

Elméleti kérdések (szintaxis)

1. Adja meg a nulladrendű nyelv definícióját!
2. Adja meg a nulladrendű nyelv Form halmazának definícióját!
3. Adja meg a nulladrendű nyelv logikai konstansait!

Definíció (klasszikus nulladrendű nyelv)

Klasszikus nulladrendű nyelven az

$$L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$$

rendezett hármast értjük, ahol

1. $LC = \{\neg, \supset, \wedge, \vee, \equiv, (,)\}$ (a nyelv **logikai konstansainak** halmaza).
2. $Con \neq \emptyset$ a nyelv nemlogikai konstansainak (állítás- vagy kijelentés-paramétereinek) legfeljebb **megszámlálhatóan végtelen** halmaza.
3. Az $LC \cap Con = \emptyset$
4. A nyelv formuláinak a halmazát, azaz a *Form* halmazt az alábbi **induktív definíció** adja meg:
 - a. $Con \subseteq Form$
 - b. Ha $A \in Form$, akkor $\neg A \in Form$.
 - c. Ha $A, B \in Form$, akkor
 - i. $(A \supset B) \in Form$,
 - ii. $(A \wedge B) \in Form$,
 - iii. $(A \vee B) \in Form$,
 - iv. $(A \equiv B) \in Form$.

4. Hogyan értelmezzük a logikai konstans fogalmát?

Értelmezés

- A logikai konstansok olyan nyelvi eszközök, amelyek jelentését a szemantikai szabályok (logikai kalkulusok esetén az axiómák) rögzítik.
 - Egy adott logikai rendszer esetén a logikai konstansok rögzített jelentéssel (rögzített szemantikai értékkel) rendelkeznek, jelentésük (szemantikai értékük) minden interpretációban megegyezik.
 - Egy adott logikai rendszer esetén a logikai konstansokat általában az adott logikai rendszer nyelvének *LC* halmaza tartalmazza.
5. Hogyan értelmezzük a nemlogikai konstans fogalmát?
 6. Hogyan értelmezzük a paraméter fogalmát?
 7. A nulladrendű nyelv esetén milyen elnevezéseket használunk a nemlogikai konstansok megnevezésére?

Értelmezés

- A nemlogikai konstansok, más néven paraméterek olyan nyelvi eszközök, amelyek jelentését az interpretáció rögzíti.
- Egy adott logikai rendszer esetén a nemlogikai konstansok (a paraméterek) nem rendelkeznek rögzített jelentéssel (rögzített szemantikai értékkel), jelentésük (szemantikai értékük) interpretációról interpretációra változhat.
- Egy adott logikai rendszer esetén a nemlogikai konstansokat általában az adott logikai rendszer nyelvének *Con* halmaza tartalmazza.

8. Mit értünk a nulladrendű nyelv atomi formuláján?
9. Mit értünk a nulladrendű nyelv prímmformuláján?

Definíció

Ha $L^{(0)}$ egy nulladrendű nyelv (azaz $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$), akkor *Con* halmaz elemeit nulladrendű atomi formuláknak vagy nulladrendű prímmformuláknak nevezzük.

10. Adja meg annak a halmaznak az induktív definícióját, amelynek elemei egy adott formula részformulái!
11. Adja meg a részformula definícióját!

Definíció (részformula a nulladrendű nyelvben)

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy tetszőleges nulladrendű nyelv, $A \in Form$ pedig a nyelv tetszőleges formulája. Az A formula részformuláinak halmaza az a legszűkebb halmaz [jelölés: $RF(A)$], amelyre teljesül, hogy

1. $A \in RF(A)$, azaz az A formula részformulája önmagának;
2. ha $\neg B \in RF(A)$, akkor $B \in RF(A)$;
3. ha $(B \supset C) \in RF(A)$, akkor $B, C \in RF(A)$;
4. ha $(B \wedge C) \in RF(A)$, akkor $B, C \in RF(A)$;
5. ha $(B \vee C) \in RF(A)$, akkor $B, C \in RF(A)$;
6. ha $(B \equiv C) \in RF(A)$, akkor $B, C \in RF(A)$.

