Programozáselmélet dolgozat

2008.április 30. 10-12

4. feladat (*15 pont*)

Adja meg a következő Hoare-formulák levezetését:

Az eljárásra vonatkozó Hoare-formula:

$\{\, x = m \ \wedge\ 0 \leq m \,\}$
if $1 < x$ **then**
  $x := x - 1$; **call**; $y := y + 2$; $x := x + y$
else
  $y := x$
fi
$\{\, x = m^2 \ \wedge\ 2y = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$

Egy adott utasításra vonatkozó Hoare-formula:

$\{\, 0 \leq n \,\}$
$x := n$; **call**; **call**
$\{\, x = n^4 \,\}$

Megoldás: Előbb a **call**-ra vonatkozó Hoare-formulát vezetjük le.

A **call** aktív változói: x, y, inaktív változója: m. Az aktív változók másodpéldányai legyenek rendre a, b.

A **call** felülről becsült hatása:

$$\forall m(x = m \ \wedge\ 0 \leq m \supset a = m^2 \ \wedge\ 2b = 3m - 1 + |m - 1|) \ =$$
$$\forall m(0 \leq x \ \wedge\ x = m \supset a = m^2 \ \wedge\ 2b = 3m - 1 + |m - 1|) \ =$$
$$0 \leq x \supset \forall m(x = m \supset a = m^2 \ \wedge\ 2b = 3m - 1 + |m - 1|) \ =$$
$$0 \leq x \supset a = x^2 \ \wedge\ 2b = 3x - 1 + |x - 1|.$$

$\{\, x = m \ \wedge\ 0 \leq m \,\}$
if $1 < x$ **then**
  $\{\, x = m \ \wedge\ 0 \leq m \ \wedge\ 1 < x \,\}$
  $\cup$
  $\{\, 1 \leq x \ \wedge\ 2(x-1)^2 + 3x + |x - 2| = 2m^2 \ \wedge\ 3x + |x - 2| = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$
  $x := x - 1$;
  $\{\, 0 \leq x \ \wedge\ 2x^2 + 3x + |x - 1| + 3 = 2m^2 \ \wedge\ 3x + |x - 1| = 3m - 4 + |m - 1| \,\}$
  call;
  $\{\, x + y + 2 = m^2 \ \wedge\ 2y = 3m - 5 + |m - 1| \,\}$
  $y := y + 2$;
  $\{\, x + y = m^2 \ \wedge\ 2y = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$
  $x := x + y$
  $\{\, x = m^2 \ \wedge\ 2y = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$
else
  $\{\, x = m \ \wedge\ 0 \leq m \ \wedge\ 1 \geq x \,\}$
  $\cup$
  $\{\, x = m^2 \ \wedge\ 2x = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$
  $y := x$
  $\{\, x = m^2 \ \wedge\ 2y = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$
fi
$\{\, x = m^2 \ \wedge\ 2y = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$

1. adaptáció

$$\forall a, b\big((0 \leq x \supset a = x^2 \ \wedge\ 2b = 3x - 1 + |x - 1|) \supset a + b + 2 = m^2 \ \wedge\ 2b = 3m - 5 + |m - 1|\big) \ =$$
$$0 \leq x \ \wedge\ \forall a, b(a = x^2 \ \wedge\ 2b = 3x - 1 + |x - 1| \supset a + b + 2 = m^2 \ \wedge\ 2b = 3m - 5 + |m - 1|) \ =$$
$$0 \leq x \ \wedge\ 2x^2 + 3x - 1 + |x - 1| + 4 = 2m^2 \ \wedge\ 3x - 1 + |x - 1| = 3m - 5 + |m - 1| \ =$$
$$0 \leq x \ \wedge\ 2x^2 + 3x + |x - 1| + 3 = 2m^2 \ \wedge\ 3x + |x - 1| = 3m - 4 + |m - 1|$$

$\cup$ $\{ 0 \le n \}$
$\{ 0 \le n \;\wedge\; 0 \le n^2 \;\wedge\; n^4 = n^4 \}$
$x := n;$
$\{ 0 \le x \;\wedge\; 0 \le x^2 \;\wedge\; x^4 = n^4 \}$
call;
$\{ 0 \le x \;\wedge\; x^2 = n^4 \}$
call
$\{ x = n^4 \}$

