

Diszkrét matematika I. zárthelyi

Elméleti kérdések

- A) Mit jelent az, hogy egy függvény injektív? Írjon 1-1 példát injektív, ill. nem injektív függvényre!
- B) Legyen $a, b \in \mathbb{Z}$. Mikor mondjuk azt, hogy a és b relatív prímek? Írja le a maradékos osztás tételét!
- C) Mit jelent az, hogy $a \equiv b \pmod{m}$?
- D) Ha adott egy komplex szám trigonometrikus alakja, hogyan számoljuk ki ennek a számnak az n -edik gyökeit, ahol $n \in \mathbb{N}$?

Feladatok

1. Tekintsük a következő halmazokat: $A = \{n \in \mathbb{N} | n \text{ páratlan}\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, továbbá $C = \{n \in \mathbb{N} | n \geq 3\}$. Mivel egyenlőek az alábbi halmazok?

$$B \setminus C$$

$$(B \cap C) \setminus A$$

$$A \Delta B$$

2. Bizonyítsuk be teljes indukcióval az alábbi állítást!

$$3 | (n^3 + 5n + 6), \forall n \in \mathbb{N}$$

3. Az Euklideszi algoritmus segítségével határozzuk meg -845 és 680 legnagyobb közös osztóját!
4. Megoldható-e a $9x + 5y = 6$ lineáris diofantikus egyenlet? Ha igen, oldjuk meg!
5. Hány osztója van a 126-nak? Mennyi 126-nak az Euler-féle φ -függvény általi értéke?
6. Mivel egyenlőek az alábbi kifejezések?

$$\frac{7 - 2i + 5i^2}{3 + 4i}$$

$$\left[2 \left(\cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4} i \right) \right]^{12}$$

7. Adjuk meg a $z = -5 + 5i$ komplex szám trigonometrikus alakját!

Szorgalmi feladat

Mennyi maradékot ad $54^{55^{56}}$, ha 13-al osztjuk?