Elméleti kérdések (szemantika)

1. Adja meg a nulladrendű interpretáció definícióját!

Definíció

A ϱ függvényt az $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ **nulladrendű nyelv** egy interpretációjának nevezzük, ha

1. $Dom(\varrho) = Con$
2. Ha $p \in Con$, akkor $\varrho(p) \in \{0, 1\}$.

2. Egy adott nulladrendű nyelv esetén hány darab különböző interpretáció létezik?

Definíció (klasszikus nulladrendű nyelv)

Klasszikus nulladrendű nyelven az

$$L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$$

rendezett hármast értjük, ahol

1. $LC = \{\neg, \supset, \wedge, \vee, \equiv, (,)\}$ (a nyelv **logikai konstansainak** halmaza).
2. $Con \neq \emptyset$ a nyelv nemlogikai konstansainak (állítás- vagy kijelentés-paramétereinek) legfeljebb **megszámlálhatóan végtelen** halmaza.
3. Az $LC \cap Con = \emptyset$
4. A nyelv formuláinak a halmazát, azaz a $Form$ halmazt az alábbi **induktív definíció** adja meg:
   a. $Con \subseteq Form$
   b. Ha $A \in Form$, akkor $\neg A \in Form$.
   c. Ha $A, B \in Form$, akkor
      i. $(A \supset B) \in Form$,
      ii. $(A \wedge B) \in Form$,
      iii. $(A \vee B) \in Form$,
      iv. $(A \equiv B) \in Form$.

3. Milyen értékeket rendel a nulladrendű interpretáció az állításparaméterekhez?

Definíció

A ϱ függvényt az $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ **nulladrendű nyelv** egy interpretációjának nevezzük, ha

1. $Dom(\varrho) = Con$
2. Ha $p \in Con$, akkor $\varrho(p) \in \{0, 1\}$.

4. Milyen feladatot látnak el a szemantikai szabályok?
5. A szemantikai szabályok induktív definíciójában mi alkotja a bázist?
6. Adja meg a negáció ($\neg$) szemantikai szabályát!
7. Adja meg az implikáció ($\supset$) szemantikai szabályát!
8. Adja meg a konjunkció ($\wedge$) szemantikai szabályát!
9. Adja meg a diszjunkció ($\vee$) szemantikai szabályát!
10. Adja meg a (materiális) ekvivalencia ($\equiv$) szemantikai szabályát!

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv**, és ϱ egy **nulladrendű interpretáció**. Az $A \in Form$ formula ϱ interpretáció szerinti szemantikai értékét a következő szabályok határozzák meg (jelölés: $|A|_\varrho$ jelöli az A formula ϱ interpretáció szerinti értékét):

1. Ha $p \in Con$, akkor $|p|_\varrho = \varrho(p)$
2. Ha $A \in Form$, akkor $|\neg A|_\varrho = 1 - |A|_\varrho$.
3. Ha $A, B \in Form$, akkor
   a. $|(A \supset B)|_\varrho = 0$,ha $|A|_\varrho = 1$ és $|B|_\varrho = 0$, és $= 1$ egyébként.
   b. $|(A \wedge B)|_\varrho = 1$, ha $|A|_\varrho = 1$ és $|B|_\varrho = 1$, és $= 0$ egyébként.
   c. $|(A \vee B)|_\varrho = 0$, ha $|A|_\varrho = 0$ és $|B|_\varrho = 0$, és $= 1$ egyébként.
   d. $|(A \equiv B)|_\varrho = 1$, ha $|A|_\varrho = |B|_\varrho$, és $= 0$ egyébként.

11. Jellemezze a negáció műveletét!

p	$\neg p$
0	1
1	0

12. Jellemezze az implikáció műveletét!

$\supset$	0	1
0	1	1
1	0	1

13. Jellemezze a konjunkció műveletét!

$\wedge$	0	1
0	0	0
1	0	1

14. Jellemezze a diszjunkció műveletét!

$\vee$	0	1
0	0	1
1	1	1

15. Jellemezze a (materiális) ekvivalencia műveletét!

$\equiv$	0	1
0	1	0
1	0	1

16. Adja meg a kettős negáció törvényét!

A kettős negáció törvénye:

- $\neg\neg A \Leftrightarrow A$

17. Adja meg a modus ponens következtetési sémát!

- Modus ponens (leválasztási szabály): $\{(A \supset B), A\} \vDash B$

18. Adja meg a modus tollens következtetési sémát!

- Modus tollens (indirekt cáfolás sémája): $\{(A \supset B), \neg B\} \vDash \neg A$

19. Adja meg a láncszabályt!

Láncszabály: $\{(A \supset B), (B \supset C)\} \vDash (A \supset C)$

20. Adja meg a redukció ad absurdum következtetési sémát!

- Redukció ad abszurdum: $\{(A \supset B), (A \supset \neg B)\} \vDash \neg A$
- $\neg A \vDash (A \supset B)$
- $B \vDash (A \supset B)$

21. Adja meg az áthelyezési törvényt!

Áthelyezési törvény: $((A \wedge B) \supset C) \Leftrightarrow (A \supset (B \supset C))$

22. Adja meg a kontrapozíció törvényét!

Kontrapozíció: $(A \supset B) \Leftrightarrow (\neg B \supset \neg A)$

23. Adja meg az ellenmondás törvényét!

Az ellentmondás törvénye: $\vDash \neg(A \wedge \neg A)$

24. Adja meg a kizárt harmadik törvényét!

A kizárt harmadik törvénye. $\vDash (A \vee \neg A)$

25. Adja meg a disztributivitási törvényeket!

Kétoldali disztributivitás:

$(A \vee (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$ (A diszjunkció disztributív a konjunkcióra nézve.)

$(A \wedge (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$ (A konjunkció disztributiv a diszjunkcióra nézve.)

26. Adja meg az elnyelési tulajdonságokat!

- Elnyelési tulajdonság:
  - $(A \wedge (B \vee A)) \Leftrightarrow A$
  - $(A \vee (B \wedge A)) \Leftrightarrow A$

27. Adja meg a De Morgan törvényeket!

De Morgan törvények

- Mit állítunk akkor, amikor egy konjunkciót tagadunk?
  - $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$
- Mit állítunk akkor amikor egy diszjunkció tagadunk?
  - $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$
- A De Morgan törvények azt fejezik ki, hogy a konjunkció és a diszjunkció egymás duálisai.

28. Mit értünk igazságfunktoron?

Definíció

Azokat a logikai konstansokat (logikai műveleteket), amelyek szemantikai szabálya egy $f : \{0, 1\}^{(n)} \to \{0, 1\}$ függvénnyel megadható, n argumentumú igazsáfunktoroknak nevezzük.