

Név, Neptun-kód:

Összpontszám	Érdemjegy

Minden egyes kérdés megválaszolására maximum 5 pont adható. Ha a vizsga során kért tétel valamelyikét bizonyítással együtt ismerteti, további 5 pontot szerezhetsz bizonyításonként.

I. Definíciók

1. Legyen $]a, b[\subset \mathbb{R}$. Definiálja az $f:]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$ függvény primitív függvényét!
2. Legyen $k \in \mathbb{N}$ és $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ egy \mathbb{R}^k -beli sorozat. Mit értünk azon, hogy az $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sorozat Cauchy-sorozat?
3. Legyen $D \subset \mathbb{R}^n$, $f: D \rightarrow \mathbb{R}^m$. Mikor mondjuk azt, hogy az f függvény egyenletesen folytonos a D halmazon?
4. Legyen $D \subset \mathbb{R}^n$ nemüres, nyílt halmaz, $f: D \rightarrow \mathbb{R}^m$ és $x_0 \in D$. Mikor mondjuk azt, hogy az f függvény lineárisan approximálható az x_0 pontban?
5. Legyen $D \subset \mathbb{R}^n$, $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ és $x_0 \in D$. Mikor mondjuk azt, hogy az f függvénynek az x_0 pontban lokális maximuma van?

II. Tételek

1. Fogalmazza meg az Oszcillációs kritériumot!
2. Ismertessen egy olyan kritériumot, mely improprius integrálok konvergenciájáról szól!
3. Ismertesse az Átviteli elvet!
4. Fogalmazza meg a Jordan-mérték tulajdonságairól szóló tételt!
5. Ismertesse a szeparábilis differenciálegyenletek megoldásáról szóló tételt!

III. Feladatok

1. Számítsa ki az alábbi határozatlan integrált

$$\int \operatorname{tg}(x) + \cosh(10x + 9) - \sinh(9x + 10) dx$$

2. Vizsgálja meg folytonosság szempontjából az

$$f(x, y) = \operatorname{sign}(x^2 + y^2 - 1) \quad ((x, y) \in \mathbb{R}^2)$$

módon megadott $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt.

3. Határozza meg az alábbi $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ függvény stacionárius pontjait és osztályozza azokat.

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 2x + y \quad ((x, y) \in \mathbb{R}^2)$$

4. Számítsa ki az

$$\int_{[0,1] \times [-1,0]} x e^{xy} dx dy$$

integrált.

5. Oldja meg a

$$(2x^3 + 3y)dx + (3x + y - 1)dy = 0$$

differenciálegyenletet.