2. adaptáció

$$\forall a,b\big((0 \le x \supset a = x^2 \;\wedge\; 2b = 3x - 1 + |x-1|) \supset a = n^4\big) \;=\; 0 \le x \;\wedge\; \forall a,b(a = x^2 \;\wedge\; 2b = 3x - 1 + |x-1| \supset a = n^4) \;=\; 0 \le x \;\wedge\; x^2 = n^4$$

3. adaptáció

$$\forall a,b\big((0 \le x \supset a = x^2 \;\wedge\; 2b = 3x - 1 + |x-1|) \supset 0 \le a \;\wedge\; a^2 = n^4\big) \;=\; 0 \le x \;\wedge\; \forall a,b(a = x^2 \;\wedge\; 2b = 3x - 1 + |x-1| \supset 0 \le a \;\wedge\; a^2 = n^4) \;=\; 0 \le x \;\wedge\; 0 \le x^2 \;\wedge\; x^4 = n^4$$

5. feladat ($6 \times 1 + 3 \times 2 + 1 \times 3$ *pont*)

Hozza β-normálformára az alábbi λ-kifejezéseket. Használja a jelölési konvenciókat.

a) $\lambda x.(\lambda x.(\lambda zy.x)(xy))x$
b) $x((\lambda x.xx)((\lambda xx.x)x))$
c) $\lambda xy.(\lambda x.y)((\lambda y.y)x)$
d) $(\lambda y.yy)((\lambda y.x)\lambda x.y)$
e) $\lambda xy.x(\lambda y.yz)(y(\lambda x.x))$
f) $(\lambda xy.yx)x(\lambda y.(\lambda x.x)y)$
g) $(\lambda x.xx)\lambda x.xy\lambda y.yx$
h) $\lambda xx.(\lambda x.x\lambda xx.x)\lambda x.x\lambda x.x$
i) $\lambda x.(\lambda y.yy\lambda x.x)\lambda yx.yy$
j) $(\lambda xy.xx)(\lambda xy.xy)(\lambda xy.yx)(\lambda xy.yy)$

Megoldás:

a) $\lambda x.(\lambda x.(\lambda zy.x)(xy))x = \lambda x.(\lambda x.(\lambda y.x))x = \lambda x.(\lambda y.x) = \lambda xy.x$
b) $x((\lambda x.xx)((\lambda xx.x)x)) = x((\lambda x.xx)(\lambda x.x)) = x((\lambda x.x)(\lambda x.x)) = x\lambda x.x$
c) $\lambda xy.(\lambda x.y)((\lambda y.y)x) = \lambda xy.y$
d) $(\lambda y.yy)((\lambda y.x)\lambda x.y) = (\lambda y.yy)x = xx$
e) $\lambda xy.x(\lambda y.yz)(y(\lambda x.x))$
f) $(\lambda xy.yx)x(\lambda y.(\lambda x.x)y) = (\lambda xy.yx)x\lambda y.y = (\lambda y.yx)\lambda y.y = (\lambda y.y)x = x$
g) $(\lambda x.xx)\lambda x.xy\lambda y.yx = (\lambda x.xy\lambda y.yx)\lambda x.xy\lambda y.yx = (\lambda x.xy\lambda y.yx)y\lambda u.u\lambda x.xy\lambda y.yx =$
$yy(\lambda u.uy)\lambda u.u(\lambda x.xy\lambda y.yx)$
h) $\lambda xx.(\lambda x.x\lambda xx.x)\lambda x.x\lambda x.x = \lambda xx.(\lambda x.x\lambda x.x)\lambda xx.x = \lambda xx.(\lambda xx.x)\lambda x.x = \lambda xx.\lambda x.x = \lambda xxx.x$
i) $\lambda x.(\lambda y.yy\lambda x.x)\lambda yx.yy = \lambda x.(\lambda yx.yy)(\lambda yx.yy)\lambda x.x = \lambda x.(\lambda yx.yy)(\lambda yx.yy)\lambda x.x =$
$\lambda x.(\lambda yx.yy)(\lambda yx.yy) = \lambda xx.(\lambda yx.yy)(\lambda yx.yy) = \lambda xxx.(\lambda yx.yy)(\lambda yx.yy) = \ldots$
j) $(\lambda xy.xx)(\lambda xy.xy)(\lambda xy.yx)(\lambda xy.yy) = (\lambda xy.xy)(\lambda xy.xy)(\lambda xy.yy) = (\lambda xy.xy)(\lambda xy.yy) =$
$\lambda y.(\lambda xy.yy)y = \lambda y.\lambda y.yy = \lambda yy.yy$

