

Név, Neptun-kód:

Gyakorlatvezető neve:

Összpontszám	Érdemjegy

Minden egyes kérdés megválaszolására maximum 5 pont adható. Ha a vizsga során kérdezett tételek valamelyikét bizonyítással együtt ismerteti, további 5 pontot szerezhetsz bizonyításonként.

I. Definíciók

1. Legyenek A és B halmazok. Definiálja ezen halmazok szimmetrikus differenciáját.
2. Mit értünk azon, hogy az $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sorozat Cauchy-sorozat?
3. Mely esetben nevezzük a $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ sort feltételesen konvergensenek?
4. Definiálja az exponenciális függvényt.
5. Mikor nevezzük az $f:]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ függvényt konkávnak?

II. Tételek

1. Ismertessen egy olyan tételt, mely relációk kompozíciójáról szól.
2. Fogalmazza meg az abszolút érték tulajdonságairól szóló tételt.
3. Ismertesse a sorokra vonatkozó Cauchy-féle konvergenciakritériumot.
4. Fogalmazza meg az Átviteli elvet.
5. Ismertesse a L'Hospital-szabályt.

III. Feladatok

1. Adjon példát olyan $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ és $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sorozatokra, melyekre az alábbiak egyidejűleg teljesülnek.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = -\infty.$$

2. Vizsgálja meg, hogy konvergens-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^n}{n^3}$$

sor.

3. Számítsa ki a

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^5 + 8x^4 - 3x^3 + 10x^2 + 2x - 15}{x^3 + 16x^2 + 49x - 270}$$

határértéket.

4. Készítsen olyan valós függvényt, mely a $\{0, 1, 2, 3\}$ halmaz pontjaitól eltekintve mindenhol folytonos.

5. Legyen

$$f(x) = x \ln(x).$$

Határozza meg f''' -at.