

Név:

Gyakorlatvezető:

1. Igaz-e, hogy egy monoton $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény mindig Riemann-integrálható?

Igaz-e, hogy egy Riemann-integrálható $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény mindig monoton?

(2 pont)

2. Mikor nevezünk egy metrikus térbeli sorozatot konvergensnek, és mit értünk ekkor a határértékén?

(3 pont)

3. Írjuk fel a Bolzano–Weierstrass-féle kiválasztási tételt!

(2 pont)

4. Mikor nevezünk egy metrikus teret teljesnek?

(2 pont)

5. Ha az $f: D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ leképezés differenciálható a $p \in D$ pontban, akkor hogy számítható ki a Jacobi-mátrixa (deriváltmátrixa)? (2 pont)
6. Mikor mondjuk, hogy az $f: D \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ leképezés kétszer differenciálható a $p \in D$ pontban? Mit értünk ekkor a második deriváltján és a második parciális deriváltjain? (3 pont)
7. Értelmezzük az elsőrendű közönséges explicit differenciálegyenletrendszerre vonatkozó Cauchy-feladat fogalmát! (3 pont)
8. Írjuk fel a Picard – Lindelöf-tételt! (3 pont)

9. Határozzuk meg az

$$\int (x^2 + 3)^3 dx \quad \text{és} \quad \int \operatorname{tg} x dx$$

integrálokat!

(4+4 pont)

10. Határozzuk meg az

$$\int_0^{\pi/2} x^2 \cos x \, dx$$

integrált!

(4 pont)

11. Határozzuk meg az

$$f(x, y) := x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2 \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

függvény lokális szélsőérték helyeit!

(4 pont)

12. Oldjuk meg az

$$x'(t) - tx(t) - t^3x(t) = 0$$

differenciálegyenletet!

(4 pont)