

KALKULUS I.

Fizikus – Informatikus (BSc) szak | Számítástechnika – Technika szak

RÉSZLETES TEMATIKA

Halmazok, számhalmazok

Halmazok közti relációk, műveletek halmazokkal

A valós számkör felépítése: Természetes, egész, racionális, irracionális, valós számok és tulajdonságaik, ezekkel végzett műveletek; valós szám abszolút értéke, az abszolútérték tulajdonságai (bizonyítás)

Egyváltozós valós függvények – alapismeretek

A függvény fogalma; egyváltozós valós függvények leírása, megadási módjai;

A függvény tulajdonságok definíciói (Zh., monotonitás, helyi szélsőérték, párosság - páratlanság, periodicitás, korlátosság, konvexitás - konkávitás, inflexiós pont)

Elemi függvények: hatvány-, gyök-, trigonometrikus-, arcus-, exponenciális-, logaritmus-, hiperbolikus-, arány-függvények értelmezése, tulajdonságai

Függvényképzési módok: összeg-, különbség-, szorzat-, hányados-, összetett-, inverz függvény fogalma; leszűkítés, kiterjesztés

Valós számsorozatok

A sorozat fogalma, megadási módjai, szemléltetése

A sorozat tulajdonságai: korlátosság, monotonitás, konvergencia, divergencia (∞ -be, $-\infty$ -be divergálás is) fogalma

A konvergencia szükséges feltétele (bizonyítás), a konvergencia elegendő feltétele (bizonyítás), szükséges és elegendő feltétele (Cauchy-kritérium); részsorozatok fogalma, Bolzano-Weierstrass tétel, részsorozatokra vonatkozó tétel

Határátmeneti szabályok: konvergens sorozatok összegére, különbségére, szorzatára, hányadosára vonatkozó tétel (bizonyítás) (segédtételek!!), „Rendőr” – szabály (bizonyítás), konvergens és divergens sorozatok kapcsolatára vonatkozó tételek (bizonyítás), divergens sorozatokra vonatkozó tételek (bizonyítás)

Nevezetes sorozatok: $\frac{1}{n}$, q^n , $(1 + \frac{1}{n})^n$, $\sqrt[n]{a}$ (bizonyítás)

Egyváltozós valós függvény határértéke, folytonossága

Függvény határértéke ∞ -ben, $-\infty$ -ben, adott (x_0) helyen, tágabb értelemben vett határérték, x_0 -beli jobb- és baloldali határérték definíciói;

A függvény határértékre vonatkozó tételek (összeg, szorzat, hányados függvény) (bizonyítás)

Nevezetes függvényhatárértékek ($\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ (bizonyítás), $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$)

Függvény folytonossága pontban, jobb- és baloldali folytonosság, intervallumon való folytonosság definíciói, szakadás típusai

Folytonos függvényekre vonatkozó tételek (összeg, szorzat, hányados, összetett függvény folytonossága bizonyítással; inverz függvény folytonossága)

Zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai (korlátosság, Bolzano-tétel, Weierstrass-tétel)

Elemi alap függvények folytonosságának igazolása

Egyváltozós valós függvények differenciálszámítása

Monoton függvényekre vonatkozó tételek (bizonyítás)

A különbségi hányados függvény fogalma, a differenciálhatóság, a differenciálhányados fogalma, geometriai-, fizikai jelentések, jobb- és baloldali differenciálhányados

A folytonosság és differenciálhatóság kapcsolatára vonatkozó tétele (bizonyítás)

A derivált függvény fogalma, a differenciálhatóságra vonatkozó tételek (összeg, szorzat, hányados, összetett függvény, inverz függvény) (bizonyítás)

Elemi függvények deriváltjai bizonyítással, logaritmikus deriválás

A differenciálhatóság szükséges és elégséges feltétele, a differenciál fogalma

A differenciálszámítás alkalmazásai (egyváltozós valós függvény)

A magasabbrendű deriváltak fogalma; L'Hospital szabály

Deriválható függvények szélsőértékének, monotonitásának, konvexitásának, inflexiójának megállapítására vonatkozó tételek (bizonyítás), Lagrange-tétel, Rolle-tétel (bizonyítás) [8+5 tétel]

Teljes függvényvizsgálat

Szöveges szélsőérték-feladatok