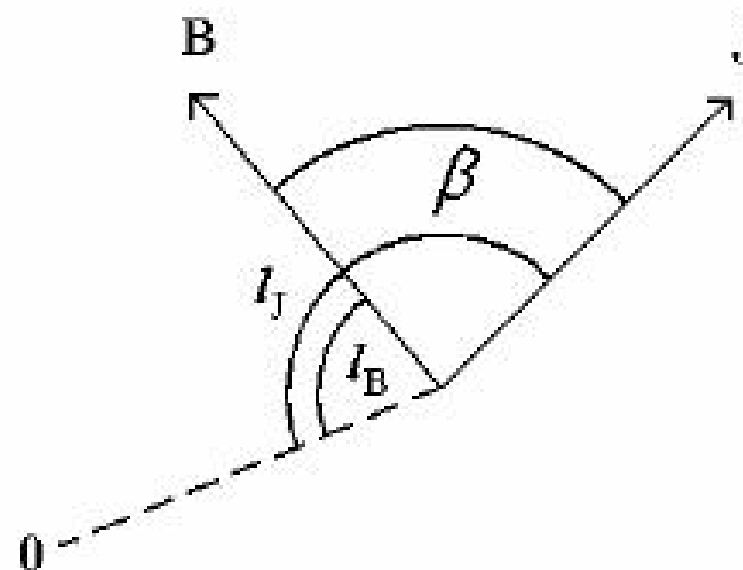
$$\underline{-l_B = 331-43-19}$$

$$\beta = 359-59-59$$

$$l_J = 98-22-32$$

$$\underline{-l_B = 211-55-49}$$

$$\beta = -(113-33-17) + 360^\circ = 246-26-43$$



Derékszögű háromszög

$$c = 43,58 \text{ m}$$

$$\alpha = 22^\circ 45' 34''$$

$$b = a \tan \alpha = 43,58 \cos 22^\circ 45' 34'' = \mathbf{40,19 \text{ m}}$$

$$b = 43,58 \text{ m}$$

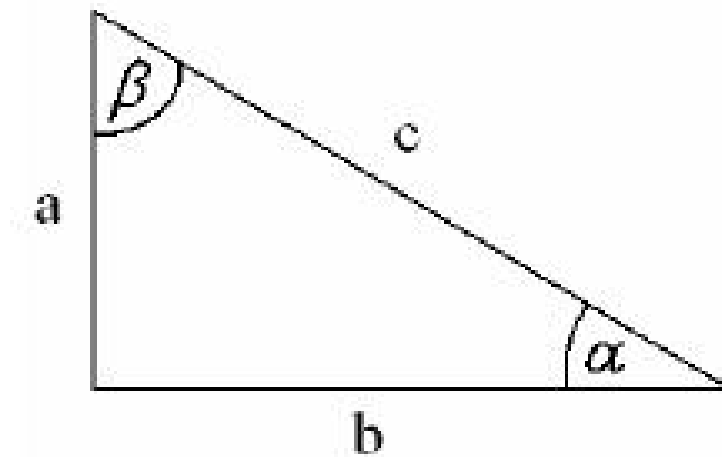
$$\alpha = 22^\circ 45' 34''$$

$$a = c \sin \alpha = 43,58 \sin 22^\circ 45' 34'' = \mathbf{16,86 \text{ m}}$$

$$a = 16,86 \text{ m}$$

$$b = 40,19 \text{ m}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{16,86^2 + 40,19^2} = \mathbf{43,58 \text{ m}}$$



Általános háromszög

7. példa:

$$\alpha = 40-05-49$$

$$\beta = 67-14-16$$

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - (40-05-49 + 67-14-16) = 72-39-55$$

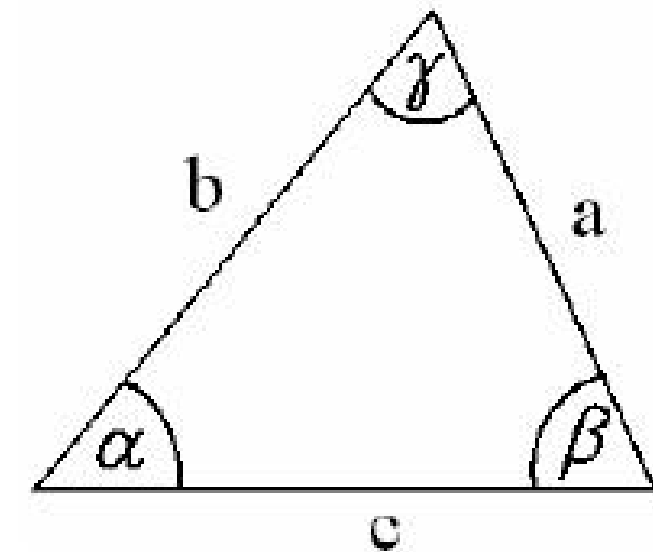
$$c = 19,17 \text{ m}$$

$$a = c \sin \alpha / \sin \gamma = 19,17 \sin 40-05-49 / \sin 72-39-55 = \mathbf{12,93 \text{ m}}$$

$$b = c \sin \beta / \sin \gamma = 19,17 \sin 67-14-16 / \sin 72-39-55 = \mathbf{18,52 \text{ m}}$$

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{c^2 + b^2 - 2 c b \cos \alpha} = \\ &= \sqrt{19,17^2 + 18,52^2 - 2 \cdot 19,17 \cdot 18,52 \cdot \cos 40-05-49} = \mathbf{12,93 \text{ m}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= \sqrt{c^2 + a^2 - 2 c a \cos \beta} = \\ &= \sqrt{19,17^2 + 12,93^2 - 2 \cdot 19,17 \cdot 12,93 \cdot \cos 67-14-16} = \mathbf{18,52 \text{ m}} \end{aligned}$$



Jó szerencsét!