A

Programozáselmélet dolgozat

2008.április 30. 14-16

4. feladat (*15 pont*)

Adja meg a következő Hoare-formulák levezetését:

Az eljárásra vonatkozó Hoare-formula:

$\{\, x = m \;\wedge\; 0 \le m \,\}$
if $1 < x$ **then**
  $x := x - 1$; **call**; $y := y + 2$; $x := x + y$
else
  $y := x$
fi
$\{\, x = m^2 \;\wedge\; 2y = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$

Egy adott utasításra vonatkozó Hoare-formula:

$\{\, 0 \le n \,\}$
$x := n$; **call**; **call**
$\{\, x = n^4 \,\}$

Megoldás: Előbb a **call**-ra vonatkozó Hoare-formulát vezetjük le.

A **call** aktív változói: x, y, inaktív változója: m. Az aktív változók másodpéldányai legyenek rendre a, b.

A **call** felülről becsült hatása:

$$\forall m(x = m \;\wedge\; 0 \le m \supset a = m^2 \;\wedge\; 2b = 3m - 1 + |m - 1|) \;=$$
$$\forall m(0 \le x \;\wedge\; x = m \supset a = m^2 \;\wedge\; 2b = 3m - 1 + |m - 1|) \;=$$
$$0 \le x \supset \forall m(0 \le x \supset a = m^2 \;\wedge\; 2b = 3m - 1 + |m - 1|) \;=$$
$$0 \le x \supset a = x^2 \;\wedge\; 2b = 3x - 1 + |x - 1|.$$

$\{\, x = m \;\wedge\; 0 \le m \,\}$
if $1 < x$ **then**
  $\{\, x = m \;\wedge\; 0 \le m \;\wedge\; 1 < x \,\}$
  $\cup$
  $\{\, 1 \le x \;\wedge\; 2(x-1)^2 + 3x + |x - 2| = 2m^2 \;\wedge\; 3x + |x - 2| = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$
  $x := x - 1;$
  $\{\, 0 \le x \;\wedge\; 2x^2 + 3x + |x - 1| + 3 = 2m^2 \;\wedge\; 3x + |x - 1| = 3m - 4 + |m - 1| \,\}$
  call;
  $\{\, x + y + 2 = m^2 \;\wedge\; 2y = 3m - 5 + |m - 1| \,\}$
  $y := y + 2;$
  $\{\, x + y = m^2 \;\wedge\; 2y = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$
  $x := x + y$
  $\{\, x = m^2 \;\wedge\; 2y = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$
else
  $\{\, x = m \;\wedge\; 0 \le m \;\wedge\; 1 \ge x \,\}$
  $\cup$
  $\{\, x = m^2 \;\wedge\; 2x = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$
  $y := x$
  $\{\, x = m^2 \;\wedge\; 2y = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$
fi
$\{\, x = m^2 \;\wedge\; 2y = 3m - 1 + |m - 1| \,\}$

1. adaptáció

$$\forall a, b\big((0 \le x \supset a = x^2 \;\wedge\; 2b = 3x - 1 + |x - 1|) \supset a + b + 2 = m^2 \;\wedge\; 2b = 3m - 5 + |m - 1|\big) \;=$$
$$0 \le x \;\wedge\; \forall a, b(a = x^2 \;\wedge\; 2b = 3x - 1 + |x - 1| \supset a + b + 2 = m^2 \;\wedge\; 2b = 3m - 5 + |m - 1|) \;=$$
$$0 \le x \;\wedge\; 2x^2 + 3x - 1 + |x - 1| + 4 = 2m^2 \;\wedge\; 3x - 1 + |x - 1| = 3m - 5 + |m - 1| \;=$$
$$0 \le x \;\wedge\; 2x^2 + 3x + |x - 1| + 3 = 2m^2 \;\wedge\; 3x + |x - 1| = 3m - 4 + |m - 1|$$

