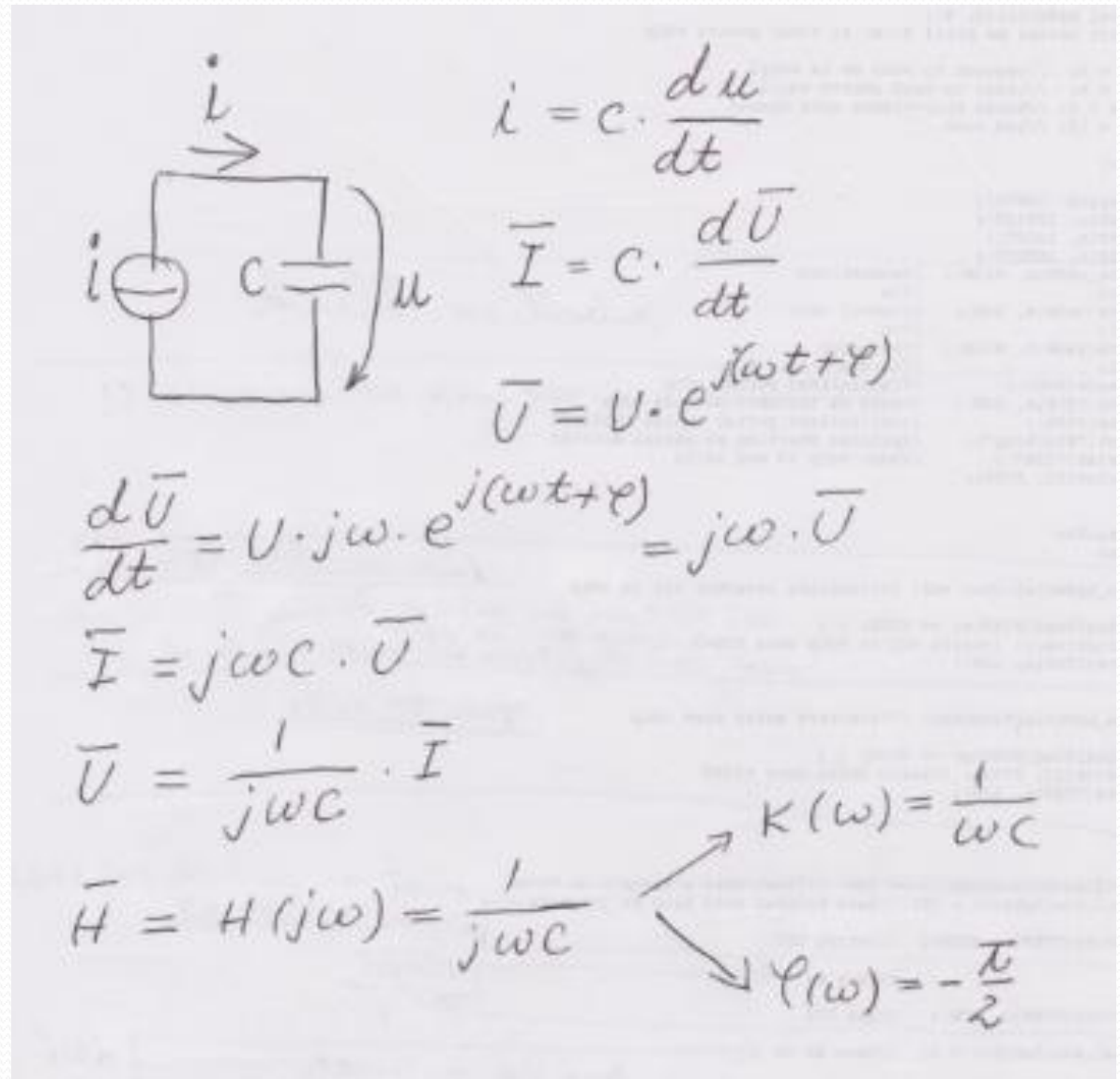


Zh2- tételsor

Jelek és rendszerek

1. Példa

- Határozza meg egy kapacitás átviteli karakterisztikáját a gerjesztés-válasz kapcsolat alapján.
- i = gerjesztés
- u = válasz



