

Programozáselmélet 1 kérdések (2007/08/1)

A kérdések minősítése: ((kicsit fontos) A - E (nagyon fontos), 1 - 5 pont)

1. **Transzlációs szemantika (C,2)** A transzlációs szemantika fordítóprogramként definiálja a szemantikát: a fordítóprogram egy olyan nyelvre fordít, amelynek jelentése már ismert.
2. **Attribútumnyelvtan (C,2)** Az attribútumnyelvtan a nyelvet definiáló környezet-független nyelvtan kiegészítése a jelentést hordozó attribútumokkal és az attribútumok között érvényes szemantikai egyenletekkel.
3. **Operációs szemantika (C,2)** Az operációs szemantika a programok végrehajtása során megtehető lépéseket definiálja. Jellegzetes fogalmai: konfiguráció (a végrehajtás állapota), operációs reláció (honnan hova lehet jutni egyetlen végrehajtási lépéssel), kezdő és vég-konfiguráció, végrehajtási sorozat.
4. **Denotációs szemantika (C,2)** A denotációs szemantika matematikai objektumként – programok esetében mint hatásreláció – definiálja a szemantikát.
5. **Axiomatikus szemantika (C,2)** Az axiomatikus szemantika egy magasabb absztrakciós szintet választ. Nem a program közvetlen hatását definiálja, hanem a feladat fogalmát, majd azt, hogy adott program milyen feladatokat old meg.
6. **Bináris relációk kompozíciós szorzata (E,2)** Bináris relációk mint jelátalakítók rendezett elempárjaiban az első (bal oldali) komponensek lesznek a bemenetek, a második (jobb oldali) komponensek a kimenetek. Az egymás utáni átalakításnak megfelelő kompozíciós szorzat:

$$r_1 \diamond r_2 \stackrel{\text{def}}{=} \{ \langle e', e'' \rangle \mid \exists e \in E. \langle e', e \rangle \in r_1 \wedge \langle e, e'' \rangle \in r_2 \}$$

7. **Bináris reláció bal és jobb oldali leszűkítése (C,2)** r bal oldali leszűkítése p -re:

$$p \downarrow r \stackrel{\text{def}}{=} \{ \langle e', e'' \rangle \in r \mid e' \in p \}$$

r jobb oldali leszűkítése p -re:

$$r \uparrow p \stackrel{\text{def}}{=} \{ \langle e', e'' \rangle \in r \mid e'' \in p \}$$

8. **Bináris reláció szerinti kép és inverzkép (C,2)** p r -szerinti képe:

$$p \diamond r \stackrel{\text{def}}{=} \{ e \mid \exists e' \in p. \langle e', e \rangle \in r \},$$

p r -szerinti inverzképe:

$$r \diamond p \stackrel{\text{def}}{=} \{ e \mid \exists e' \in p. \langle e, e' \rangle \in r \}.$$

9. Függvény módosítása egy pontban (C,1) Legyen $f : A \rightarrow B$, és jelölje $f_{a \rightarrow b}$ azt a függvényt, amely csupán abban különbözik f -től, hogy $f_{a \rightarrow b}(a) = b$.
10. Feltételes és (A,2) Itt ω a definiálatlanság szimbóluma:

cand	0	1	ω
0	0	0	0
1	0	1	ω
ω	ω	ω	ω

11. Gyenge egyenlőség (A,1) Itt ω a definiálatlanság szimbóluma:

$\triangleq$	b	ω
a	$a = b$	0
ω	0	0

12. Determinisztikus utasítások absztrakt szintaxisa (E,3)

$$C ::= \mathbf{skip} \mid X := E \mid (C_1 ; C_2) \mid (B \rightarrow C_1 \Diamond C_2) \mid (B * C)$$

Az utasítások neve rendre *üres utasítás*, *(determinisztikus) értékadás*, *kompozíció*, *feltételes utasítás*, *ciklus utasítás*.

13. A programozási modellek alaphalmazai (E,1) Változók ábécéje: **Valt**, változók értékhalmaza: D .
14. Állapotok (változó tartalmak) (E,1) $s : S \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{Valt} \rightarrow D$. Az egyes állapotok változókhoz értékeket, az ún. aktuális értéket rendelő függvények.
15. Konfigurációk (E,2) $\gamma : \Gamma \stackrel{\text{def}}{=} (S \times \mathbf{Uts}) \cup S$. A konfigurációk definiálják a végrehajtás adott pillanatában a változók aktuális értékeit és utasítás formájában a hátralévő tennivalót. Az állapotok (magukban) mint konfigurációk azt kódolják, hogy már nem maradt tennivaló. Ezek az ún. végkonfigurációk.
16. Kifejezések szemantikája (D,2) $I : \mathbf{Kif} \rightarrow (S \rightarrow D)$. Az I interpretációs függvény definiálja tetszőleges E kifejezés esetén azt, hogy a kifejezés a változók s állapot által megadott értékei szerint mi a kifejezés aktuális értéke. Jelölés: $I(E) = \underline{E}$.
17. Logikai kifejezések szemantikája (D,2) $I : \mathbf{Lkif} \rightarrow \mathcal{P}(S)$, ahol $\mathcal{P}(S)$ jelöli az S részhalmazainak a halmazát, S hatványhalmazát. Az I interpretációs függvény definiálja tetszőleges B logikai kifejezés (formula) igazság halmazát. Jelölés: $I(B) = \underline{B}$.
18. Operációs átmeneti reláció (E,2)

$$Op \subseteq \Gamma \times \Gamma$$

Az operációs átmeneti reláció az utasítások végrehajtása során megtehető lépések halmaza. A $(\gamma_1, \gamma_2) \in Op$ helyett a $\gamma_1 \xrightarrow{Op} \gamma_2$ jelölés a használatos.

