

I. A Digitális Technika alapjai

Bevezetés

Ebben a könyvben az információfeldolgozás alapjaival ismerkedünk, elsősorban a digitális technikával, és ennek matematikai alapjaival. A digitális technika számokkal dolgozik, a valóságot számokká (analógból digitálissá) alakítja, számokkal végez műveleteket, és a kapott szám-eredményeket csak a folyamat végén fordítja vissza analóggá (digitálisból analógra).

Mivel a digitális technika sok részből áll, melyek önmagukban is sok ismeretet jelentenek, könyvünket több részre, fejezetre bontjuk. A fejezeteket külön oldalszámozással láttuk el, fejlécükben pedig feltüntettük az éppen aktuális téma címét, hogy könnyen kereshető, áttekinthető legyen.

A fontos definíciókat ♡ jellel jelöltük, ezek megértése, megtanulása fontos. Az egyéb fontos tudnivalókat is jelöltük, keretezéssel, és szöveges figyelemfelhívással.

Az elektronika és a mérés fontos, hogy a digitális áramkörök áramköri tulajdonságait is megértsük, hogy a jövő szakembere el tudja dönteni, jó, vagy hibás az áramkör, megértse a katalógusok adatait, és ne tegye tönkre szakszerűtlenségével az általában nagy értékű eszközöket, áramköröket.

A fejezetek, olykor alfejezetek végén kérdések, elméleti- és gyakorlati feladatok segítenek a mélyebb elsajátításban. **A gyakorlati feladatok egy része mérési utasítás, amit a valóságban, a gyakorlati foglalkozásokon mérni is kell,** tehát könyvünk mind a hardver elméletéhez, mind a hardver gyakorlathoz kell.

Ebben a könyvben csak az alapokkal foglalkozunk. Az alapok bővebben, a gyakorlati megvalósítások inkább példa, vagy bemutatójellel szerepelnek. Egyszerű, tanulmányozható áramköröket mutatunk be, dolgozunk ki, többnyire nem érjük el a gyakorlati megvalósítás, csak a megértés szintjét. Ennek oka, hogy a gyakorlatban már igen olcsók a nagybonyolultságú integrált áramkörök, melyekkel sokkal-sokkal olcsóbb felépíteni egy órát, számológépet, vagy általában bármely digitális eszközt, áramkört.

Nem az iparban, irodában használatos berendezéseket vizsgálunk, sem ilyeneket nem készítünk. Tanulmányaink során, csak kísérleti jellel összeállított áramkörökkel dolgozunk, laborkörülmények között. Tehát a kidolgozott, bemutatott, kimért áramkörök működnek ugyan, de inkább a megismerésre, és az ehhez kapcsolódó alapgalmak elsajátítására szolgálnak. Azok az áramkörök, melyeket bemutatunk, többféleképpen is létrehozhatók, mi sokszor csak egy, legfeljebb néhány megvalósítást említünk, korántsem a teljesség igényével, hanem bemutató jellel. E könyv célja nem az átfogó ismeret átadása, hanem, hogy az olvasó a téma alapgalmait megértse, és így önállóan tudjon tájékozódni a szakirodalomban, és katalógusokban, applikációkban.

Információ

♡ Az információ hír, értesülés, mely ismereteinket megváltoztathatja, létrehozhatja, törölheti, stb. **Az információ mindig valamilyen változtató képességet jelent.**

Ha egy jelenség nem okozhat változást, nem információ. Pl. a Holdon levő szikladarab csak akkor válik információvá, ha megismerjük, meglátjuk, így változik a tudásunk, vagy tudatni szeretnénk másokkal. Így a legtöbb szikla a Holdon nem információ, csak az, amire figyelmünket irányítjuk (akarjuk megismerni), vagy amire mások irányítják a mi figyelmünket (akarják, hogy megismerjük).

Az akarat, értelem, érthetőség nélküli jelek sokszor inkább károsak, zavaróak. Sokszor zajnak, zavaroknak is nevezzük őket, de természetesen a legtöbbet nem is észleljük.

Az információ tehát szabályoknak megfelelő, értelmes, és mindig valamilyen ismeretet, vagy cselekvést megváltoztató akarral kapcsolatos dolog. Az információnak el kell jutni ahhoz, aki veszi, ezért az információ hordozója, közege miatt anyaghoz kötődő, de önmagában nem anyagi fogalom.

Az információ részletesebben

Szokás az információ öt szintjét megkülönböztetni (Werner Gitt nyomán):

Apobetika, mely tulajdonképpen maga a cél, a „mit” kérdésre adott válasz. (A görög *apobenion* = eredmény, siker, kimenetel). A cél az információt adó szempontjából a terv, a vevő oldalán célkitűzésként jelentkezik. A legjobban jellemző kérdés, melyre az apobetika választ ad, a **miért?** Könyvünkben az apobetikával többet nem foglalkozunk.

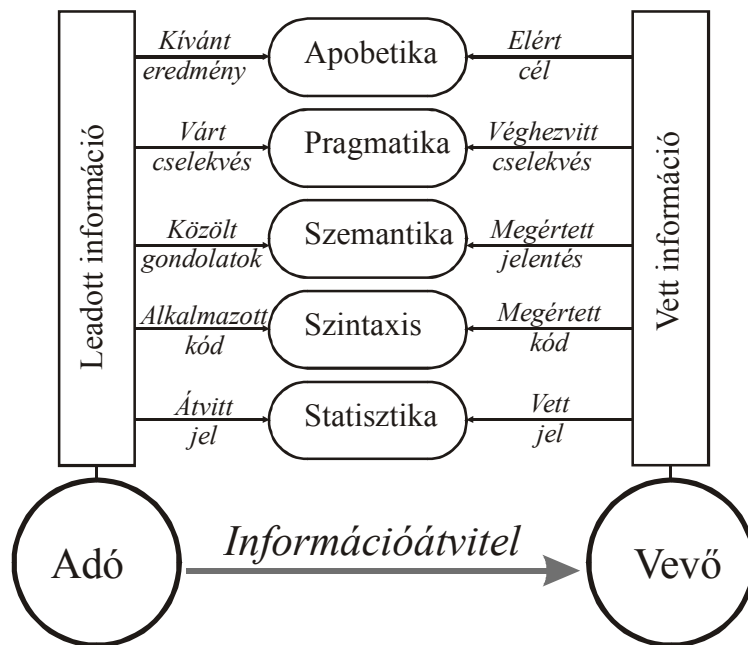
Pragmatika, mely a cél megvalósításának a módját jelenti. (Görögül *Pragmatike* = „A helyes cselekvés művészete”). Az adó határozza meg, miként érje el a célját a vevőnél. A legjobban jellemző kérdés, amire a pragmatika választ ad a **hogyan, mi módon?**

Szemantika, mely az adott és vett jelsorozatok szabályait jelenti. (Görögül a *szemantikosz* = jelölő, jelentő, *szemémák* = jelek). Ez inkább a programozást érinti, könyvünkben ezzel sem foglalkozunk.

Szintaxis, (Görögül *szüntaxis* = elrendezés) az információ ábrázolás karakterkészletét (jelkészletét), és karakterkészletének összefüggéseit írja le. **Ezt a karakterkészletet és szabályait kódnak nevezik. Az egymáshoz ren-**

delt karaktereket pedig szavaknak. A szintaxis a jelcsoportok, szavak tulajdonképpeni jelentését írja le. Ez a nyelvtanra is érvényes, a beszélt nyelvre. A digitális technikában is használnak szavakat, lásd a *Több bites információ egységek* c. fejezetet (I.4. old.) Könyvünkben alaposan foglalkozunk a kódolással- és szabályaival.

Statisztika alatt a jelek, jel- és szósorozatok összességét értjük. A jelek, szavak sorozata még nem információ, ahhoz ismert, egyezményes kódnak megfelelő kell, hogy legyen, értelmes legyen, és változtatni képes (tudást, vagy cselekvést). A jelek-, jelsorozatok, az általuk kódolva tartalmazott hír terjedéséhez, útra van szüksége. Az út két végpontján tehát mindig áll legalább egy adó, meg egy vevő. Az információ hordozója egyben tárolhatja is az információt. Az információt át kell alakítani, hogy a hordozó ábrázolhassa. A jelek összességét, mint statisztikai mennyiséget nevezzük statisztikának. Ha a jelek mennyisége megnő, nem mindig nő az információ mennyisége, pl. egy megzavart jelsorozat információtartalma nem, hogy nő, de inkább csökkenhet.



Az információátvitel öt szintje Werner Gitt szerint

Könyvünkben csak a két alsó szinttel fogunk foglalkozni: **A jelekkel**, a rajtuk végzett műveletekkel, átalakításokkal, tárolásukkal, és **a kódokkal**, kódolással. Elsősorban számjegyes (digitális) jeleket tanulmányozunk, de fogunk venni egy kevés elektromos jelfeldolgozást is.

Az információ fogalmát nehéz pár mondatban meghatározni, inkább tulajdonságait szokták definiálni, és így írják le ezt a nehéz, sokféle értelmezés- és vita tárgyát képező fogalmat. A Werner Gitt féle információ fogalom elemeit egyre többen átveszik, megtalálni a Magyar nyelvtan tantárgyban, vagy az általános műveltség sok területén.

A téma után alaposabban érdeklődőknek ajánlom prof. Werner Gitt: *Kezdetben volt az információ* című könyvét, ennek 4. és 5. fejezete az információ fogalmáról szól, amihez vagy harminc tételt állított fel... Werner Gitt e könyvében [az 1. Függelékben] bemutat más információ-fogalmat is, pl. a Claude E. Shannon féle információ-elméletet, mely kiválóan alkalmas az információ-, mint statisztikai mennyiség meghatározására. Shannontól származik a bit fogalom is. Az információ fogalma azonban nem csak a statisztika szintjére értendő. Shannon információelmélete csak a statisztika (és a vele kapcsolatos mérnöki-műszaki szinten, azaz a jelek szintjén) szintjén elfogadott érvényű.

Nem vitatjuk senki információ-fogalmát, csak használjuk a Werner Gitt féle információátvitel öt szintjéből az alsó kettőt, a fizikailag létező (statisztikai mennyiségekkel kapcsolatos) jeleket, és a szintaxissal kapcsolatos kódolást-dekódolást. A két szintnél magasabbra mi könyvünkben nem jutunk.

Adat: előírt, kötött formájú információ

Az adat és az információ nagyon sokszor egymás szinonimájaként szerepel. Mivel az információfeldolgozás során csak megfelelő alakú és állapotú információt lehet a feldolgozó eszközöknek adagolni, **adni**, a megfelelő formájú, állapotú információt tekintjük adatnak.

⇒ **Adatnak az előírt, feldolgozás számára megfelelő formájú információt nevezzük**

Kód, kódolás, dekódolás

⇒ Az információ ábrázolás **karakterkészletét (egyezményes jeleit, jelrendszerét)**, és karakterkészletének **összefüggéseit, szabályait kódnak nevezik**.

⇒ Az egymáshoz rendelt karaktereket (együtt szereplő több karaktert) szavaknak nevezik. Erről lásd még a *Több bites információ egységek* c. fejezetet (I.4. old.)

⇒ **Az egyezményes átalakítási szabályt kódolásnak nevezzük.**

Akkor is kódolásnak nevezik az átalakítást, ha így kevesebb eszközt (pl. vezeték, időt, tárolót, sávszélességet, stb.) igénylő ábrázolási módra jutnak.

Pl. kevés vezetéken is nagy mennyiségű információt lehet átjuttatni kódoltan. Mi is tanuljuk ennek néhány megvalósítási módját.

⇒ **A megfejtést, és a nagyobb eszközigenyűre alakítást dekódolásnak nevezik.**

Az átalakítást akkor nevezik dekódolásnak, ha az átalakítás során kevesebb eszközigenyű ábrázolásról nagyobb igényűre jutnak.

Ha pl. az egy vezetéken érkező kódolt információt szétosztják igen sok felhasználónak, akkor ez dekódolás.

⇒ Bináris kódnak a bináris számjegyekkel történő ábrázolásra átalakító szabályt nevezzük.

Többféle bináris kódot tanulunk. Közülük a legegyszerűbbet, a bináris számrendszert nevezik sokszor pusztán bináris kódnak, míg a többi egyéb kiegészítő nevekké látják el. Pl. binárisan kódolt decimális számok.

A terjedés során többször is átalakíthatják, átkódolhatják a jelet. A fentiek szerint hol kódolásnak, hol dekódolásnak nevezik az átkódolást, attól függően, mennyi eszközt igényel az ábrázolása az átalakítás előtt és után.

⇒ Alfabetikus kódnak a betűket, számokat és egyéb karaktereket átalakító szabály leírását nevezzük.

Alfabetikus kóddal vannak ábrázolva a számítógépekben a fontok. Egybájtos számjeggyel vannak ábrázolva a CWI, ASCII (kiterjesztett), 852-es kódlap (codepage). A Windowsban több bájtos karakterkészletek is vannak, akár tízezer nyelvi karaktert is képesek ábrázolni (unikód).

Az információ csak kódolt (dekódolt) formában kerülhet feldolgozásra és továbbításra, különben nem értenék sem a gépek, sem az ember. Ilyen kód pl. a hangrezgések változásának jelentése (beszédhangok), a jelek szintje változásának jelentése, stb.

Egy adott úton terjedő kódolt információ **jel** alakjában terjed, az adó jeleket ad, a vevő jeleket fog. A jelekkel, jelátvivő képességgel, és jelfeldolgozással az Elektronika, mérés-technika részben foglalkozunk.

Az információ a digitális technikában a leggyakrabban bináris kódban van ábrázolva.

Ezután a Digitális technikával foglalkozó fejezetekben csak a binárisan kódolt információval foglalkozunk csak.

Ennek okai a *A legkedvezőbb alapszám* című fejezetben (II.7. old.) kerülnek kifejtésre.

Az információ útja, adathordozók, információátvitel

Az információ anyagban, közegben, hordozón, azaz valamilyen **úton kell, hogy terjedjen**. Ez az út az adathordozó (rádióhullám, optikai lemez, vagy magnószalag, hang, könyv, sajtóter-

mék, stb.) A tárolandó, vagy átszállítandó információnak korántsem mindegy, mekkora a mennyisége. Erről szól a következő fejezet.

Az információ mennyisége

☞ az információ elemi egysége a bit, **B**inary **D**igit. Jele **b** (kis b betű)

☞ A bit egy darab kettes számrendszerbeli számjegyet jelent, értéke 0 vagy 1 lehet, egyszerre csakis az egyik.

A lehetséges legkisebb változás-, vagy nem-változás híre **kétféle lehetséges állapot**ról szóló hír. Pl. van, vagy nincs, igen, vagy nem, igaz, vagy hamis. Számjegyekkel 1, vagy 0. 1 bitnél kisebb mennyiségű információ nincs.

Eleminek azért nevezzük a lehetséges legkisebb információmennyiséget, mert csak egész számú többszöröse létezhet, úgy tekinthetjük, mint az információ elemeit, építőköszletét.

Az információegységeknek a fentiek alapján tökéletesen megfelelnek a kettes számrendszer számjegyei, a 0 és az 1. Látni fogjuk, hogy a számtani műveletekhez (aritmetika) és a logikai műveletekhez is kiválóan megfelel a kettes számrendszer. Alkalmazásával lehetőségessé válik, hogy ugyanazok az áramköri elemek számolási és logikai műveleteket is végrehajthassanak. Így a digitális technikában kialakult, hogy amit csak lehet, a kettes számrendszer jegyeinek megfelelő kétállapotú jelekkel hajtanak végre, ill. dolgoznak fel, 0-kal és 1-ekkel. További előnye, hogy így egy vezetéknek csak kétféle állapotúnak kell lennie, nagyobb, vagy alacsonyabb feszültségűnek, stb. További példák: van áram, vagy nincs áram, van, vagy nincs, lyuk, sötét, vagy világos, így mágneses-zem, vagy úgy, stb

Nem csak kettes számrendszerbeli, hanem más számrendszerrel, vagy betűkkel leírt információ-ábrázolás is létezhet. Mégis, **a digitális technika áramkörében szinte kizárólag bitek, kétállapotú jelek találhatók**. Még az egyéb számok, betűk, karakterek is bitekkel, persze több bittel vannak ábrázolva..

Több bites információ egységek

☞ Bináris kódnak a kettes számrendszer számjegyeinek használatát nevezzük.

Ami bináris kódolású, azt bitekkel ábrázoljuk, hiszen a bit a kettes számrendsze számjegye.

Az eleminél több információt szükségszerűen több bit kell, hogy hordozza.

☞ **Szó** alatt az egynél több bites információt értjük. Szóhosszúságnak pedig a bitek számát. A szóban mindig kötött a bitek helye, mást kapunk, ha két, vagy több bitet felcserélünk (akár a számjegyeknél).

A technika története alatt 2-, 4-, 8-, 16 bites, 32 bites, 64, és több bites szóhosszúságú szavakat alkalmaztak a különböző információ-egységeket feldolgozó eszközökben.

Hogyan függ a bitek számától az, hányféle állapotú lehet egy szó?

☞ A bitekből álló szó lehetséges állapotainak száma 2^n , ahol n a bitek száma.

☞ X számú különböző állapot megkülönböztetésére $n = \log_2 X$ bitre van szükség

Minél részletesebben kívánjuk ábrázolni az információt, annál több bitre van szükségünk.

Természetesen nem csak bináris kódú információ létezik, de a másképp kódolt információ mennyiségét is lehet jellemezni bitekkel. Néhány példa információ mennyiségekre:

Egy átlagos nyelv egy betűjének információtartalma kb. négy bit (Shannon számításai nyomán.) Ehelyett legalább 8 bittel ábrázolják, mint karaktert. Ám így lehetőség nyílik a karakterkészletben nem csak betűket, hanem számokat és más írásjeleket is ábrázolni.

Egy nagylexikon összes információtartalma $1,28 \cdot 10^7$ bit (Meyer Nagy Univerzális Lexikona). Az USA Kongresszusi Könyvtára (Washington, tízmillió könyv) 10^7 kötet, 10^6 bit/kötettel összesen 10^{13} bit.

Az emberiség könyvekben található ösztudása 10^{18} bit (1997-es adat, 625 milliárd könyvvel számítva).

Egy ember szókinccse, ha 100 000 szót feltételezünk $3,9 \cdot 10^6$ bit.

Az átlagos ember agyának tárolókapacitása tisztán materiális szempontból 10^{13} - 10^{15} bit (McCullah szerint), és $2,65 \cdot 10^{20}$ bit, ha csak az idegsejtek adta lehetőségeket vizsgáljuk (sokkal-sokkal több, mint az egész emberiség könyvekben levő tudása).

A példákat Werner Gitt fentebb említett könyvéből vettem (159-161. oldal).

A nevezetes szavak

A kevés bitszámú szavaknak saját nevet adtak, ezért azokat nevükön, és nem szóként említjük. Tekintsük a kevés bitszámú információegységeket:

⇒ **Triád** alatt egyszerre három bitet értünk. Egy triád 8-féle lehetséges állapotot vehet fel.

A triád 8 lehetséges állapotát az oktális (8-as) számrendszer számjegyeivel lehet úgy ábrázolni, hogy a 8 lehetséges állapot mindegyikéhez egy-egy oktális számjegyet rendelünk.

⇒ **Tetrád** alatt egyszerre négy kötött sorrendű bitet értünk. Egy tetrád 16-féle lehetséges állapotot vehet fel.

A tetrád 16 lehetséges állapotát egy-egy számjeggyel lehet jellemezni, úgy, hogy mindegyikéhez egy-egy hexadecimális (16-os számrendszerbeli) számjegyet rendelünk.

⇒ **A bájt (byte)** jelentése: **egyszerre nyolc bit** információ. Jele **B** (nagy B betű).

Egy bájt 256-féle lehetséges állapotot vehet fel (adhat róla információt). A 256 lehetséges állapot túl sok, hogy számjegyekkel lehetne ábrázolni, de lehet számokkal, betűkkel és egyéb írásjelekkel. Ilyenek az alfanumerikus kódok, pl. az ASCII. De ennek megjegyzése nehéz.

Ám **a bájtot le tudja írni két hexadecimális számjegy**, és ez jóval rövidebb, mint ha 8 bittel írnanánk le. Ezért a hexadecimális számrendszer elterjedt és használatos a programozásban.

Mára leggyakrabban a bájt használatos a technikában, sok esetben akkor is bájtot használnak (vagy egyszerre több bájtot), ha kevesebb bittel is megoldható lenne a feladat (vagy kevesebbel, mint 8 egész számú többszöröse).

Prefixumok (állandó szorzók)

A nagyobb decimális számok esetén prefixumokat (állandó szorzókat) használnak, mint a kilo (10^3), Mega (10^6), stb. A bináris számoknál is bevezették a prefixumokat, melyek hasonlóan elnevezésben is, értékben is a decimálishoz, pl. a bináris kilo 1024, míg a decimális 1000.

Problémát jelentett a hasonló jelentés miatt, hogy olykor nem volt egyértelmű, mikor bináris, és mikor decimális prefixumot használnak. Ezért Nemzetközi Elektrotechnikai Bizottság (International Electrotechnical Commission, IEC) 1998-ban elkészítette az új prefixumok használatára vonatkozó ajánlását. Az ajánlás szerint, a bináris prefixumot ki kell egészíteni a „binary” szóval, ami a kettes számrendszer használatára utal. **A jelölésben ez egy kis „i” betű formájában látszik az eredeti prefixumjel mellett.** A kiejtésre is vonatkozik az ajánlás, helyesen az „i” betűt „bee”-nek kell ejtenünk (angol). Még egy változtatás történt, a kilót eredetileg „k” betűvel jeöltük. Ez a bináris rendszerben nagy K-ra változott, amivel a többi prefixum jelölését követi.

Az alábbi táblázatban foglaltuk össze a használható prefixumokat. Ilyen bináris prefixumok a következők:

⇒ **10^3 neve kilo, jele k, értéke 1 000, kimondva ezer.**

Pl. kA kimondva kiloamper, jelentése 1000 A.

⇒ **2^{10} neve kibi, jele K, vagy Ki, értéke 1 024, kimondva kilobinary**

Példák: 1Kb kimondva kibibit, jelentése 1024 bit.

64KiB kimondva 64 kibibájt, jelentése 65 536 bájt. Ezt sokszor még 64KB-nak írják.

⇒ **10^6 neve Mega, jele M, értéke 1 000 000, kimondva egymillió**

Pl. MΩ kimondva megaohm, jelentése 1 000 000 Ω.

⇒ **2^{20} neve Mebi, jele Mi, értéke 1 048 576, kimondva megabinary,**

Pl. 256MiB jelentése 256 Mebibájt, pontosan 268 435 456 bájt.

⇒ **10^9 neve Giga, jele G, értéke 1 000 000 000, kimondva milliárd (Amerikában billió)**

Pl. 2 GW kimondva két gigawatt, jelentése 2 000 000 000 watt (egy nagy erőmű teljesítménye lehet ennyi)

- ⇒ 2^{30} neve **Gibi**, jele **Gi**, értéke 1 073 741 824, kimondva gigabinary.
Pl. a Pentium processzorok legfeljebb 4 GiB memóriát képesek címezni. Ennek oka, hogy 32 bites címvezetékek van. 32 bittel (bináris számjeggyel) 2^{32} féle állapot írható le. $2^{32}B = 4GiB = 429\,496\,7296\,B$.
- ⇒ 10^{12} prefixumként **Tera**, jele **T** értéke 1 000 000 000 000, kimondva billió (Amerikában milliárd)
- ⇒ 2^{40} prefixumként **Tebi**, jele **Ti**, értéke 1 099 511 627 776, kimondva terabinary
- ⇒ 10^{15} prefixumként **Peta**, jele **P**, értéke 1 000 000 000 000 000, kimondva ezerbillió
- ⇒ 2^{50} prefixumként **Pebi**, jele **Pi**, értéke 1 125 899 906 842 624, kimondva petabinary
- ⇒ 10^{18} prefixumként **Exa**, jele **E**, értéke 1 000 000 000 000 000 000, kimondva trillió
- ⇒ 2^{60} prefixumként **Exbi**, jele **Ei**, értéke 1 152 921 504 606 846 976, kimondva exabinary

Megjegyzés: Egynél kisebb bináris prefixumok nincsenek.

Az egynél kisebb decimális prefixumokat a ... fejezetben ismertetem, a ... oldalon.

Megjegyzés 2: Egyedül a nagy K betű is bináris prefixumot jelent, míg a többi nagybetű magában (i nélkül) decimálisat.

Példák prefixumok használatára:

3 KB mit jelent?

Három kibibájt információt jelent, azaz pontosan 3 072 bájtot.

Nem bitet, hanem bájtot, mert a nagy B betű azt jelenti.

Megjegyzés: Írhatunk Kib helyett KB-ot, mert a nagy K betű bináris kilót jelentett önmagában. Sok adat-hordozón is így van feltüntetve annak kapacitása.

0,5 Kb jelentése 512 bit. Nem bájt, hanem bit, mert kis betű!

0,5 kb jelentése 500 bit.

5 MiB pontosan $5 \cdot 2^{20}$ bájt információ, azaz 5 242 880 bájt. Ez több, mint 5 MB, azaz 5 000 KB, hiszen a bináris Mega is több ezer bináris kilonál (1 024 K több, mint 1 000 K).

64 KiB jelentése 65 536 B. Megkaphatjuk úgy, hogy $64 \cdot 2^{10}$ -t kiszámítjuk. De úgy is, hogy mivel $64 = 2^6$, $K = 2^{10}$, így $64 \cdot 1024 = 2^6 \cdot 2^{10} = 2^{6+10} = 2^{16} = 65536$.

Példák számításokra:

1.) Hány gibibájt adatot lehet felírni egy 4,7 GB kapacitású DVD-R lemezre?

Megoldás: $4,7GB = X\,GiB$

$$X = 4,7 \cdot \frac{GB}{GiB} = 4,7 \cdot \frac{10^9}{2^{30}} = 4,3772161$$

Tehát 4,377 2161 GiB-nyi adat fér a 4,7 GB kapacitású lemezre.

2.) 15,7 GiB adat hány GB helyet foglal a merevlemezen? (A merevlemezek kapacitását GB-ban szokás megadni.)