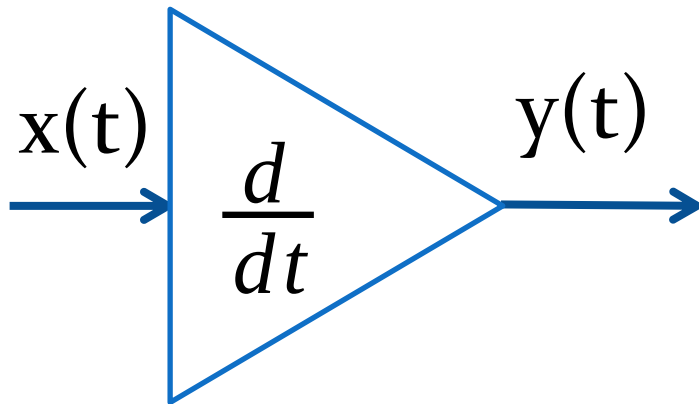
The image shows a handwritten derivation of the transfer function for a capacitor circuit. It starts with a circuit diagram of a capacitor C in series with a voltage source u . The current i flows through the circuit. The derivation proceeds as follows:

$$i = C \cdot \frac{du}{dt}$$
$$\bar{I} = C \cdot \frac{d\bar{U}}{dt}$$
$$\bar{U} = U \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$$
$$\frac{d\bar{U}}{dt} = U \cdot j\omega \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = j\omega \cdot \bar{U}$$
$$\bar{I} = j\omega C \cdot \bar{U}$$
$$\bar{U} = \frac{1}{j\omega C} \cdot \bar{I}$$
$$\bar{H} = H(j\omega) = \frac{1}{j\omega C}$$

From the transfer function $\bar{H} = \frac{1}{j\omega C}$, the magnitude and phase are derived:

$$K(\omega) = \frac{1}{\omega C}$$
$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$$

2.Példa



$$y = \frac{dx}{dt}$$

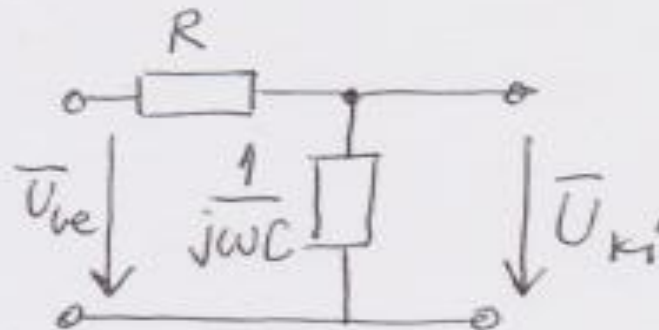
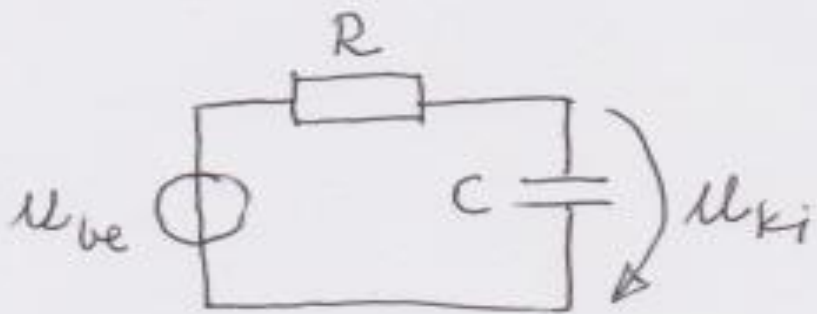
Határozza meg a rendszer átviteli karakterisztikáját!

