

Kalkulus szigorlati tételsor
Számítástechnika-technika szak, II. évfolyam, 2. félév

Sorozatok:

1. A valós számokon értelmezett műveletek és reláció tulajdonságai. Számok abszolút értéke, intervallumok. Számhalmazok alsó és felső határa.
2. Sorozatok fogalma, korlátos sorozatok, monoton sorozatok. Konvergencia két definíciója, unicitási tétel. Konvergencia és korlátosság kapcsolata. Részsorozat definíciója. Konvergens sorozat részsorozatának konvergenciájára vonatkozó tétel. Divergencia definíciója. Tágabb értelemben konvergens sorozatok.
3. Sorozatok műveleti tulajdonságai. Összeg, szorzat, konstansszoros, hányados határértéke. Nullsorozat fogalma. Korlátos sorozat és nullsorozat szorzatának határértéke. Határérték monotonitására vonatkozó tétel.
4. Rendőr elv. Monoton sorozat konvergenciájára vonatkozó tétel. Tágabb értelemben vett határérték eseteire is. Bolzano-Weierstrass-féle kiválasztási tétel. Cauchy-féle konvergencia kritérium.

Függvények határértéke, folytonossága:

5. Néhány nevezetes függvény. Abszolútérték-függvény egészrész-függvény, törtrész-függvény, előjel-függvény, valós rész függvény. Polinomok, racionális törtfüggvények.
6. Számhalmaz torlódási pontja. Függvény határértéke. Végesben véges határérték definíciója, példa. Végesben végtelen határérték definíciója, példa. Végtelenben véges határérték definíciója, példa. Végtelenben végtelen határérték definíciója, példa.
7. Átviteli elv. Műveletek határértékekkel. Polinomok határértéke. Gyökfüggvények határértéke. Trigonometrikus függvények határértéke. A $\frac{\sin x}{x}$ ($x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$) függvény határértéke.
8. Folytonosság definíciója, kapcsolata a határértékekkel. Folytonosságra vonatkozó műveleti tulajdonságok. Átviteli elv. Szakadási helyek osztályozása, példák. Folytonos függvények tulajdonságai (5 tétel bizonyítás nélkül).
9. Exponenciális és logaritmusfüggvények. Sinus függvény és inverze. Cosinus függvény és inverze. Tangens függvény és inverze. Cotangens függvény és inverze.

Differenciálszámítás:

10. Derivált értelmezése, geometriai, fizikai jelentése. Differenciálhatóság szükséges feltétele. A differenciálhatóság definíciójának egy ekvivalens átfogalmazása. Összeg, szorzat, hányados differenciálhatóságára vonatkozó tétel. Közvetett függvény differenciálhatóságára vonatkozó tétel. Inverz függvény differenciálhatóságára vonatkozó tétel.
11. Lokális monotonitás definíciója, lokális monotonításra vonatkozó tétel. Intervallumon való monotonitás és a derivált közötti kapcsolat. Lokális szélsőérték definíciója. Szélsőérték létezésének szükséges feltétele. Szélsőérték létezésének elégséges feltételei.
12. Rolle-tétele. Lagrange-tétele. „ $\frac{0}{0}$ ” típusú és „ $\frac{\infty}{\infty}$ ” típusú határértékre vonatkozó L'Hospital-szabály.
13. Konvex, konkáv halmaz, függvény definíciója. Konvexitás szükséges és elegendő feltételei. Inflexiós pont definíciója. Inflexiós pont létezésének szükséges és elégséges feltétele. Aszimptota definíciója, kiszámítása, függvényvizsgálat lépései.

Integrálszámítás:

14. Primitív függvény definíciója, tulajdonságai. Műveleti tulajdonságok. Parciális integrálás szabálya. Helyettesítéses integrálás szabálya. Racionális törtfüggvények integrálása.
15. A határozott integrál fogalma. Riemann integrálra vonatkozó műveleti-tulajdonságok. Riemann-integrál monotonítására vonatkozó tétel.
16. Integrálható függvények. Newton-Leibniz formula. Integrálfüggvény definíciója, és a rá vonatkozó tétel. Integrálfüggvény és primitív függvény kapcsolata. Határozott integrálra vonatkozó parciális integrálás. Határozott integrálra vonatkozó helyettesítéses integrálás.

Differenciálegyenletek:

17. Differenciálegyenlet fogalma. Szétválasztható változójú differenciálegyenletek. Elsőrendű lineáris differenciálegyenletek. Homogén másodrendű, konstans együtthatós differenciálegyenletek. Inhomogén másodrendű, konstans együtthatós differenciálegyenletek.

Végtelen sorok:

18. Numerikus sorok definíciója, sorok konvergenciája, divergenciája. Nevezetes sorok. Cauchy-féle konvergencia-kritérium sorokra. Konvergencia egy szükséges feltétele. Műveletek végtelen sorokkal.
19. Összehasonlító kritérium. Improprius integrálok definíciója. Integrálkritérium. Leibniz-kritérium. Cauchy-féle gyökkritérium. D'Alambert-féle hányadoskritérium.

Többváltozós függvények:

20. Többváltozós függvények. (Definíció, megadás, ábrázolás.) $\mathbb{R}^2$ -beli pontsorozatok konvergenciája. Halmaz, pontsorozat korlátossága $\mathbb{R}^2$ -ben. Konvergencia és korlátosság kapcsolata $\mathbb{R}^2$ -ben. Torlódási pont fogalma $\mathbb{R}^2$ -ben, Bolzano-Weierstrass-féle kiválasztási tétel.
21. Többváltozós függvény határértéke, műveleti tulajdonságok. Többváltozós függvények határértékének kapcsolata az iterált határértékekkel. Többváltozós függvény folytonossága. Kétváltozós függvény parciális deriváltja. Parciális deriválhatóság és folytonosság kapcsolata, geometriai jelentés.
22. Kétváltozós függvények differenciálhatósága. Parciális differenciálhatóság és differenciálhatóság közötti kapcsolat. Kétváltozós függvény szélsőértéke. Szükséges feltétel, elégséges feltétel.