19. Az üres utasítás végrehajtása (C,1)

$$\langle s, \mathbf{skip} \rangle \xrightarrow{Op} s$$

20. Az értékadó utasítás végrehajtása (C,3)

$$\langle s, X := E \rangle \xrightarrow{Op} s_{X \rightarrow \underline{E}(s)}$$

21. Feltételkiértékelés és belépés a then, ill. else-ágba (C,3)

$$\langle s, (B \rightarrow C_1 \diamond C_2) \rangle \xrightarrow{Op} \begin{cases} \langle s, C_1 \rangle & \text{ha } s \in \underline{B} \\ \langle s, C_2 \rangle & \text{ha } s \notin \underline{B} \end{cases}$$

22. Be-, ill. kilépés a ciklusból (C,4)

$$\langle s, (B * C) \rangle \xrightarrow{Op} \begin{cases} \langle s, (C; (B * C)) \rangle & \text{ha } s \in \underline{B} \\ s & \text{ha } s \notin \underline{B} \end{cases}$$

23. Nem utolsó végrehajtási lépések kompozíciós bővítése (C,3)

$$\langle s', (C'; C) \rangle \xrightarrow{Op} \langle s'', (C''; C) \rangle \quad \text{ha } \langle s', C' \rangle \xrightarrow{Op} \langle s'', C'' \rangle$$

24. Utolsó végrehajtási lépések kompozíciós bővítése (C,3)

$$\langle s', (C'; C) \rangle \xrightarrow{Op} \langle s'', C \rangle \quad \text{ha } \langle s', C' \rangle \xrightarrow{Op} s''$$

25. Utasítások denotációs szemantikája és a definíciós formula (E,3) Utasítások denotációs szemantikája az utasításokhoz rendelt ún. hatásreláció. Ez a reláció áll fenn két állapot között pontosan akkor, ha az elsőből, mint kezdőállapotból, kiindulva az utasítás végrehajtása a másodikban, mint eredményben, végződik. A definícióban szerepelő Op^* az operációs átmeneti reláció reflexív tranzitív lezártja.

$$I : \mathbf{Uts} \rightarrow \mathcal{P}(S \times S) \quad I(C) \stackrel{\text{def}}{=} \underline{C} \stackrel{\text{def}}{=} \{ \langle s', s'' \rangle \mid \langle \langle s', C \rangle, s'' \rangle \in Op^* \}$$

26. A skip utasítás hatásrelációja (C,2)

$$\underline{\mathbf{skip}} = \{ (s, s) \mid s \in S \} = \delta_S$$

27. Az értékadó utasítás hatásrelációja (C,3)

$$\underline{X := E} = \{ (s, s_{X \rightarrow \underline{E}(s)}) \mid s \in S \}$$

28. A kompozíció hatásrelációja (C,2)

$$\underline{(C_1; C_2)} = \underline{C_1} \diamond \underline{C_2}$$

29. A feltételes utasítás hatásrelációja (C,3)

$$\underline{(B \rightarrow C_1 \diamond C_2)} = \underline{B} \sqcup \underline{C_1} \cup (\neg \underline{B}) \sqcup \underline{C_2}$$

($\neg A$ az A halmaz komplementerét jelöli.)

30. A ciklus utasítás hatásrelációja (C,4)

$$\underline{(B * C)} = (\underline{B} \sqcup \underline{C})^* \sqcup (\neg \underline{B})$$

($\underline{B} \sqcup \underline{C}$) egy cikluslépés hatása, ennek reflexív, tranzitív lezártja a cikluslépések tetszőleges hosszú sorozatainak a hatása.

31. Parciális helyesség és definíciós formulája (E,3)

$$\underline{\{p\} C \{q\}} : \mathcal{P}(S) \times \mathbf{Uts} \times \mathcal{P}(S) \rightarrow \{0, 1\} \quad \underline{\{p\} C \{q\}} \stackrel{\text{def}}{=} p \diamond C \subseteq q$$

32. Parciális helyesség átfogalmazása (D,4)

$$p \diamond C \subseteq q \Leftrightarrow \forall s', s'' \left(s' \in p \wedge \langle s', C \rangle \xrightarrow{Op^*} s'' \supset s'' \in q \right),$$

azaz a parciális helyesség fennáll pontosan akkor, hogy ha valahányszor az s' kezdeti állapotra teljesül a p előfeltétel, és a C utasítás végrehajtása eredményesen befejeződött, a végállapotra teljesül a q feltétel.