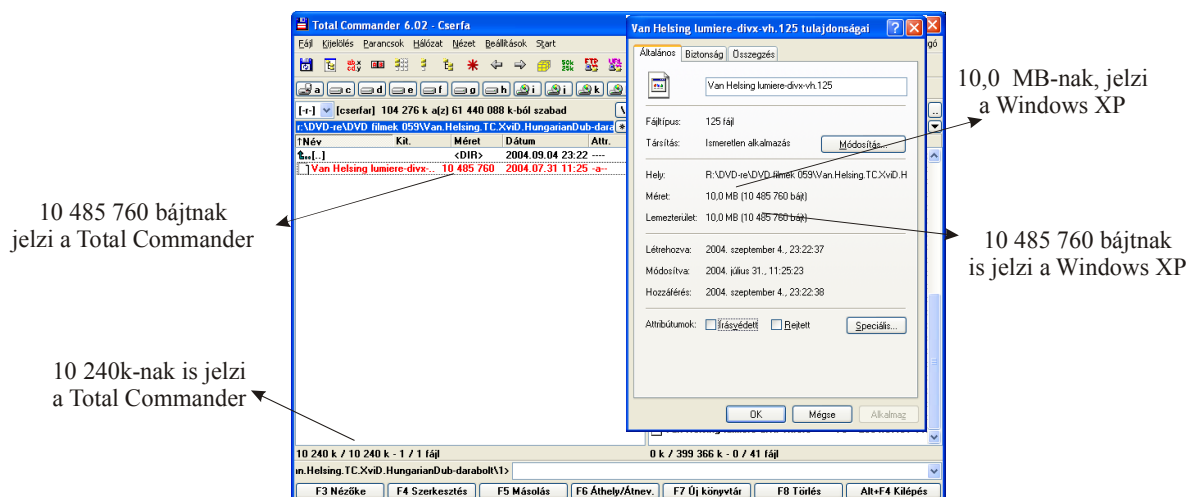
Megoldás: $15,7 \text{ GiB} = X \text{ GB}$

$$X = 15,7 \cdot \frac{\text{GiB}}{\text{GB}} = 15,7 \cdot \frac{2^{30}}{10^9} = 16,858$$

Tehát 16,858 GB helyet foglal a merevlemezen 15,7 GiB adat.

Természetesen $16,858 \text{ GB} = 16\,858 \text{ KB}$, de $16,858 \text{ GB} = 15,7 \text{ GiB}$ csupán.

Egy fájlnak háromféle méretét olvashatjuk az alábbi ábráról. Mekkora a mérete helyesen?



Megoldás: Pontosan valószínűleg a 10 485 760 bájt van megadva. Ezt 1024-gyel osztva 10 240-et kapunk, melyet tovább osztva 1024-gyel pontosan 10 a végeredmény.

Tehát a helyes fájl méret méret: 10 240KB, vagy 10MiB.

A Total Commander 6.02-es verziója nem mutatja rosszul a fájl méretet, csak éppen nem MiB-ban, sem MB-ban, hanem KB-ban olvasható a fájl méret. A Windows XP pedig a MiB-ban helyesen számított értéket MB-nak mutatja. Ember legyen a talpán, aki meg tudja jegyezni, melyik program melyik verziója miben érti a fájl méretet!

Ajánlott tanulmányozni még a következő rész 4. példáját!

Feladatok:

- ❑ Hány GiB 1200 MB?
- ❑ Fogalmazza meg saját szavaival, mit jelent, hogy egy floppylemez tulajdonképpen nem 1,44MB-os, hanem pontosan 1440 KB-os kapacitású! (Erről lásd a következő rész 1. példáját!)
- ❑ Hány 1,44 MB-os floppylemez tartalma írható fel egy 120MiB-os mágneslemezre? (Figyelem, az 1,44 MB-os floppylemez nem 1,44 MB-os, hanem 1440 KB-os!)
- ❑ Egy CD lemez 700 MiB-os kapacitású. Hány MB adat írható rá?
- ❑ Egy kétbájtos változó (a memóriában két bájjal van ábrázolva) hányféle értéket vehet fel? (2^{16})
- ❑ Hány bittel lehet ábrázolni az egymillió különböző lehetséges állapotot?
- ❑ Egy digitális aláírás kulcsa 2048 bájt hosszú. Hányféle variáció képzelhető el ilyen hosszúságú kulccsal? (Gondolja meg, nem véletlen, hogy hosszú ideig semmi esély nem lesz ilyen kulcsú hitelesítés meghamisítására.)

Elrettentő példák a helytelen prefixumok használatára:

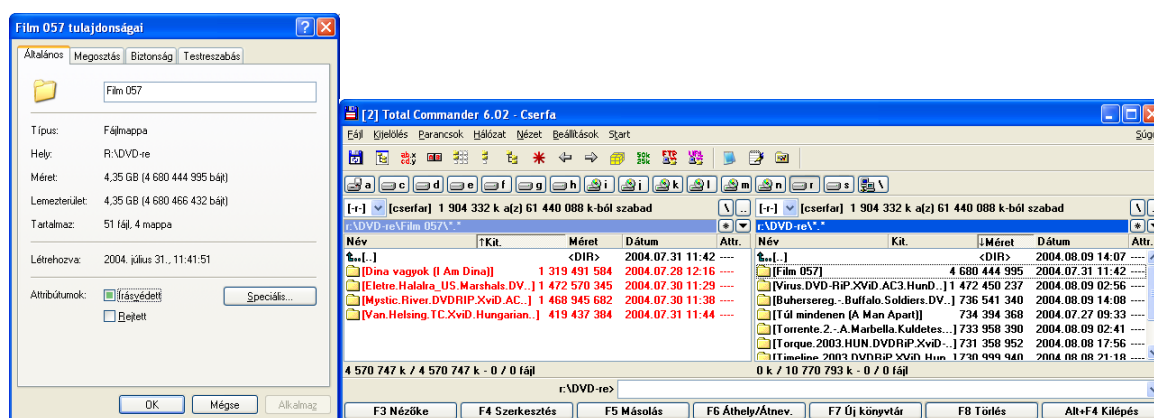
1.) Egy floppylemezen bináris kilobájtokat, azaz az IEC ajánlás szerint kibibájtokat adnak meg. Ám azt írják egy lemezre, hogy kapacitása 1,44 MB, ami tulajdonképpen 1 440 KB kapacitást jelent ($0,5\text{KB} \cdot 2 \text{ oldal} \cdot 18 \text{ szektor} \cdot 80 \text{ track} = 1\,440\text{KB}$). Tehát nem 1,44MB, hanem 1 440 KB, ami 1,406 25 MiB (binárisan), vagy 1,474 56 MB (decimálisan). Tehát egyetlen kifejezésben bináris és decimális számot is értenek, teljesen érthetetlenül. **Helyes lenne az 1,474 56 MB, vagy az 1,406 25 MiB, de hibás az 1,44 MB.**

2.) Egy CD-R lemez megadott kapacitása a gyártók szerint 650 MB, ami a valóságban azonban $650\text{MiB} = 650 \cdot K^2B$. Tehát összesen 681,5744MB adatot lehet erre a gyártók szerinti 650MB-os lemezre írni. Azaz 665 600 KB-ot.

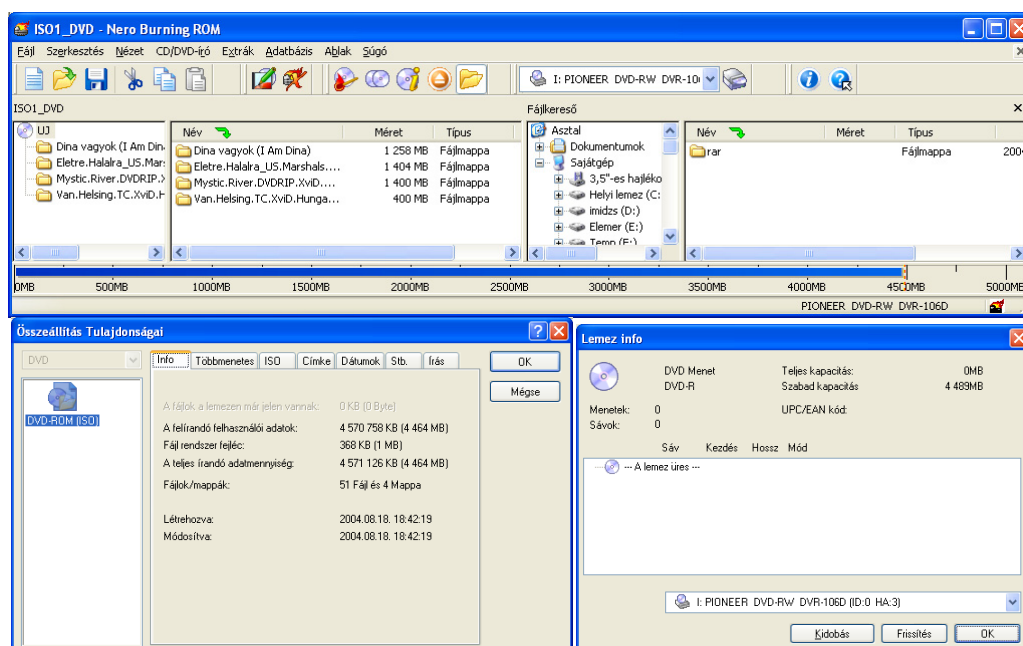
3.) A merevlemezgyártók szinte mindegyike decimális Mega-, vagy Gigabájtban adja meg terméke kapacitását. Ugyanakkor minden fájlkezelő program KB-ban adja meg a méretet. **Ne csodálkozzunk, ha egy teljesen üres merevlemezén kevesebb a hely a fájlkezelő programok szerint, mint amit a gyártók megadnak.**

4.) Egy DVD-R lemez gyártók szerinti kapacitása 4,7 GB. Azonban erre csak 4,38GiB adatot lehet írni. Ezt a 4,38 GiB adatot a Nero CD író szoftver 4 489 MB-nak jelzi, amiben a 4 489 decimálisan-, míg az MB binárisan értendő (azaz MiB lenne).

Legyen egy fáj-összeállítás DVD-R írásra készen. Ennek a mappája a Total Commander és a Windows XP fájlkezelése szerint 4 680 444 995 B, utóbbi szerint 4,35 GB is, majdnem eléri a maximális 4,38 GiB-ot.



Ez a fájlszeállítás a Nero CD író szoftverben 4 571 126 KB-nak mutatkozik, amit a Nero már 4 464 MB-nak is mutat, így látható a lenti állapotlécen is. Ez az összeállítás majdnem teljesen kihasználja a DVD lemez Nero szerinti 4 489 MB-os, Windows szerinti 4,38 GB-os kapacitását, mint fentebb is láttuk.



A különböző gyártók, cégek önkényes értelmezése miatt nagy összevisszaság jellemzi az informatikában használt prefixumokat, méreteket. A hasonló jelölés is megtévesztő. Ez már a megával kezdődött, mert a decimális mega is nagybetűs M, itt nem lehetett élni azzal, amivel a Kilónál, hogy a binárist a decimálistól úgy különböztetjük meg, hogy nagybetűvel írjuk. A kis m betű meg millit jelent, így erre sem lehetett menni. Így vállalva a

kétértelműséget a decimális megát is, a bináris megát is nagy M betűvel jelölték, és az M betűből nem lehetett tudni, melyikre is gondolnak, csak abban reménykedtek, az informatikában bináris megára gondol mindenki. Igen ám, de jöttek a gyártók, és önkényesen decimális megával kezdték megadni gyártmányaik méretét, hogy nagyobbak tűntethessék fel gyártmányaikat. Hasonlóan bántak a megánál nagyobb prefixumokkal is, így végül teljes összevisszaság alakult ki, összevissza keverik az azonos nevű bináris és decimális prefixumokat, gyakran egy adaton belül is (gondoljunk a floppyra, ahol a MB jelentése: decimális kilo szorozva bináris kilóval).

Mindig meg kell tehát vizsgálni, bináris, vagy decimális prefixumról van-e szó. **Mi pedig ragaszkodjunk az IEC ajánláshoz**, hogy elkerüljük a félreérthetőséget.

Elvárt a prefixumok helyes használata.

A bináris és decimális prefixumok használata, és helyes használata kötelező! Ne mondjunk olyan mennyiséget, hogy 4 680 444 995 (négy milliárd-hatszáznyolcvan- és félmillió) bájt, mondjuk 4,38 Gibibájtnak! Ne mondjunk 5000 Megabájtot, mondjuk öt Gigabájtnak!

A kötelezően ismert számok

Kötelező a következő kettes számrendszerbeli számok decimális értékeinek ismerete:

$$2^4 = 16$$

$$2^8 = 256 = \frac{1}{4} K$$

$$0,5 K = 2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024 = K$$

$$2^{16} = 65536$$

Ezeket kérem megtanulni, fejből, gondolkodás nélkül tudni! Használatukat is tessék begyakorolni!

Ellenőrző kérdések az információ témaköréből:

- **Határozza meg:** Mi az információ? Milyen főbb elemei vannak az információnak? Melyik főbb elemeit vesszük részletesebben? Mi a szintaxis? Mi a statisztika? Mi a karakter? Mi az információ elemi egysége? Mit tekintünk az adatnak? Mit nevezünk kódnak? Mit értünk kódolás alatt? Mit értünk dekódolás alatt? Milyen kódokról volt szó eddig?
- **Válaszolja meg:** Miért a kettes számrendszert választották az információfeldolgozásban? Milyen több-bites információegységeket ismer? Milyen decimális prefixumokat ismer? Milyen bináris prefixumokat ismer? Mi az a bit? Mit értünk szó alatt? Mi a bájt? Mi a triád? Mi a tetrád? A zavar növeli, vagy csökkenti a jel információtartalmát? Nevezzen meg legalább egy alfanumerikus kódot, és mondja meg, hány bittel szoktak ábrázolni benne egy karaktert!
- **Gondolkodjon** (érdekességgént.): Ki volt Shannon? Körülbelül hány bit emlékezete lehet az átlagos emberi agynak? Hány bit kell átlagosan (körülbelül) egy betű hordozta információhoz?
- Számítsa ki, mondja meg pontosan: Pontosán hány bájt 1 KB? Pontosán hány MB 1 MiB? 2 Gib pontosan hány bit? 2 MiB pontosan hány bájt? A CD-ken 1 másodpercnyi zene 150 KB-nyi adatnak felel meg. Hány MB adat írható egy 80 perc tárolókapacitású írható CD-re? És hány MiB?
- 2 GiB adat hány GB helyet foglal a merevlemezen? (A merevlemezek kapacitását GB-ban szokás megadni.)

II. Kódok és aritmetika

Numerikus kódoknak az információ számjegyekkel történő ábrázolására alakító szabályt nevezünk. A közéletben a legelterjedtebb a decimális számok használata, gondolkodásunkhoz is ez áll a legközelebb. A decimális kód egyszerűen a decimális számok használata.

A *legkedvezőbb alapszám* c. fejezetben (II.7. oldal) látni fogjuk, a kettes számrendszer használatának akkora előnye van, hogy részletesebben csak a bináris kódokat tanulmányozzuk.

Aritmetika alatt a számok tanát, a számábrázolást, és a számokon végzett matematikai műveleteket értjük. A számítógépeket az aritmetika miatt nevezik **számítógépnek**, noha sokkal több feladatot végeznek, mint a számológépek, ezért különböznek azoktól (ezért is számító-, és nem számológépek). A számítógépek processzorainak egyik fő egysége az ún. aritmetikai-logikai egység, mely működéséhez megértéséhez most fektetjük le az alapokat.

Számrendszerek

Helyiértékes számok

↗ Egy n számú egész számjegyet és h számú törtrész számjegyet tartalmazó R (radix) alapú

számjegy jelentése a következő: $N_R = \pm \sum_{k=-h}^{n-1} A_k R^k$

Ez nagyon fontos definíciós képlet, ezzel könnyen ki tudjuk számítani egy R alapú szám decimális alakját.

A definíciós képlet szóval kimondva: szumma A index k szor R a k -adikon, ahol k - h -tól $n-1$ -ig minden egész értéket felvesz. Ez lényegében egy $n + h$ elemű tömb, ahol k az indexváltozó. Az összeg egy R alapú $n + h$ jegyű helyiértékes számjegy, ahol az egész jegyek száma n , a törtrész jegyeinek száma h .

A definíciós képlet egész része: $N_E = A_{n-1}R^{n-1} + A_{n-2}R^{n-2} + \dots + A_1R^1 + A_0R^0$

Szummás alakban az egész rész az egész rész: $N_E = \sum_{k=0}^{n-1} A_k R^k$

A definíciós képlet tört része: $N_T = N_T = A_{-1}R^{-1} + A_{-2}R^{-2} + \dots + A_{-h+1}R^{-h+1} + A_{-h}R^{-h}$

Szummás alakban: $N_T = \sum_{k=-h}^{-1} A_k R^k$

Természetesen $N_E + N_T = \sum_{k=0}^{n-1} A_k R^k + \sum_{k=-h}^{-1} A_k R^k = \sum_{k=-h}^{n-1} A_k R^k = N_R$

Az egész rész és a törtrész közé egy vesszőt teszünk, a törtes vesszőt.

(Amerikában és sok országban törspontot használnak). A törtesvesszőtől balra állnak az egész értéket-, jobbra pedig a törtet ábrázoló számjegyek.

Az N szám az R alapú számrendszerben tehát a következő alakban írható fel:

$$N_R = A_{n-1}A_{n-2}\dots A_1A_0, A_{-1}A_{-2}\dots A_{-h+1}A_{-h} R$$

A kifejezésben alsó indexben szereplő R jelentése: R alapú helyiértékes szám.

Az egész rész $N_E = A_{n-1}A_{n-2}\dots A_1A_0 R$ A törtrész $N_T = A_{-1}A_{-2}\dots A_{-h+1}A_{-h} R$

Pl. 4356,76₈

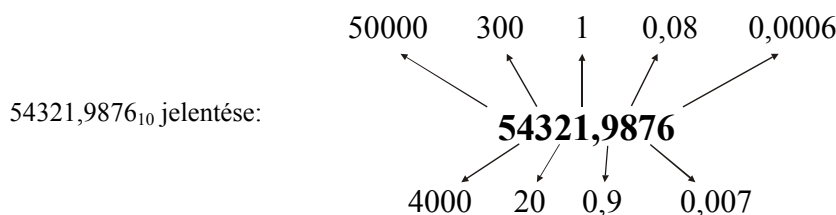
A helyiértékes számoknál tehát nem kell jelölni az alap hatványait, azok a számjegyek előfordulási helyéből következnek. Az n jegyű egész számok legnagyobb helyiértéke az $n-1$ szám, legkisebb helyiértéke a 0.

Például egy 12 jegyű egész szám legnagyobb helyiértéke 11, a legkisebb helyiértéke 0.

Példa:

54321,9876₁₀ jelentése:

decimális, tehát $R = 10$, öt egész jegyű, azaz $n = 5$ és négy törtjegyű, azaz $k = 4$, értéke a definíciós képlet szerint: $5 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0 + 9 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-3} + 6 \cdot 10^{-4}$



Pl. 1011₂ egy kettes számrendszerbeli számjegy, jelentése:

$1011_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$. Itt $n = 4$, azaz négyjegyű a szám.

$A_3 = 1, A_2 = 0, A_1 = 1, A_0 = 1$. Ezt összeírva kapjuk 1011-et, ahol az alapszám 2.

Röviden tehát ez a szám: **1011₂**

A legtöbb esetben a decimális számokat semmivel nem jelöljük, a jelöletlen számok mindig decimálisak.

Pl. 1097 jelentése: $1 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$. Az alapszám 10.

$A_3 = 1, A_2 = 0, A_1 = 9, A_0 = 7$. Röviden (összeírva) tehát ez a szám **1097**.

Ez is négyjegyű szám, azaz $n = 4$, a legnagyobb helyiérték a 3.

Átszámítás decimális számrendszerbe

A helyiértékes számok definíciós képletével nagyon könnyű kiszámítani a tetszőleges számrendszerben adott számot, csak be kell helyettesíteni, és elvégezni a képlet műveleteit (hatványozás, szorzás és összeadás). Magyarázat helyett példákkal mutatjuk meg az átszámítást.

Példák decimálisra átszámításra

Számítsuk át 4356,76₈-ot decimálisra

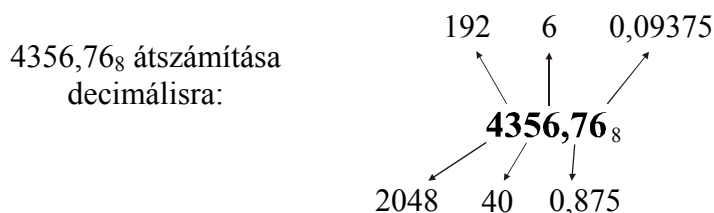
4356,76₈ oktális (8 alapú), 4 egész jegyű és 2 törtjegyű szám.

A definíció szerint értéke decimálisan: $4 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 + 7 \cdot 8^{-1} + 6 \cdot 8^{-2}$

Decimálisra tagonként kiszámítva:

$4356,76_8 = 4 \cdot 512 + 3 \cdot 64 + 5 \cdot 40 + 6 + 7 \cdot 0,125 + 6 \cdot 0,015625 = 2286,96875$

Tehát 4356,76₈ decimálisan: **4356,76₈ = 2286,96875₁₀**



Számítsuk át $10110,011_2$ -et decimálisra

$10110,011_2$ bináris (2 alapú), 5 egész jegyű és 3 tötjegyű szám.

A definíció szerint értéke decimálisan: $1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3}$.

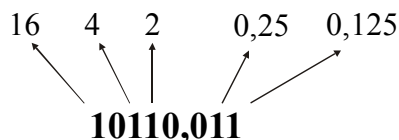
Figyeljük meg, a 0-val szorzott tagokat nem tüntettem fel, ezután sem fogom.

Decimálisra tagonként kiszámítva:

$$10110,011_2 = 16 + 4 + 2 + 0,25 + 0,125 = 22,375$$

Tehát $10110,011_2$ decimálisan: **$10110,011_2 = 22,375_{10}$**

$10110,011_2$ átszámítása
decimálisra:



Számítsuk át $3F60,D6_{16}$ -ot decimálisra

$3F60,D6_{16}$ hexadecimális (16 alapú), 3 egész jegyű és 2 tötjegyű szám.

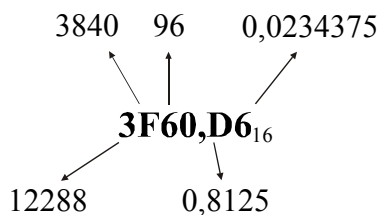
A definíció szerint értéke decimálisan: $3 \cdot 16^3 + 15 \cdot 16^2 + 6 \cdot 16 + 13 \cdot 16^{-1} + 6 \cdot 16^{-2}$

Decimálisra tagonként kiszámítva:

$$3F60,D6_{16} = 3 \cdot 4096 + 15 \cdot 256 + 6 \cdot 16 + 13 \cdot 0,0625 + 6 \cdot 0,00390625 = 16224,8359375$$

Tehát $3F60,D6_{16}$ decimálisan: **$3F60,D6_{16} = 16224,8359375_{10}$**

$3F60,D6_{16}$ átszámítása
decimálisra:



Hexadecimálisból binárisra- és visszaszámítás

Minden egyes hexadecimális számjegy helyettesíthető egy tetráddal. **Hexadecimálisból úgy kapunk bináris számot, hogy a minden egyes hexadecimális számjegynek megfelelő tetrádot formálisan egymás után leírjuk.**

Hasonlóan egyszerű a bináris számokat hexadecimálissá alakítani, ha tetrádokká tudjuk írni, csak leírjuk a tetrádoknak megfelelő hexadecimális számjegyeket. Itt azonban többnyire tetráddá kell kiegészíteni a bináris számokat, mégpedig az egész részt is, a törtrészt is. Ezt úgy végezzük, hogy négyes csoportokat jelölünk ki a kettedes ponttól, mégpedig az egész részen a kettedes ponttól balra-, a tört részen pedig jobbra haladva. Ha a végül az utolsó csoport nem négyes, azt a haladási irány szerint 0-kal egészítjük ki, úgy, négyes csoportra bővüljön. Ezután az így kapott tetrádok hexadecimális megfelelőit egyszerűen leírjuk.

Ezt példákkal mutatom be:

Példa hexadecimálisból binárisra- és visszaszámításra

Hex	Tetrád
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Alakítsuk át a fent már szerepelt $3F60,D6_{16}$ -t binárisra!

Írjuk fel egymás után a 3, az F, a 6, a 0 tetrádját, a törtes vesszőt, majd a D és a 6 tetrádját formálisan, gondolkodás nélkül, és kész vagyunk.

Ezek az érthetőség kedvéért előbb kötőjellel elválasztva (a táblázat alapján):

0011-1111-0110-0000,-1101-0110. Ezt egybeírva kapjuk:

0011111101100000,11010110. Ebből elhagyva az első két, és az utolsó felesleges 0-t 11111101100000,1101011-t kapunk.

Tehát $3F60,D6_{16} = 11111101100000,1101011_2$

Feladat: A *Példák decimálisra átszámításra* alfejezetben kiszámítottuk, hogy

$3F60,D6_{16}$ decimálisan: $3F60,D6_{16} = 16224,8359375_{10}$

Ellenőrizze, hogy 11111101100000,11010110 értéke decimálisan szintén 16224,8359375!

Példa binárisból hexadecimálisra alakításra

Számítsuk át 11101000000110000,01011101-t hexadecimálisra!

Előbb átalakítjuk négyes csoportokra, az egész részen is, a törtrészen is külön-külön, a kettedes ponttól haladva: 1-1101-0000-0011-0000,1011-101. A kapott nem négyes csoportokat 0-kal kipótolva (a törtnél utána, az egésznél elé írva) kapjuk: 0001-1101-0000-0011-0000,1011-1010. Az így kapott a tetrádok a hexadecimális megfelelői összeírva: 1D030,BA.

Tehát $11101000000110000,01011101_2 = 1D030,BA_{16}$

Látható, csak a megfelelői szabály formális betartása eredményt hoz, különösebb gondolkodás nélkül.