Rajzolja fel az amplitúdó és fázis karakterisztikát

Határozza meg az átviteli tényezőt ha $\omega=1$ rad./sec.

3. Példa

- Határozza meg az áramkör átviteli karakterisztikáját az áramköri elemek átviteli karakterisztikája alapján:



$$\bar{H} = \frac{\bar{U}_{ki}}{\bar{U}_{be}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{j\omega CR + 1}$$

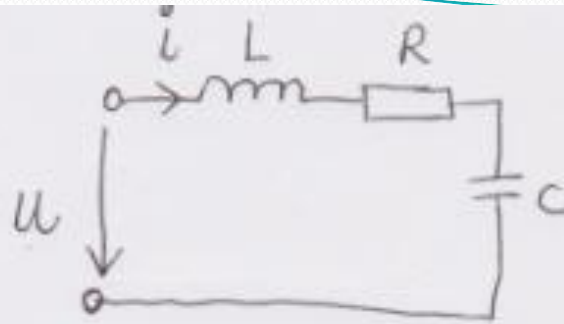
$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}$$

$$\varphi = -\arctan(\omega CR)$$

4.

Példa

- Határozza meg az áramkör átviteli karakterisztikáját a rendszer egyenlet alapján. (u a gerjesztés, i a válasz)



$$u = u_L + u_R + u_C =$$

$$= L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i + \frac{1}{C} \int i dt$$

$$\frac{du}{dt} = L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i$$

$$L \cdot \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = \frac{du}{dt}$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot i = \frac{1}{L} \frac{du}{dt} \quad (\text{rendszer egyenlet})$$

$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{L} \cdot j\omega}{(j\omega)^2 + \frac{R}{L} j\omega + \frac{1}{LC}} = \frac{\frac{1}{L} j\omega}{\frac{1}{LC} - \omega^2 + \frac{R}{L} j\omega}$$

$$\text{ha } \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$H(j\omega_0) = \frac{1}{R}$$

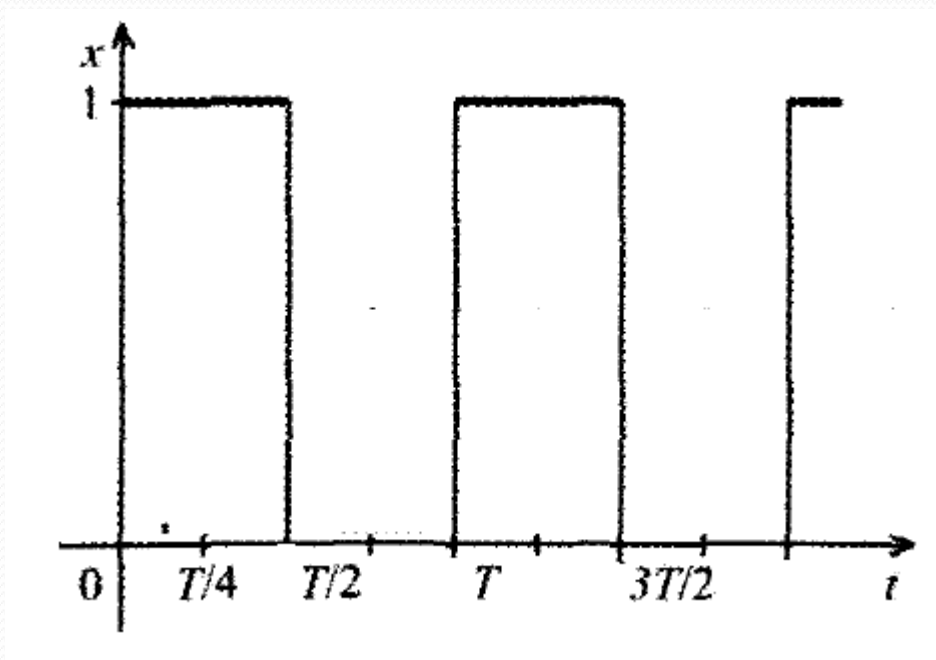
5. Példa

- Határozza meg $x[k]$ Fourier-sorát, ha periódusa $L = 4$; továbbá $x[0] = x[1] = 1$, $x[2] = x[3] = 0$.
- Rajzolja fel a jel amplitúdó spektrumát.
- Tipp:

$$X_P = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} x[k] \cdot e^{-j \cdot p \cdot \Omega \cdot k}$$