12. Adja meg a közvetlen részformula definícióját!

Definíció (közvetlen részformula a nulladrendű nyelvben)

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy tetszőleges nulladrendű nyelv.

1. Ha A atomi formula (azaz $A \in Con$), akkor nincs közvetlen részformulája;
2. $\neg A$ egyetlen közvetlen részformulája A ;
3. Az $(A \supset B)$, $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \equiv B)$ formulák közvetlen részformulái az A és a B formulák.

13. Adja meg a részformulának a közvetlen részformula fogalmára támaszkodó definícióját!

Definíció (részformula definíciója közvetlen részformulák segítségével nulladrendű nyelv esetén)

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy tetszőleges nulladrendű nyelv, $A \in Form$ pedig a nyelv tetszőleges formulája.

Egy A formula részformuláinak halmaza az a legszűkebb halmaz [jelölés: $RF(A)$], amelyre teljesül, hogy

1. $A \in RF(A)$, (azaz az A formula részformulája önmagának);
2. ha $A' \in RF(A)$ és B közvetlen részformulája A' -nek, akkor $B \in RF(A)$ (azaz, ha egy A' formula részformulája A -nak, akkor A' összes közvetlen részformulája is részformulája A -nak).

14. Adja meg a szerkezeti fa definícióját!

Definíció (szerkezeti fa nulladrendű nyelv esetén)

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy tetszőleges nulladrendű nyelv, $A \in Form$ pedig a nyelv tetszőleges formulája.

Az A formula szerkezeti fáján egy olyan véges rendezett fát értünk, amelynek csúcsai formulák,

1. gyökere az A formula,
2. $\neg B$ alakú csúcsának egyetlen gyermeke a B formula,
3. $(B \supset C)$, $(B \wedge C)$, $(B \vee C)$, $(B \equiv C)$ alakú csúcsainak két gyermekét a B , illetve a C formulák alkotják,
4. levelei prímmformulák (atomi formulák).

15. Ismertesse a nulladrendű nyelvben alkalmazott zárójelelhagyási konvenciókat!

Zárójelelhagyási konvenciók

- A legkülső zárópár mindig elhagyható.
- A kétargumentumú logikai konstansok elsőbbségi (precedencia) sorrendje:

$$\wedge, \vee, \supset, \equiv$$

- A **negáció** erősebb bármely kétargumentumú logikai konstansnál.
- Az azonos kétargumentumú logikai konstansok egymás közötti elsőbbségét a balról jobbra szabály rendezi: először mindig a bal oldali formulát tekintjük külön műveleti komponensnek.

16. Adja meg a literál definícióját!

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv**.

- Ha $p \in Con$, akkor a p , $\neg p$ formulákat literálnak nevezzük.
- A p , $\neg p$ literálok esetén a p paramétert a literál alapjának nevezzük.

17. Adja meg az elemi konjunkció definícióját!

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv**.

Ha az $A \in Form$ formula **literál** vagy különböző alapú literálok konjunkciója, akkor A -t elemi konjunkciónak nevezzük.

18. Adja meg az elemi diszjunkció definícióját!

Definíció

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv**.

Ha az $A \in Form$ formula **literál** vagy különböző alapú literálok diszjunkciója, akkor A -t elemi diszjunkciónak nevezzük.

19. Adja meg a diszjunktív normálforma definícióját!

Definíció

Egy **elemi konjunkciót** vagy **elemi konjunkciók** diszjunkcióját diszjunktív normálformának nevezzük.

20. Adja meg a konjunktív normálforma definícióját!

Definíció

Egy **elemi diszjunktiót** vagy **elemi diszjunktciók** konjunkcióját konjunktív normálformának nevezzük.

21. Mondja ki a normálforma tételt!

Tétel

Legyen $L^{(0)} = \langle LC, Con, Form \rangle$ egy **nulladrendű nyelv** és $A \in Form$ egy formula.

Ekkor létezik olyan $B \in Form$, hogy

1. $A \Leftrightarrow B$
2. B diszjunktív vagy konjunktív normálformájú.