Oktálisból binárisra- és visszaszámítás

Mivel az oktális számok számjegyei egy-egy triáddal helyettesíthetők, a fenti elveket itt is alkalmazhatjuk. Oktálisból binárisra alakításkor formálisan leírjuk az oktális számjegyeknek megfelelő triádokat, és készen vagyunk. Binárisból oktálisra a fentiekhez hasonlóan előbb triádokra csoportosítjuk a bináris számot, ha kell, ki is bővítjük triáddá a szélső csoportokat. Ezután formálisan leírjuk a kapott triádoknak megfelelő oktális karaktereket.

Mivel számunkra az oktális számok kevésbé fontosak, az átalakításokat nem mutatom be példákkal, és ilyen feladatot sem adok, de aki el kíván mélyedni e témában, könnyen elvégezheti az átalakításokat.

Átszámítás decimális számból más számrendszerbe

Ha nem decimális rendszerben adott számot kell átalakítani, előbb alakítsuk decimális számmá a definíciós képlet alapján, mivel nem tudunk gyakorlottan szorozni és osztani tetszőleges számrendszerben. Ezután a kapott decimális számot alakítjuk az új rendszerbe, az alábbiak szerint (minden számrendszerre értendő, nem csak decimálisra).

- **Az egész számok átszámítása** sorozatos osztással érhető el, úgy, hogy a maradékok adják az új számrendszer jegyeit a törtes vesszőtől haladva a nagyobb helyiértékek szerint.
- **Törtszámok átszámítása** sorozatos szorzással történik úgy, hogy az egészek adják az új tört jegyeit, szintén a törtes vesszőtől haladva az egyre kisebb helyiértékek szerint.

Megjegyzés: Ez nem vonatkozik a binárisból oktálisra, és viszont-, valamint hexadecimálisról binárisra és viszont alakításkor, mivel ezek különösen egyszerűek (lásd előző alfejezet). Ezeknél elég az oktális karakterek helyett a triádok, és a hexadecimális karakterek helyett a tetrádok formális felírása.

Példák a fenti szabályok alkalmazására:

Mennyi $312,375_{10}$ kettes számrendszerben?

$312 : 2$	0	$2 \cdot 0,375 = 0,75$	0
$156 : 2$	0	$2 \cdot 0,75 = 1,5$	1
$78 : 2$	0	$2 \cdot 0,5 = 1,0$	1
$39 : 2$	1		
$19 : 2$	1	$312_{10} = 100111000_2$	és $0,345_{10} = 0,011_2$
$9 : 2$	1	Tehát $312,375_{10} = 100111000,011_2$	
$4 : 2$	0		
$2 : 2$	0		
$1 : 2$	1		

Mennyi $93,835\ 937\ 5_{10}$ binárisan?

$95 : 2$	1	$2 \cdot 0,8359375 = 1,671875$	1
$47 : 2$	1	$2 \cdot 0,671875 = 1,34375$	1
$23 : 2$	1	$2 \cdot 0,34375 = 0,6875$	0
$11 : 2$	1	$2 \cdot 0,6875 = 1,375$	1
$5 : 2$	1	$2 \cdot 0,375 = 0,75$	0
$2 : 2$	0	$2 \cdot 0,75 = 1,5$	1
$1 : 2$	1	$2 \cdot 0,5 = 1$	1

Tehát $95,835\ 937\ 5_{10} = 1011111,1101011_2$

Azon ne csodálkozzunk, ha nagyon sok, akár végtelen sok számjegyet kapunk a törtrész kiszámításakor, a fenti példák kifejezetten olyanok (az előző példák törtrészei), hogy véges jegyű eredményt kapjunk.

Mennyi $153,706\,018\,518\,5_{10}$ hatos számrendszerben?

153	:	6		3		6	·	0,7060185185	=	4,2361111111		4
25	:	6		1		6	·	0,2361111111	=	1,4166666666		1
4	:	6		4		6	·	0,4166666666	=	2,5000000000		2
						6	·	0,5000000000	=	3		3

Tehát $153,7060185185_{10} = 413,4123_6$

Ellenőrzés a helyiértékes törtszámok definíciójának felhasználásával:

$$413,4123_6 = 4 \cdot 6^2 + 1 \cdot 6 + 3 + 4 \cdot 6^{-1} + 1 \cdot 6^{-2} + 2 \cdot 6^{-3} + 3 \cdot 6^{-4} =$$

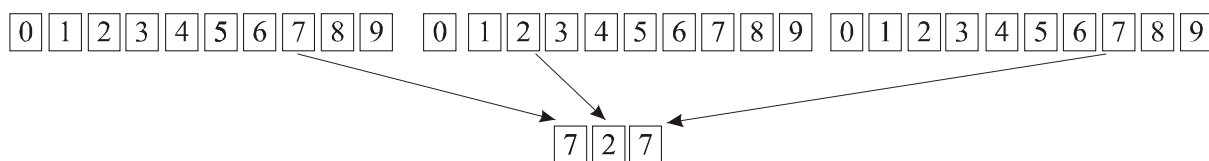
$$= 144 + 6 + 3 + 0,666 + 0,02777 + 0,009259 + 0,0023148 = 153,7060185185$$

(A decimális számrendszerbeli számokat nem indexeltem, a felső pontok között végtelen szakasz van jelölve szokás szerint.).

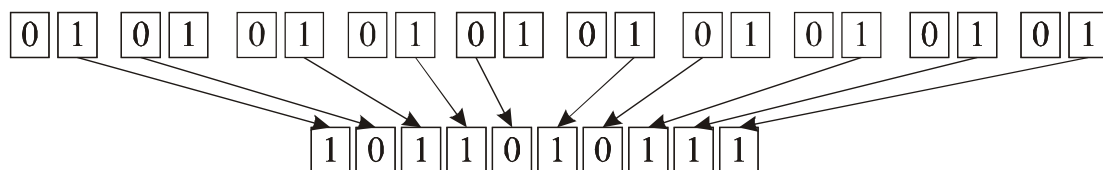
A minimális szerkezeti elemek száma

Keressük meg, legalább mennyi hardver elem kell egy adott R alapú, n jegyű szám ábrázolásához.

Példa decimális számra: Ha 0-999-ig terjedő számokat szeretnénk cserélhető táblácskákkal ábrázolni, helyiértékenként 10-10-10 db, táblácskát kell készítenünk. Minden helyiértékhez 10-et (0-9-ig), összesen 30 db-ot. A harminc db táblácskából így rakhatunk ki pl. 727-et:



Példa bináris számra: Kettes számrendszerben 2^{10} -féle szám ábrázolásához csak 20 db táblácskát kell készítenünk, 10 db 0-t, és 10 db 1-et, amivel 0-1 1111 1111-ig (decimális értékben 0-1023-ig) minden számot ábrázolni tudjuk. Rakjunk ki a húsz táblácskánkkal az előbbi decimális 727-et binárisan, azaz 1011010111_2 -et (727_{10}):



A példa alapján mondhatjuk, a háromjegyű decimális számok minimális szerkezeti elemeinek száma számjegyenként 10, n jegyűhöz $n \cdot 10$. Hardverből tehát legalább ennyi fizikailag létező elem (pl. különböző táblácska, lámpa, huzal, vagy egyéb) kell a decimális számok tényleges ábrázolásához. Hasonlóan az n jegyű bináris számok minimális szerkezeti elemeinek száma $n \cdot 20$. Hardverből tehát legalább ennyi fizikailag létező elem (pl. különböző táblácska, lámpa, huzal, vagy egyéb) kell a bináris számok ábrázolásához.

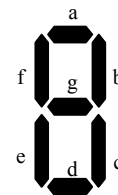
Megállapíthatjuk:

R alapú n jegyű szám minimálisan szükséges szerkezeti elemeinek száma $R \cdot n$.

Ha az R alapú n jegyű szám első számjegye nem R, csak k-féle lehet, akkor $k + R(n-1)$

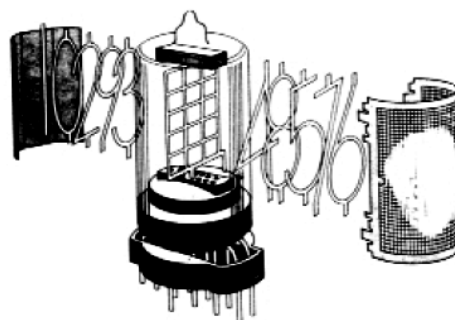
Erről lásd még a fél digit (számjegy) fogalmát a Hardver Gyakorlat könyvünk Műszerek tulajdonságai fejezetében

Érdekesség: Nem csak táblácskákkal, hanem szegmensekkel is lehet számjegyeket ábrázolni. A decimális számokat gyakran hétszegmenses kijelzővel ábrázolják. A hét szegmens tulajdonképpen hét kétállapotú szerkezeti elem (szegmens), így akár 2^7 féle ábrát ábrázolhatna. Amiből csak 10-et használnak ki, mert 10-féle decimális szám van. A hétszegmenses kijelzőkkel, és kódolásukkal találkozunk, és tervezni is fogjuk a dekóderüket (binárisból 7 szegmensre kódoló áramkör) a *BCD kódból 7 szegmenses kijelzőre dekóder tervezése* c. fejezetben (IV.21. old.) A jobb oldali ábrán meg is jelöltem a hét szegmensen az abc betűivel:



Fogunk még vizsgálni más szerkezeti elemekkel megadott számok kijelzését is, pl. a dobókocka, vagy a dominó számait a *Kódoló és dekódoló áramkörök* c. fejezetben (V.1. old.)

Fizikailag mind a 10 számjegyet pl. az ún Nixie csövekben alakították ki. A Nixie csövekben a számjegyeknek csakugyan 10 szerkezeti eleme van. Ezek a számjegyek a csövekben meg is figyelhetők. Mindig csak az világít, amelyiket meg kell jeleníteniük, de a többi is meglátható, ha jobban megnézzük. Hasonló működési elvű kijelzőcsövek a mai napig működnek különféle készülékekben.



Nixie cső "robbantott" rajza

A gyakorlatban nagyon sokféle kijelző van, melyek szerkezeti elemeinek száma és sokféleségük miatt működésük felsorolhatatlan, mi csak a legegyszerűbbeket vesszük alaposabban figyelmünkbe.

A legkedvezőbb alapszám

Egyjegyű számok esetén annyiféle állapotot ábrázolhat a számjegy, amennyi az alapszáma. Egyjegyű szám esetén tehát R számú szerkezeti elem kell, ennyiféle állapotot írhat le.

Pl. egy decimális számjegy 10 féle állapotot írhat le, és 10 féle szerkezeti elem kell. Egy a 0-nak, egy az 1-nek, egy a 2-nek, ... végül egy a 9-nek.

Többjegyű számok esetén kedvezőbb a helyzet. **R alapú, n jegyű számok R^n féle állapotot írhatnak le. Szerkezeti elemeinek száma azonban csak R·n.** A többjegyű számok esetén az ábrázolható állapotok száma n-nel exponenciálisan növekedik, míg a szerkezeti elemeinek száma csak egyenes arányban.

Pl. kétjegyű decimális számok állapota 100 féle lehet, míg szerkezeti elemeinek száma csak 20. Hatjegyű decimális számjegy esetén már egymillió különböző számot kaphatunk 60 db szerkezeti elemmel.

Keressük meg, melyik a legkedvezőbb alapszám! Nyilvánvalóan az, amelyik alkalmazásakor egy adott számú lehetséges állapotszámhoz a legkevesebb szerkezeti elemszám kell. Ehhez nagyobb számot érdemes vizsgálni, hiszen kis számoknál kisebb az előnye a helyiértékes számoknak, egy jegy esetén el is tűnik.

Tekintsünk egy 10^3 körüli számot különböző számrendszerekben:

	Alapszám	Helyértékek száma	Ábrázolható különböző számjegyek (állapotok) száma	Szerkezeti elemek száma
Bináris	2	10	$2^{10} = 1\,024$	20
3-as	3	19	$2 \cdot 3^6 = 1\,458$	21
Oktális	8	10	$2 \cdot 8^3 = 1\,024$	27
Decimális	10	9	$10^3 = 1\,000$	30
Hexadec.	16	2	$4 \cdot 16^2 = 1\,024$	37

Tekintsünk egy 10^9 körüli számot különböző számrendszerekben:

	Alapszám	Helyértékek száma	Ábrázolható különböző számjegyek (állapotok) száma	Szerkezeti elemek száma
Bináris	2	30	$2^{30} = 1\,073\,741\,824$	60
3-as	3	19	$3^{19} = 1\,162\,261\,467$	57
Oktális	8	10	$8^{10} = 1\,073\,741\,824$	80
Decimális	10	9	$10^9 = 1\,000\,000\,000$	90
Hexadec.	16	7	$4 \cdot 16^7 = 1\,073\,741\,824$	117

Figyeljük meg, a decimális számrendszerben másfélszer annyi szerkezeti elemre van szükség ugyanakkora mennyiség ábrázolásához, mint bináris számrendszerben. Látható, a legkevesebb szerkezeti elem a hármas számrendszerhez kell, de majdnem ilyen kedvező a kettes számrendszer.

A kettes számrendszernek azonban olyan előnye van, amely szinte kizárólagossá teszi használatát. Ez pedig a két egymástól távol eső, jól megkülönböztethető állapot, mely fizikai mennyiségekkel jól ábrázolható, és a zavaroktól, torzulásoktól éppen a könnyű felismerhetőség miatt a lehető leginkább független.

Aritmetikai műveletek bináris számokkal.

Mi csak az egész számokra értelmezett műveleteket vesszük, és azokban is csak az összeadást, megmutatva, hogy a kivonás, a szorzás és az osztás hogyan végezhető el átalakításokkal és összeadásra. Összeadással és átalakításokkal ugyanis minden matematikai műveletet el lehet végezni.

Bináris összeadás pozitív operandusoknál

Legyen két tetszőleges alapú számjegyünk, A és B. Legyen összegük S (szumma), és az átvitel C (carry).

Átvitel akkor jelentkezik, ha az adott helyiértéken túlsordul a szám, ekkor az átvitel a következő, magasabb helyiértékhez adódik hozzá. Túlsordulás akkor jelentkezik, ha a két szám összege nagyobb lenne, mint az R-1, azaz a maximálisan ábrázolható egyjegyű szám. Tízes számrendszerben, tehát ha 9-nél nagyobb, bináris számrendszerben, ha 1-nél nagyobb. Két szám összegekor minden számrendszerben legfeljebb 1 lehet az átvitel.

Az alábbi táblázatban nézzük a bináris A és B összegét.

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Ez az igazságtáblája az ún. fél összeadónak. (*A fél összeadó* c. fejezet, V.5. old.)

Több bites számok összegzésekor bitenként képződhet átvitel, ami a magasabb helyiértéken levő bitekhez adódik hozzá. Így olykor bitenként akár három darab egyes összegét is kell képezni. Később,

A teljes összeadó c. fejezetben (V.5. old.) majd erre a műveletre készítjük az ún. teljes összeadót.

Példaképpen adjunk össze két számot decimálisan, és binárisan is:

$\begin{array}{r} 0 \ 6 \ 3 \\ 0 \ 4 \ 5 \\ \hline C = 1 \ 0 \\ S = 1 \ 0 \ 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \\ \hline C = 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ S = 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \end{array}$
--	--

A keletkező átvitelt a keletkezési helyénél eggyel magasabb helyiértékhez írjuk

Átvitel ott keletkezik, ahol egynél több 1-est kell összeadni (jelöltem)

Az összeg akkor 1, ha páratlan 1-est adunk össze.

Az egyes helyiértékeken levő szumma az azonos helyiértéken álló operandusok jegyeinek, és az előtte levő helyiértéken képződő átvitelnek az összege. $[S_i = A_i + B_i + C_{i-1}]$.

Az adott helyiértéken képződő átvitelek az eggyel magasabb helyiértékhez adódnak.

Bináris kivonás

A kivonás pozitív operandusok esetén is kivezethet a pozitív számok halmazából. Ezért szükséges a negatív előjel ábrázolása (kódolása) bináris számoknál. Ezenkívül jó lenne, ha a kivonást is összeadásra vezethetnénk vissza. Ehhez találtak is megoldást, a komplement számábrázolást. Alább látni fogjuk, hogy a komplementekkel a kivonás is összeadással végezhető el.

Bináris kódok

A legkedvezőbb alapszám c. fejezetben láttuk, hogy a kettes számrendszer használatának akkora előnye van, hogy mi ezután a Digitális technika fejezetein belül csak a bináris kódokat tanulmányozzuk. Minden mást, még a decimális számokat is bináris kóddal ábrázolunk.

Bináris előjeles számok

A negatív számok szokásos jelölése a negatív előjel karakter. A bináris számoknál azonban nem lenne jó előjel karaktert is használni, mert le kéne mondanunk a csak kétféle (0 és 1) karakter alkalmazásáról, ekkor a bináris számábrázolás legnagyobb előnyét adnánk fel. Ezért bináris számoknál bináris számjegyet alkalmazunk az előjel ábrázolására is: a következőképpen: ha a szám első bitje 1, negatív számról van szó, ha 0, akkor pozitív számról. Így az előjeles bináris számok is csak 0-ás és 1-es karakterekből állnak.

Többféleképpen lehet így előjeles számokat kódolni, mi csak kettőt említünk:

- **1-es komplement kód** (inverz kód): Úgy kapjuk, ha egy bináris számban az előjelbitet kivéve minden 1-est 0-ra, és minden 0-át 1-esre cserélünk.
- **2-es komplement kód** (komplement kód): Úgy kapjuk, ha a szám inverzéhez 1-et hozzáadunk.

Számábrázolás komplementes kóddal

- ☞ Pozitív számot 0-s előjelbittel, és abszolút értékével ábrázoljuk
 - ☞ Negatív számot 1-es előjelbittel, és abszolút értékének komplementisével kell ábrázolni
 - ☞ Az előjelbitekkel ugyanúgy kell műveletet végezni, mint az egyéb számjegyekkel
- A 2-es komplementes kód alkalmazása gyakoribb, mert egyszerűbb vele matematikai műveletet végezni.

Összeadás és kivonás 1-es komplementes kódban

- ❑ Az operandusokat össze kell adni
- ❑ A keletkező átvitelt az összeghez kell adni
- ❑ Ha az eredmény előjelbitje 0, az eredmény pozitív, és abszolút értéke a tényleges eredmény
- ❑ Ha az eredmény előjelbitje 1, az eredmény negatív, és értéke a tényleges összeg abszolút értékének 1-es komplementisé

Összeadás és kivonás 2-es komplementes kódolással

- ❑ Az operandusokat össze kell adni
- ❑ Az összeadásnál keletkező átvitel elhanyagolandó
- ❑ Ha az eredmény előjelbitje 0, az eredmény pozitív, és értéke a tényleges összeg abszolút értékét adja
- ❑ Ha az eredmény előjelbitje 1, az eredmény negatív, és értéke a tényleges összeg abszolút értékének 2-es komplementisé adja.

A többi később írom meg, 2004/2005-ben nem tananyag. (Cserfalusi László)

Egyszerű bináris kód

Ebben a kódban az ábrázolandó mennyiségeket egyszerűen bináris számokkal ábrázoljuk.

II-1. Egyszerű bináris kód

Két bites			3 bites				4 bites					4 bites magas szintű (1 = H)					4 bites alacsony szintű (1 = L)				
Dec.	A	B	Dec.	A	B	C	Dec.	A	B	C	D	Dec.	A	B	C	D	Dec.	A	B	C	D
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	L	L	L	L	0	H	H	H	H
1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	L	L	L	H	1	H	H	H	L
2	1	0	2	0	1	0	2	0	0	1	0	2	L	L	H	L	2	H	H	L	H
3	1	1	3	0	1	1	3	0	0	1	1	3	L	L	H	H	3	H	H	L	L
			4	1	0	0	4	0	1	0	0	4	L	H	L	L	4	H	L	H	H
			5	1	0	1	5	0	1	0	1	5	L	H	L	H	5	H	L	H	L
			6	1	1	0	6	0	1	1	0	6	L	H	H	L	6	H	L	L	H
			7	1	1	1	7	0	1	1	1	7	L	H	H	H	7	H	L	L	L
							8	1	0	0	0	8	H	L	L	L	8	L	H	H	H
							9	1	0	0	1	9	H	L	L	H	9	L	H	H	L
							10	1	0	1	0	10	H	L	H	L	10	L	H	L	H
							11	1	0	1	1	11	H	L	H	H	11	L	H	L	L
							12	1	1	0	0	12	H	H	L	L	12	L	L	H	H
							13	1	1	0	1	13	H	H	L	H	13	L	L	H	L
							14	1	1	1	0	14	H	H	H	L	14	L	L	L	H
							15	1	1	1	1	15	H	H	H	H	15	L	L	L	L

A legnagyobb helyiértékű bitet A-val jelöltük

Az áramkörökben nem számok, hanem vezetékek vannak. **A vezetékek feszültségei jellemzik logikai állapotukat.** A vezetékek feszültség szintje kétféle lehet:

Vagy H (high, magas) szintű, amikor egy meghatározott H_{\min} feszültségnél csak magasabb-, vagy L (low, alacsony) szintű, amikor egy meghatározott L_{\max} feszültség szintnél csak alacsonyabb lehet. A H és az L jelenti a 0-át és az egyet, vagy fordítva.

⇒ **Magas szintű logikáról** akkor beszélünk, ha a H érték logikai 1, és az L érték a logikai 0.

⇒ **Alacsonyszintű logikáról** beszélünk, amikor, a H 0-át jelent, és az L 1-et

Gray kód

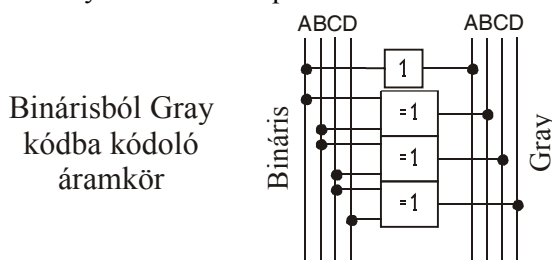
Dec.	A	B	C	D
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
15	1	1	1	1
14	1	1	1	0
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
9	1	0	0	1
8	1	0	0	0

A Gray kódot tükrözéssel lehet előállítani. A jobb felső saroktól kezdjük, felveszszük a 0-t és az 1-et. Ez alá vonalat húzunk (a táblázatban kettős vonal). A kettős vonal, mint tükrözés alá tükrözzük a felette levőket, majd a felső rész elé végig 0-át, az alsó elé 1-et írunk. Ezután az így kapott összes elem alá húzunk vonalat. Majd ezeket tükrözzük, majd a felső rész elé végig 0-át, az alsó elé 1-et írunk, s így tovább.

Gray kód képzése: a legnagyobb helyiértékű oszlop megegyezik a bináris kódéval

Az i -edik helyiérték oszlop elemei a bináris $(i+1)$ -edik oszlop XOR i -edik oszlop függvényével állnak elő soronként. (A XOR-t lásd a Kizáró VAGY (XOR, antivalencia) kapu c. fejezetet, III.11. old.)

Így pl. a Gray kódú B helyiértékoszlop értékei a bináris kódú A XOR B függvényével állnak elő soronként. A Gray C helyiértékoszlop értékei pedig a bináris kód oszlopaiból a B XOR C függvényével állnak elő soronként. Ezért XOR kapukkal tudunk binárisból Grayba átkódoló kapcsolást készíteni.



A Gray kódznak az a sajátossága, hogy mindig csak egy számjegy változik meg benne, így elfordulások, elmozdulások jellemzésére különösen alkalmas. Gray kódban van peremezve a később tanult Karnaugh tábla is, így abban egymás mellé kerülnek azok a logikai állapotok, ahol csak egy bit különbség van.

Prioritás kód:

Az **analógból digitálisba átalakítók** egyik fajtája, az ún. flash A/D átalakító pl. prioritáskódban adja az átalakítás eredményét, ezt kell kódolni binárisra. A prioritáskódnál csak az számít, melyik az első 1-es, ha a biteknél a legnagyobb prioritástól csökkenő prioritás felé haladunk. 2^{n-1} bitet $\log_2 n$ bites számmá tudunk kódolni, példánkban 7-ről 3-ra enkódoljuk:

K0	K1	K2	K3	K4	K5	K6	A2	A1	A0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	1	X	0	1	0
0	0	0	0	1	X	X	0	1	1
0	0	0	1	X	X	X	1	0	0
0	0	1	X	X	X	X	1	0	1
0	1	X	X	X	X	X	1	1	0
1	X	X	X	X	X	X	1	1	1

Prioritás enkóder (kódoló) 7-ről 3-ra igazságtáblázata

Az X-szel jelölt értékek mindegy, hogy 0-ák, vagy 1-ek, csak a legnagyobb helyiértékű bit számít

2^{n-1} bitet $\log_2 n$ bites számmá tudunk kódolni

Egyéb bináris kódok

Sokféle kódot ismerünk, részletes ismertetésükre nem vállalkozhatunk terjedelmi okokból. Felsorolás jelleggel megemlítünk néhány kódot, melyekkel a gyakorlataink-, és feladataink során találkozunk:

- A hétszegmenses kijelző kódjára dekódoló kapcsolás, ezt tervezni is fogjuk
- A hétszegmenses kijelző, a dominó és a dobókocka lámpáinak kódolása, tervezése
- Nixie cső kódjára dekódoló kapcsolás tervezése
- Az 5x7-es mátrix kódolása, tervezése, stb.

BCD, Binárisan kódolt decimális számok

Jelentőségük miatt külön alfejezetet szentelünk a decimális számok bináris kódú ábrázolásának. A legegyszerűbb tetrád kód az egyszerű négybites bináris kód.

A tetrád kódok alkalmasak akár 16 különböző dolog kódolására, így decimális számjegyeket is lehet velük kódolni.

Egyszerű BCD kód

Decimális számjegyek bináris kódolását mutatja be az alábbi táblázat:

dec.	BCD			
	8	4	2	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
Pseudotetrád	1	0	1	0
	1	0	1	1
	1	1	0	0
	1	1	0	1
	1	1	1	0
	1	1	1	1

Egyszerű BCD kóddal kódolt decimális számok,
vagy röviden BCD kódú decimális számok

A decimális számjegy nem lehet nagyobb 9-nél, így az utolsó hat tetrád kihasználatlan. Ezeket a kihasználatlan tetrádokat **pseudotetrád**oknak nevezzük.

BCD kódolású számoknál ügyelni kell arra, hogy 1001 után 0000 jön, erre BCD számlálók és aritmetika esetén oda kell figyelni.

