

Elméleti kérdések (kvantifikáció törvényei)

1. Adja meg a kvantifikáció De Morgan törvényeit!

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A \in Form$ egy formula és $x \in Var$ egy változó. Ekkor

1. $\neg \exists x A \Leftrightarrow \forall x \neg A$
2. $\neg \forall x A \Leftrightarrow \exists x \neg A$

2. Hogyan fejezhető ki az univerzális kvantifikáció az egzisztenciális kvantor és negáció segítségével?

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A \in Form$ egy formula és $x \in Var$ egy változó. Ekkor

1. $\exists x A \Leftrightarrow \neg \forall x \neg A$
2. $\forall x A \Leftrightarrow \neg \exists x \neg A$

3. Hogyan fejezhető ki az egzisztenciális kvantifikáció az univerzális kvantor és negáció segítségével?

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A \in Form$ egy formula és $x \in Var$ egy változó. Ekkor

1. $\exists x A \Leftrightarrow \neg \forall x \neg A$
2. $\forall x A \Leftrightarrow \neg \exists x \neg A$

4. Ismertesse a kvantorok konjunkcióban való mozgásának törvényeit!

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A, B \in Form$ két formula és $x \in Var$ egy változó. Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor

1. $A \wedge \forall x B \Leftrightarrow \forall x (A \wedge B)$
2. $A \wedge \exists x B \Leftrightarrow \exists x (A \wedge B)$

5. Ismertesse a kvantorok diszjunkcióban való mozgásának törvényeit!

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A, B \in Form$ két formula és $x \in Var$ egy változó. Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor

1. $A \vee \forall x B \Leftrightarrow \forall x (A \vee B)$
2. $A \vee \exists x B \Leftrightarrow \exists x (A \vee B)$

6. Ismertesse az univerzális kvantor implikációban való mozgásának törvényeit!

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A, B \in Form$ két formula és $x \in Var$ egy változó. Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor

1. $A \supset \forall x B \Leftrightarrow \forall x (A \supset B)$
2. $\forall x B \supset A \Leftrightarrow \exists x (B \supset A)$

7. Ismertesse az egzisztenciális kvantor implikációban való mozgatásának törvényeit!

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A, B \in Form$ két formula és $x \in Var$ egy változó.
Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor

1. $A \supset \exists x B \equiv \exists x (A \supset B)$
2. $\exists x B \supset A \equiv \forall x (B \supset A)$

8. Mit értünk a kvantorok fiktív alkalmazásán?

Tétel

Legyen $L^{(1)} = \langle LC, Var, Con, Term, Form \rangle$ egy elsőrendű nyelv, $A \in Form$ egy formula és $x \in Var$ egy változó.
Ha $x \notin FreeVar(A)$, akkor

1. $\forall x A \equiv A$
2. $\exists x A \equiv A$