

Kalkulus I. tételsor
Számítástechnika-technika szak, I. évfolyam, 2. félév

Sorozatok:

1. A valós számokon értelmezett műveletek és reláció tulajdonságai. Számok abszolút értéke, intervallumok. Számhalmazok alsó és felső határa.
2. Sorozatok fogalma, korlátos sorozatok, monoton sorozatok.
3. Konvergencia két definíciója, unicitási tétel. (Bizonyítás is.)
4. Konvergencia és korlátosság kapcsolata. (Bizonyítás is.)
5. Részsorozat definíciója. Konvergens sorozat részsorozatának konvergenciájára vonatkozó tétel. (Bizonyítás is.)
6. Divergencia definíciója. Tágabb értelemben konvergens sorozatok.
7. Sorozatok műveleti tulajdonságai I. Összeg, szorzat, konstansszoros határértéke. (Bizonyítás is.)
8. Sorozatok műveleti tulajdonságai II. Hányados határértéke. (Bizonyítás is.)
9. Nullsorozat fogalma. Korlátos sorozat és nullsorozat szorzatának határértéke. (Bizonyítás is.)
10. Határérték monotonitására vonatkozó tétel. (Bizonyítás is.)
11. Rendőr elv. (Bizonyítás is.) Konvergens sorozat abszolút értékének konvergenciájára vonatkozó tétel.
12. Monoton sorozat konvergenciájára vonatkozó tétel. (Bizonyítás is.) Tágabb értelemben vett határérték esetére is.
13. Bolzano-Weierstrass-féle kiválasztási tétel. (Bizonyítás is.)
14. Cauchy-féle konvergencia kritérium.

Függvények határértéke, folytonossága:

15. Néhány nevezetes függvény. Abszolútérték-függvény egészrész-függvény, törtrész-függvény, előjel-függvény, valós rész függvény.
16. Polinomok, racionális törtfüggvények.
17. Számhalmaz torlódási pontja.
18. Függvény határértéke I. Végesben véges határérték definíciója, példa.
19. Függvény határértéke II. Végesben végtelen határérték definíciója, példa.
20. Függvény határértéke III. Végtelenben véges határérték definíciója, példa.

21. Függvény határértéke IV. Végtelenben végtelen határérték definíciója, példa.
22. Átviteli elv.
23. Műveletek határértékkel. (bizonyítás is)
24. Polinomok határértéke. Gyökfüggvények határértéke.(bizonyítás is)
25. Trigonometrikus függvények határértéke. (bizonyítás is)
26. A $\frac{\sin x}{x}$ ($x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$) függvény határértéke. (bizonyítás is)
27. Folytonosság definíciója, kapcsolata a határértékkel. Folytonosságra vonatkozó műveleti tulajdonságok. Átviteli elv.
28. Szakadási helyek osztályozása, példák.
29. Folytonos függvények tulajdonságai (5 tétel bizonyítás nélkül).
30. Exponenciális és logaritmusfüggvények.
31. Sinus függvény és inverze.
32. Cosinus függvény és inverze.
33. Tangens függvény és inverze.
34. Cotangens függvény és inverze.

Differenciálszámítás:

35. Derivált értelmezése, geometriai, fizikai jelentése.
36. Differenciálhatóság szükséges feltétele. (bizonyítás is)
37. A differenciálhatóság definíciójának egy ekvivalens átfogalmazása.
38. Összeg, szorzat differenciálhatóságára vonatkozó tétel. (bizonyítás is)
39. Hányados differenciálhatóságára vonatkozó tétel.
40. Közvetett függvény differenciálhatóságára vonatkozó tétel.
41. Inverz függvény differenciálhatóságára vonatkozó tétel.
42. Lokális monotonitás definíciója, lokális monotonításra vonatkozó tétel. (bizonyítás is)
43. Lokális szélsőérték definíciója. Szélsőérték létezésének szükséges feltétele. (bizonyítás is)
44. Rolle-tétele (bizonyítás is).
45. Lagrange-tétele.(bizonyítás is) Cauchy-tétele,

46. Intervallumon való monotonitás és a derivált közötti kapcsolat (bizonyítás is). Darboux-tétele.
47. „ $\frac{0}{0}$ ” típusú és „ $\frac{\infty}{\infty}$ ” típusú határértékre vonatkozó L'Hospital-szabály.
48. Többször differenciálható függvények. Taylor-formula, és annak következménye.
49. Konvex, konkáv halmaz, függvény definíciója. Konvexitás szükséges és elegendő feltételei.
50. Szélsőérték létezésének elégséges feltételei. (bizonyítás is)
51. Inflexiós pont definíciója. Inflexiós pont létezésének szükséges és elégséges feltétele.
52. Aszimptota definíciója, kiszámítása, függvényvizsgálat lépései.

Feladatok

Sorozatok:

- Határozza meg definíció alapján az alábbi sorozatok határértékét!
 - $(x_n = c, n \in \mathbb{N})$
 - $(x_n = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*)$
- Határozza meg definíció alapján az alábbi sorozatok határértékét!
 - $(x_n = (-1)^n, n \in \mathbb{N})$
 - $(x_n = n^\alpha, n \in \mathbb{N}) (\alpha > 0)$
- Határozza meg definíció alapján az alábbi sorozatok határértékét!
 - $(x_n = \sqrt[n]{a}, n \in \mathbb{N}), a \in \mathbb{R}^+$
 - $(x_n = \sqrt[n]{n}, n \in \mathbb{N}^*)$
- Határozza meg definíció alapján az alábbi sorozat határértékét!

$$\left(x_n = \frac{a^n}{n!}, n \in \mathbb{N} \right), a \in \mathbb{R}$$
- Határozza meg definíció alapján az alábbi sorozat határértékét!

$$(x_n = \sqrt[n]{n!}, n \in \mathbb{N})$$

6. Vizsgálja meg a következő sorozat konvergencia szempontjából!

$$\left(x_n = \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n, n \in \mathbb{N}^* \right)$$

7. Határozza meg definíció alapján az alábbi sorozat határértékét!

$$(x_n = q^n, n \in \mathbb{N})(q \in \mathbb{R})$$

Függvények differenciálhatósága:

8. Konstans függvény, identikus leképezés deriváltja.

9. Hatványfüggvény deriváltja.

10. Sinus függvény deriváltja.

11. Cosinus függvény deriváltja.

12. Logaritmusfüggvény deriváltja.

13. Exponenciális függvény deriváltja.

14. Inverz trigonometrikus függvények deriváltja.

15. Valós kitevőjű hatványfüggvény értelmezése, deriváltja.

16. f° alakú függvények differenciálása.