33. Hoare-formula (E,2) Hoare-formula: $\{P\} C \{Q\}$, ahol P, Q elsőrendű matematikai logikai formulák, C utasítás. A $\{P\} C \{Q\}$ Hoare-formulához rendelt logikai érték: $\underline{\{P\} C \{Q\}}$ (itt $\underline{A}$ az A formula igazsághalmazát jelöli).

34. Skip axióma séma (E,1)

$$\{P\} \text{skip} \{P\}$$

35. Az értékadás axióma sémája (E,2)

$$\{Q_E^X\} X := E \{Q\}$$

36. Kompozíciós szabály (E,2)

$$\frac{\{P\} C_1 \{R\}, \{R\} C_2 \{Q\}}{\{P\} (C_1; C_2) \{Q\}}$$

37. Feltételes szabály (E,3)

$$\frac{\{P \wedge B\} C_1 \{Q\}, \{P \wedge \neg B\} C_2 \{Q\}}{\{P\} (B \rightarrow C_1 \diamond C_2) \{Q\}}$$

38. Parciális ciklus szabály (E,3)

$$\frac{\{P \wedge B\} C \{P\}}{\{P\} (B * C) \{P \wedge \neg B\}}$$

P -t a számláló alapján *ciklusinvariáns*nak nevezik.

39. Következmény szabály (E,2)

$$\frac{P \supset P', \{P'\} C \{Q'\}, Q' \supset Q}{\{P\} C \{Q\}}$$

40. A lépésenkénti indukció alapelve (C,4) Legyenek $p, q, r \subseteq S$ tetszőleges feltételek, $\sigma \subseteq S \times S$ tetszőleges bináris reláció az S halmazon. Ekkor

$$(p \diamond \sigma^*) \cap r \subseteq q \Leftrightarrow \exists i \subseteq S. ((p \subseteq i) \wedge (i \diamond \sigma \subseteq i) \wedge (i \cap r \subseteq q)).$$

Ez a tétel garantálja pl. a ciklusinvariáns létezését. A tétel átfogalmazása: Az, hogy a p bemeneti feltételnek eleget tevő állapotokból kiindulva σ -bel lépéseket teszünk meg mindaddig, amíg r -beli végállapotok valamelyikébe nem jutunk, és ha eljutunk egy ilyenbe, arra teljesül a q utófeltétel, szóval mindez pontosan akkor teljesül, ha létezik olyan i invariáns feltétel, hogy a kezdeti feltételnek megfelelő állapotok kielégítik az invariáns feltételt is, az i feltétel invariáns a σ -beli lépésekkel szemben, és az invariánsnak eleget tevő állapotok közül a végállapotok mindegyikére teljesül q .

41. Tétel a parciális Hoare-elmélet helyességéről (D,2) A parciális helyesség Hoare-féle elmélete helyes: Ha a $\{P\} C \{Q\}$ Hoare-formula levezethető, akkor a formulához rendelt logikai érték igaz.42. Tétel a parciális Hoare-elmélet teljességéről (B,2) A parciális helyesség Hoare-féle elmélete szemantikailag teljes: Ha a $\{P\} C \{Q\}$ Hoare-formulához rendelt logikai érték igaz, akkor léteznek a formula levezetéséhez szükséges feltételek.

43. Determinisztikus utasítások totális helyessége (E,3)

$$[p] C [q] : \mathbf{Felt} \times \mathbf{Uts} \times \mathbf{Felt} \rightarrow \{0, 1\} \quad [p] C [q] \stackrel{\text{def}}{=} p \subseteq C \diamond q$$

44. A determinisztikus utasítások totális helyességének átfogalmazása (D,5)

$$p \subseteq C \diamond q \Leftrightarrow \forall s' \left(s' \in p \supset \exists s'' \left(\langle s', C \rangle \xrightarrow{Op^*} s'' \wedge \forall s''' \left(\langle s', C \rangle \xrightarrow{Op^*} s''' \supset s''' \in q \right) \right) \right),$$

azaz a totális helyesség fennáll pontosan akkor, hogy ha valahányszor az s' kezdeti állapotra teljesül a p előfeltétel, akkor a C utasítás végrehajtása eredményesen fejeződik be, és a végállapotra teljesül a q feltétel.

45. **Hoare-formula (E,2)** Hoare-formula: $[P] C [Q]$, ahol P, Q elsőrendű matematikai logikai formulák, C utasítás. A $[P] C [Q]$ Hoare-formulához rendelt logikai érték: $\underline{[P] C [Q]}$

46. **Elégséges feltétel a cikluslépések számának felülről korlátozhatóságához (C,2)** Annak elegendő feltétele, hogy az egész értékű U függvény felső korlátja legyen a hátralévő cikluslépések számának a következő:

- Ha a ciklusba be lehet lépni, akkor az $U > 0$,
- Egy-egy cikluslépés megtétele után az U értéke (legalább 1-gyel) csökkenjen.