Tanulmányaink során terjedelmi okokból, és nagyobb szakértelmet igénylő (nehezebb) volta miatt nem foglalkozunk a BCD műveletekkel, sem a műveletekkel tetrád kódokban. A kiterjesztett tetrád kódokat sem említjük.

Az egyszerű, más szóval **közönséges BCD** kódon kívül a következő kódok terjedtek el decimális számokra:

II-2. A decimális számok bináris kódjai

Dec.	Alap BCD				Egyeseket minimáló BCD				AIKEN-kód				STIBBITZ-kód				GRAY-kód				Módosított GRAY-kód			
	8	4	2	1	7	4	2	1	2	4	2	1												
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
2	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
3	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
4	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0
5	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
6	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0
9	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0

- Az **1-eseket minimáló BCD-kód**, mely helyiértékein a súlyozás 7421 (a szokásos 8421 helyett).
- **AIKEN-kód**, mely 2421 súlyozású komplement kód
- **STIBBITZ-kód**, vagy **3 többletes** komplement kód. Megkapjuk, ha a BCD-kódhoz 3-at adunk.
- Mivel a **GRAY kód** nem komplement, ezért mellé bevezették a többlet 3-assal **módosított GRAY kódot**, ez is komplement.

A komplement képzés úgy történik, hogy a 0, 1, ..., 9 számjegyek tetrádjában a 0-kat 1-esekre és az 1-eseket 0-ákra cserélve éppen a 9, 8, ..., 0 számok tetrádjait kapjuk meg

Hibajelző és javító kódok

Az információátvitel akkor történik hibamentesen, ha a vett adat megegyezik az adott üzenettel. A gyakorlatban ez nem mindig sikerül. Olykor egy, vagy több bit megváltozik, 0-ból 1-re, vagy 1-ből 0-ra változik. Ezeknek a hibáknak a felfedésére, vagy kiküszöbölésére csak akkor van lehetőség, ha a tiszta információt hordozó kódot kibővítjük olyan bittel, vagy bitekkel, melyek megnövelik a kódszavak hosszát úgy, hogy segítségükkel ellenőrizhetők, vagy javíthatók is a kódszavak, de információtartalmát nem változtatják. Ekkor azt mondjuk, a kód redundanciáját növeljük.

Egy redundanciát tartalmazó kódszó tehát a következő bitekből áll:

- Hasznos információt tartalmazó bitek
- Nem hasznos információt tartalmazó bitek, azaz redundancia bitek

A redundanciát tartalmazó kódrendszerek kétféle csoportba sorolhatók, hibafelfedő (ED, Error Detecting), és hibajavító (EC, Error Correcting) kódok.

Hibafelfedő kódok, paritás

Mi csak a paritásélemez kódokat tanuljuk. A paritásélemez kód elve, hogy egy adott kód kód-szavát kiegészítjük úgy, hogy a kiegészített kódszóban az 1-esek száma páros, vagy páratlan legyen.

- ☞ A kiegészítő bitet paritásbitnek nevezzük.
- ☞ Páros paritásélemez kód (páros paritás) az a kiegészített kód, ahol a kiegészített kódszó 1-esek száma páros
- ☞ Páratlan paritásélemez kód (páratlan paritás) az a kiegészített kód, ahol a kiegészített kódszó 1-esek száma páratlan

A II-3. táblázatban tetrádokat és bájtokat látunk el paritásbittel.

II-3. táblázat

Páros					Páratlan					Páros								
A	B	C	D	P	A	B	C	D	P	A ₇	A ₆	A ₅	A ₄	A ₃	A ₂	A ₁	A ₀	P
1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1

A paritásképzés előnye, hogy vele bármilyen kód felruházható hibaellenőrző képességgel.

A paritás képzés hátrányai:

- Nem tudjuk kijavítani a hibát, ha detektáljuk is
- Ha egyszerre több bit hibásodik meg, nem biztos, hogy a paritásellenőrzés felfedezi, mert lehet, hogy egyszerre két (vagy páros számú) bit is megváltoztatja értékét.

Hibajavító kódok

A többlet bitek nem csak hibajelzésre, de hibajavításra is alkalmasak. A hibák javítására nem elég kódszavanként 1 bit. Egyszerű példát mutatunk hibajavításra, a tömbátvitelt. Ekkor az adatokat csomagonként, tömbökben visszük át. Hibajavításra akkor leszünk képesek a tömb átvitelekor, ha az adatokat kereszt-, és hosszirányban is hibajelző kódokkal látjuk el. Így nem csak az derül ki, melyik szó hibás, hanem az is, benne melyik bit. Mivel egy bit hibája azt jelenti, értéke 0-ról 1-re (vagy fordítva) változott, csak vissza kell fordítani, így kijavítandó a hibás bit.

Lássunk erre egy példát egy 8 bájtból álló tömbnél, melyet mind kereszt-, mind hosszirányban elláttunk páros paritásbitekkel. Példaképp hibásodjon meg a tömb 4-ik bájtjának A_3 bitje. A II-1. Hibajavítás tömbátvitelkor c. ábrán látható a hiba jelentkezése, felfedésének és kijavításának módja:

II-1. Hibajavítás tömbátvitelkor

Küldött tömb										Vett tömb egy hibás bittel									
A_7	A_6	A_5	A_4	A_3	A_2	A_1	A_0	P		A_7	A_6	A_5	A_4	A_3	A_2	A_1	A_0	P	
0	1	0	1	0	1	0	1	0		0	1	0	1	0	1	0	1	0	
1	1	0	1	1	0	0	1	1		1	1	0	1	1	0	0	1	1	
0	0	1	1	0	0	0	0	0		0	0	1	1	0	0	0	0	0	
0	1	0	1	1	1	1	0	1		0	1	0	1	0	1	1	0	1	
1	1	0	0	1	0	1	0	0		1	1	0	0	1	0	1	0	0	
1	1	0	1	1	0	0	1	1		1	1	0	1	1	0	0	1	1	
0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	1	0	1	1	1	1	0	1		0	1	0	1	1	1	1	0	1	
1	0	1	0	1	1	1	1	1		1	0	1	0	1	1	1	1	1	

A hiba kijavítása

→ 0 1 0 1 1 1 1 0



Javított bit

Egyéb hibajavító kódok

A hibák javítására az ún. Hamming kódot, vagy a Red Solomon kódot használják. Ezek ismertetésére nem térünk ki (2004/2005-ben).

További tanulmányainkban csak az egyszerű bináris és a közönséges BCD kódot használjuk. Kivétel a különböző példákban, feladatokban, ahol különböző kódolások, dekódolások is feladatul szerepelnek, de velük számolnunk, őket átalakítanunk nem kell, **ezt majd az általunk tervezett hardverre bízuk.**

Kérdések és feladatok

Válaszolja meg: Mi az alfanumerikus kód? Mi a numerikus kód? Melyik a legkedvezőbb alapszám, és miért? Milyen bináris kódokat ismer? Mutassa meg az egyszerű BCD kódot! Mutassa meg a Gray kódot! Mi a pszeudotetrád? Mi a redundancia? Mi a paritásbit? Milyen lehetőséget ismer a hibák felfedésére bináris kód alkalmazása esetén? Milyen lehetőséget ismer hibajavító kódolásra?

Feladatok

- Határozza meg, legalább hány szerkezeti elem szükséges a 0-9999-ig terjedő decimális számok ábrázolásához: a.) Bináris számokkal; b.) Oktális számokkal; c.) Decimális számokkal; d.) Hexadecimális számokkal
- Számítsa át decimális számrendszerbe a következő számokat:
 3441_8 ; 11101_{16} ; 1110_{18} ; 1110_4 ; 11101_2 ; $999D_{16}$

- ❑ Számítsa át binárisba a következő számokat:
 3441_8 ; 11101_{16} ; 1110_{16} ; 1110_4 ; 11101_{10} ; $999D_{16}$
- ❑ Alakítsa át binárisba a következő hexadeximális számokat számítás nélkül:
 11101_{16} ; $999D_{16}$; ADD_{16} ; $BABA_{16}$; FA_{16} ; $1FED_{16}$; $110F_{16}$;
- ❑ Alakítsa hexadecimálisra az alábbi bináris számokat:
- ❑ 101 ; 11 ; 11010 ; $1100111011110111011111011$; $1001101100111010111100011010101$;
(5 ; 3 ; $1A$; $19DEEFB$; $4D9D78D5$)
- ❑ Végezze el az összeadást az alábbi bináris számokkal:
 $1001000 + 10010 =$
 $110100111 + 1101101 =$
 $10110011011 + 11001111101 =$
 $1010001110100110111 + 100111110111010110 =$

**Egyéb tudnivalót, kérdéseket és feladatokat a Kódok és aritmetika című fejezetből
2004/2005-ben nem adok fel**

Cserfalusi

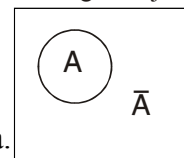
III. Logika

Boole algebra

A halmazok logikája

- ⇒ Halmazon a közös tulajdonságú dolgok összességét értjük.
- ⇒ A halmaz elemei a halmazhoz tartozó dolgok
- ⇒ Egy **A** halmaz **kiegészítő (komplement)** **halmaza** alatt azt az \bar{A} halmazt értjük, mely elemeinek nincs meg az **A** elemeinek tulajdonsága.

A és \bar{A} Venn diagrammja



- ⇒ Az üres halmaz olyan halmaz, melynek egyáltalán nincs eleme. Az üres halmazt nulla halmaznak, 0 halmaznak is nevezik. **Az üres halmaz jele a 0.**
- ⇒ Részhalmaz egy halmaz elemeinek olyan csoportja, melyeket további tulajdonságokkal határozzunk meg.
- ⇒ Az üres halmaz komplemente az univerzális halmaz a Boole algebraban.
Az univerzális halmaz jele az 1. Az univerzális halmaz komplemente a 0 halmaz.

Példa: az egész számok halmazának részhalmaza a páros számok összessége. Ekkor a páratlan számok (a nem páros számok) a páros számok komplemente. A páros és a páratlan számok együtt alkotják az egész számok univerzális halmazát.

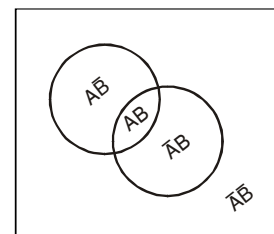
- ⇒ Két halmaz (**A** és **B**) közös része, **logikai szorzata, metszete**, konjunkciója alatt azokat az elemeket értjük, melyek egyszerre elemei **A**-nak és **B**-nek is. A logikai szorzatot a Boole algebraban így jelöljük: $C = AB$. Természetesen $AB = BA$

A halmazelméletben szokás AB -t $A \cap B$ -vel jelölni.

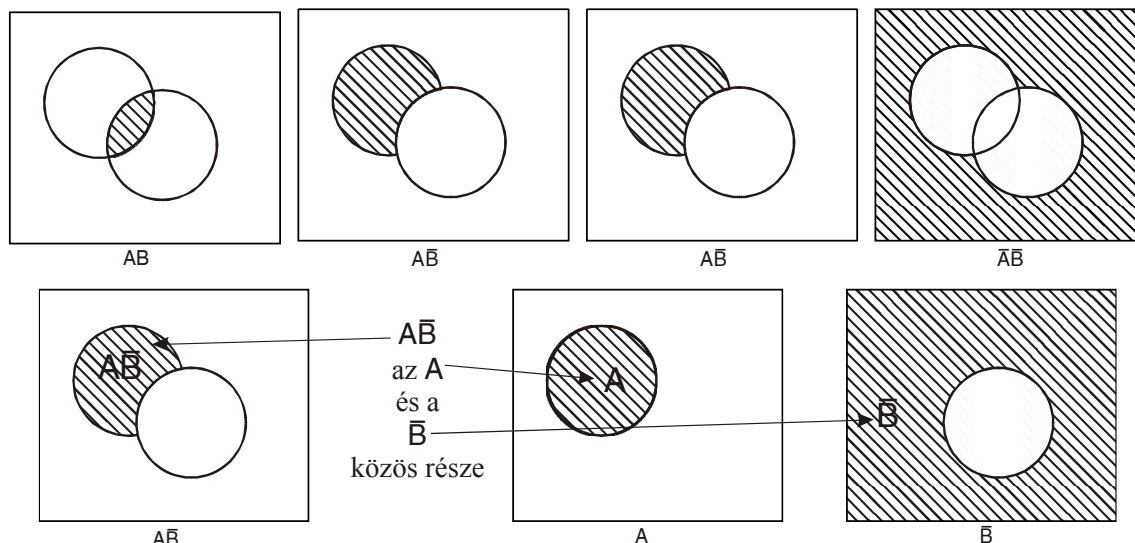
Az A és B halmaznak csak a következő részalmazai képzelhetők el: AB , $A\bar{B}$, $\bar{A}B$ és $\bar{A}\bar{B}$

Finomabb (hogy kisebb részeket tartalmazó) felosztás nem képzelhető el, ezért az AB , $A\bar{B}$, $\bar{A}B$ és $\bar{A}\bar{B}$ részalmazokat **mintermeknek** is nevezik. A mintermek tehát logikai szorzatok az összes szóba előforduló kombinációban.

A négy lehetséges részhalmaz külön-külön:



AB , $A\bar{B}$, $\bar{A}B$ és $\bar{A}\bar{B}$ Venn diagrammjai



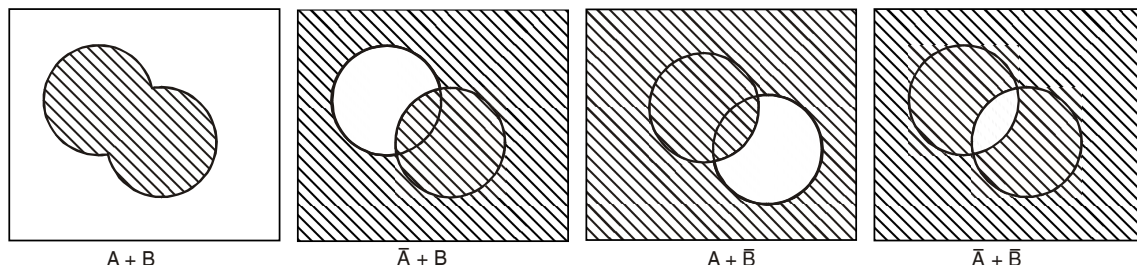
Magyarázat az $A\bar{B}$ Venn diagrammjának képzéséhez

☞ Azok az elemek, melyek **vagy** az **A** halmazhoz, **vagy** a **B** halmazhoz, **vagy** mindkettőhöz tartoznak, az **A és B halmaz logikai összegét**, más néven egyesítését, únióját alkotják.

A logikai összeget (úniót) a Boole algebraban úgy jelöljük, mint a szokásos összeadást: $D = A + B$

Mivel A és B egyenként csak ponált, vagy negált lehet, így a logikai összeg képzés is csak négyféle esetre lehetséges, $A + B$, $A + \bar{B}$, $\bar{A} + B$ és $\bar{A} + \bar{B}$ -re:

$A + B$, $A + \bar{B}$, $\bar{A} + B$ és $\bar{A} + \bar{B}$ Venn diagrammjai



Durvább (nagyobb részeket tartalmazó) felosztás nem képzelhető el, ezért az $A + B$, $A + \bar{B}$, $\bar{A} + B$ és $\bar{A} + \bar{B}$ részhalmazokat **maxtermeknek** is nevezik. A maxtermek tehát logikai összegek az összes szóba előforduló kombinációban.

Kétértékű logika és a bináris számok

Eddigi megállapításainkban láttuk, egy logikai halmaz vagy üres, vagy nem üres halmaz volt. Ez a tulajdonsága a Boole algebra által tárgyalt halmazoknak alkalmassá teszi a halmazok jellemzését kétféle értékű jelekkel, fogalmakkal. A két állapot jellemzésére használhatjuk a 0, és az 1 számokat. **0, ha üres a halmaz, és 1, ha nem üres.**

Látható, a bináris számrendszer számjegyei logikai halmazok jellemzésére is alkalmasak. Az univerzális halmazt, mely nem üres halmaz, eddig is 1-gyel jelöltük, míg a biztosan üres 0 halmazt 0-val.

A logikai egyenletek hasonlítanak a számok egyenleteihez. Pl. a logikai szorzatot szorzásnak jelöljük, a logikai összeget összegnek, stb. De látni fogjuk, hogy nem minden esetben van megfelelője a logikai tételeknek a számokon értelmezett műveleteknél (pl. abszorpció).

A továbbiakban mindig kétértékű logikát tanulmányozunk

További kétértékű jellemzők lehetnek felsorolás jelleggel: Van/nincs; fekete/fehér; jó/rossz, kicsi/nagy, ilyen-/olyan irányú, magas/alacsony, világos/sötét, **igaz/hamis**. Utóbbi pár külön alfejezetet érdemel:

Logikai függvények

A logikai függvények független logikai változókhoz rendelt függő logikai változó(k). Hasonlóan, mint a számoknál, csak itt az értékek logikai értékek. Tehát vizsgáljuk, hogyan függ egy (vagy több) logikai változó a független logikai változóktól. Pl. az $X = ABC\bar{C}$ azt jelenti, X akkor igaz, ha A igaz és B is igaz és C hamis. Hasonlóan az $Y = \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD$ egyenlet is egy logikai függvény, mely közli, Y mikor lesz igaz.

Ítéletek logikája

A kétértékű logika az olyan ítéletek meghozására alkalmas, mikor ítéletünk csak kétféle lehet. **Az ítéletet egy állításról hozzuk a következő módon: az állítás vagy igaz, vagy hamis, csakis az egyik, de az mindenféleképpen.**

Állításkalkulus

A logikai ítéletek meghozását állításkalkulusnak is nevezik. Az állításkalkulus hasonlít a beszélt nyelvhez. Néhány példával mutatjuk meg ezt a hasonlóságot:

X igaz, hogy folyik a víz, ha **A** csap nyitott **ÉS** **B** csap is nyitott, **ÉS NEM** nyitott a **C** biztonsági szelep. Egyenlete: $X = ABC$

Y igaz, hogy főzhetek, ha **A** van gáz, **ÉS** **B** van víz, **ÉS** **C** van élelmiszer. Egyenlete: $Y = ABC$

Z igaz, hogy bemehetek, ha **A** van kulcsom **VAGY NEM** **B** zárt az ajtó, **VAGY** **C** van elég erőm (tankom, kalapácsom-vésőm, bombám, stb.), **VAGY** **B** zárt az ajtó **ÉS** (**D** meghallják a csengőt, **VAGY** **E** elég nagyot tudok kiabálni, **VAGY** **F** elég nagyot dörömbölök)
Egyenlete: $Z = A + \bar{B} + C + B(D + E + F)$

Az **L** lámpa ég, ha az **A** keleti kapcsoló **1-es** **ÉS** **B** nyugati kapcsoló is **1-es** állásban van, **VAGY** az **A** keleti kapcsoló **NEM 1-es** **ÉS** a **B** nyugati kapcsoló is **NEM 1-es** állásban van. Ez egy úgynevezett alternatív kapcsolás, akkor világít **L**, ha a két kapcsoló azonos állásban van.
Egyenlete: $L = AB + \bar{A}\bar{B}$

Az **L** lámpa ég, ha az **A** északi kapcsoló **NEM 1-es** **ÉS** **B** déli kapcsoló **1-es** állásban van, **VAGY** az **A** északi kapcsoló **1-es** **ÉS** a **B** déli kapcsoló **NEM 1-es** állásban van. Ez is alternatív kapcsolás, akkor világít **L**, ha a két kapcsoló különböző állásban van.
Egyenlete: $L = AB + \bar{A}\bar{B}$

↪ A logikai negálást NEM-nek (nemzetközi NOT) mondjuk.

Pl. \bar{A} kimondva NEM A. \bar{A} jelentése: NEM A, NOT A, tagadott A, vagy negált A.

↪ Amit nem tagadunk, állítjuk. Az állított A-t ponált A-nak is mondják.

↪ A logikai szorzatot az ÉS-nek mondjuk.

↪ A logikai összeget az VAGY-nak mondjuk.

Példák:

AB kimondva: A **ÉS** B.

A + B kimondva: A **VAGY** B.

Az $X = A\bar{B}$ egyenlet kimondva: X (igaz), ha A **ÉS** NEM B (igaz).

Az $Y = \bar{D} + E$ egyenlet kimondva: Y (igaz), ha NEM D **VAGY** E (igaz).

Megjegyzés: Sokszor a zárójelben levőket nem mondják, nem kell kimondani, csak úgy érthetőbb.

Igazságtáblázat

Tanulmányaink során egyszerű, kétértékű ítéleteket hozunk, egyszerű, egyenként két lehetséges állapotú feltételekkel. Ezt táblázatban is ábrázolhatjuk. Ebben a táblázatban egyszerűen számba vesszük, az ítélet mikor, milyen feltételek esetén igaz, és mikor hamis. Az ilyen táblázatot nevezzük igazságtáblázatnak.

Logikai NEM igazságtáblázata:

$$X = \bar{A}$$

A	X
Hamis	1
Igaz	0

Logikai ÉS igazságtáblázata:

$$Y = AB$$

Beszélt			Jelölt		
A	B	Y	A	B	Y
Hamis	Hamis	Hamis	0	0	0
Hamis	Igaz	Hamis	0	1	0
Igaz	Hamis	Hamis	1	0	0
Igaz	Igaz	Igaz	1	1	1

Logikai VAGY igazságtáblázata:

$$Z = A + B$$

Beszélt			Jelölt		
A	B	Z	A	B	Z
Hamis	Hamis	Hamis	0	0	0
Hamis	Igaz	Igaz	0	1	1
Igaz	Hamis	Igaz	1	0	1
Igaz	Igaz	Igaz	1	1	1

A Boole algebra azonosságai és tételei

Alapvető azonosságok

$A + A = A$. Természetesen akárhányszor vesszük A önmagával való logikai összegét, A -t kapunk.

$A + \bar{A} = 1$. Ez következik a komplement halmaz értelmezéséből, (lásd ott)

$AA = A$. Természetesen akárhányszor vesszük A önmagával való logikai szorzatát, A -t kapunk.

$A\bar{A} = 0$. Egy halmaznak és komplement halmazának nincs közös része (metszete)

$\overline{\bar{A}} = A$ A kettős tagadás állításnak felel meg. **A tagadás ellentettje tehát állítás.** (A tagadás tagadása állítás.)

$A + 0 = A$ Bármilyen A halmazhoz hozzáadjuk a 0 halmazt, magát az A halmazt kapjuk

$A + 1 = 1$ Mivel A részhalmaza az univerzális halmaznak.

$A1 = 1A = A$

$A0 = 0A = 0$ Mivel A -nak és a 0 halmaznak nincs közös eleme

Kommutativitás (felcserélhetőség)

$$A + B = B + A$$

$$AB = BA$$

Asszociativitás (átzárójelezhetőség)

A logikai szorzat átzárójelezhető:

$$ABC = A(BC) = (AB)C = B(AC), \text{ stb.,}$$

A logikai összeg átzárójelezhető

$$A + B + C = A + (B + C) = (A + B) + C = B + (A + C), \text{ stb.}$$

Disztributívitas (átcsoportosíthatóság)

$$A(B + C) = AB + AC.$$

Abszorpció törvény

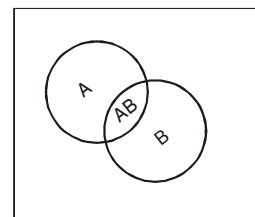
$$A + AB = A$$

Az abszorpció nem hasonlít a számok viselkedésére!

$$A(A + B) = A$$

Itt a második alak a disztributív törvénnyel az első alakjára hozható:

$A(A + B) = AA + AB = A + B$. Ezért csak $A + AB = A$ -t kell igazolni. Ezt a Venn diagramból beláthatjuk. Később igazolni fogjuk igazságtáblával, és Karnaugh táblával is.



További abszorpció törvények:

$$A + \bar{A}B = A + B$$

$$A(\bar{A} + B) = AB$$

De Morgan tételei

$$\overline{A + B} = \bar{A}\bar{B}, \text{ ill. akárhány tagra:}$$

$$\overline{A + B + \dots + N} = \bar{A}\bar{B}\dots\bar{N}$$

$$\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}, \text{ ill. akárhány tagra:}$$

$$\overline{AB\dots N} = \bar{A} + \bar{B} + \dots + \bar{N}$$

De Morgan tételei fontosak, gyakran fogjuk használni őket!

$\overline{A + B + \dots + N} = \bar{A}\bar{B}\dots\bar{N}$ belátható, ha meggondoljuk, mit is jelent az egyenlet bal és jobb oldala. A bal oldal akkor igaz, ha hamis az $A + B + \dots + N$ állítás. Ez pedig akkor hamis, ha $A + B + \dots + N$ mindegyik tagja hamis. Ekkor azonban ezek tagadottja, $\bar{A} + \bar{B} + \dots + \bar{N}$ mind igaz. Utóbbi pedig pontosan a tétel egyenletének jobb oldala. Másképp fogalmazva: Ha az állítások logikai összege hamis, akkor az állítások mindegyike hamis. Természetesen ekkor minden tagadott állítás igaz.

Hasonlóképpen látható be $\overline{AB\dots N} = \bar{A} + \bar{B} + \dots + \bar{N}$ is. Itt a bal oldalon az $\overline{AB\dots N}$ csak akkor igaz, ha $AB\dots N$ hamis, azaz legalább egy eleme hamis. Ekkor az egyenlet jobb oldala is igaz lesz, mert legalább ez az egy elem negáltja igaz lesz, így állításunkat igazoltuk. Másképp fogalmazva: Ha az állítások logikai szorzata hamis, akkor az állítások legalább egyike hamis. Természetesen ekkor legalább egy tagadott állítás igaz.

Logikai állítások bizonyítása**Bizonyítás igazságtáblázattal**

Ha egy állítás összes szóba jöhető esetét megvizsgáljuk egy táblázattal, az ún igazságtáblázattal, és igazolást nyer, amit állítottunk, állításunkat bizonyítottuk. Az igazságtáblázatról a *Logikai egyenletek*

alfejezetben (IV.2. old.) bővebben lesz szó

Nézzük meg ezt a módszert néhány példán:

Igazoljuk, az első abszorpció törvényt, hogy $A + AB = A$. Itt A és B egyenként két értékű lehet, vizsgáljuk meg hát az összes szóba jöhető esetet:

A	B	AB	A + AB
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

Látható, $A + AB$ oszlopában minden sorban megegyezik az érték A-val, függetlenül B értékétől. Ezzel igazoltuk, $A + AB = A$.

