

Név:

Gyakorlatvezető:

1. Mit értünk egy korlátos $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény integrálközelítő összegén? (3 pont)

2. Mit értünk egy korlátos $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ függvény alsó, ill. felső Darboux-integrálján? (3 pont)

3. Értelmezzük egy $f:]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ típusú függvény improprius Riemann-integrálját! (3 pont)

4. Mit értünk egy metrikus tér részhalmazának belsején? (2 pont)

5. Jellemezzük egy metrikus tér zárt részhalmazait torlódási pontjaik segítségével! (2 pont)

6. Írjuk fel a Heine–Borel-tételt! (2 pont)

7. Legyen $Q \subset \mathbb{R}^n$ n -dimenziós téglalap.
Igaz-e, hogy egy folytonos $f: Q \rightarrow \mathbb{R}$ függvény mindig Riemann-integrálható?

Igaz-e, hogy egy Riemann-integrálható $f: Q \rightarrow \mathbb{R}$ függvény mindig folytonos?

(2 pont)

8. Legyen $S \subset \mathbb{R}^n$ korlátos halmaz. Értelmezzük egy korlátos $f: S \rightarrow \mathbb{R}$ függvény Riemann-integrálhatóságát és Riemann-integrálját! (3 pont)

9. Határozzuk meg az

$$\int \frac{e^x}{2 + e^x} dx \quad \text{és} \quad \int x^2 \sin 2x \, dx$$

integrálokat!

(4+4 pont)

10. Határozzuk meg az

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx$$

integrált!

(4 pont)

11. Határozzuk meg az

$$f(x, y) := x^2y - 3xy + 3y^3 \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

függvény lokális szélsőértékhelyeit!

(4 pont)

12. Oldjuk meg az

$$x'(t) = \frac{e^t}{1 + e^t}$$

differenciálegyenletet!

(4 pont)