47. **Totális ciklus szabály (E,4)** A totális Hoare-kalkulus csak a ciklusszabályban tér el a parciálistól:

$$\frac{[P \wedge B \wedge U = N] C [P \wedge U < N], \quad P \wedge B \supset U > 0}{[P] (B * C) [P \wedge \neg B]}$$

ahol U egész értékű függvény, N egész típusú változó, amely nem paramétere P -nek, B -nek, U -nak és C -nek. P neve ciklusinvariáns, U neve ciklusszámláló.

48. **Tétel a totális Hoare-elmélet helyességéről (D,2)** A totális helyesség Hoare-féle elmélete helyes: Ha a $[P] C [Q]$ Hoare-formula levezethető, akkor a formulához rendelt logikai érték igaz.

49. **Tétel a totális Hoare-elmélet teljességéről (B,2)** A totális helyesség Hoare-féle elmélete szemantikailag teljes: Ha a $[P] C [Q]$ Hoare-formulához rendelt logikai érték igaz, akkor léteznek a formula levezetéséhez szükséges feltételek, számlálók.

50. **Determinisztikus utasítások leggyengébb előfeltétele (D,2)**

$$\text{wp} : \mathbf{Uts} \times \mathbf{Felt} \rightarrow \mathbf{Felt} \quad \text{wp}(C, q) \stackrel{\text{def}}{=} \underline{C} \diamond q$$

A determinisztikus utasítások totális helyesség definíciójából közvetlenül adódik, hogy $\underline{C} \diamond q$ a leggyengébb előfeltétel (*Weakest Precondition*), amely mellett a totális helyesség még fennáll.

51. **Kapcsolat a Hoare-formula és wp között (D,2)**

$$[P] C [Q] \Leftrightarrow P \supset \text{wp}(C, Q).$$

52. **A csoda kizárásának elve (C,1)**

$$\text{wp}(C, \perp) = \perp$$

53. **A wp konjunktivitása (C,2)**

$$\text{wp}(C, Q_1 \wedge Q_2) = \text{wp}(C, Q_1) \wedge \text{wp}(C, Q_2)$$

54. A determinisztikus wp diszjunktivitása (C,2)

$$\text{wp}(C, Q_1 \vee Q_2) = \text{wp}(C, Q_1) \vee \text{wp}(C, Q_2)$$

55. A wp monotonitása (C,2)

$$\text{Ha } Q_1 \supset Q_2, \text{ akkor } \text{wp}(C, Q_1) \supset \text{wp}(C, Q_2)$$

56. A skip utasítás leggyengébb előfeltétele (D,1)

$$\text{wp}(\text{skip}, Q) = Q$$

57. Az értékadó utasítás leggyengébb előfeltétele (D,2)

$$\text{wp}(X := E, Q) = Q_E^X$$

58. A kompozíció leggyengébb előfeltétele (D,2)

$$\text{wp}((C_1; C_2), Q) = \text{wp}(C_1, \text{wp}(C_2, Q))$$

59. A feltételes utasítás leggyengébb előfeltétele (D,2)

$$\text{wp}((B \rightarrow C_1 \diamond C_2), Q) = (B \wedge \text{wp}(C_1, Q)) \vee (\neg B \wedge \text{wp}(C_2, Q))$$

60. A determinisztikus iteráció leggyengébb előfeltétele (D,3)

$$\begin{aligned} \text{wp}((B * C), Q) &= \exists i \geq 0. P_i, \\ \text{ahol } P_0 &= \neg B \wedge Q, \quad \text{és} \quad P_{i+1} = B \wedge \text{wp}(C, P_i), \quad \text{ha } i \geq 0. \end{aligned}$$

61. Tétel a feltételes utasítás leggyengébb előfeltételéről (C,3) Ha $P \wedge B \supset \text{wp}(C_1, Q)$ és $P \wedge \neg B \supset \text{wp}(C_2, Q)$, akkor $P \supset \text{wp}((B \rightarrow C_1 \diamond C_2), Q)$.

62. A wdec függvény (C,4) A $\text{wdec}(C, U)$ annak leggyengébb előfeltétele, amely mellett a C utasítás eredményesen befejeződik, és az U egész értékű kifejezés értéke csökken. wdec kiszámításához nincs közvetlen kalkulus. Legyen N egy olyan változó, amely nem paramétere sem C -nek, sem U -nak, és legyen N_0 az a kifejezés, amely az N -től különböző változók értékeitől függően megadja $\text{wp}(C, U < N)$ legkisebb, N -re vonatkozó megoldását. Ekkor $\text{wdec}(C, U) = N_0 \leq U$.

63. Tétel a ciklus utasítás leggyengébb előfeltételéről (C,4) Ha $P \wedge B \supset \text{wp}(C, P) \wedge \text{wdec}(C, U) \wedge U > 0$, akkor $P \supset \text{wp}((B * C), P \wedge \neg B)$.

64. Rekurzív utasítások szintaxisa (E,1)

$$C ::= \dots \mid \mathbf{call}$$

Az új utasítás az eljáráshívás.

65. Eljáráshívás operációs szemantikája (C,1)

$$\langle s, \mathbf{call} \rangle \xrightarrow{Op} \langle s, C_0 \rangle,$$

ahol C_0 tetszőleges, de rögzített (rekurzív) utasítás, az ún. (egyetlen, paraméter nélküli) eljárás.