Igazoljuk az $A + \bar{A}B = A + B$ abszorpciós tételt. Itt A és B egyenként kétértékű lehet, vizsgáljuk meg hát az összes szóba jöhető esetet:

A	B	$A + B$	\bar{A}	$\bar{A}B$	$A + \bar{A}B$
0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	1

Látható, $A + B$ oszlopa minden sorban megegyezik az érték $A + \bar{A}B$ -vel.

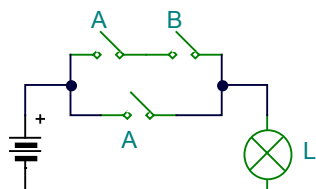
Ezzel igazoltuk, $A + \bar{A}B = A + B$.

Bizonyítás meggondolással (pl. érintkezőkkel)

Az érintkezőkről lásd az *Érintkezők, kapcsolók, nyomógombok logikája* fejezetet (III.7 old.)

Ha egy állítást megvalósítunk érintkezőkkel, egyszerűbb esetben ránézésre azonnal beláthatjuk, igaz-e, vagy sem. Nézzük meg ezt a módszert néhány példán:

Igazoljuk, az első abszorpciós tételt, hogy $A + AB = A$. Valósítsuk meg érintkezőkkel \neg -t, és vonjuk le a következtetést:



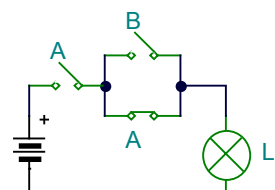
Meggondolás: Most $L = A + AB$.

Ha $A = 1$, a lámpa mindig ég, ha $A = 0$, akkor pedig soha. Így a lámpa csak A-tól függ, $L = A = A + AB$

Ezzel állításunkat igazoltuk

Ha $A = 1$, akkor mind a két A érintkező vezet. Ezt **együttmozgó érintkezőknek mondjuk**, mikor az egyik be (ki) kapcsol, a másik is be (ki) kapcsol, azaz együtt mozognak.

Igazoljuk, az utolsó abszorpciós tételt, hogy $A(\bar{A} + B) = AB$. Valósítsuk meg érintkezőkkel, és vonjuk le a következtetést:



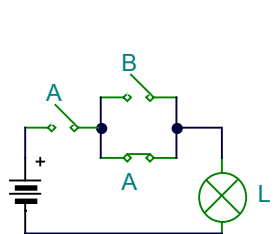
Meggondolás: Most $L = A(\bar{A} + B)$.

Ha $A = 0$, a lámpa sosem ég. Ha $A = 1$, a párhuzamos ág nem igaz, csak, ha $B = 1$, mert ekkor $\bar{A} = 0$.

Tehát a lámpa csak akkor ég, ha $A = 1$ ÉS $B = 1$.

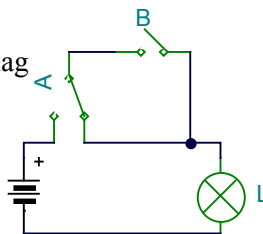
Ezzel állításunkat igazoltuk

Ha $A = 1$, akkor az $\bar{A} = 0$ érintkező nem vezet. A két érintkező egyszerre mozog, mikor az egyik 0, a másik 1, és fordítva. Mikor az egyik be (ki) kapcsol, a másik ki (be) kapcsol, azaz együtt mozognak, de mindig ellenkező állásúak. Ilyen a váltóérintkező is, mikor egyik állásban a 0 felé, a másikban az 1 felé vezet. Sok esetben a két együttmozgó, de ellentétes állású érintkezőpárt át lehet alakítani váltóérintkezős megoldásúvá. Most is:



A két kapcsolás logikailag teljesen megegyezik.

$$L = A(\bar{A} + B) = AB$$



Bizonyítás algebrai módszerrel

Ez olyan átalakítást jelent, melyben a Boole algebra azonosságainak és tételének felhasználásával olyan alakra hozzuk az eredeti állítást, melyet igazolni szeretnénk. Ehhez bővíteni és csoportosítani kell, elég nagy leleményességet igényel, e módszer elég körülményes. Ha si-

kerrel járunk, a bizonyítandó állítást igazoltuk. Ha az állításnak ellentmondó alakra jutunk, azt bizonyítottuk, a bizonyítandó állítás hamis. Nézzünk egy példát:

Igazoljuk, az első abszorpció tételt, hogy $A + AB = A$.

Az azonosságok és tételek alkalmazásával:

$A + AB = AB + A$ Bővítjük A -t $A1$ -re (1-gyel szorozva nem változik az értéke)

$AB + A = AB + A1$ A -t emeljük ki

$AB + A1 = A(B + 1)$ A zárójeles kifejezés mindig 1, $(B + 1) = 1$, így

$A(B + 1) = A$. Amit bizonyítani akartunk.

Az algebrai módszerrel körülményes a bizonyítás, ezért nem alkalmazzuk.

Logikai áramkörök

Érintkezők, kapcsolók, nyomógombok logikája

Fontosságuk miatt külön alfejezetet érdemelnek a kapcsolók. Kapcsolónak számítanak a szelepek is, ha nyitottak, lehet áramlás, ha zártak, nem. Mi elektromos kapcsolókat tekintünk.

Érintkezők rajzjelei, megállapodások

A kapcsolót, érintkezőket mindig inaktív (nyugalmi) állapotában rajzoljuk. Ha a kapcsolót, érintkezőket aktivizáljuk (működésbe hozzuk), érintkezője helyzete megváltozik. Ha inaktív állapotban nyitott, aktív állapotában zárt.

Az inaktív (nyugalmi) állapotot 0-val jelöljük

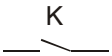
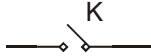
Az aktív (működtetett) állapotot 1-gyel.

Mindig 0 állapotban rajzoljuk az érintkezőket (kapcsolókat, nyomógombokat).

Záróérintkező

☞ Az aktív állapotban záró érintkezőt záróérintkezőnek mondjuk.

A záróérintkezőt nyitottnak (bontott állapotúnak) rajzoljuk. Akkor zár, ha működtetjük.

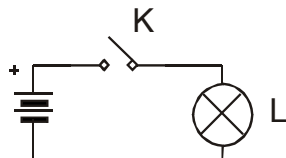
Szabványos jele:  Tina áramköröszerkesztőben a jele: 

A továbbiakban a Tina áramköröszerkesztő program jeleit fogjuk használni.

Ilyen érintkezője van a Be nyomógombnak és a Be kapcsolónak.

Példa: Ha működtetjük a K kapcsolót, záródik érintkezője, és a lámpa világít.

Ha K IGAZ (hogy működtetett), L IGAZ (hogy világít)

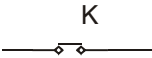


Ennek a kapcsolásnak a logikai egyenlete: $L = K$

Az L lámpa akkor világít, ha $K = 1$ Ekkor természetesen $L = 1$.

Bontóérintkező, nyitóérintkező

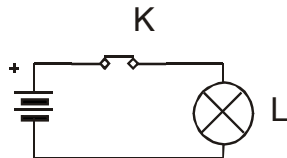
☞ Az aktív állapotban bontó érintkezőt bontóérintkezőnek, vagy nyitóérintkezőnek mondjuk. A bontóérintkezőt zárt állapotúnak rajzoljuk (ami működtetéskor bont, kinyílik).

Szabványos jele:  Tina áramkörszerkesztőben a jele: 

A továbbiakban a Tina áramkörszerkesztő program jeleit fogjuk használni.

Bontóérintkezője van a Ki nyomógombnak, Vész-gomboknak és a Ki kapcsolónak.

Példa: Ha nem működtetjük, érintkezője zárt, a lámpa világít. Ha működtetjük a K kapcsolót, bont érintkezője, és a lámpa nem világít. Ha **K NEM** működtetett, az **L IGAZ** (hogy világít)



Ennek a kapcsolásnak a logikai egyenlete: $L = \bar{K}$, vagy $L = \text{NOT } K$

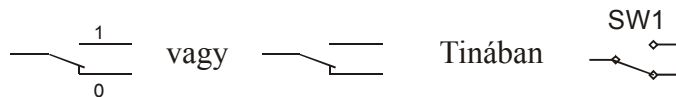
Az L lámpa akkor világít, ha $K = 0$ Ekkor természetesen $L = 1$.

Figyelem! A bontó érintkező 0 állásban zár! A bontóérintkező is nyugalomban 0 állású, mégis zár. Ha működtetjük, bont, kikapcsol. Tehát a **0 jelzésű állás nem kikapcsolt, hanem nyugalmi helyzetet jelent.**

Váltóérintkező, váltókapcsolók

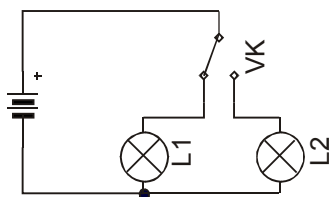
A váltóérintkező hasonlít a vasúti váltóhoz: két állása közül a 0-ban az egyik, az 1-esben a másik irányba vezet.

Szabványos rajzjele :



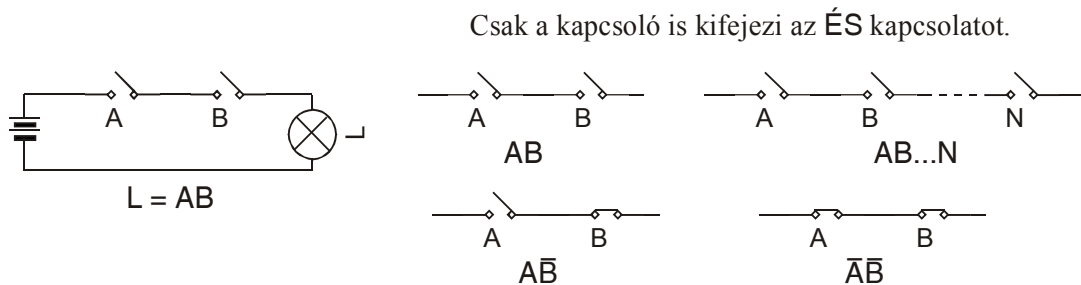
A továbbiakban a Tina áramkörszerkesztő program jelét fogjuk használni.

Példa váltóérintkező alkalmazására (**VK** egy váltókapcsoló):

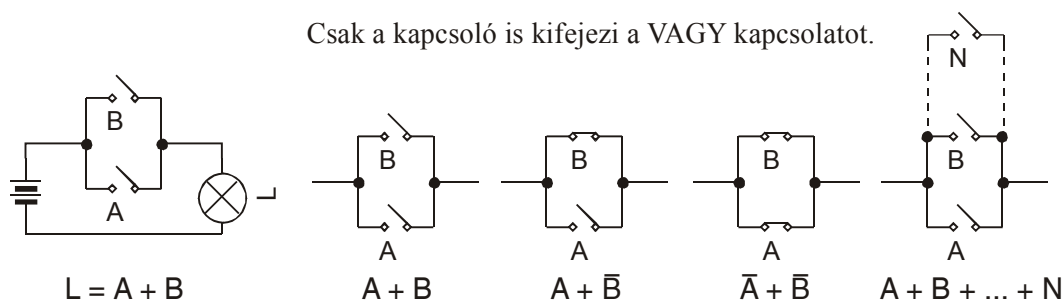


$L1 = \bar{VK}$ és $L2 = VK$. Tehát, ha $VK = 0$, $L1$ világít, ha $VK = 1$, $L2$ világít.

Egyéb, bonyolultabb érintkezőket az *Érintkezők* fejezetben mutatunk. (VII.4 oldal)

ÉS kapcsolat érintkezőkkel:

Amikor az ÉS igaz, az érintkezők vezetnek.

VAGY kapcsolat érintkezőkkel:

Amikor a VAGY igaz, az érintkezők vezetnek.

⇒ Azt az elektromos kapcsolást, mely egy logikai állítást, egyenletet valósít meg, **logikai kapcsolásnak** nevezzük.

Az érintkezőkkel, kapcsolókkal, nyomógombokkal sokféle logikai állítás megvalósítható, modellezhető. A Példákban bemutatunk, a Feladatokban meg kell tervezni, és a Gyakorlaton mérni kell néhány érintkezőkkel, kapcsolókkal és nyomógombokkal megvalósított logikai kapcsolást.

Az elektronikában a legtöbb logikai kapcsolást félvezető áramkörökkel valósítják meg. Erről később mi is részletesen tanulunk.

Kapuáramkörök

A digitális áramkörök alapvető elemei a logikai kapuáramkörök. Felépítésüket később tanuljuk, egyelőre dobozoknak fogjuk fel őket, logikai gépeknek, melyeknek bemenetei és kimenetei vannak. A bemenetek a független logikai változók, míg a kimenetek a bemenetek logikai állapotától függő logikai változók.

⇒ A logikai kapuáramköröket sokszor egyszerűen kapuknak nevezik

⇒ A kapuk minden ki- és bemenete kétféle feszültségű lehet, vagy egy magasabb feszültségű (jele **H**, High), vagy egy alacsonyabb feszültségű (jele **L**, Low).

A magas és az alacsony feszültség jól megkülönböztethető egymástól, ez a digitális technika egyik legfőbb jellegzetessége. Tehát nem fordulhat elő helyes működés esetén, hogy véletlenül a H olykor L lesz, vagy nem tudjuk eldönteni, hogy melyik.

⇒ Ha a logikai 1-nek a H feszültség szint felel meg, pozitív logikának nevezzük. Ha a logikai 1-nek az L feszültség szint felel meg, negatív logikának nevezzük.

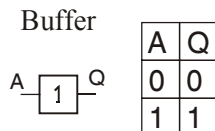
Mivel a digitális technikában a feszültség tulajdonképpen értéke lényegtelen, rajzainkban, közvetlenül a logikai változók értékeit fogjuk jelölni. Tehát pl. egy magas értéket nem

3,34V-tal, hanem H-val, vagy pozitív logika esetén 1-gyel. Hasonlóan egy alacsony értéket sem 0,37V-tal, hanem L-lel, vagy magas logika esetén 0-val.

A gyakran használt kapuk

Mi a leggyakrabban használt kapuáramkörökkel dolgozunk, melyek megegyeznek a Tina áramköröszerkesztő program kapuival. Tehát csak a legelterjedtebb, leggyakrabban használt kapukat említjük itt.

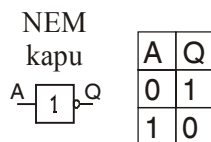
Erősítő kapu (buffer)



A buffer kimenete megegyezik a bemenetével, csak nagyobb áramú lehet

Ez a kapu csak erősíti az áramot, kimenete logikai szintje megegyezik a bemenet szintjével.

NEM (NOT) kapu

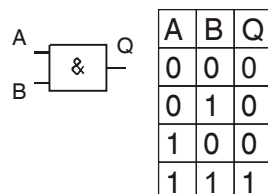


A NEM kapu kimenete a bemenet negáltja.

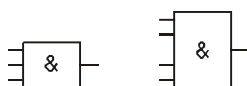
A tagadást kis körrel jelöljük!

ÉS (AND) kapu

Kétbemenetű ÉS kapu

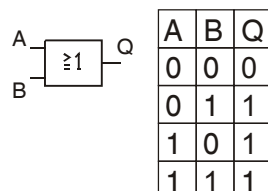


Több bemenetű ÉS kapu

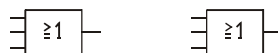


VAGY (OR) kapu

Kétbemenetű VAGY kapu

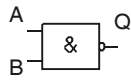


Több bemenetű VAGY kapu



NEM ÉS (NAND) kapu

Kétbemenetű NEM ÉS kapu



A	B	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

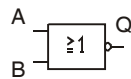
Több bemenetű NEM ÉS kapu



A tagadást kis körrel jelöljük

NEM VAGY (NOR) kapu

Kétbemenetű NEM VAGY kapu



A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

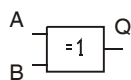
Több bemenetű NEM VAGY kapu



A tagadást kis körrel jelöljük

Kizáró VAGY (XOR, antivalencia) kapu

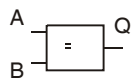
Kizáró VAGY kapu



A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Egyenlőség (ekvivalencia) kapu

Ekvivalencia kapu



A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Egyenlőség kapu a Tina áramkörszerkesztő programban nem található. Egy negált Kizáró VAGY kapuval helyettesíthetjük

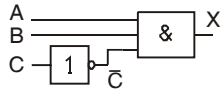
A Tina áramkörszerkesztő program többi kapuját, egyéb kapukat és egyéb elemi áramköröket később tanulunk.

Példák kapuk alkalmazására

Tekintsük meg, miképp lehet megvalósítani az *Állításkalkulus* alfejezet (III.3. old) példáit logikai kapukkal:

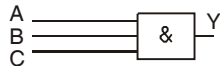
X igaz, hogy folyik a víz, ha **A** csap nyitott **ÉS** **B** csap is nyitott, **ÉS NEM** nyitott a **C** biztonsági szelep. Egyenlete: $X = AB\bar{C}$

Megoldás:



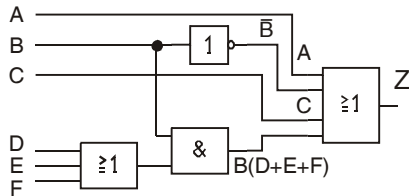
Y igaz, hogy főzhetek, ha **A** van gáz, **ÉS** **B** van víz, **ÉS** **C** van élelmiszer. Egyenlete: $Y = ABC$

Megoldás:



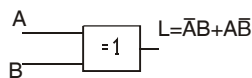
Z igaz, ha **A** igaz **VAGY NEM** igaz **B**, **VAGY** igaz **C**, **VAGY** igaz **B ÉS** (igaz **D**, **VAGY** igaz **E**, **VAGY** igaz **F**). Egyenlettel (függvénnyel): $Z = A + \bar{B} + C + B(D + E + F)$

Megoldás:



Az **L** lámpa ég, ha az **A** keleti kapcsoló **0**-ás **ÉS** **B** nyugati kapcsoló **1**-es állásban van, **VAGY** az **A** keleti kapcsoló **1**-es **ÉS** a **B** nyugati kapcsoló **0**-ás állásban van. $L = \bar{A}B + A\bar{B}$

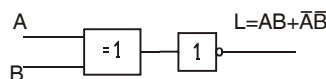
Megoldás:



Ez az egyik úgynevezett alternatív kapcsolás, a XOR logikai függvény megvalósítása. A lámpa akkor világít, ha a két kapcsoló nem egyenlő állásban van, azaz $A \neq B$.

Az **L** lámpa ég, ha az **A** északi kapcsoló **1**-es **ÉS** **B** déli kapcsoló is **1**-es állásban van, **VAGY NEM** igaz, hogy az **A** északi kapcsoló **1**-es **ÉS NEM** igaz, hogy a **B** déli kapcsoló is **1**-es állásban van. Egyenlete: $L = AB + \bar{A}\bar{B}$

Megoldás:

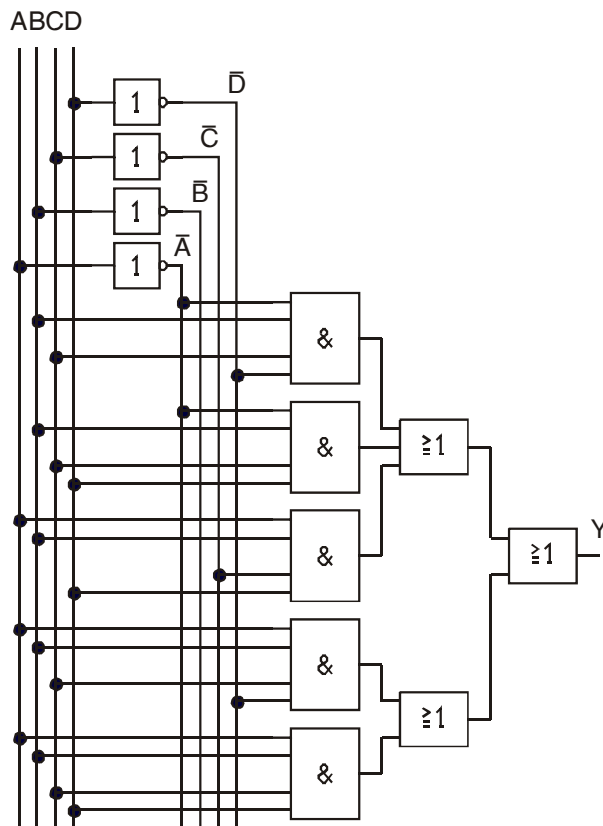


Ez a másik alternatív kapcsolás, az Egyelőség logikai függvény megvalósítása. A lámpa akkor világít, ha a két kapcsoló egyenlő állásban van, azaz $A = B$.

Példa bonyolultabb esetre, valósítsuk meg az alábbi logikai egyenletet (függvényt) kapukkal:

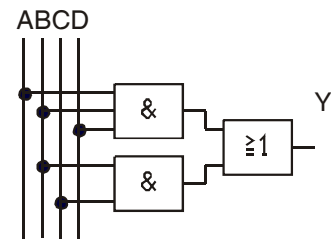
$$Y = \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD. \text{ Ez egyszerűsítve: } Y = ABD + BC$$

III-1. ábra



$$Y = \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD$$

Egyszerűsítve sokkal kevesebb kapuval meg lehet oldani ugyanezt az egyenletet



$$Y = \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD$$

$$Y = ABD + BC$$

Az egyszerűsítést érdemes elvégezni, mert sokkal olcsóbb és kisebb fogyasztású, meg gyorsabb áramkört kaphatunk. A fenti példa egyszerűsítését *Példa Karnaugh táblával való egyszerűsítésre* (Lásd IV.19. oldal) be is mutatjuk.

Hogyan érdemes az adott logikai egyenletet megvalósítani?

- Az előző példában adott volt A, B, C, és D.
- Ezekből készítettük NEM kapukkal az \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , és \bar{D} logikai állapotú huzalokat.
- Ezután a logikai ÉS-eket huzaloztuk ki, mindegyik ÉS kaput a megfelelő huzalra kötve.
- Végül az ÉS kapuk kimeneteit VAGY kapuba kötöttük.

(A bal oldali ábrán előbb egy három, meg egy két bemenetű VAGY kapuba, és ezek kimeneteit is egy VAGY kapuba, mert a Tina áramköröszerkesztő program nem ismer négynél több bemenetű VAGY kaput. Így állítottuk elő tehát Y-t, kihasználva, hogy

$$Y = \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD = (\bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + AB\bar{C}D) + (ABC\bar{D} + ABCD)$$

Utóbbi egyenletben az első zárójeles kifejezés három négyváltozós ÉS-nek a VAGY kapcsolata, a második zárójeles kifejezés pedig két négyváltozós ÉS-nek a VAGY kapcsolata, és ez a két VAGY is VAGY kapcsolatban van egymással egy újabb VAGY kapuval. Pontosan ez látható a bal oldali rajzon.

Tekintsünk csak a III-1. ábra jobb oldalára! Mennyivel egyszerűbb! **Olykor sokkal egyszerűbb áramkörrel meg tudjuk oldani feladatunkat, ha előbb egyszerűsítünk.** Ezért a logikai egyenletek egyszerűsítése készségének elsajátítása nagyon indokolt.

IV. Logikai egyenletek

Logikai egyenletek megoldása

A digitális technikában nagyon sokszor a feladatokat függvénytáblázatban adják meg, melyet igazságtáblázatnak nevezünk.

⇒ Az igazságtáblázat egy rendszerezett megadási mód, ahol számba vesszük az összes lehetőséget, és megadjuk minden szóba jöhető lehetőségénél, hogy is függ a független változótól az egy vagy több függő változó.

A rendszerezettség azt jelenti, az igazságtáblázatban **a független változók lehetséges állapotait bináris kód szerint soroljuk fel**, ezek szerint vizsgáljuk a függő változó(k) értékeit. Egy n számú független változójú logikai függvény 2^n féle állapotot vehet fel.

A felsorolás kétféle lehet: logikai szorzatokra, azaz mintermekre, vagy logikai összegekre, azaz maxtermekre vonatkozhat.

⇒ **Minterm** alatt olyan logikai ÉS-t értünk, melyben **minden változó egyszer, és csakis egyszer fordul elő** tagadott, vagy nem tagadott formában.

⇒ **Maxterm** alatt olyan logikai VAGY-ot értünk, melyben **minden változó egyszer, és csakis egyszer fordul elő** tagadott, vagy nem tagadott formában.

Egy n változós logikai függvénynek tehát 2^n féle mintermjé és ugyanennyi maxtermje lehet.

Szabályos (normál) alak

Ezeket mintermes vagy maxtermes alaknak is nevezzük.

⇒ Diszjunktív szabályos alak: olyan függvény, mely mintermek VAGY kapcsolatából áll. Szokás még egyszerűen **mintermes alaknak**, szorzatok összegének, röviden szorzatösszegnek, mintermek összegének is nevezni

⇒ Konjunktív szabályos alak: olyan függvény, mely maxtermek ÉS kapcsolatából áll. Szokás még egyszerűen **maxtermes alaknak**, összegek szorzatának, röviden összegszorzatnak, maxtermek szorzatának is nevezni

IV-1. táblázat: Két változós mintermek és maxtermek

Minterm	Maxterm
$m_0^3 = \bar{A}\bar{B}$	$M_3^3 = A + B$
$m_1^3 = \bar{A}B$	$M_2^3 = A + \bar{B}$
$m_2^3 = A\bar{B}$	$M_1^3 = \bar{A} + B$
$m_3^3 = AB$	$M_0^3 = \bar{A} + \bar{B}$
A mintermek és a maxtermek egymás negáltjai e táblázatban	

Példák mintermről maxtermre alakításra De Morgan tételének felhasználásával ($\overline{XY} = \bar{X} + \bar{Y}$)

$$\bar{A}\bar{B} = m_0^3 = \overline{M_3^3} = \overline{A + B}$$

$$A\bar{B} = m_2^3 = \overline{M_1^3} = \overline{\bar{A} + B}$$

A 3 változós összetartozó mintermek és maxtermek alsó indexeinek összege 3.

