

Kalkulus 1 – 1. szemináriumi dolgozat (minta)

Dátum: 2015. október 27 – november 5.

Összpontszám: 30, idő: 90 perc. A válaszok levezetéssel együtt értékelhetők.

FELADATOK

1. Oldja meg az alábbi egyenlőtlenségeket (a valós számok halmazán):

$$2|x + 3| - 10 > 0 \quad \text{és} \quad x^2 + 6x > 16$$

(3+3=6 pont)

2. Tekintsük az

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} - 2}$$

képlettel definiált f függvényt!

(a) Határozza meg f értelmezési tartományát (azaz adja meg a valós számoknak azt a legbővebb D_f részhalmazát, amelyre a fenti $f(x)$ minden $x \in D_f$ esetén értelmezett)!

(b) Meghatározandó $f(0)$, $f(8)$ és $f(35)$.

(c) A $\{-1, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}, 1\}$ halmaz mely elemeit tartalmazza az f függvény R_f értékkészlete? (3+1+3=7 pont)

3. Teljes indukcióval igazolja, hogy minden n pozitív egész számra

$$3 + 7 + \dots + (4n - 1) = 2n^2 + n,$$

teljesül!

(4 pont)

4. Meghatározandó az (a_n) , (b_n) , (c_n) , (d_n) , (x_n) és (y_n) sorozatok határértéke, ahol

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{n+17}{n+1}, & b_n &= \frac{8n-n^2}{2n^2+1}, \\ c_n &= \frac{\sqrt{n^2+9}-n}{3^{n+1}-2^{2n}}, & d_n &= \frac{\sqrt{n^2+n}-n}{9^{n+1}}, \\ x_n &= \frac{1}{2^{2n+1} + (-3)^{n+4}}, & y_n &= \frac{1}{3 \cdot n!}. \end{aligned}$$

(2+2+2+3+2+2=13 pont)