66. Relatív hatásreláció (C,3) Eljáráshívást is tartalmazó utasítás hatásrelációja az eljárás hatásának ismerete nélkül nem határozható meg, az függ az eljárás hatásától. A C utasítás ún. relatív hatásrelációja egy $\underline{C} : \mathcal{P}(S^2) \rightarrow \mathcal{P}(S^2)$ függvény, ahol az argumentum az eljárás feltételezett hatásrelációja.

67. Eljáráshívás és pl. a kompozíció relatív szemantikája (C,3)

$$\underline{\mathbf{call}}(r) \stackrel{\text{def}}{=} r, \quad (\underline{C_1}; \underline{C_2})(r) \stackrel{\text{def}}{=} \underline{C_1}(r) \diamond \underline{C_2}(r)$$

68. Folytonos funkcionálok (C,3) A tetszőleges E halmaz feletti relációk $R = \mathcal{P}(E^2)$ halmazának önmagára való leképezéseit funkcionáloknak nevezzük. A tartalmazásra mint féligrendezésre nézve monoton és szuprémumtartó funkcionálokat folytonos funkcionáloknak nevezzük.

69. Tétel az utasítások relatív szemantikájáról (D,1) Bármely utasítás relatív szemantikája folytonos.

70. Kleene első rekurziós tétele (C,2) Folytonos T funkcionálnak van pontosan egy legkisebb fixpontja, ez:

$$\text{lfp}(T) = \sup_n \{T^n(\emptyset)\}$$

71. Tétel az eljárás hívás hatásáról (C,3)

$$\underline{\mathbf{call}} = \text{lfp}(\lambda r. \underline{C_0}(r)) = \sup_n \{\underline{C_0}^n(\emptyset)\},$$

ahol C_0 az eljárás.

Megjegyzés: $\underline{C_0}^n(\emptyset)$ a hatása az eljárás hívásnak akkor, ha az eljárás hívások mélységét n -ben korlátozzuk, azaz n -nél mélyebb eljárás hívási kísérlet esetén a végrehajtás tartson a végtelenségig, a program tagadja meg az eredményt.

72. Rekurziós szabály (D,3)

$$\frac{\{P\} \mathbf{call} \{Q\} \vdash \{P\} C_0 \{Q\}}{\{P\} \mathbf{call} \{Q\}},$$

ahol C_0 az eljárás.

73. Inaktív változó (C,4) Az X változót a C utasítás inaktív változójának nevezzük, ha bármelyik interpretációban igaz az, hogy

- C nem változtatja meg X tartalmát, azaz ha $(s', s'') \in \underline{C}$ akkor $s'(X) = s''(X)$, másrészt
- X nincs hatással C -re, azaz ha $(s', s'') \in \underline{C}$, akkor bármilyen $d \in D$ esetén $(s'_{X \rightarrow d}, s''_{X \rightarrow d}) \in \underline{C}$.

Ha $X \notin Fv(C, C_0)$ (C_0 az eljárás), akkor X a C inaktív változója.

74. Adaptációs szabály (C,5)

$$\frac{\{P'\} C \{Q'\}}{\{\forall \bar{Z}(\forall \bar{Y}(P' \supset Q'_{\bar{Z}}^{\bar{X}}) \supset Q_{\bar{Z}}^{\bar{X}})\} C \{Q\}} ,$$

ahol $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ csupa különböző változókból álló vektorok, $\bar{X}$ és $\bar{Z}$ azonos méretűek és a vektorkomponensekből képzett halmazokra igazak a következők: $\{\bar{X}\} \supseteq Fv(C, C_0)$, és $\{\bar{Y}\} = Fv(P' \wedge Q') - \{\bar{X}\}$. A szabályban szereplő $Q'_{\bar{Z}}^{\bar{X}}$ és $Q_{\bar{Z}}^{\bar{X}}$ kifejezések a Q' és Q formulákat jelölik azzal a módosítással, hogy a szabad előfordulású $\{\bar{X}\}$ -beli változókat rendre $\{\bar{X}\}$ -beliekkel helyettesítjük. A formulákban $\bar{Z}$ segítségével teszünk különbséget az aktív változók ($\bar{X}$) végrehajtás előtti és utáni tartalmi között.

75. Nemdeterminisztikus utasítások absztrakt szintaxisa (E,3)

$$C ::= X := ? \mid (B_1 \rightarrow C_1 \parallel B_2 \rightarrow C_2) \mid (B_1 * C_1 \parallel B_2 * C_2)$$

Az utasítások neve rendre *nem determinisztikus értékadás*, *alternatív konstrukció*, *repetitív konstrukció*. Az utasításokban szereplő feltételeket *őrfeltételeknek* nevezzük. Az utóbbi két utasítás definíciója és elnevezése Dijkstra-tól származik. (Ő 2 helyett tetszőleges n komponenst használ.)