IV-2. táblázat: Három változós mintermek és maxtermek

Minterm	Maxterm
$m_0^3 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$M_7^3 = A + B + C$
$m_1^3 = \bar{A}\bar{B}C$	$M_6^3 = A + B + \bar{C}$
$m_2^3 = \bar{A}B\bar{C}$	$M_5^3 = A + \bar{B} + C$
$m_3^3 = \bar{A}BC$	$M_4^3 = A + \bar{B} + \bar{C}$
$m_4^3 = A\bar{B}\bar{C}$	$M_3^3 = \bar{A} + B + C$
$m_5^3 = A\bar{B}C$	$M_2^3 = \bar{A} + B + \bar{C}$
$m_6^3 = AB\bar{C}$	$M_1^3 = \bar{A} + \bar{B} + C$
$m_7^3 = ABC$	$M_0^3 = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$
A mintermek és a maxtermek egymás negáltjai e táblázatban	

Példák mintermről maxtermre alakításra

De Morgan tételének felhasználásával

$$(\bar{X}\bar{Y}\bar{Z} = \overline{X + Y + Z})$$

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C} = m_0^3 = \overline{M_7^3} = \overline{A + B + C}$$

$$\bar{A}\bar{B}C = m_1^3 = \overline{M_6^3} = \overline{A + B + \bar{C}}$$

$$\bar{A}B\bar{C} = m_2^3 = \overline{M_5^3} = \overline{A + \bar{B} + C}$$

$$A\bar{B}\bar{C} = m_4^3 = \overline{M_3^3} = \overline{\bar{A} + B + C}$$

$$A\bar{B}C = m_5^3 = \overline{M_2^3} = \overline{\bar{A} + B + \bar{C}}$$

$$ABC = m_7^3 = \overline{M_0^3} = \overline{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}}$$

A 3 változós összetartozó mintermek és maxtermek alsó indexeinek összege 7.

Megállapítások:Általában is az n változós összetartozó mintermek és maxtermek alsó indexe $2^n - 1$.

A mintermeket maxtermmé alakítani, és viszont a De Morgan azonosságok szerint lehet.

$$m_i^n = \overline{M_{2^n - 1 - i}^n} \text{ és } M_i^n = \overline{m_{2^n - 1 - i}^n}$$

Mi a továbbiakban csak a mintermes alakot használjuk, és a mintermes táblázatokat tárgyaljuk

Igazságtáblázat

Az ilyen táblázatban számba vesszük a független változók az összes lehetőségét, és megadjuk minden lehetőségénél, mi lesz az egy, vagy több függő változó értéke. A független változókat bitekkel (binary digit = kettes számrendszerbeli számjegy) jelöljük a következő módon: Értékük 0, ha a változó negált, különben 1. A változók helyett felvett bináris számjegyek értékei éppen azt a számot jelentik, hányadik sorban fordult elő az adott kombináció.

Az így előállított igazságtáblázat sorai mintermek.

Két változós igazságtáblázat független változóinak rendszerezése, mintermjei

A	B	Jelentés	Érték	Minterm
0	0	$\bar{A}\bar{B}$	0	m_0^2
0	1	$\bar{A}B$	1	m_1^2
1	0	$A\bar{B}$	2	m_2^2
1	1	AB	3	m_3^2

Három változós igazságtáblázat független változóinak rendszerezése, mintermjei

A	B	C	Jelentés	érték	Minterm	
0	0	0	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	0	m_0^3	Ennek az igazságtáblázat sorai mintermek. Ha a független változókat biteknek (binary digit = kettes számrendszerbeli számjegy) fogjuk fel, a velük képzett bináris számjegyek decimális értékei éppen azt adják, hányadik sorban fordult elő az adott kombináció.
0	0	1	$\bar{A}\bar{B}C$	1	m_1^3	
0	1	0	$\bar{A}B\bar{C}$	2	m_2^3	
0	1	1	$\bar{A}BC$	3	m_3^3	
1	0	0	$A\bar{B}\bar{C}$	4	m_4^3	Ugyanez a szám fordul elő a mintermek alsó indexeiben.
1	0	1	$A\bar{B}C$	5	m_5^3	
1	1	0	$AB\bar{C}$	6	m_6^3	
1	1	1	ABC	7	m_7^3	

Példák igazságtáblázattal és mintermes alakokkal való függvénymegadásra.

Ábrázoljuk az $Y = \bar{A}B + A\bar{B}$ antivalencia, azaz XOR függvényt!

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

ha $\bar{A}B = 1$, azaz $m_1^2 = 1$, akkor $Y = 1$

ha $A\bar{B} = 1$, azaz $m_2^2 = 1$, akkor $Y = 1$

Elég csak azt az esetet feltüntetni, ahol, ha igaz az abban a sorban levő minterm, akkor $Y = 1$

A többi sorban $Y = 0$.

Írhatjuk tehát egyszerűbben: $Y = m_1^2 + m_2^2 = \sum 1, 2$. Ennek jelentése: Y akkor igaz, ha igaz a m_1^2 és a m_2^2 minterm, különben hamis. Y tehát az igazságtáblázat 1. és 2. sorában igaz.

Ábrázoljuk igazságtáblázattal az $Y = \bar{A}\bar{B} + AB$ ekvivalencia függvényt!

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$Y = m_0^2 + m_3^2 = \sum 0, 3$$

Az igazságtáblázat 0-ik és 3-ik sorában igaz Y

Ábrázoljuk igazságtáblázattal az $Y = \bar{A}\bar{B}$ NAND függvényt!

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$Y = m_0^2 + m_1^2 + m_2^2 = \sum^2_{0,1,2}$$

Y az igazságtáblázat 0., 1. és 2. sorában igaz.

Ábrázoljuk az $X = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$ függvényt!

A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Ha $\bar{A}\bar{B}C = 1$, azaz $m_1^3 = 1$, akkor $Y = 1$

Ha $\bar{A}B\bar{C} = 1$, azaz $m_2^3 = 1$, akkor $Y = 1$

Ha $A\bar{B}\bar{C} = 1$, azaz $m_4^3 = 1$, akkor $Y = 1$

Itt is elég csak azt az esetet feltüntetni, ahol, ha igaz az abban a sorban levő minterm, akkor $Y = 1$

A többi sorban $Y = 0$.

Írhatjuk tehát egyszerűbben: $X = m_1^3 + m_2^3 + m_4^3 = \sum^3_{1,2,4}$

X az igazságtáblázat 1., 2. és 4. sorában igaz.

Látható, hogy sokkal rövidebb a mintermes alak, mint az igazságtáblázat. Több változó esetén ez még inkább így van, mert n változós igazságtáblázatnak 2^n számú sora van.

Egyszerűbben is áttérhetünk mintermes alakra. A független változókat bitekkel jelöljük a következő módon: Értékük 0, ha a változó negált, különben 1. Ha a legnagyobb helyiértékű számjegynek az A-t vesszük, és ügyelünk a változók sorrendjére, akkor a változók helyett felvett bitek, mint bináris számok értékei éppen a szóba jövő mintermet adják.

Pl. az $X = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$ függvényénél az átalakítással kapjuk:

$$X = \overset{1}{\bar{A}\bar{B}C} + \overset{2}{\bar{A}B\bar{C}} + \overset{4}{A\bar{B}\bar{C}} = m_1^3 + m_2^3 + m_4^3$$

$$\text{tehát } X = m_1^3 + m_2^3 + m_4^3 = \sum^3_{1,2,4}$$

További példák:

Alakítsuk mintermes alakra az $Y = \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}CD$ függvényt.

$$Y = \overset{3}{\bar{A}\bar{B}CD} + \overset{4}{\bar{A}B\bar{C}\bar{D}} + \overset{9}{A\bar{B}\bar{C}D} + \overset{11}{A\bar{B}CD} = m_3^4 + m_4^4 + m_9^4 + m_{11}^4$$

$$Y = m_3^4 + m_4^4 + m_9^4 + m_{11}^4 = \sum^4 3, 4, 9, 11$$

Alakítsuk mintermes alakra az $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}CD + AB\bar{C}\bar{D} + ABC\bar{D}$ függvényt.

$$Y = \overset{1}{\bar{A}\bar{B}\bar{C}D} + \overset{5}{\bar{A}B\bar{C}\bar{D}} + \overset{11}{A\bar{B}CD} + \overset{12}{AB\bar{C}\bar{D}} + \overset{14}{ABC\bar{D}}$$

$$Y = \sum^4 1, 5, 11, 12, 14$$

Karnaugh tábla

Az ember gondolkodása közelebb áll a grafikus ábrázoláshoz, mint az algebrai egyenletekhez. A kevés, legfeljebb négy változós logikai függvények szabályos ábrázolására alkalmazzák a Karnaugh táblákat.

Az függvényt négyzetekből, cellákból álló táblán ábrázoljuk. Minden cella egy-egy szabályos termet (minterm, vagy maxterm) képvisel. Mi csak a mintermes alakot tanulmányozzuk.

A cellákat úgy helyezik el egymás mellett, hogy a szomszédos cellák termjei csak egyetlen egy változó logikai értékében különbözzenek egymástól. Ez a szomszédosság függőlegesen és vízszintesen is értendő.

A logikai függvényt úgy írjuk a Karnaugh táblába, hogy amelyik termje 1, az annak a termnek megfelelő cellába 1-et írunk, a többi cellát üresen hagyjuk, azaz a 0-kat nem írjuk be

Egyváltozós Karnaugh tábla

A	\bar{A}
	A

A	m_0^1
	m_1^1

A	1_0
	1_1

A	0
	1_1

A	1_0
	1_1

$Y = \bar{A} \quad Y = A \quad Y = 1$

Az egyváltozós Karnaugh táblának nem sok jelentősége van, csak a megértéshez, az alapok lefektetéséhez mutattuk be.

Kétfváltozós Karnaugh tábla

	\bar{A}
	$\bar{A}\bar{B}$
B	$\bar{A}B$
	AB

Cellák jelentése

	\bar{A}
	m_0^2
B	m_1^2
	m_2^2
	m_3^2

Mintermek a cellákban

	\bar{A}
	0
B	1
	2
	3

A mintermek számait kis számokkal jelöljük a cellákban

A cellák mintermek szerinti számozása (a jobb oldali táblán) nem kötelező, de segíti a megértést. Ezért e könyvben mindig feltüntetjük őket. Természetesen a rendes munkához, dolgozathoz nem szükséges a feltüntetésük.

Nézzük a kétváltozós Karnaugh táblában az alapokat:



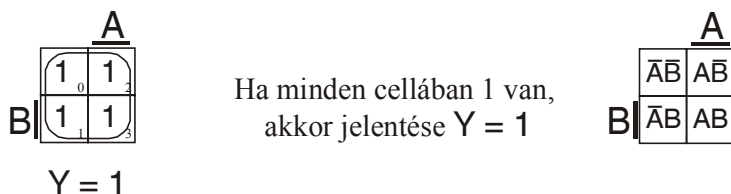
A függőlegesen egymás mellett levő cellákat összevonhatjuk



A vízszintesen egymás mellett levő cellákat összevonhatjuk

Az összevonhatóságnak nagy jelentősége van. Az összevonás egyszerűsítést is jelent: amelyik változó mindkét (0 és 1) értékét felveszi az összevonásban, az egyszerűsített alakból kiesik. Ez jól meg is figyelhető a fenti táblákon.

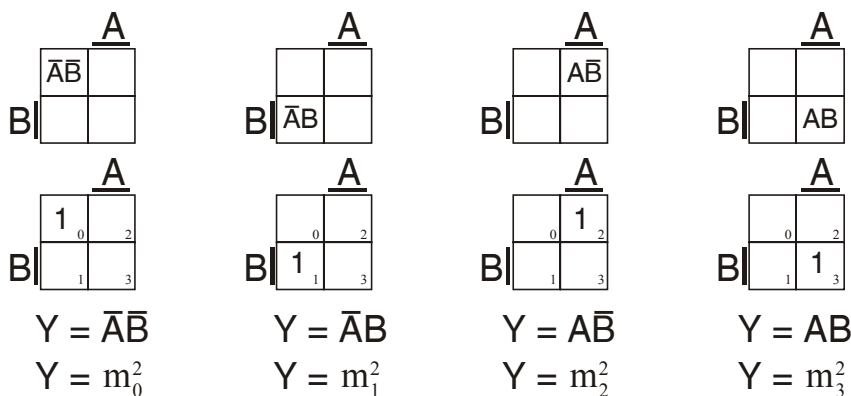
Látni fogjuk, nem csak 2, de 4 cella is összevonható vízszintesen is, függőlegesen is. Lássuk, mit jelent négy egymással vízszintesen és függőlegesen szomszédos cella összevonva:



Itt tehát mindkét (most, kétváltozósánál az összes) változó kiesett, mert minden lehetséges változókombinációban a függvény értéke 1, azaz nem függ a változóktól.

Megállapíthatjuk, ha két cellát vonunk össze, egy változó esik ki. Ha pedig négy cellát vonunk össze, két változónk esik ki. Ez a három-, és négyváltozós Karnaugh táblában is így van.

Nézzük meg a többi kétváltozós logikai függvényt a Karnaugh táblába írva:



Logikai szorzatok a Karnaugh táblában.

	A	
	0	1
B	1	
		3

$$Y = \bar{A} + \bar{B}$$

	A	
	0	1
B	1	1

$$Y = \bar{A} + B$$

	A	
	0	1
B		1
	1	

$$Y = A + \bar{B}$$

	A	
	0	1
B	1	1

$$Y = A + B$$

Logikai összegek a Karnaugh táblában.

Antivalencia (XOR)

	A	
	0	1
B	1	
		3

$$Y = A\bar{B} + \bar{A}B$$

$$Y = m_1^2 + m_2^2$$

Ekvivalencia

	A	
	0	1
B		1
	1	

$$Y = \bar{A}\bar{B} + AB$$

$$Y = m_0^2 + m_3^2$$

Háromváltozós Karnaugh tábla

A három változó már $2^3 = 8$ lehetséges állapotot vehet fel, így 8 cellás Karnaugh tábla kell. Ez lehet 2-szer 4, vagy 4-szer 2 cellás tábla.

Két soros 4 oszlopos Karnaugh tábla

	A			
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}B\bar{C}$	$A\bar{B}\bar{C}$	$AB\bar{C}$
B	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}BC$	$A\bar{B}C$	ABC

Cellák jelentése

	A			
	m_0^3	m_2^3	m_6^3	m_4^3
C	m_1^3	m_3^3	m_7^3	m_5^3

Mintermek elhelyezkedése a cellákban

	A			
	0	2	6	4
C	1	3	7	5

A mintermek számaival jelöljük a cellákat

4 soros 2 oszlopos Karnaugh tábla

	A	
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}B\bar{C}$
	$\bar{A}\bar{B}C$	$\bar{A}BC$
B	$\bar{A}B\bar{C}$	$\bar{A}BC$
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}B\bar{C}$

Cellák jelentése

	A	
	m_0^3	m_4^3
	m_1^3	m_5^3
C	m_3^3	m_7^3
	m_2^3	m_6^3

Mintermek elhelyezkedése a cellákban

	A	
	0	4
	1	5
C	3	7
	2	6

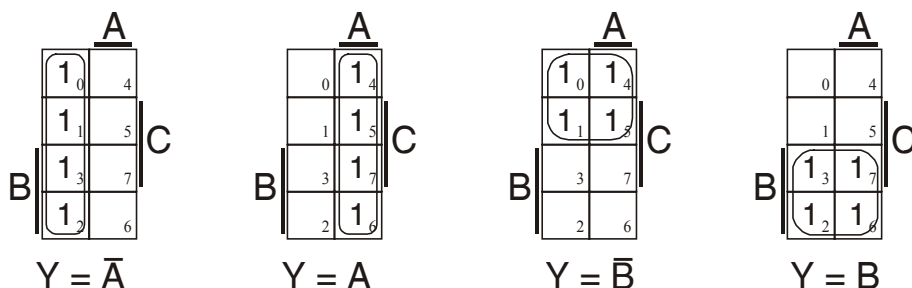
A mintermek számaival jelöljük a cellákat

A különböző peremezésű, és álló, vagy fekvő Karnaugh táblák egymásba alakíthatók tükrözéssel, a betűk cseréjével, forgatással, mely műveletek a logikai jelentést nem módosítják.

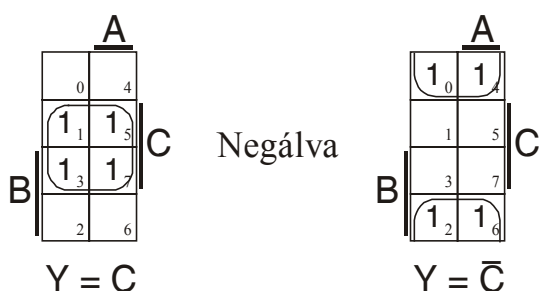
Mi a továbbiakban a 4 soros 2 oszlopos háromváltozós Karnaugh táblákkal dolgozunk, mert ezek celláinak számozása sorrendje hasonlít iskolánk Karnaugh programjainak cella számozásához. Ez a számozás megegyezik az általunk használt négyváltozós Karnaugh táblák első két oszlopának cellasorszámaival.

Ha alaposabban megfigyeltük az egy-, és kétváltozós Karnaugh tábla sajátosságait, ezeket kiterjeszthetjük a háromváltozósra is. Azokat az egymás melletti cellákat, ahol a mintermek

csak egy változóban különböznek, az előzőek alapján összevontuk. Itt már egy irányban négy cellát is össze tudunk vonni.

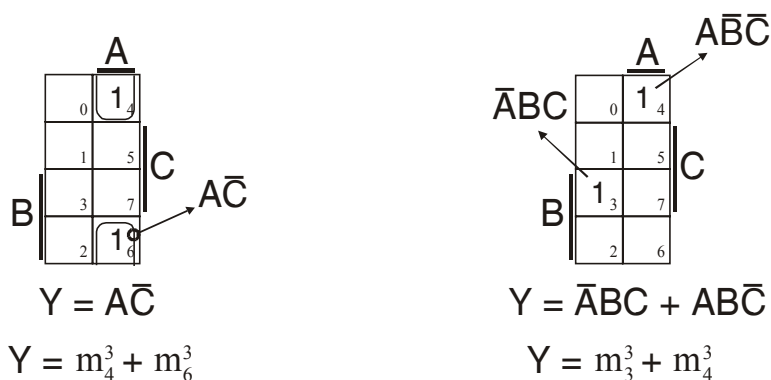


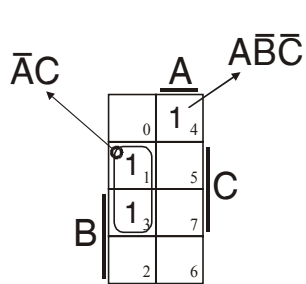
Ezek megegyeznek a kétváltozós Karnaugh táblán látottakkal. Azonban a \bar{C} változó már egy eddig szokatlan összevonás eredménye:



A \bar{C} változót a C negálásából kapjuk. Amint az ábrán látható, a \bar{C} változót tartalmazó mintermek cellái már a tábla alsó és felső szélein vannak. Ezért ezeket is össze tudtuk vonni. Láthatjuk, **a Karnaugh tábla szélei is szomszédosak egymással**. A szélén (alján és tetején) levő mezőket is összevonhatjuk.

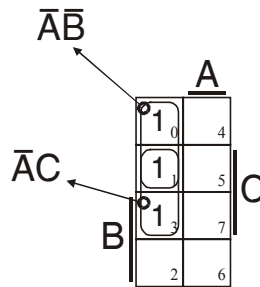
Természetesen nem csak egy, hanem mind a három változót tartalmazhatja a háromváltozós Karnaugh tábla. Ezután ahol lehet, az összevonható cellákat össze is vonjuk. Lássunk további példákat háromváltozós Karnaugh táblára. Azt érthetőség kedvéért a táblákkal ábrázolt logikai függvények egyenlete alá a mintermes alakot feltüntettük.





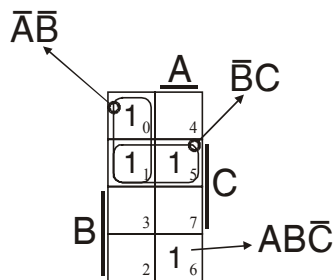
$$Y = \bar{A}C + A\bar{B}\bar{C}$$

$$Y = m_1^3 + m_3^3 + m_4^3$$



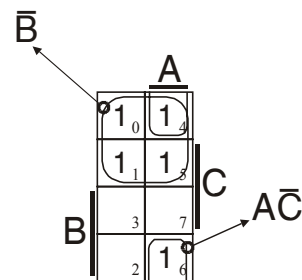
$$Y = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}C$$

$$Y = m_0^3 + m_1^3 + m_3^3$$



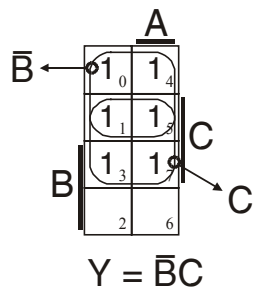
$$Y = \bar{A}\bar{B} + \bar{B}C + AB\bar{C}$$

$$Y = m_0^3 + m_1^3 + m_5^3 + m_6^3$$

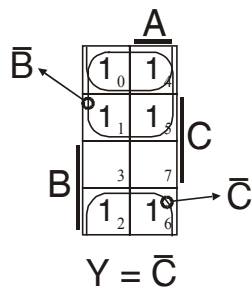


$$Y = A\bar{C} + \bar{B}$$

$$Y = m_0^3 + m_1^3 + m_4^3 + m_5^3 + m_6^3$$



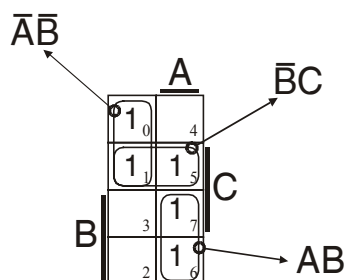
$$Y = \bar{B}C$$



$$Y = \bar{C}$$

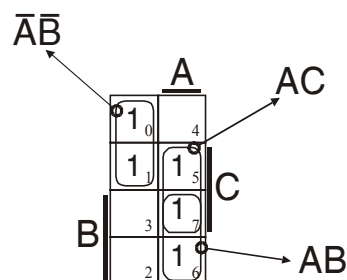
Hat cellát nem lehet
összevonni!

Olyan is előfordulhat, hogy ugyanazt a táblát többféleképpen olvashatjuk ki jól. Tekintsük az alábbi példát:



$$Y = \bar{A}\bar{B} + AB + \bar{B}C$$

$$Y = m_0^3 + m_1^3 + m_5^3 + m_6^3 + m_7^3$$



$$Y = \bar{A}\bar{B} + AB + AC$$

$$Y = m_0^3 + m_1^3 + m_5^3 + m_6^3 + m_7^3$$

Mindkét egyszerűsített egyenlet helyes.

Négyváltozós Karnaugh tábla

Itt már vízszintesen is, függőlegesen is négy-négy cella van, így

	A			
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}BC\bar{D}$
	0	4	12	8
	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}BCD$
	1	5	13	9
	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$
	3	7	15	11
	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$
	2	6	14	10
	B			
C				
	D			

Cellák jelentése

	A			
	m_0^4	m_4^4	m_{12}^4	m_8^4
	m_1^4	m_5^4	m_{13}^4	m_9^4
	m_3^4	m_7^4	m_{15}^4	m_{11}^4
	m_2^4	m_6^4	m_{14}^4	m_{10}^4
	B			
C				
	D			

Mintermek elhelyezkedése a cellákban

	A			
	0	4	12	8
	1	5	13	9
	3	7	15	11
	2	6	14	10
	B			
C				
	D			

A mintermek számaival jelöljük a cellákat

Ha alaposabban megfigyeltük az egy-, két-, és háromváltozós Karnaugh tábla sajátosságait, ezeket kiterjeszthetjük a négyváltozósra is. Azokat az egymás melletti cellákat, ahol a mintermek csak egy változóban különböznek, az előzőek alapján összevonhatjuk egy irányba kettőt, vagy négyet. Példákon mutatjuk meg a négyváltozós Karnaugh tábla használatát és a lehetőségeket, figyelembevéve, hogy a miket figyelhettünk meg egy-, két-, és háromváltozós táblánál:

	A			
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}BC\bar{D}$
	0	4	12	8
	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}BCD$
	1	5	13	9
	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$
	3	7	15	11
	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$
	2	6	14	10
	B			
C				
	D			

$$Y = \bar{A}BC + AB\bar{C}$$

	A			
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}BC\bar{D}$
	0	4	12	8
	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}BCD$
	1	5	13	9
	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$
	3	7	15	11
	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$
	2	6	14	10
	B			
C				
	D			

	A			
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}BC\bar{D}$
	0	4	12	8
	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}BCD$
	1	5	13	9
	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$
	3	7	15	11
	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$
	2	6	14	10
	B			
C				
	D			

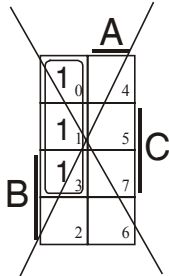
	A			
	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}BC\bar{D}$
	0	4	12	8
	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	$\bar{A}\bar{B}CD$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}BCD$
	1	5	13	9
	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$
	3	7	15	11
	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$	$\bar{A}B\bar{C}D$
	2	6	14	10
	B			
C				
	D			

A mintermeket már nem tüntettük fel, az eddigiek alapján egyszerűen kiolvashatók a táblából (ahol 1-es áll, annak a cellának megfelelő számú minterm szerepel).

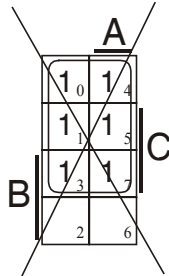
A logikai egyenletet sem tüntettük fel, egyszerűen össze kell olvasni a nyilakkal jelzett összevonások és szomszéd nélküli 1-esek jelentését.

Súlyos hibák, rossz összevonások a Karnaugh táblákban

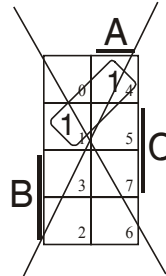
Ezekre azért hívjuk el a figyelmet, mert felületesebb diákok gyakran elkövetik őket. Ez ilyen rosszul felállított egyenlet nyomán olykor rosszul működő áramkörök születnek, ami felesleges fáradtság, sőt, kár.

Hiba!

Három cellát nem lehet összevonni!

Hiba!

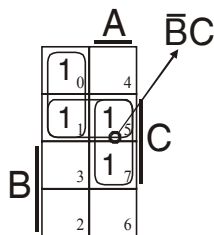
Hat cellát nem lehet összevonni!