$$
\begin{array}{l}
\cup\{\,0 \le n\,\} \\
\{\,0 \le n \;\wedge\; 0 \le n^2 \;\wedge\; n^4 = n^4\,\} \\
x := n; \\
\{\,0 \le x \;\wedge\; 0 \le x^2 \;\wedge\; x^4 = n^4\,\} \\
\textbf{call}; \\
\{\,0 \le x \;\wedge\; x^2 = n^4\,\} \\
\textbf{call} \\
\{\,x = n^4\,\}
\end{array}
$$

2. adaptáció

$$\forall a, b\big((0 \le x \supset a = x^2 \;\wedge\; 2b = 3x - 1 + |x-1|) \supset a = n^4\big) \;=$$
$$0 \le x \;\wedge\; \forall a, b(a = x^2 \;\wedge\; 2b = 3x - 1 + |x-1| \supset a = n^4) \;=$$
$$0 \le x \;\wedge\; x^2 = n^4$$

3. adaptáció

$$\forall a, b\big((0 \le x \supset a = x^2 \;\wedge\; 2b = 3x - 1 + |x-1|) \supset 0 \le a \;\wedge\; a^2 = n^4\big) \;=$$
$$0 \le x \;\wedge\; \forall a, b(a = x^2 \;\wedge\; 2b = 3x - 1 + |x-1| \supset 0 \le a \;\wedge\; a^2 = n^4) \;=$$
$$0 \le x \;\wedge\; 0 \le x^2 \;\wedge\; x^4 = n^4$$

5. feladat ($6 \times 1 + 3 \times 2 + 1 \times 3$ *pont*)

Hozza β-normálformára az alábbi λ-kifejezéseket. Használja a jelölési konvenciókat.

a) $\lambda x.(\lambda x.(\lambda zy.x)(xy))x$
b) $x((\lambda x.xx)((\lambda xx.x)x))$
c) $\lambda xy.(\lambda x.y)((\lambda y.y)x)$
d) $(\lambda x.xx)(\lambda x.xxy)y$
e) $\lambda x.x(\lambda xy.x)xy$
f) $\lambda x.(\lambda xy.yx)(\lambda xy.x)(xy)$
g) $\lambda x.(\lambda x.x\lambda xx.x\lambda x.x)(\lambda xx.x)x(xx)$
h) $(\lambda x.xx)\lambda x.xy\lambda y.yx$
i) $\lambda xx.(\lambda x.x\lambda xx.x)\lambda x.x\lambda x.x$
j) $(\lambda x.xy\lambda y.xy\lambda y.xx)(\lambda x.xy)y$

Megoldás:

a) $\lambda x.(\lambda x.(\lambda zy.x)(xy))x = \lambda x.(\lambda x.(\lambda y.x))x = \lambda x.(\lambda y.x) = \lambda xy.x$
b) $x((\lambda x.xx)((\lambda xx.x)x)) = x((\lambda x.xx)(\lambda x.x)) = x((\lambda x.x)(\lambda x.x)) = x\lambda x.x$
c) $\lambda xy.(\lambda x.y)((\lambda y.y)x) = \lambda xy.y$
d) $(\lambda x.xx)(\lambda x.xxy)y = (\lambda x.xxy)(\lambda x.xxy)y = (\lambda x.xxy)(\lambda x.xxy)yy = (\lambda x.xxy)(\lambda x.xxy)yyy = \ldots$
e) $\lambda x.x(\lambda xy.x)xy$
f) $\lambda x.(\lambda xy.yx)(\lambda xy.x)(xy) = \lambda x.xy\lambda xy.x$
g) $\lambda x.(\lambda x.x\lambda xx.x\lambda x.x)(\lambda xx.x)x(xx) = \lambda x.(\lambda xx.x)(\lambda xx.x\lambda x.x)x(xx) = \lambda x.(\lambda x.x)x(xx) =$
$\lambda x.x(xx)$
h) $(\lambda x.xx)\lambda x.xy\lambda y.yx = (\lambda x.xy\lambda y.yx)\lambda x.xy\lambda y.yx = (\lambda x.xy\lambda y.yx)y\lambda u.u\lambda x.xy\lambda y.yx =$
$yy(\lambda u.uy)\lambda u.u(\lambda x.xy\lambda y.yx)$
i) $\lambda xx.(\lambda x.x\lambda xx.x)\lambda x.x\lambda x.x = \lambda xx.(\lambda x.x\lambda x.x)\lambda xx.x = \lambda xx.(\lambda xx.x)\lambda x.x = \lambda xx.\lambda x.x = \lambda xxx.x$
j) $(\lambda x.xy\lambda y.xy\lambda y.xx)(\lambda x.xy)y = (\lambda x.xy)y(\lambda u.(\lambda x.xy)u\lambda v.(\lambda x.xy)(\lambda x.xy))y =$
$yy(\lambda u.(\lambda x.xy)u\lambda v.(\lambda x.xy)(\lambda x.xy))y = yy(\lambda u.uy\lambda v.(\lambda x.xy)(\lambda x.xy))y =$
$yy(\lambda u.uy\lambda v.(\lambda x.xy)y)y = yy(\lambda u.uy\lambda v.yy)y =$