76. A nemdeterminisztikus értékadás végrehajtása (B,2)

$$\langle s, X := ? \rangle \xrightarrow{Op} s_{X \rightarrow d} \quad \forall d \in D$$

77. Az őrfeltételek kiértékelése és belépés az alternatív konstrukció egyik ágába (B,3)

$$\langle s, (B_1 \rightarrow C_1 \parallel B_2 \rightarrow C_2) \rangle \xrightarrow{Op} \begin{cases} \langle s, C_1 \rangle & \text{ha } s \in \underline{B_1} \\ \langle s, C_2 \rangle & \text{ha } s \in \underline{B_2} \end{cases}$$

Ha $s \notin \underline{B_1}$ és $s \notin \underline{B_2}$, akkor a program *abortál*.

78. Az őrfeltételek kiértékelése és be-, ill. kilépés a repetitív konstrukcióból (B,4)

$$\langle s, (B_1 * C_1 \parallel B_2 * C_2) \rangle \xrightarrow{Op} \begin{cases} \langle s, (C_1 ; (B_1 * C_1 \parallel B_2 * C_2)) \rangle & \text{ha } s \in \underline{B_1} \\ \langle s, (C_2 ; (B_1 * C_1 \parallel B_2 * C_2)) \rangle & \text{ha } s \in \underline{B_2} \\ s & \text{ha } s \notin \underline{B_1} \cup \underline{B_2} \end{cases}$$

79. **Véges nemdeterminizmus fogalma (D,2)** Véges egy utasítás nemdeterminizmus, ha az utasítás végrehajtása során a konfigurációkból csak véges sok konfigurációba lehet lépni. Ha a D adathalmaz nem véges, akkor a nemdeterminisztikus értékadást is tartalmazó utasítások nemdeterminizmusa sem véges.

80. **A nemdeterminisztikus értékadás hatásrelációja (A,2)**

$$\underline{X} := ? = \{ (s, s_{X \rightarrow d}) \mid s \in S, d \in D \}$$

81. **Az alternatív konstrukció hatásrelációja (A,2)**

$$\underline{(B_1 \rightarrow C_1 \parallel B_2 \rightarrow C_2)} = \underline{B_1} \mid \underline{C_1} \cup \underline{B_2} \mid \underline{C_2}$$

82. **A repetitív konstrukció hatásrelációja (A,3)**

$$\underline{(B_1 * C_1 \parallel B_2 * C_2)} = ((\underline{B_1} \mid \underline{C_1}) \cup (\underline{B_2} \mid \underline{C_2}))^* \mid (\neg(\underline{B_1} \cup \underline{B_2}))$$

83. **A nemdeterminisztikus értékadás axióma sémája (D,2)**

$$\{P\} X := ? \{ \exists X P \}$$

(Utófeltétel: Volt olyan X , amelyre P teljesült.)

84. **Az alternatív konstrukció parciális szabálya (D,3)**

$$\frac{\{P \wedge B_1\} C_1 \{Q\}, \{P \wedge B_2\} C_2 \{Q\}}{\{P\} (B_1 \rightarrow C_1 \parallel B_2 \rightarrow C_2) \{Q\}}$$

85. **A repetitív konstrukció parciális szabálya (D,4)**

$$\frac{\{P \wedge B_1\} C_1 \{P\}, \{P \wedge B_2\} C_2 \{P\}}{\{P\} (B_1 * C_1 \parallel B_2 * C_2) \{P \wedge \neg B_1 \wedge \neg B_2\}}$$

86. **Végrehajtási sorozat (D,4)** Egy adott C utasítás végrehajtási sorozatának nevezzük konfigurációknak egy olyan sorozatát, amelynek - első eleme $\langle s, C \rangle$ (s a végrehajtás kezdőállapota), - szomszédos elemei Op relációban vannak, azaz a mindenkor következő konfigurációba egy operációs lépés megtételével jutunk, és - ha a sorozat véges, akkor az tovább már nem folytatható, azaz nincs innen megtehető operációs lépés.

87. **Terminálás (eredményes végrehajtás) (E,1)** A végrehajtás terminál, ha a végrehajtási sorozat véges, és utolsó eleme állapot (az eredményes végrehajtás végállapota).

88. **Holtpont (E,1)** A végrehajtás holtpontra jut, ha a végrehajtási sorozat véges, de az utolsó eleme nem állapot (nem végkonfiguráció).

89. Végesen korlátozható terminálás (E,2) Végesen korlátozható a terminálás C -ben, ha bármilyen s állapot esetén az, hogy az ilyen kezdőállapotú végrehajtások mind terminálnak, maga után vonja azt, hogy ezeknek a végrehajtási sorozatoknak a hossza korlátos.
90. Kapcsolat a véges nemdeterminizmus és a végesen korlátozható terminálás között (D,1) A véges nemdeterminizmusú utasításokban végesen korlátozható a terminálás.
91. Nemdeterminisztikus programok totális helyessége (D,4) Legyen ω a definiálatlan-ság szimbóluma, és terjesszük ki az $\underline{C}$ hatásrelációt az $S \cup \{\omega\}$ halmazra a következő módon:

$$\underline{C}^+ \stackrel{\text{def}}{=} \underline{C} \cup \{(\omega, \omega)\} \cup \{(s, \omega) \mid \text{van } s \text{ kezdőállapotú, nem termináló végrehajtása } C\text{-nek}\}$$