Hiba!

Átlósan nem lehet összevonni!

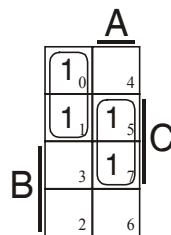
Kevésbé súlyos hibák a Karnaugh táblákban

Az ilyen hibák nem okoznak hibás működést, csak drágábbá teszik a megvalósítást, mert több logikai kapu kell, ami többbe kerül, nagyobb áramkört jelent, több helyet igényel, és több villamos teljesítményt fogyaszt.

Hibás tábla, $\bar{B}\bar{C}$ felesleges

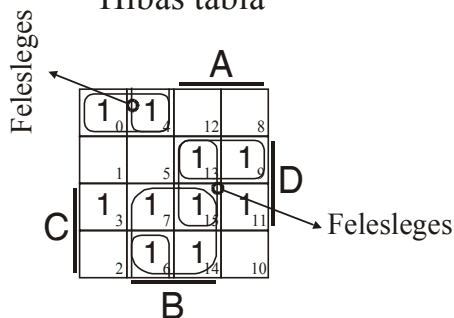
$$Y = \bar{A}\bar{B} + AC + \bar{B}\bar{C}$$

Helyesen



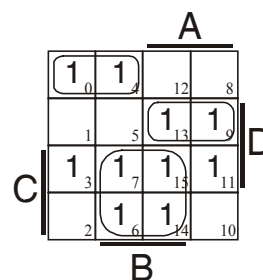
$$Y = \bar{A}\bar{B} + AC$$

Hibás tábla



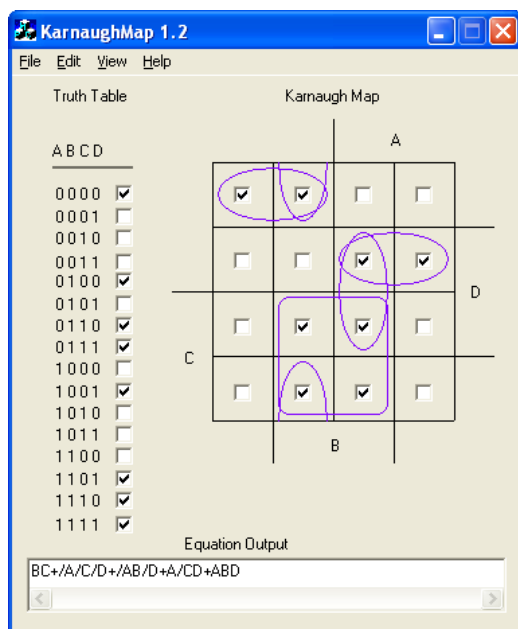
$$Y = \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{D} + A\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}D + BC$$

Helyesen

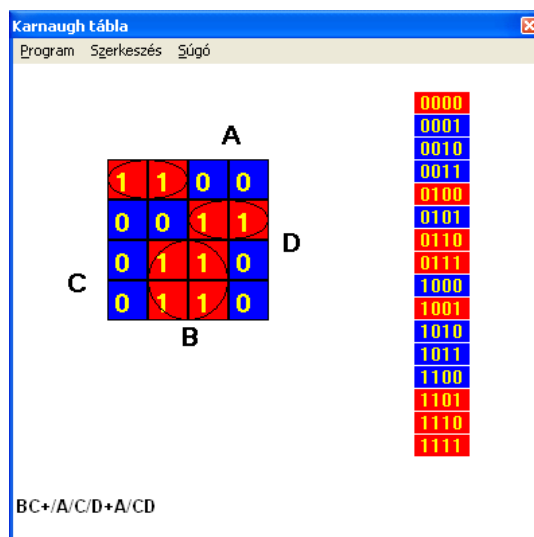


$$Y = \bar{A}\bar{C}\bar{D} + A\bar{C}D + BC$$

Egyes Karnaugh tábla programok shareware verziói is szándékosan el vannak rontva, hogy az ingyenes verziók helyesen, de drágábban működjenek (ne lehessen velük pénzt keresni). Pl. felesleges összevonásokat készít a Karnaughmap12 nevű program (kmap12.exe fájl névvel), melynek pénzért lehet megvenni a teljesen jól működő verzióját:



Iskolánk Nagy Attila nevű diákja által passzióból készített Karnaugh tábla nevű programja nem készít felesleges karikat (Nagy Attila 2003. febr.–márc., 1.0 beta verzió.)



A Karnaugh táblából kiolvasható egyszerűbb alakú logikai függvényeket sokszor tovább lehet egyszerűsíteni, erre látunk módszert és példákat a *További egyszerűsítések* című fejezetben (IV.23 oldal). Az egyszerűsítés legfontosabb eszköze legfeljebb négy változóig a Karnaugh tábla.

Látni fogjuk, a Karnaugh tábla kiváló segédeszköz a logikai függvények szabályos alakra hozásánál (lásd *Szabályos alakra hozás* című fejezet IV.14. oldal).

Négy változó felett nem alkalmazzák a Karnaugh táblát, mert 5 és hat változónál háromdimenziós, még nagyobb változósámnál többdimenziós, nehezen elképzelhető térbeli alakzat lenne, és éppen a legfontosabb tulajdonságát, az áttekinthetőséget veszítenénk el.

Nagy változóságra szisztematikus eljárásokat alkalmaznak, mint pl. a Quine –

McCluskey-módszer. Mi ezeket nem tanulmányozzuk, a szakirodalomban, Interneten fellelhetők, ha valakinek nem elég e könyv által adott információ.

Logikai függvények átalakítása

Szabályos alakra hozás

A logikai függvények szabályos alakjának nagy jelentősége van, mert a logikai hálózatok tervezésénél használt szisztematikus eljárásokat csak szabályos alakban adott függvényekkel lehet elvégezni (mint általában mindent a gépi feldolgozás során). Csak szabályos alakban megadott logikai függvényt lehet programozható logikai áramkörökbe (PLA, ULA, ROM) programozni, így a szabályos alakra hozás készsége fontos.

Nem szabályos alakú logikai függvényeket a Boole algebra tételeivel és azonosságaival lehet szabályos alakra hozni. Ehhez ajánlott áttekinteni az *A Boole algebra azonosságai és tételei (III.4. oldal)* alfejezetet.

A legfontosabb két tételt emlékeztetőül ide is felírjuk:

De Morgan tételei:

$$\overline{A+B} = \overline{A}\overline{B}, \text{ ill. akárhány tagra: } \overline{A+B+\dots+N} = \overline{A}\overline{B}\dots\overline{N}$$

$$\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}, \text{ ill. akárhány tagra: } \overline{AB\dots N} = \overline{A} + \overline{B} + \dots + \overline{N}$$

$(\overline{X} + X) = 1$, és 1-gyel bármit lehet szorozni. Ezzel a módszerrel a hiányzó változókkal kiegészíthetjük azokat a tagokat, melyekből hiányzik valamelyik változó ponált vagy negált formában.

A Karnaugh táblát is használhatjuk a szabályos alakra hozásnál legfeljebb négy változóig természetesen.

Példák a szabályos alakra hozásra:

Négy változónál többet nem tanulmányozunk, így elég lenne a Karnaugh táblával való feladatmegoldás. Azonban a gyakorlatban előforduló logikai feladatoknál olykor négynél sokkal több változó van, így az algebrai módszerrel való szabályos alakra hozást fontos gyakorolnunk. Egyes feladatokat a Karnaugh táblával is megoldunk. Lássunk néhány feladatot:

$Y = \overline{A}BC + \overline{B}\overline{C}$ nem szabályos, hozzuk szabályos alakra

$$Y = \overline{A}BC + \overline{B}\overline{C} = \overline{A}BC + (\overline{A} + A)\overline{B}\overline{C} \quad \text{a második tagot szoroztuk } 1 = (\overline{A} + A)\text{-val}$$

$$Y = \overline{A}BC + \overline{A}\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}\overline{C}$$

Ezt rendezve kapjuk

$$Y = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C}$$

$$Y = \sum_{0,3,4}^3$$

Megoldás Karnaugh táblával:

Írjuk be a táblába $Y = \bar{A}BC + \bar{B}\bar{C}$ egyenletet, olvassuk ki a cellákhoz tartozó mintermeket, és készen is vagyunk

	A	
	0	1
B	1	5
	3	7
	2	6
	C	

$$Y = \bar{A}BC + \bar{B}\bar{C}$$

A Karnaugh táblából egyszerűen kiolvashatjuk a három mintermet.

$$Y = \sum^3 0, 3, 4$$

$X = \bar{A}BC + \bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}CD$ nem szabályos, hozzuk szabályos alakra!

$$X = \bar{A}BC(D + \bar{D}) + (\bar{A} + A)\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}CD$$

$$X = \bar{A}BCD + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}CD = \sum^4 7, 6, 1, 9, 11 \quad \text{Ezt rendezve kapjuk}$$

$$X = \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}CD$$

$$X = \sum^4 1, 6, 7, 9, 11$$

Megoldás Karnaugh táblával:

Írjuk be a táblába az $X = \bar{A}BC + \bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}CD$ egyenletet, olvassuk ki a cellákhoz tartozó mintermeket, és készen is vagyunk.

$$X = \bar{A}BC + \bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}CD$$

	A			
	0	4	12	8
C	1	5	13	9
	3	7	15	11
	2	6	14	10
	B			

A Karnaugh táblából egyszerűen kiolvashatjuk a mintermeket.

$$X = \sum^4 1, 6, 7, 9, 11$$

$Z = \bar{A} + \bar{B}\bar{C}$ nem szabályos, hozzuk szabályos alakra.

$Z = \bar{A} + \bar{B}\bar{C}$ \bar{A} -t $(\bar{B} + B)(\bar{C} + C)$ -vel kell szorozni (bővíteni), míg $\bar{B}\bar{C}$ -t $(\bar{A} + A)$ -val

$$Z = \bar{A}(\bar{B} + B)(\bar{C} + C) + (\bar{A} + A)\bar{B}\bar{C}$$

$$Z = \bar{A}\bar{B}(\bar{C} + C) + \bar{A}B(\bar{C} + C) + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$$

$$Z = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$$

$$Z = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C}$$

$$Z = \sum_{0,1,2,3,4}^3$$

Megoldás Karnaugh táblával:

Írjuk be a táblába az $X = \bar{A}BC + \bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}CD$ egyenletet, olvassuk ki a cellákhoz tartozó mintermeket, és készen is vagyunk.

$$Z = \bar{A} + \bar{B}\bar{C}$$

	A		
	0	1	
	1	5	
	3	7	
B	1	6	

A Karnaugh táblából egyszerűen kiolvashatjuk a mintermeket.

$$Z = \sum_{0,1,2,3,4}^3$$

$M = \bar{A}\bar{B} + \bar{B}\bar{C}$ nem szabályos, hozzuk szabályos alakra!

Itt előbb a NAND tagot alakítjuk összeggé a De Morgan tétel alkalmazásával:

$$M = \bar{A}\bar{B} + \bar{B}\bar{C}$$

$$M = \bar{A} + \bar{B} + \bar{B}\bar{C}$$

Ezeket tagonként három változósra kibővítve kapjuk:

$$M = \bar{A}(\bar{B} + B)(\bar{C} + C) + (\bar{A} + A)\bar{B}(\bar{C} + C) + (\bar{A} + A)\bar{B}\bar{C}$$

$$M = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

$$M = \sum_{0,1,2,3,4,5}^3$$

Megoldás Karnaugh táblával:

Most nem tudjuk beírni a táblába az $M = \overline{AB} + \overline{B}C$ egyenletet. Ezért előbb a NAND tagot alakítjuk összeggé a De Morgan tétel alkalmazásával:

$$M = \overline{AB} + \overline{B}C = \overline{A} + \overline{B} + \overline{B}C.$$

Ezt már be tudjuk írni a Karnaugh táblába, kiolvassuk a cellákhoz tartozó mintermeket, és készen is vagyunk.

$$M = \overline{A} + \overline{B} + \overline{B}C$$

	A	
	0	1
B	1	1
	3	7
	5	6

A Karnaugh táblából egyszerűen kiolvashatjuk a mintermeket.

$$M = \sum^3 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$\overline{B}C$ elhagyható, mert \overline{B} tartalmazza

$U = A\overline{B}C + \overline{B} + \overline{C}$ nem szabályos, hozzuk szabályos alakra!

Itt előbb a NOR tagot alakítjuk szorzattá a De Morgan tétel alkalmazásával:

$$U = A\overline{B}C + \overline{B} + \overline{C}$$

$$U = A\overline{B}C + \overline{B}C = \overline{B}C \quad (\text{abszorpció}).$$

$\overline{B}C$ -t $(\overline{A} + A)$ -val szorozva

$$U = (\overline{A} + A)\overline{B}C = A\overline{B}C + \overline{A}\overline{B}C$$

$$U = \sum^3 1, 5$$

Megoldás Karnaugh táblával:

Most nem tudjuk beírni a táblába az $U = A\overline{B}C + \overline{B} + \overline{C}$ egyenletet.

Gondoljuk meg, a NOR az OR tagadása. Írjuk tehát előbb a NOR tag változóit, azaz a $\overline{B} + \overline{C}$ függvényt a Karnaugh táblába, majd tagadjuk meg, invertáljuk a tábla célját. Így jutunk el a NOR taghoz.

Ehhez még beírhatnánk az $A\overline{B}C$ tagot, ha $\overline{B}C$ nem tartalmazná. Ezután már csak kiolvassuk a cellákhoz tartozó mintermeket, és készen is vagyunk.

$B + \overline{C}$			$\overline{B + \overline{C}} = \overline{B}C$	
A			A	
1	1	Invertálva →	0	4
1	5		1	5
1	7		3	7
1	6		2	6

A Karnaugh táblából egyszerűen kiolvashatjuk a mintermeket.

$$U = \sum^3 1, 5$$

$V = \overline{AB\bar{C}} + \overline{\bar{A}BC} + A\bar{B}C$ nem szabályos, hozzuk szabályos alakra!

Itt előbb a NOR tagot alakítjuk szorzattá a De Morgan tétel alkalmazásával:

$$V = \overline{AB\bar{C}} \cdot \overline{\bar{A}BC} + A\bar{B}C \quad \text{A NAND tagokat tovább alakítjuk összegekké}$$

$$V = (\bar{A} + \bar{B} + C)(A + B + \bar{C}) + A\bar{B}C \quad \text{Végezzük el a szorzást}$$

$$V = \bar{A}A + \bar{A}B + AC + \bar{A}B + \bar{B}B + BC + \bar{A}\bar{C} + \bar{B}\bar{C} + C\bar{C} + A\bar{B}C \quad \text{Rendezve:}$$

$$V = \bar{A}\bar{B} + AC + \bar{A}B + BC + \bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C \quad \text{Bővítsük a tagokat háromváltozósra:}$$

$$V = (\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C) + (\bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC) + (\bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC) + (\bar{A}BC + ABC) + (\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C) +$$

+ $\bar{A}\bar{B}C$ Zárójellel jelöltem a tagonkénti bővítést az érthetőség kedvéért. Tehát

$$V = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}BC + \bar{A}BC + ABC + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C$$

$$V = \sum^3 4, 5, 5, 7, 2, 3, 3, 7, 0, 4, 5 \quad \text{Így könnyebben átlátható. Ez rendezve:}$$

$$V = \sum^3 0, 2, 3, 4, 5, 7 \quad \text{vagy egyenlettel:}$$

$$V = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}C + ABC$$

Megoldás Karnaugh táblával:

Most nem tudjuk beírni a táblába az $V = \overline{AB\bar{C}} + \overline{\bar{A}BC} + A\bar{B}C$ egyenletet.

Az előző példa alapján azonban beírhatjuk a táblába a NOR függvényt egyből. Ezt úgy érjük el, hogy ahol $\overline{AB\bar{C}} + \overline{\bar{A}BC}$ IGAZ, oda 0-at írunk és ahol az $\overline{AB\bar{C}} + \overline{\bar{A}BC}$ NEM IGAZ, oda írunk 1-et. (Vagy beírjuk az $\overline{AB\bar{C}} + \overline{\bar{A}BC}$ -t és invertáljuk). Ehhez még odaírnánk a $A\bar{B}C$ -t, ha már nem tartalmazná $\overline{AB\bar{C}} + \overline{\bar{A}BC}$, és megvagyunk a Karnaugh táblába írással. Csak kiolvassuk a mintermeket és készen vagyunk.

$$\overline{AB\bar{C}} + \overline{\bar{A}BC}$$

			A
	1 ₀	1 ₄	
	0 ₁	1 ₅	
B	1 ₃	1 ₇	C
	1 ₂	0 ₆	

A Karnaugh táblából egyszerűen kiolvashatjuk a mintermeket.

$$V = \sum^3 0, 2, 3, 4, 5, 7$$

$\overline{AB\bar{C}} + \overline{\bar{A}BC}$ tartalmazza $A\bar{B}C$ -t is

Logikai függvények egyszerűsítése

E fejezetben az a célunk, hogy nem szabályos, hanem a lehető legegyszerűbb alakot kapjuk. Ennek a legegyszerűbb alakú logikai függvénynek a kapuáramkörökkel való megvalósítása a legolcsóbb, legkevesebb kapuból álló áramkört jelenti, melynek a helyigénye és villamos energiafogyasztása is a legkisebb.

Az egyszerűsítésnek olyan nagy a jelentősége, hogy önálló fejezetet szentelünk e témának.

Egyszerűsítés Karnaugh táblával

A Karnaugh tábla tulajdonságait eddig is használtuk, de nem egyszerűsítésre, hanem a mintermek kiolvasására. Azonban láthattuk, sokszor egyszerűbb alakot kaptunk, mint amilyen alakban az egyenletet eredetileg kaptuk.

Hogy is végezzük el az egyszerűsítést a Karnaugh tábla segítségével?

- A logikai egyenletet beírjuk a Karnaugh táblába
Ha nem tudjuk egyből beírni, algebrai módszerrel olyan alakra hozzuk, hogy már be tudjuk írni. Lásd a *Szabályos alakra hozás* c. fejezetet.
- A lehetséges összevonásokat elvégezzük úgy, hogy a lehető legnagyobb csoportokat kapjuk.

A vízszintesen, vagy függőlegesen szomszédos cellákat össze lehet vonni. 1x2-es, 1x4-es, 2x2-es, 2x4-es, és 4x4-es csoportot is képezhetünk vízszintesen, vagy függőlegesen. **Azaz 2, vagy 4 egymás melletti mezőt vonhatunk össze egy csoporttá.**

Ha két mezőt vonunk össze egy csoporttá, belőlük egy változó esik ki, melyek a csoportban mindkét lehetséges értéküket felveszik, így a csoporton belül ők mindig igazak, azaz 1-gyel helyettesíthetők. Az elv: $1 = (\bar{X} + X)$.

Ha négy mezőt vonunk össze egy csoporttá, belőlük két változó esik ki (melyek mind a négy lehetséges állapotukat felveszik). Az elv: $1 = (\bar{X}\bar{Y} + \bar{X}Y + X\bar{Y} + XY)$.

Ha nyolc mezőt vonunk össze egy csoporttá, belőlük már három változó, míg ha 16 cellát, akkor négy változó esik ki.

Példa Karnaugh táblával való egyszerűsítésre

A *Példák kapuk alkalmazására* c. fejezetben már láttuk a következő feladatot, melyet ott kapuáramkörökkel is megvalósítottunk. Ígértük, e fejezetben megmutatjuk, hogy egyszerűsítettük le sokkal olcsóbb megoldású áramkörre, mint amit úgy kapunk, ha a feladott egyenletet valósítjuk meg egyből, egyszerűsítés nélkül.

Valósítsuk meg az alábbi logikai egyenletet (függvényt) kapukkal:

$$Y = \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD.$$

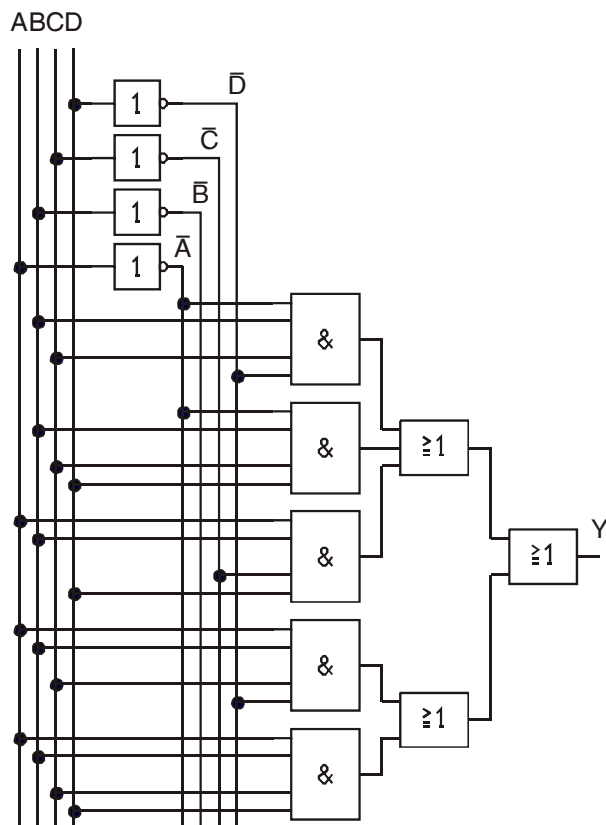
Ezt írjuk Karnaugh táblába:

	A			
	0	4	12	8
	1	5	13	9
C	3	7	11	15
	2	6	14	10
	B			

$$V = \sum^3 6, 7, 13, 14, 15$$

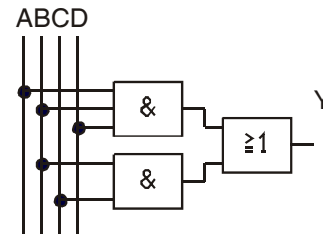
Tehát $Y = \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD$ egyszerűsítve: $Y = ABD + BC$

Érdemes megfigyelni, mennyivel egyszerűbb áramkört kaptunk!



$$Y = \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD + ABCD$$

Egyszerűsítve sokkal kevesebb kapuval meg lehet oldani ugyanezt az egyenletet



$$Y = \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}CD + ABCD$$

$$Y = ABD + BC$$

Az egyszerűsítést érdemes elvégezni, mert sokkal olcsóbb és kisebb fogyasztású, meg gyorsabb áramkört kaphatunk.

A meg nem engedett állapotok kihasználása egyszerűsítésre

Meg nem engedett állapotokkal eddig is találkoztunk. Pl. a BCD kódnál a pszeudotetrádok is ilyenek voltak. Ezek nem fordulhatnak elő, ezért nem szoktuk a logikai függvény megadásánál definiálni őket. Eddig nem írtuk elő, ezeknél az állapotoknál a függvény értéke 1, vagy 0 legyen, nem foglalkoztunk velük. Olykor azonban hasznos lehet, ha ezt is előírjuk, így egyszerűbb áramköröket tervezhetünk. Mivel kétértékű logikáról beszélünk, ezek az elő nem forduló állapotok esetén a függvényünk értéke vagy 0, vagy 1 **lenne**. Ha tehát egyszerűsítés céljából **0-t, vagy 1-et határozzunk meg nekik**, nem hamisítjuk meg a feladatot, de valamelyik értéket úgyis felvennék (gondolatban persze), és különben úgysem fordulhatnak elő a valóságban. Így további egyszerűsítéseket hajthatunk végre.

Két példát mutatunk a meg nem engedett állapotok kihasználására egyszerűsítés céljából.

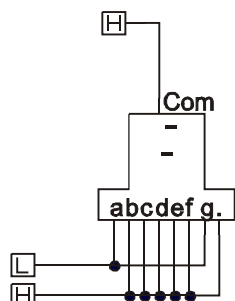
Az egyik a *BCD kódból 7 szegmenses kijelzőre dekóder tervezése*, (IV.21 oldal), a másik a *Dominó pöttyeinek megjelenítése* (IV.26. oldal). Ezek a példák természetesen más egyszerűsítéseket is tartalmaznak, mellettük alkalmazzuk a meg nem engedett állapotokra tetszésünk szerint felvett értékeket.

BCD kódból 7 szegmenses kijelzőre dekóder tervezése

Ehhez bemutatjuk a hétszegmenses kijelzőt:

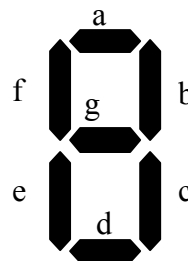
Az ilyen kijelzőnek hét szegmense van, ezek láthatóvá válnak, ha aktívak, különben nem láthatók (nem vesszük őket figyelembe). Így a hétszegmenses kijelző számokat képes megjeleníteni. A kijelző szegmenseit egyezményesen betűkkel jelöljük, az ABC első hét betűjével.

A Tina áramkörszerkesztő program 7 szegmenses kijelzője



Alacsony, azaz L szintre válnak aktívvá a szegmenssek.

Az ábrán L szintű csak az "a" és a "g" szegmens, tehát e két szegmens aktív, a többi nem.

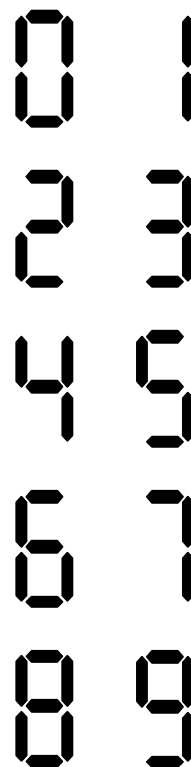


A szegmenssek betűjelei

A hét szegmens működésének igazságtáblája

Írjuk be a táblázatba, hogy a kijelző hét szegmense a különböző számjegyek megjelenítése esetén milyen logikai értéket kap. A megjelenített számjegyeket a táblázatban és a táblázat mellett nagyobb ábrákkal is felvettük. Az a, b, ... g szegmenseket L_a , L_b , ... L_g jelekkel (lámpákkal, LED-ekkel, stb.) jelöljük a táblázatban.

