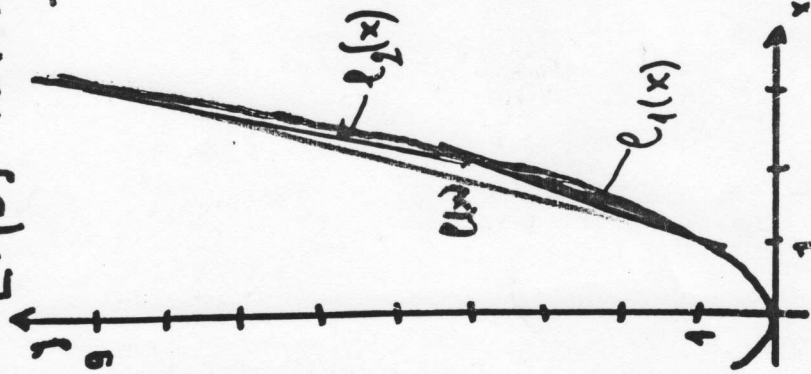


1)
Írjuk le az $f(x) = x^2$ f. változásának mértékét az $[1;3]$ intervallumon!



a.) Vegyük azt az elsőfokú f. -t, amely az 1 és 3 helyen ugyanazt az értéket vesz fel, mint az x^2 .

$$l(x) = 4x - 3$$

$l(x)$ közelítőjele mértéke 4, amely nem más, mint az x^2 átlagos változási mértéke az $[1;3]$ -on.

$$\frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = 4$$

b.) Jobb képet kapunk, ha az x^2 közelítőjele átlagos mértékét az $[1;2]$ és $[2;3]$ -on vesszük.

$$[1;2] \text{-on } l_1(x) = 3x - 2$$

$$\frac{2^2 - 1^2}{2 - 1} = 3$$

$$[2;3] \text{-on } l_2(x) = 5x - 6$$

$$\frac{3^2 - 2^2}{3 - 2} = 5$$

C.) Hat. meg az x^2 növekedésének átlagos mértékét az $\frac{1}{2}$ hosszúságú részintervallumon!

$$[1; \frac{3}{2}] \quad \ell_1(x) = \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$\frac{(\frac{3}{2})^2 - 1^2}{\frac{3}{2} - 1} = \frac{5}{2}$$

$$[\frac{3}{2}; 2] \quad \ell_2(x) = \frac{7}{2}x - 3$$

$$\frac{2^2 - (\frac{3}{2})^2}{2 - \frac{3}{2}} = \frac{7}{2}$$

$$[2; \frac{5}{2}] \quad \ell_3(x) = \frac{9}{2}x - 5$$

$$\frac{(\frac{5}{2})^2 - 2^2}{\frac{5}{2} - 2} = \frac{9}{2}$$

$$[\frac{5}{2}; 3] \quad \ell_4(x) = \frac{11}{2}x - \frac{15}{2}$$

$$\frac{3^2 - (\frac{5}{2})^2}{3 - \frac{5}{2}} = \frac{11}{2}$$

Az $f(x) = x^2$ fr.-t közelítő szakaszokként előfűzti fr.-ek a.) b.) c.) esetben sem adunkak $f(x)$ -nel gyorsabban a közelítés a x^2 növekedésére.

$[1; 3]$ -ban, de az utóbbiak mégis jobban közelítik

tehát: - Nincs olyan szakaszokként előfűzti fr., amely a közelítés a x^2 -tel az $[1; 3]$ -ban.

- Bármely szakaszokként közelítő előfűzti fr. van jobban közelítő szakaszokként előfűzti.

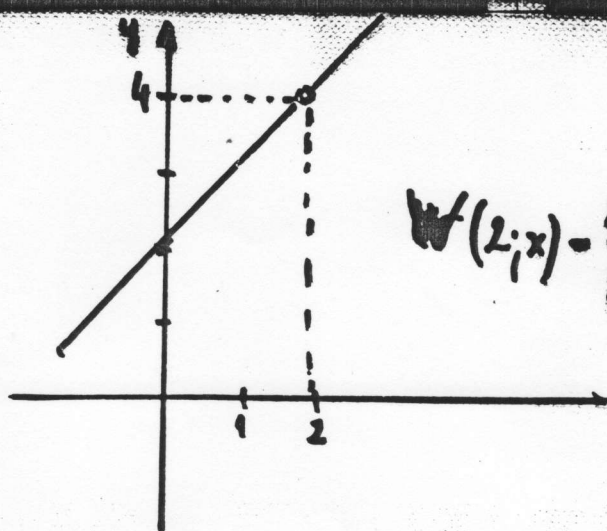
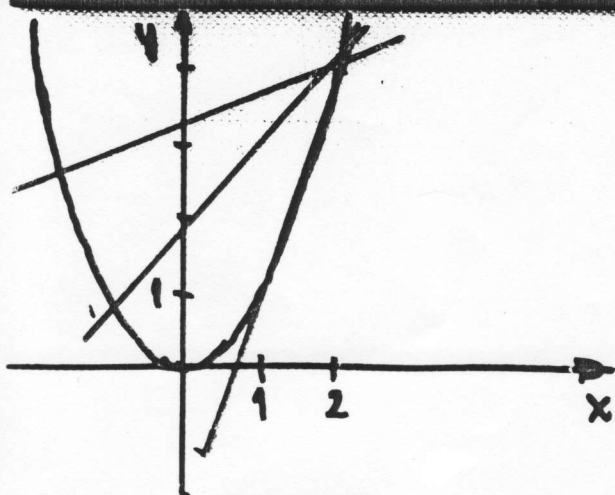
Tökéletesen nem tudtuk leírni az x^2 változásának
viselkedését az $[1;3]$ -on, de bármely kívánt pon-
tosági megközelítést meg tudjuk adni.
Mi a módszerünk egyszerűsége?

Kezddes előtt az x^2 f.-nek csak néhány
értékét vessük figyelembe, (a.)-nál 2,
b.)-nál 3, c.)-nál 4) s nem az összes
 $[1;3]$ intervallumban felvett f. értéket.

Helyesek lenne az intervallumon való növekedés
helyett a helyi, a pontbeli növekedést vizs-
gálni! ...

Válasszuk ki a 2 helyet! Vegyük olyan inter-
vallumokat, amelyeknek az egyik végpontja 2!
Egyszerűen sok intervallum jöhet szóba, jelöljük
 x -szel a másik végpontot! $x \neq 2$ kell
az átlagos változás mértékére általában:

$$W(2; x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} = x + 2 \quad x \neq 2$$



$$w(2; x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad x \neq 2$$

Mit jelent $w(2; 3)$ $w(2; 4)$ $w(2; 5)$?
 Legyen az ismerős olyan elsőfokú fr-t, amely $(2; 4)$
 ponton átmeq, valamely x helyen az értéke x^2 !
 Melyik érték jobban az x^2 változónak a $[2; x]$
 intervallumon? (átlagosan) (az átlagos változás
 értéke a $(2; x)$ -on $w(2; x)$.)
 A jól közelítő elsőfokú fr-ek változónak meg-
 ismétlődő különbségek, de 4 közelítő érték.
 A 4 nem való, mivel a $w(2; x)$ fr. határértéke
 a $x=2$ helyen.

$$\lim_{x \rightarrow 2} w(2; x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x \neq 2}} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$$

Tehát a 2 helyen az x^2
 változónak értéke 4