

3. BEADANDÓ PROGRAM HATVÁNYMÓDSZER

Az $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mátrix sajátértékeit, sajátvektorait keressük hatványmódszerrel.

Az iterációt egy adott y_0 kezdővektorból indítjuk és az A mátrixra alkalmazzuk. A sajátértéket Rayleigh-hányadossal közelítjük, és az iterációt addig folytatjuk, míg a sajátérték két egymás utáni közelítésének eltérése abszolút értékben egy adott korlát alá nem kerül:

$$|\lambda^{(k)} - \lambda^{(k-1)}| \leq \varepsilon(1 + |\lambda^{(0)}|),$$

(ahol ε adott), vagy el nem érjük a maximális iterációs számot (maxit). Ha a leállási feltétel teljesül, akkor még ellenőrizni kell, hogy az iteráció sikeres volt-e, valóban saját pár közelítését adta-e. A „sikerteszt”:

$$\|Ay^{(k)} - \lambda^{(k)}y^{(k)}\|_2^2 \leq \varepsilon,$$

ahol $y^{(k)}$ normált vektor.

Input. A beolvasás a standard inputról történik. Az input első sora a megoldandó feladatok száma (N), ezt N darab blokk követi. Egy blokk szerkezete: az első érték az A mátrix mérete (n , ahol $n \leq 1000$), ezután következnek a mátrix elemei ($n \times n$ darab szám), azután 2 további sor, az elsőben a a maxit maximális iterációs szám és a leállási feltételben szereplő ε áll, a másodikban az y_0 kezdővektor.

Output. N sorból áll, minden megoldandó feladathoz egy sor tartozik. Ha a kezdővektor az azonosan 0 vektor, akkor a program a **kezdovektor** hibaüzenetet adja vissza. Ha az iteráció során elértük a maximális iterációs számot, akkor az adott sorba a **maxit** üzenet kerüljön. Ha az iteráció azért fejeződik be, mert teljesült a leállási feltétel, és a „sikerteszt” is teljesül, akkor az adott sorba a **siker** üzenet után a sajátérték és a sajátvektor közelítése (összesen $n + 1$ darab szám), majd az elvégzett iterációs lépések száma kerüljön. Ha a leállási feltétel teljesült, de a „sikerteszt” nem, akkor a program az előző esetben megadott értékeket írja ki, csak a **siker** helyett a **sikertelen** üzenet szerepeljen. Az outputban a számok (az elvégzett lépések számától eltekintve) 8 tizedesjegy pontossággal szerepeljenek.