Elméleti kérdések (centrális fogalmak)

1. Adja meg a nulladrendű modell definícióját!

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv** és $\Gamma \subseteq Form$ egy tetszőleges formulahalmaz.
A ϱ interpretáció nulladrendű modellje a Γ formulahalmaznak, ha minden $A \in \Gamma$ esetén $|A|_\varrho = 1$

Megjegyzés

A nulladrendű nyelv egy adott formulahalmazának a nulladrendű modellje a nyelv egy olyan nulladrendű interpretációja, amelyben a tekintett formulahalmaz minden eleme igaz.

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv** és $A \in Form$ egy tetszőleges formula.
Az A formula modellién az $\{A\}$ egyelemű formulahalmaz modelliét értjük.

2. Adja meg egy formulahalmaz kielégíthetőségének definícióját!

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv** és $\Gamma \subseteq Form$ egy tetszőleges formulahalmaz.
A Γ fomulahalmaz kielégíthető, ha van modellje.

3. Adja meg egy formula kielégíthetőségének definícióját!

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv** és $A \in Form$ egy tetszőleges formula.
Az A formula kielégíthető, ha az $\{A\}$ formulahalmaz kielégíthető.

4. Adja meg egy formulahalmaz kielégíthetetlenségének definícióját!

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv** és $\Gamma \subseteq Form$ egy tetszőleges formulahalmaz.
A Γ fomulahalmaz kielégíthetetlen, ha nem kielégíthető, azaz nincs modellje.

5. Adja meg egy formula kielégíthetetlenségének definícióját!

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv** és $A \in Form$ egy tetszőleges formula.
Az A formula kielégíthetetlen, ha az $\{A\}$ formulahalmaz kielégíthetetlen..

6. Adja meg a következményreláció szemantikai definícióját!

Definíció (logikai következmény szemantikai definíciója)

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv**, $\Gamma \subseteq Form$ egy tetszőleges formulahalmaz, és $A \in Form$ egy formula.
A Γ formulahalmaznak **logikai következménye** az A formula, ha a $\Gamma \cup \{\neg A\}$ **formulahalmaz kielégíthetetlen**.
Jelölés: $\Gamma \vDash A$

7. Mikor mondjuk, hogy az A formulának logikai következménye a B formula?

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv** és $A, B \in Form$ két tetszőleges formula.
Az A formulának **logikai következménye** a B formula, ha a $\{A\} \vDash B$.
Jelölés: $A \vDash B$

8. Adja meg egy formula érvényességének definícióját!

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv**, és $A \in Form$ egy formula.
Az A formula érvényes, ha $\emptyset \vDash A$, azaz ha az A formula **logikai következménye** az üres halmaznak.

- Jelölés: $\vDash A$

9. Adja meg a logikai ekvivalencia definícióját!

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv**, és $A, B \in Form$ két formula.
Az A és a B formula logikailag ekvivalens, ha $A \vDash B$ és $B \vDash A$.
Jelölés: $A \Leftrightarrow B$

10. Mikor mondjuk, hogy az A és a B formula logikailag ekvivalens?

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv**, és $A, B \in Form$ két formula.
Az A és a B formula logikailag ekvivalens, ha $A \vDash B$ és $B \vDash A$.
Jelölés: $A \Leftrightarrow B$

11. Mondja ki a kielégíthető formulahalmazok szűkítésre vonatkozó tételt!

Tétel

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv**, $\Gamma \subseteq Form$ egy formulahalmaz.
Ha Γ **kielégíthető formulahalmaz** és $\Delta \subseteq \Gamma$, akkor Δ **kielégíthető formulahalmaz**.

12. Mondja ki a kielégíthetetlen formulahalmazok bővítésére vonatkozó tételt!

Tétel

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv**, $\Gamma \subseteq Form$ egy formulahalmaz.
Ha Γ **kielégíthetetlen formulahalmaz**, és $\Gamma \subseteq \Delta$, akkor Δ **kielégíthetetelen formulahalmaz**.

13. Mondja ki a kielégíthetetlen formulahalmazok lehetséges logikai következményeire vonatkozó tételt!

Tétel

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle\backslash$ egy **nulladrendű nyelv** és $\Gamma \subseteq Form$ egy formulahalmaz..
Ha a Γ formulahalmaz kielégíthetetlen, akkor minden A formula esetén $\Gamma \vDash A$.

Megjegyzés

A tétel szemléletesen úgy is megfogalmazható, hogy egy kielégíthetetlen formulahalmaznak minden formula következménye.

14. Mondja ki azt a tételt, amely a következményrelációnak azt az esetét vizsgálja, amikor a konklúzió érvényes formula!

Tétel

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle\backslash$ egy **nulladrendű nyelv**, $A \in Form$.
Ha A **érvényes formula** ($\vDash A$), akkor minden $\Gamma \subseteq Form$ formulahalmaz esetén $\Gamma \vDash A$.

15. Mondja ki a dedukció tételt!

Tétel

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv**, $\Gamma \subseteq Form$ egy formulahalmaz és $A, B \in Form$ két formula.
Ha $\Gamma \cup \{A\} \vDash B$, akkor $\Gamma \vDash (A \supset B)$.

16. Mondja ki a dedukció tétel megfordítását!

Tétel

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form\rangle$ egy **nulladrendű nyelv**, $\Gamma \subseteq Form$ egy formulahalmaz és $A, B \in Form$ két formula. Ha $\Gamma \vDash (A \supset B)$, akkor $\Gamma \cup \{A\} \vDash B$.

17. Mondja ki a metszet tételt!

Tétel

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form\rangle$ egy **nulladrendű nyelv**, $\Gamma, \Delta \subseteq Form$ két formulahalmaz és $A, B \in Form$ két formula. Ha $\Gamma \cup \{A\} \vDash B$ és $\Delta \vDash A$, akkor $\Gamma \cup \Delta \vDash B$.

18. Mi a kapcsolat a logikai következményreláció és az implikáció között?

A dedukciótétel és megfordításának következménye:

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form\rangle$ egy **nulladrendű nyelv**, és $A, B \in Form$ két formula
$A \vDash B$ akkor és csak akkor, ha $\vDash (A \supset B)$

19. Mi a kapcsolat a logikai ekvivalencia és a (materiális) ekvivalencia között?

A dedukciótétel és megfordításának következménye:

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form\rangle$ egy **nulladrendű nyelv** és $A, B \in Form$ két formula.
$A \Leftrightarrow B$ akkor és csak akkor, ha $\vDash (A \equiv B)$