

Algoritmusok tervezése és elemzése

2012. 02. 29.

$[T]$ while $X > 0$ do $X := X - Y; Y := 1 - Y$ od $[T]$

A ciklus-invariánsnak gyengébbnek vagy egyenlőnek kell lennie, mint $[T]$. De „T” azonosan igaz, ezért ennél nincs gyengébb formula, tehát a ciklus-invariáns is „T” lesz.

Határozzuk meg a ciklus-számlálót:

X	Y	2X-Y
8	5	11
3	-4	10
7	5	9
2	-4	8
6	5	7
1	-4	6
5	5	5
0	4	4

$[T]$
 while $X > 0$ do
 $[T \wedge X > 0 \wedge 2X - Y = n]$
 $[T \wedge 2(X - Y) - 1 + Y < n]$
 $X := X - Y;$
 $[T \wedge 2X - 1 + Y < n]$
 $Y := 1 - Y$
 $[T \wedge 2X - Y < n]$
 od
 $[T \wedge X \leq n]$

Valójában ez nem egy tökéletes ciklus-számláló, mert láthatjuk, hogy Y lehet kellően nagy ahhoz, hogy a $2X - Y$ kifejezés egy negatív számot adjon eredményül.

A tökéletes ciklus-invariáns:
 $2X - Y + |Y| + |1 - Y|$ lenne.

„ $T \wedge X > 0 \exists 2X - Y > 0$ ”

$[T]$

Mi most a $2X - Y$ formulát használjuk.

Dupla-ciklusos feladat gyakorlása:

$[n \geq 0]$ $X := 0; Y := 0;$ while $Y < n$ do $X := X + 2Y + 1; Y := Y + 1$ od;
 $Y := 0;$ while $X > 0$ do $Y := Y + 2X - 1; X := X - 1$ od $[Y = n^4]$

Írjuk fel egy tetszőleges n-re, hogy a két ciklus milyen változóértékeket vesz fel futása során.

n	X	Y	(n-Y)
3	0	0	3
	1	1	2
	4	2	1
	9	3	0

Az első ciklusnál jól látható, hogy $X = Y^2$. Ez jól jöhet nekünk a ciklus-invariáns meghatározásánál.

$U = n - Y$

$P = X = Y^2 \wedge 0 \leq Y \wedge Y \leq n$

Ezt a ciklus-invariánst én sem értem.

n	X	Y
3	9	0
	8	17
	7	32
	6	45
	5	56
	4	65
	3	72
	2	77
	1	80
0		81 = 3 ⁴

$P = Y + X^2 = n^4 \wedge X \geq 0$

$U = X$

A bordóval kiemelt formula-részek a ciklus-feltételből származnak. De hogy miért arról fogalmam sincs még.

Most a „ $P \wedge B \exists U > 0$ ” formula nincs megadva!

Kettes alapú logaritmus:

$[n > 0]$ $X := 1; Y := 0;$ while $n \geq X$ do $X := 2X; Y := Y + 1$ od; $Y := Y + 1$ $[Y = \lceil \log_2 n \rceil]$

n	X	Y
1	1	0
	2	1

$P = 2^Y = X \wedge X \leq 2n \wedge n < X$

$U = n - Y$

Ezt a feladatot a végfeltételből visszafelé haladva oldottuk meg!

Egymásba ágyazott ciklusok:

$[m \geq 0 \wedge n \geq 0]$ $X := m; Z := 0;$ while $X > 0$ do $Y := n;$
while $Y > 0$ do $Z := Z+1; Y := Y-1;$ od; $X := X-1;$ od $[Z = mn]$

m	n	X	Y	Z
3	4	3	?	0
		2	?	4
		1	?	8
		0	?	12

$Z = mn$ (The fuck I'm reading?)

$Z + Xn + Y = mn \wedge X \geq 0 \wedge Y \geq 0$

$U = X$

$P = ???$

ZH feladat példa:

$[T]$ $Y := X; Z := \lambda;$ while $Y \neq \lambda$ do
if $f(Y) = f(t(Y))$ then $Z := Zf(Y)$ else skip fi;

$Y := t(Y)$

$[Zdec(Y) = dec(X) \wedge |Y| < v]$

od $[Z = dec(X)]$

// meg van adva

// $dec(acbbbaa) = cbba$

$[T]$

$[dec(X) = dec(X)]$

$Y := X;$

$[dec(Y) = dec(X)]$

$Z := \lambda;$

$[Zdec(Y) = dec(X)]$

while $Y \neq \lambda$ do

$[Zdec(Y) = dec(X) \wedge Y \neq \lambda \wedge |Y| = v]$

if $f(Y) = f(t(Y))$ then

$[Zdec(Y) = dec(X) \wedge Y \neq \lambda \wedge |Y| = v \wedge f(Y) = f(t(Y))]$

$[Zf(Y)dec(t(Y)) = dec(X) \wedge |t(Y)| < v]$

$Z := Zf(Y);$

$[Zdec(t(Y)) = dec(X) \wedge |t(Y)| < v]$

else

$[Zdec(Y) = dec(X) \wedge Y \neq \lambda \wedge |Y| < v \wedge f(Y) \neq f(t(Y))]$

$[Zdec(t(Y)) = dec(X) \wedge |t(Y)| < v]$

skip

$[Zdec(t(Y)) = dec(X) \wedge |t(Y)| < v]$

fi;

$[Zdec(t(Y)) = dec(X) \wedge |t(Y)| < v]$

$Y := t(Y)$

$[Zdec(Y) = dec(X) \wedge |Y| < v]$

od

$[Zdec(Y) = dec(X) \wedge Y = \lambda]$

$[Z = dec(X)]$

A megadott formuláról tudjuk, hogy az **od** rész előtt áll. És az ott álló formulák alakja:

„ $P \wedge U < N$ ” alakú. **Tehát:**

$P = Zdec(Y) = dec(X)$, illetve $U = |Y|$

// while feletti: P

// while alatti: $P \wedge B \wedge U = N$

// if alatti: $P \wedge B$ (IF formulái)

// else feletti: Q

// else alatti: $P \wedge \neg B$

// egyszerű másolás történt

// fi feletti: Q

// ez lesz a FI Q-ja **(fi alatti rész!)**

// ez az adott $(P \wedge U < N)$

// $P \wedge \neg B$

$P \wedge B \wedge U > 0: Zdec(Y) = dec(X) \wedge Y \neq \lambda \exists |Y| > 0$