Ekkor a $\underline{[p]C[q]}: \mathcal{P}(S) \times \mathbf{Uts} \times \mathcal{P}(S) \rightarrow \{0, 1\}$ függvény a következő:

$$\underline{[p]C[q]} \stackrel{\text{def}}{=} p \diamond \underline{C}^+ \subseteq q$$

92. Az alternatív konstrukció totális szabálya (A,3)

$$\frac{[P \wedge B_1] C_1 [Q], [P \wedge B_2] C_2 [Q]}{[P \wedge (B_1 \vee B_2)] (B_1 \rightarrow C_1 \parallel B_2 \rightarrow C_2) [Q]}$$

93. A repetitív konstrukció totális szabálya (A,5)

$$\frac{[P \wedge B_1 \wedge U = N] C_1 [P \wedge U < N], [P \wedge B_2 \wedge U = N] C_2 [P \wedge U < N], \quad P \wedge (B_1 \vee B_2) \supset U > 0}{[P] (B_1 * C_1 \parallel B_2 * C_2) [P \wedge \neg B_1 \wedge \neg B_2]}$$

ahol U rendszám értékű függvény, N rendszám típusú változó, amely nem paramétere P -nek, B -nek, U -nak és C -nek. P neve ciklusinvariáns, U neve ciklusszámláló. A végesen korlátozható terminálású ciklus utasítások esetén rendszámok helyett egész értékű ciklusszámláló is választható.

94. λ -kifejezések absztrakt szintaxisa (E,2)

$$M ::= X \mid (M_1 M_2) \mid (\lambda X M)$$

ahol $X \in V$ tetszőleges változót, $M, M_1, M_2 \in \Lambda$ tetszőleges λ -kifejezést jelölnek. A λ jel egy kvantor. A két művelet neve függvényalkalmazás (applikáció) és függvényalkotás (absztrakció).

95. Műveleti elsőbbség, jelölési konvenciók a λ -kifejezésekben (C,2) Az applikáció balasszociatív és erősebb művelet, mint az absztrakció. Kvantoros előtagok összevonása: $\lambda X_1 \lambda X_2 \dots \lambda X_n M = \lambda X_1 X_2 \dots X_n . M$

96. λ -kifejezések szabad változói (B,3) $Fv : \Lambda \rightarrow \mathcal{P}(\mathbf{Valt})$. Definíciója:

$$Fv(X) = \{X\},$$

$$Fv((M_1 M_2)) = Fv(M_1) \cup Fv(M_2), \quad Fv((\lambda X M)) = Fv(M) \setminus \{X\}$$

97. λ -kifejezések kötött változói (B,3) $Bv : \Lambda \rightarrow \mathcal{P}(\mathbf{Valt})$. Definíciója:

$$Bv(X) = \emptyset, \quad Bv((M_1 M_2)) = Bv(M_1) \cup Bv(M_2),$$

$$Bv((\lambda X M)) = Bv(M) \cup \{X\}$$

98. **Kombinátor (D,1)** Azt a λ -kifejezést, amelynek nincs paramétere ($Fv(M) = \emptyset$), zárt *lambda*-kifejezésnek vagy kombinátornak nevezzük.

99. Szabad változóelőfordulások helyettesítése λ -kifejezéssel (C,5)

$$Y_N^X = \begin{cases} N & \text{ha } X = Y \\ Y & \text{ha } X \neq Y \end{cases}$$

$$(M_1 M_2)_N^X = (M_1_N^X M_2_N^X)$$

$$(\lambda Y M)_N^X = \begin{cases} (\lambda Y M) & \text{ha } X = Y \vee X \notin Fv(M) \\ (\lambda Y (M_N^X)) & \text{ha } X \neq Y \wedge X \in Fv(M) \wedge Y \notin Fv(N) \\ \text{nem definiált} & \text{ha } X \neq Y \wedge X \in Fv(M) \wedge Y \in Fv(N) \end{cases}$$

Az applikáció és absztrakció műveletek természetes kiterjesztésű parciális függvények: ha az argumentum valamelyike nem definiált, akkor az érték sem az.

100. **Kompatibilitási reláció Λ -n (C,2)** Egy, Λ -n értelmezett r bináris reláció *kompatibilitási reláció*, ha $M r N$ tetszőleges L és X esetén maga után vonja az $ML r NL$, $LM r LN$, $\lambda X.M r \lambda X.N$ teljesülését.

101. **Redukció reláció Λ -n (C,1)** Egy, Λ -n értelmezett bináris reláció *redukció reláció*, ha reflexív, tranzitív és kompatibilitási reláció.

102. **Kongruencia reláció Λ -n (C,1)** Egy, Λ -n értelmezett bináris reláció *kongruencia reláció*, ha ekvivalencia (reflexív, szimmetrikus, tranzitív) és kompatibilitási reláció.