6. Példa

- Határozza meg a következő jel Fourier-sorát és rajzolja fel az amplitúdó spektrumát.



$$x(t) = \begin{cases} 1, & t \in (0, T/2] \\ 0, & t \in (T/2, T] \end{cases}$$

Tipp:

$$X_P = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot e^{-j \cdot p \cdot \omega \cdot t} dt$$

7.Példa

- Hogyan adható meg egy rendszer átviteli karakterisztikája az impulzus válassz függvényében?
- Mi a különbség az átviteli együttható és az átviteli karakterisztika között?

8.Példa

- Hogyan adható meg egy rendszer átviteli függvénye az impulzus válasz függvényében?
- Mi a különbség az átviteli függvény és az átviteli karakterisztika között?

9. Példa

- Mi a különbség a Fourier és a Laplace transzformáltak között?

$$\begin{aligned} X(s) &= \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-s \cdot t} dt = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-(\sigma + j\omega) \cdot t} dt = \\ &= \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-\sigma \cdot t} e^{-j\omega \cdot t} dt \end{aligned}$$

$$\text{ha } x(t) \text{ belépő} \Rightarrow X(s) = F\{x(t) \cdot e^{-\sigma \cdot t}\}$$

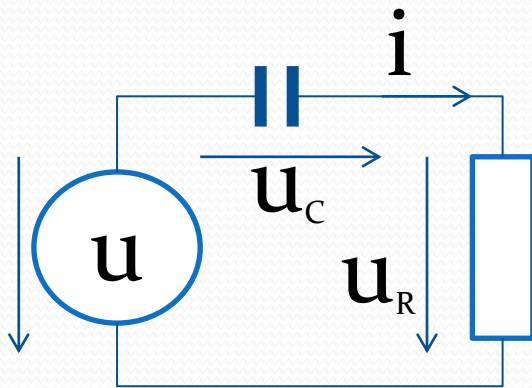
$$\text{ha } \sigma = 0 \Rightarrow X(s) = F\{x(t)\} = X(j\omega)$$

10. Példa

- Legyen $x[k]=1,2,3,4,3,2,1$ egy véges hosszúságú diszkrét idejű jel.
- Határozza meg a jel Z-transzformáltját.

$$X(z) = 1 + 2 \cdot z^{-1} + 3 \cdot z^{-2} + 4 \cdot z^{-3} + 3 \cdot z^{-4} + 2 \cdot z^{-5} + z^{-6}$$

11. Példa

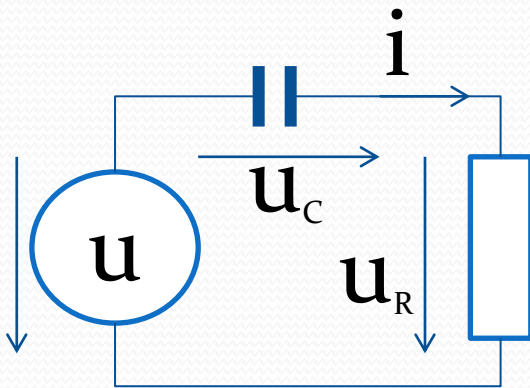


$u = \text{gerjesztés}$

$u_R = \text{válasz}$

Határozza meg a Laplace
transzformálás
felhasználásával a rendszer
átviteli függvényét.
Ennek alapján határozza
meg az átviteli
karakterisztikát és a
rendszer egyenletet.