B

Programozáselmélet dolgozat

2008.április 30. 14-16

4. feladat (*15 pont*)

Adja meg a következő Hoare-formulák levezetését:

Az eljárásra vonatkozó Hoare-formula:

$\{ x = p \}$
if $x < 0$ **then** $x := -x$; **call**
else
  if $1 \leq x$ **then**
    $x := x - 1$; **call**; $x := x + y$; $y := y + 2$
  else
    $y := 1$
  fi
fi
$\{ x = p^2 \wedge y = 2|p| + 1 \}$

Egy adott utasításra vonatkozó Hoare-formula:

$\{ \top \} \quad x := 9$; **call** $\{ 81 = x \}$

Megoldás: Előbb a **call**-ra vonatkozó Hoare-formulát vezetjük le.

A **call** aktív változói: x, y, inaktív változója: p. Az aktív változók másodpéldányai legyenek rendre a, b.

A **call** felülről becsült hatása:

$$\forall p(x = p \supset a = p^2 \wedge b = 2|p| + 1) \quad = \quad a = x^2 \wedge b = 2|x| + 1.$$

Az eljárás dekorációja:

$\{ x = p \}$
if $x < 0$ **then**
  $\cup \{ x = p \wedge x < 0 \}$
  $\{ |-x| = |p| \}$
  $x := -x$;
  $\{ |x| = |p| \}$
  call
  $\{ x = p^2 \wedge y = 2|p| + 1 \}$
else
  $\{ x = p \wedge x \geq 0 \}$
  if $1 \leq x$ **then**
    $\cup \{ x = p \wedge x \geq 0 \wedge 1 \leq x \}$
    $\{ |x - 1| + 1 = |p| \}$
    $x := x - 1$;
    $\{ |x| + 1 = |p| \}$
    call;
    $\{ x + y = p^2 \wedge y + 2 = 2|p| + 1 \}$
    $x := x + y$;
    $\{ x = p^2 \wedge y + 2 = 2|p| + 1 \}$
    $y := y + 2$
    $\{ x = p^2 \wedge y = 2|p| + 1 \}$
  else
    $\cup \{ x = p \wedge x \geq 0 \wedge 1 > x \}$
    $\{ x = p^2 \wedge 1 = 2|p| + 1 \}$
    $y := 1$
    $\{ x = p^2 \wedge y = 2|p| + 1 \}$
  fi
  $\{ x = p^2 \wedge y = 2|p| + 1 \}$
fi
$\{ x = p^2 \wedge y = 2|p| + 1 \}$

1. adaptáció

$$\forall a,b\big(a=x^2 \ \wedge\ b=2|x|+1 \supset a=p^2 \ \wedge\ b=2|p|+1\big) \ =$$
$$x^2=p^2 \ \wedge\ 2|x|+1=2|p|+1 \quad = \quad |x|=|p|$$

2. adaptáció

$$\forall a,b\big(a=x^2 \ \wedge\ b=2|x|+1 \supset a+b=p^2 \ \wedge\ b+2=2|p|+1\big) \ =$$
$$x^2+2|x|+1=p^2 \ \wedge\ 2|x|+1+2=2|p|+1 \quad = \quad |x|+1=|p|$$