103. **Változók szabályos átjelölése (α -helyettesítés) mint reláció (E,2)**

$$\lambda X.M \rightarrow_\alpha \lambda Y.(M_Y^X), \quad \text{ahol } Y \notin Fv(M) \cup Bv(M)$$

104. **Az argumentum behelyettesítése a függvénybe (β -helyettesítés) mint reláció (E,3)**

$$(\lambda X.M)N \rightarrow_\beta M_N^X, \quad \text{ahol } Bv(M) \cap Fv(N) = \emptyset$$

105. **α -kongruencia (D,2)** Az α -helyettesítés kongruencia lezártját *α -kongruenciának* nevezzük (jele: $=_\alpha$).

106. **Egylépéses β -redukció (D,2)** A β -helyettesítés kompatibilis lezártját *egylépéses β -redukciónak* nevezzük (jele $\Rightarrow_\beta$).
107. **β -redukció (D,1)** Az α -kongruencia és az egy lépéses β -redukció uniójának ($=_\alpha \cup \Rightarrow_\beta$) redukciós lezártját *β -redukciónak* nevezzük (jele $\Rightarrow_\beta^*$).
108. **β -konvertálhatóság (E,2)** A β -redukció ekvivalencia lezártját *β -konvertálhatósági relációnak* nevezzük (jele $=_\beta$).
109. **β -redex (E,1)** A λ -kifejezések $(\lambda X.M)N$ alakú részkifejezéseit *β -redukálható kifejezésnek* vagy röviden *β -redexnek* (*reducible expression*) nevezzük.
110. **β -normál forma (E,2)** Ha egy kifejezés nem tartalmaz β -redexet akkor az *β -normál formájú*. Ha $M =_\beta N$, és N β -normál formájú, akkor N az M β -normál formája.
111. **A β -normál forma létezése (E,1)** A β -normál forma nem biztos, hogy létezik. Például az $\Omega = (\lambda x.xx)(\lambda x.xx)$ λ -kifejezésnek nincs β -normál formája.
112. **A β -normál forma egyértelműsége (E,1)** Minden λ -kifejezésnek α -kongruenciától eltekintve legfeljebb egy β -normál formája van.
113. **A λ -kalkulus formulái (E,1)** A λ -kalkulus az $M = N$ szintaxisú (igaz logikai értékű) formulák levezetésére szolgál. Az $M = N$ -hez rendelt logikai érték: $M =_\beta N$.
114. **Az α -helyettesítés axióma sémája (E,2)**

$$\lambda X.M = \lambda Y.(M_Y^X), \quad \text{ahol } Y \notin Fv(M) \cup Bv(M)$$

115. **A β -helyettesítés axióma sémája (E,3)**

$$(\lambda X.M)N = M_N^X, \quad \text{ahol } Bv(M) \cap Fv(N) = \emptyset$$

116. **Logikai axiómák és levezetési szabályok a λ -kalkulusban (C,3)**

$$\begin{array}{ccc} M = M & \frac{M = N}{N = M} & \frac{M = L, \quad L = N}{M = N} \\ \\ \frac{M = N}{ML = NL} & \frac{M = N}{LM = LN} & \frac{M = N}{\lambda X.M = \lambda X.N} \end{array}$$

117. **A λ -kalkulus helyessége (D,2)** Ha a λ -kalkulusban $M = N$ levezethető, akkor ezt a $\lambda \vdash M = N$ jelöli. A λ -kalkulus helyes, azaz ha $\lambda \vdash M = N$, akkor $M =_\beta N$.
118. **A lusta kiértékelési stratégia (E,2)** A redexben szereplő kvantorjelet a redex *főszimbólumának* nevezzük. Redexek egymáshoz viszonyított helyét a főszimbólumuk helye határozza meg. A *Lusta kiértékelési stratégia* szerint minden lépésben a legelső redexet redukáljuk. Ha egy kifejezésnek van normál formája, akkor a lusta kiértékeléssel eljutunk hozzá.

119. A mohó kiértékelési stratégia (D,2) a *Mohó kiértékelési stratégia* szerint minden lépésben a legelső legbelső (redexet már nem tartalmazó) redexet redukáljuk. A mohó kiértékelési stratégia nem garantálja a normál formához való jutást.

120. Church-számok (B,2)

$$0 \Rightarrow \lambda f x.x, \quad 1 \Rightarrow \lambda f x.fx, \quad 2 \Rightarrow \lambda f x.f(fx), \quad 3 \Rightarrow \lambda f x.f(f(fx)), \quad \dots$$

121. Logikai értékek (B,1)

$$\mathbf{true} \Rightarrow \lambda xy.x, \quad \mathbf{false} \Rightarrow \lambda xy.y$$

122. A Turing-féle fixpont kombinátor (B,3) Az M λ -kifejezésnek N a *fixpontja*, ha $MN =_{\beta} N$. Az M λ -kifejezést *fixpont kombinátornak* nevezzük, ha minden N λ -kifejezés esetén MN az M egyik fixpontjává β -konvertálható. Turing fixpont kombinátora AA alakú. A -ra teljesülni kell a következőnek: $N(AAN) = AAN$. Innen (mint az egyik lehetséges megoldás) $A = \lambda xy.y(xy)$.