12. Példa



$u = \text{gerjesztés}$

$u_C = \text{válasz}$

Határozza meg a Laplace transzformálás felhasználásával a rendszer átviteli függvényét. Ennek alapján határozza meg az átviteli karakterisztikát és a rendszeregyenletet.

13. Példa

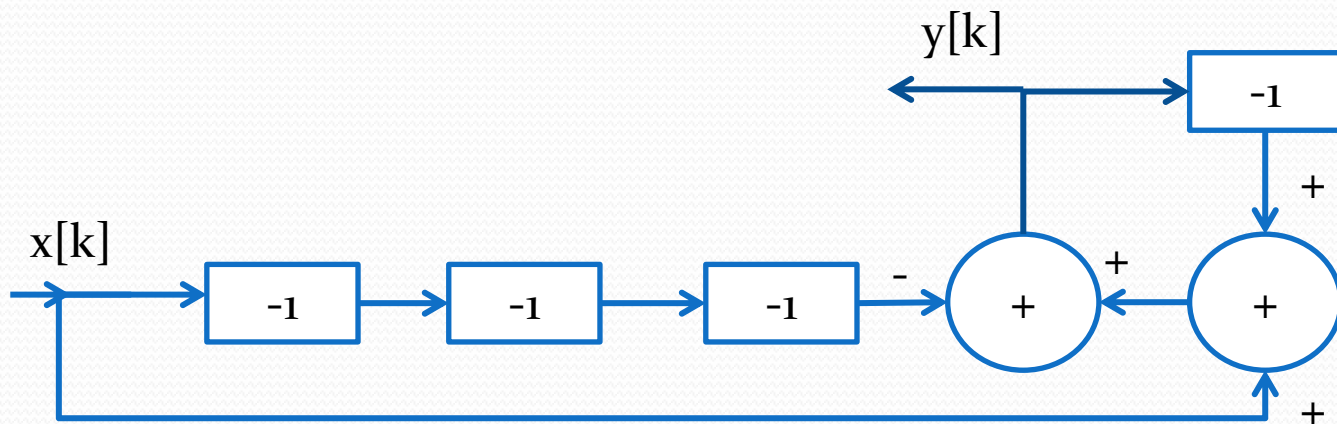
- Határozza meg egy induktivitás átviteli függvényét a gerjesztés-válasz összefüggés ismeretében:

$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

- Ugyanaz a feladat egy kapacitás esetében!

14. Példa

- Határozza meg az ábrán látható rendszer átviteli függvényét.
- Határozza meg a rendszer impulzusválaszát.



15. Példa

- Igazolja a Laplace-transzformáció alkalmazásával, hogy

$$\delta[k - m] * x[k] = x[k - m]$$

$$\begin{aligned} L\{\delta[k - m] * x[k]\} &= L\{\delta[k - m]\} \cdot L\{x[k]\} = \\ &= z^{-m} L\{x[k]\} = L\{x[k - m]\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \delta[k - m] * x[k] = x[k - m] \end{aligned}$$

16. Példa

- Igazolja a Laplace-transzformáció alkalmazásával, hogy

$$\delta(t - \tau) * x(\tau) = x(t - \tau)$$

$$\begin{aligned} L\{\delta(t - \tau) * x(t)\} &= L\{\delta(t - \tau)\} \cdot L\{x(t)\} = \\ &= e^{-s\tau} L\{x(t)\} = L\{x(t - \tau)\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \delta(t - \tau) * x(t) = x(t - \tau) \end{aligned}$$

17. Példa

- Egy diszkrét idejű rendszer átviteli függvénye :

$$H[z] = \frac{z + 1}{(z - 1)^2}$$

- bemenőjele : $x[k] = \varepsilon[k]$
- Adja meg a rendszer kimenőjelét a $k=0,1,2,3$ ütemekre!