Az utasítás dekorációja:

$\cup\{\top\}$
$\{|9|=9\}$
$x:=9;$
$\{|x|=9\}$
call
$\{81=x\}$

3. adaptáció

$$\forall a,b\big(a=x^2 \ \wedge\ b=2|x|+1 \supset 81=a\big) \quad = \quad 81=x^2 \quad = \quad |x|=9$$

5. feladat ($6\times 1+3\times 2+1\times 3$ *pont*)

Hozza β-normálformára az alábbi λ-kifejezéseket. Használja a jelölési konvenciókat.

a) $(\lambda y.(\lambda z.z)x)\lambda x.xx$
b) $(\lambda x.x)(\lambda y.yx)((\lambda yx.x)xx)$
c) $(\lambda xx.(\lambda xx.xx)xx)xx$
d) $(\lambda y.yy)((\lambda y.x)\lambda x.y)$
e) $\lambda xy.x(\lambda y.yz)(y(\lambda x.x))$
f) $(\lambda xy.yx)x(\lambda y.(\lambda x.x)y)$
g) $(\lambda xy.xy)(\lambda xy.yx)(\lambda xy.yy)(\lambda xy.xx)$
h) $(\lambda xyz.xyy)(\lambda xy.x)x(yy)((\lambda x.x)x\lambda y.y)$
i) $\lambda x.(\lambda y.yy\lambda x.x)\lambda yx.yy$
j) $(\lambda xy.xx)(\lambda xy.xy)(\lambda xy.yx)(\lambda xy.yy)$

Megoldás:

a) $(\lambda y.(\lambda z.z)x)\lambda x.xx = (\lambda z.z)x = x$
b) $(\lambda x.x)(\lambda y.yx)((\lambda yx.x)xx) = (\lambda y.yx)((\lambda yx.x)xx) = (\lambda yx.x)xxx = (\lambda x.x)xx = xx$
c) $(\lambda xx.(\lambda xx.xx)xx)xx = (\lambda x.(\lambda xx.xx)xx)x = (\lambda xx.xx)xx = (\lambda x.xx)x = xx$
d) $(\lambda y.yy)((\lambda y.x)\lambda x.y) = (\lambda y.yy)x = xx$
e) $\lambda xy.x(\lambda y.yz)(y(\lambda x.x))$
f) $(\lambda xy.yx)x(\lambda y.(\lambda x.x)y) = (\lambda xy.yx)x\lambda y.y = (\lambda y.yx)\lambda y.y = (\lambda y.y)x = x$
g) $(\lambda xy.xy)(\lambda xy.yx)(\lambda xy.yy)(\lambda xy.xx) = (\lambda xy.yx)(\lambda xy.yy)(\lambda xy.xx) = (\lambda xy.xx)(\lambda xy.yy) =$
$\lambda y.(\lambda xy.yy)(\lambda xy.yy) = \lambda y.\lambda y.yy = \lambda yy.yy$
h) $(\lambda xyz.xyy)(\lambda xy.x)x(yy)((\lambda x.x)x\lambda y.y) = (\lambda xyz.xyy)(\lambda xy.x)x(yy)(x\lambda y.y) =$
$(\lambda xy.x)xx(x\lambda y.y) = x(x\lambda y.y)$
i) $\lambda x.(\lambda y.yy\lambda x.x)\lambda yx.yy = \lambda x.(\lambda yx.yy)(\lambda yx.yy)\lambda x.x = \lambda x.(\lambda yx.yy)(\lambda yx.yy)\lambda x.x =$
$\lambda x.(\lambda yx.yy)(\lambda yx.yy) = \lambda xx.(\lambda yx.yy)(\lambda yx.yy) = \lambda xxx.(\lambda yx.yy)(\lambda yx.yy) = \ldots$
j) $(\lambda xy.xx)(\lambda xy.xy)(\lambda xy.yx)(\lambda xy.yy) = (\lambda xy.xy)(\lambda xy.xy)(\lambda xy.yy) = (\lambda xy.xy)(\lambda xy.yy) =$
$\lambda y.(\lambda xy.yy)y = \lambda y.\lambda y.yy = \lambda yy.yy$