

Kalkulus 1 – 2. szemináriumi dolgozat (minta)

Dátum: 2015. december 7–17.

Összpontszám: 30, idő: 90 perc. A válaszok levezetéssel együtt értékelhetők.

FELADATOK

1. Meghatározandó $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n+1} + (-2)^n}{5^n}$. (3 pont)

2. Konvergens-e a $\sum \frac{n^2(-3)^n}{2^{2n+1}}$ sor? (2 pont)

3. Legyen

$$\phi(x) = (x^5 - 2x^3) \cdot 3^{2x}, \quad g(x) = \sqrt{x^4 + 4} \quad \text{és} \quad h(x) = \log_2 \frac{x^2 + 2}{x^2 + 4}.$$

Meghatározandó $\phi'(x)$, $g'(x)$ és $h'(x)$ ($x \in \mathbb{R}$). (2+3+3=8 pont)

4. Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az

$$f(x) = x^3 e^{-x} \quad (x \in \mathbb{R})$$

függvényre vonatkozóan! az f függvény vizsgálata a következő lépésekből áll:

(a) Meghatározandó $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ és $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(b) Számítsuk ki $f'(x)$ és $f''(x)$ képletét!

(c) Az f' és f'' , függvények zérushelyei által kijelölt részintervallumokon vizsgáljuk, hogy f növekvő vagy csökkenő, konvex vagy konkáv! Határozzuk meg f lokális szélsőérték-helyeit és inflexiós pontjait!

(d) Vázlatosan ábrázoljuk az f függvényt!

(e) Határozzuk meg az f függvény R_f érték-készletét!

→ (3+2+4+2+1=12 pont)

5. Meghatározandó

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} \quad \text{és} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \sin x}{\ln(1 + x^2)}.$$

(2+3=5 pont)