Dec.	Jel	A	B	C	D	L_a	L_b	L_c	L_d	L_e	L_f	L_g
0	0	0	0	0	0	L	L	L	L	L	L	H
1	1	0	0	0	1	H	L	L	H	H	H	H
2	2	0	0	1	0	L	L	H	L	L	H	L
3	3	0	0	1	1	L	L	L	L	H	H	L
4	4	0	1	0	0	H	L	L	H	H	L	L
5	5	0	1	0	1	L	H	L	L	H	L	L
6	6	0	1	1	0	L	H	L	L	L	L	L
7	7	0	1	1	1	L	L	L	H	H	H	H
8	8	1	0	0	0	L	L	L	L	L	L	L
9	9	1	0	0	1	L	L	L	L	H	L	L
10	X	X	X	X	X	*	*	*	*	*	*	*
11	X	X	X	X	X	*	*	*	*	*	*	*
12	X	X	X	X	X	*	*	*	*	*	*	*
13	X	X	X	X	X	*	*	*	*	*	*	*
14	X	X	X	X	X	*	*	*	*	*	*	*
15	X	X	X	X	X	*	*	*	*	*	*	*



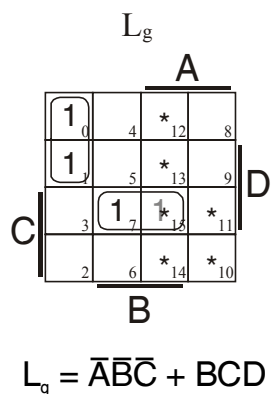
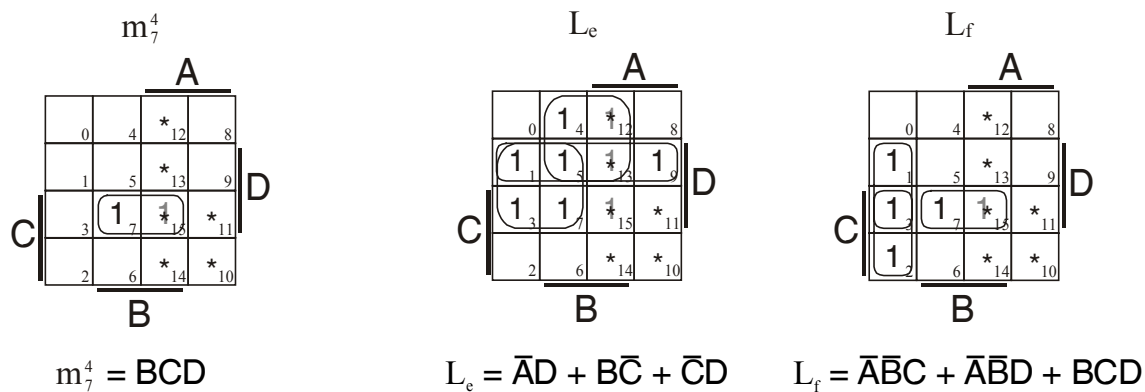
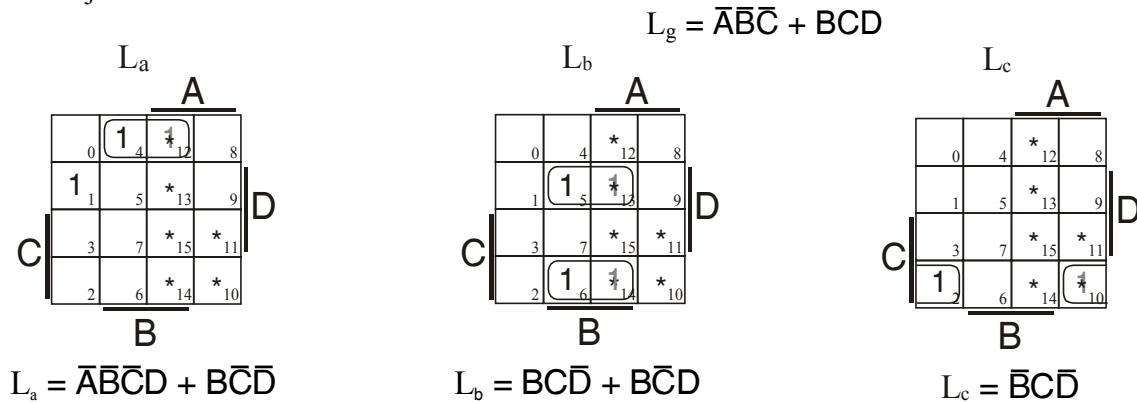
Az X-szel jelölt állapotok nem fordulhatnak elő, ezek a pszeudotetrádok
A *-gal (csillaggal) jelölt állapotok tetszésünk szerint lehetnek H, vagy L

Ha L-logikai szintnek a 0-át, H logikai szintnek az 1-et vesszük, akkor a következő egyenleteket kapjuk:

$$L_a = \sum^4 1, 4 ; \quad L_b = \sum^4 5, 6 ; \quad L_c = m_2^4 ; \quad L_d = \sum^4 1, 4, 7 = L_a + m_7^4 ;$$

$$L_e = \sum^4 1, 3, 4, 5, 7, 9 = L_d + \sum^4 3, 5, 9 \quad L_f = \sum^4 1, 2, 3, 7 ; \quad L_g = \sum^4 0, 1, 7$$

Ezeket egyszerűsítsük Karnaugh táblával. A Karnaugh táblában is csillaggal jelöltem a pszeidotetrádokat, melyek értéke tehát tetszésünk szerint lehet 0, vagy 1. Az ilyen 1-est szürkével jelöltük

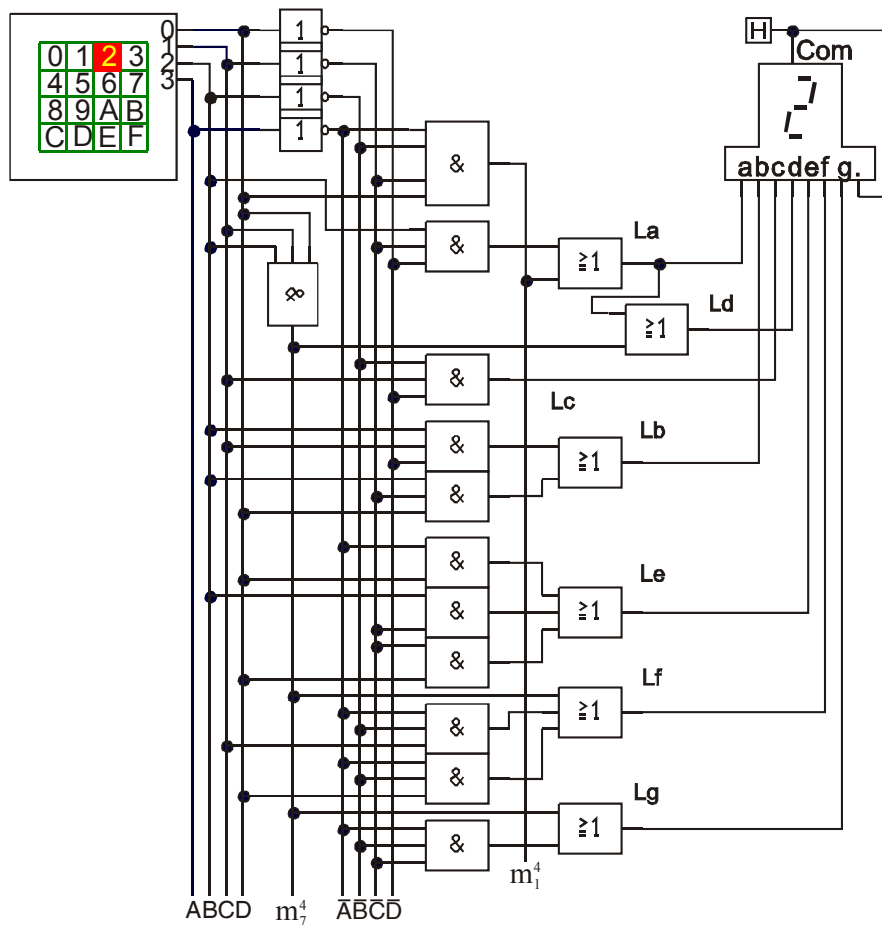


Érdemes külön megvalósítani a m_7^4 mintermet, és így több helyen felhasználni.

Tehát az L_d -nél, mert $L_d = L_a + m_7^4$, az L_f -nél és az L_g -nél

A következő oldalon látható ezek megvalósítása.

BCD kódról 7 szegmensre dekódoló áramkör elemi kapukkal



Ehhez hasonló az áramköröket (hétszegmenses dekóderek) integrált áramkörti lapkákon már régóta gyártanak, nem mi találtuk fel a spanyolviaszt. Azonban a megértéhez, a kész áramkörök javításához, ismeretlen, ritkán, vagy eddig még nem alkalmazott kódolások-dekódolások megvalósításához ismeretekre, tapasztalatokra tehetünk szert. Így képessé válhatunk eddig meg nem valósított feladatok megoldására is olcsón, hatásosan, elegánsan.

Természetesen más elemi kapukkal is meg lehet valósítani a fenti feladatot.

További egyszerűsítések

(nem csak NOT, AND és OR kapuk használata)

A Karnaugh tábla NOT, AND és OR kapukkal való megoldást eredményez. Mi eddigi feladataink során csak ezeket használtuk, de ha jól megértjük az egyszerűsítéseket, az áramkörök adta lehetőségeket, a megvalósítás során építkezhetünk a valóban létező elemekkel, nem feltétlenül muszáj csak NOT, OR és AND kapukkal dolgoznunk.

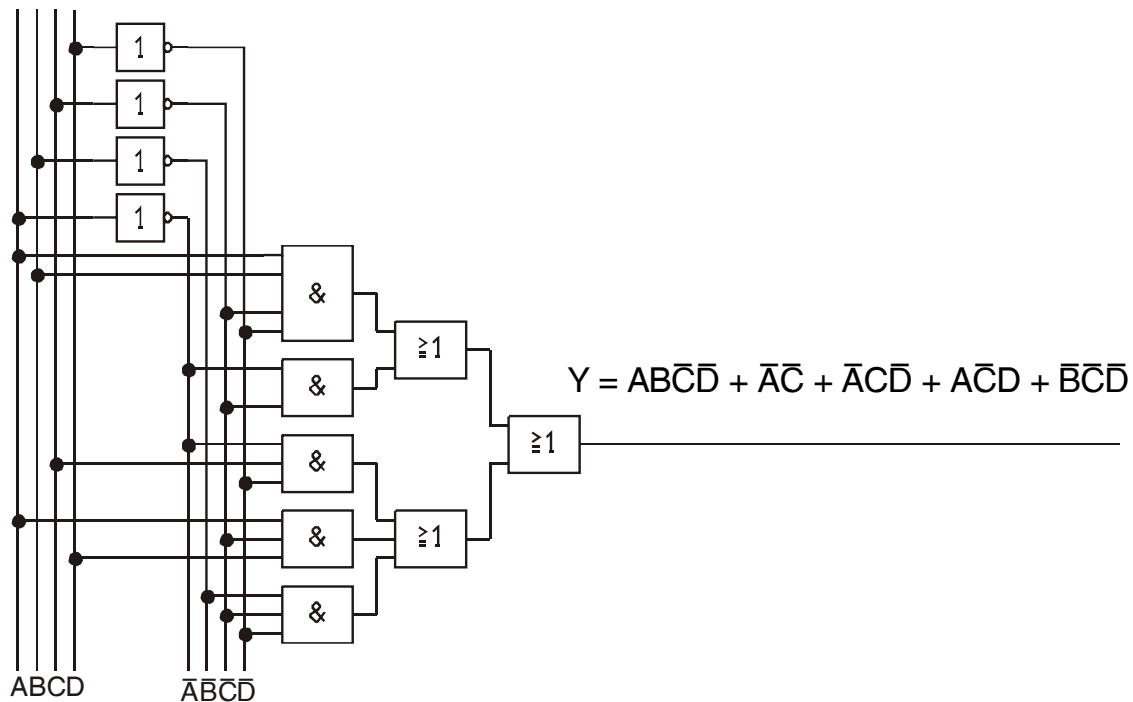
A felhasznált áramkörök típusai azonban nem csak ilyen kapuk lehetnek, hanem elsősorban attól függnek, mi is van raktáron. Ha választásunk van, akkor dolgozhatunk meg az olcsóbb, gyorsabb, kisebb helyigényű és fogyasztású kapukkal. Erre példa a következő feladatok megoldása, vagy a *Logikai függvények megvalósítása Funkcionálisan* teljes logikai rendszerek című fejezet (IV.29. oldal), ahol megmutatjuk, hogy csak NAND, vagy csak NOR kapukkal is minden logikai feladatot meg tudunk valósítani. Ehhez hozzáteesszük, a valóságban olcsóbb (kevesebb tranzisztort tartalmaz), gyorsabb, kisebb fogyasztású a NAND kapu az AND, vagy az OR kapunál, így ne csodálkozzunk, ha a gyakorlati életben sokkal több NAND kaput találunk az alkalmazások között, mint AND és OR kaput.

Sokszor a Karnaugh tábla összevonásai után is lehet tovább egyszerűsíteni, még olcsóbban megvalósítható alakra hozni a logikai egyenletet. Mutatunk erre is néhány példát:

Legyen a megvalósítandó áramkör $Y = AB\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{C} + \bar{A}C\bar{D} + A\bar{C}D + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$

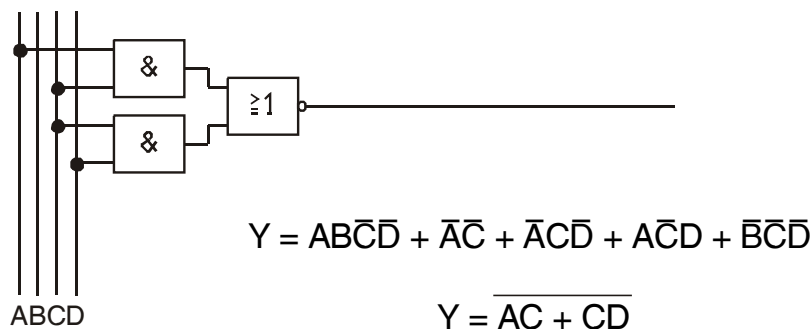
Ha valaki egyszerűsítés nélkül belevág a megvalósításba, célt érhet ugyan, de elég drága kapcsolást fog építeni, pl. a következőt:

A feladat kapuáramkörökkel való megvalósítása egyszerűsítés nélkül



Ha egyszerűsítjük a feladat logikai egyenletét, és így valósítjuk meg, a következőt kapjuk:

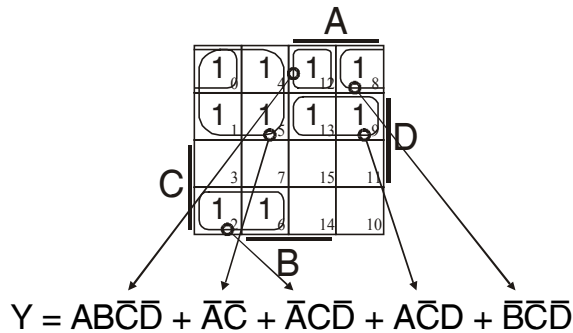
A feladat kapuáramkörökkel való megvalósítása egyszerűsítés után



Láthatjuk, érdemes egyszerűsíteni. Hogy is kaptuk ezt az egyszerű alakot? Vegyük észre, hogy nem csak Karnaugh táblával! Hiszen NOR kaput is alkalmaztunk, amit a Karnaugh táblából nem tudunk kiolvasni. Nézzük hát az egyszerűsítés módját:

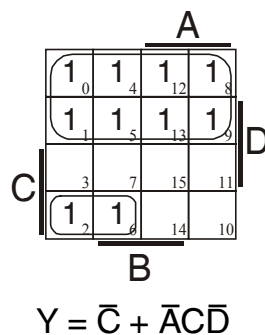
Első egyszerűsítésre, áttekintésre alkalmas a Karnaugh tábla, melybe írva, és egyszerűsítve az $Y = ABC\bar{D} + \bar{A}\bar{C} + \bar{A}C\bar{D} + A\bar{C}D + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$ egyenletet kapjuk:

A feladat szövege szerinti tábla

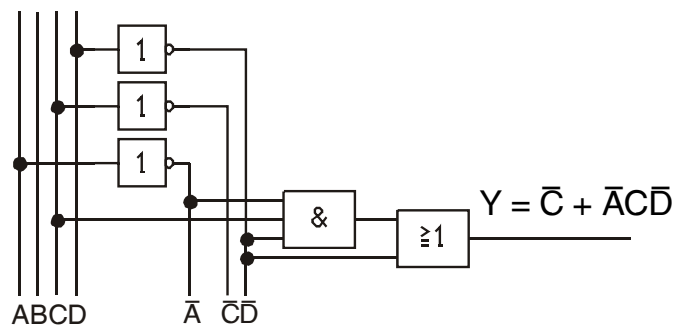


Ebben elvégezve az összevonásokat és megrajzolva a kapcsolást elemi kapuáramkörökkel:

Egyszerűsített tábla



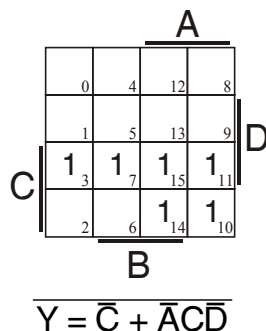
Egyszerűsített táblának megfelelő kapcsolás



Azonban ennél egyszerűbb kapcsolást is építhetünk!

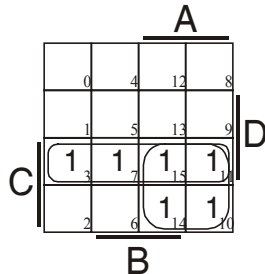
Vegyük észre, hogy a nem 1-essel jelölt cellák is összevonhatóak lennének. Így, ha az eredeti függvény negáltját egyszerűsítjük, és végül megtagadjuk, egyszerűbb alakot kaphatunk. Most a Karnaugh táblába azokba a cellákba írunk 1-eseket, melyekbe az eredeti egyenlet szerint nem azok voltak, majd végezzük el az összevonást, és végül az egészet tagadjuk meg! Így szintén a fenti feladat megoldásához jutunk, azonban még egyszerűbb, olcsóbb, előnyösebb áramköri kapcsolást kapva:

Az előző tábla invertálva



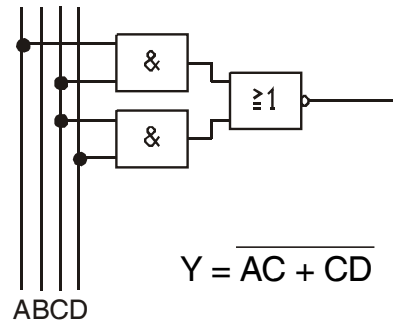
Ebben elvégezve az összevonásokat és megrajzolva a kapcsolást elemi kapuáramkörökkel a feladat még egyszerűbb, olcsóbb, logikusabb megoldását kapjuk:

Az előző tábla invertálva és egyszerűsítve



$$\bar{Y} = \bar{C} + \bar{A}CD = AC + CD$$

Ha az inverz egyszerűsített táblát megint invertáljuk (NOR az OR helyett), az eredeti táblának megfelelő működésű kapcsolást kapjuk



$$Y = AC + CD$$

Figyeljük meg, jóval olcsóbb megvalósítást találtunk, mint a csak a Karnaugh tábla szerint valószínűleg meglogikai kapuáramkörökkel feladatunkat. Példánkban 5 db kapuáramkör helyett 3 db is elég.

Megállapíthatjuk, sokszor a szabályos alaknál van egyszerűbb, tömörebb alak, mely olcsóbban megvalósítható. Érdemes ezt megkeresni!

Általános szabályt nem mondhatunk a legegyszerűbb kapcsolás megkereséséhez, de mindenképp érdemes elgondolkodni, nincs-e az eddig talátnál egyszerűbb, olcsóbb megoldás

Megjegyzés: Figyeljük meg, a fenti művelet fordítottját végeztük a *Szabályos alakra hozás* című fejezetben (IV.14. oldal). Akkor szabályos alakra (mintermes) hoztuk a logikai függvényt, most pedig az ott szerzett tapasztalatainkat hasznosítottuk a szabályosnál tömörebb, egyszerűbb alak megkeresésére.

Nem kell mindenáron a szabályos alakhoz ragaszkodni!

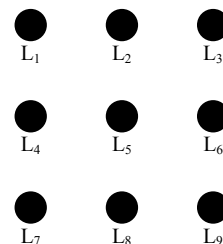
Nézzünk meg most egy eseti, nem megszokott, a gyakorlatban (iparban, számítástechnikában, irodatechnikában) nem előforduló feladatot:

Dominó pöttyeinek megjelenítése

Egy elektronikus dominójáték kijelzőjét szeretnénk elkészíteni lámpákkal. A feladat a lámpákat vezérlő logikai áramkör elkészítése. A lámpák feszültségével, áramfelvételével nem törődünk, csak a csak a logikai feladat megoldása a célunk.

Megoldás:

- ❑ Hogy beszélhessünk a lámpákról, beszámoztuk őket a számozás az ábrán látható:
- ❑ Definiáljuk az egyértelműség miatt, milyen állapotokat vehet fel a dominó. Összesen 10 félé, az ábrákat beírtuk a táblázatba.
- ❑ Mivel a dominó összesen 10 féle alakot jelezhet, így **négy bites logikai függvénnyel tudjuk leírni** ezt a 10 különböző állapotot.
- ❑ Rendeljük a dominó által jelzett számokat az első tíz négyváltozós mintermhez, melyek változóit A, B, C, és D-vel jelöljük.
- ❑ Készítsük úgy az áramköri kapcsolást, hogy a logikai magas szintre világítsanak a lámpák
- ❑ A fentieknek megfelelő állításokat táblázatban rögzítjük

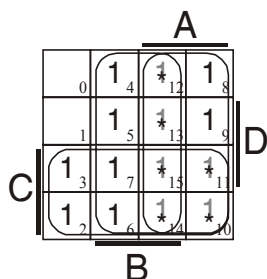


IV-3. táblázat

A dominó pöttyeinek megjelenítése

	Alak	L ₁	L ₂	L ₃	L ₄	L ₅	L ₆	L ₇	L ₈	L ₉	A	B	C	D
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	•	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
2	• •	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
3	• • •	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1
4	• • • •	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
5	• • • • •	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
6	• • • • • •	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0
7	• • • • • • •	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1
8	• • • • • • • •	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0
9	• • • • • • • • •	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1
10	X	*	*	*	*	*	*	*	*	X	X	X	X	X
11	X	*	*	*	*	*	*	*	*	X	X	X	X	X
12	X	*	*	*	*	*	*	*	*	X	X	X	X	X
13	X	*	*	*	*	*	*	*	*	X	X	X	X	X
13	X	*	*	*	*	*	*	*	*	X	X	X	X	X
14	X	*	*	*	*	*	*	*	*	X	X	X	X	X
15	X	*	*	*	*	*	*	*	*	X	X	X	X	X

Itt is az utolsó hat bináris kombináció nem fordulhat elő, akárcsak a BCD kódban, így ezt a hat elő nem fordulható állapotot szabadon felhasználhatjuk egyszerűsítéseinkhez. Az L₁-L₉ lámpákról az A, B, C és D függvényében a következőket olvashatjuk ki a táblázatból, egyből elkészítve a Karnaugh táblákat is:



$$L_1 = L_9 = \sum_4 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, *, *, *, *, *, * = A + B + C$$

				A
	0	4	12	8
	1	5	13	9
C	3	7	15	11
	2	6	14	10
				B

$$L_2 = \sum_4 7, 8, 9, *, *, *, *, * = A + BCD$$

				A
	0	4	12	8
	1	5	13	9
C	3	7	15	11
	2	6	14	10
				B

$$L_3 = L_7 = \sum_4 4, 5, 6, 7, 8, 9, *, *, *, *, * = A + B$$

				A
	0	4	12	8
	1	5	13	9
C	3	7	15	11
	2	6	14	10
				B

$$L_4 = L_6 = \sum_4 6, 7, 8, 9, *, *, *, *, * = A + BC$$

					A
	0	4	*	12	8
	1 ₁	1 ₅	7 ₁₃	1 ₉	
C	3 ₃	7	*	15	11 ₁₁
	2		*	14	10
					B

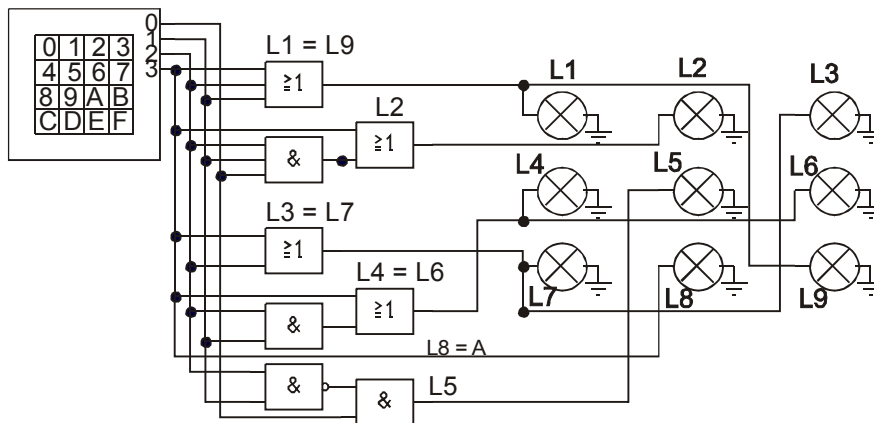
$$L_5 = \sum_4 1, 3, 5, 9, *, *, *, *, * = \bar{B}D + \bar{C}D = D(\bar{B} + \bar{C}) = D(\overline{BC})$$

$L_5 = D(\overline{BC})$ alakja kedvezőbb, ez az alak ugyanis csak két kapuval megvalósítható, szemben az $L_5 = \bar{C}D + \bar{B}D$ alakkal, mely öt kaput (2 NEM, 2 ÉS és 1 VAGY) tartalmaz. NEM kapu máshova sem kell, így a $D(\overline{BC})$ alakot érdemes megvalósítani.

					A
	0	4	♣ 12	1	8
	1	5	♣ 13	1	9
C	3	7	♣ 15		11
	2	6	♣ 14	♣	10
					B

$$L_8 = \sum_4 8, 9, *, *, *, *, *, * = A$$

A kapott logikai egyenleteknek megfelelő áramköri kapcsolás elemi alapáramkörökkel:



Logikai függvények megvalósítása

Funkcionálisan teljes logikai rendszerek

⇒ Funkcionálisan teljes értékűnek mondjuk azokat a logikai kapukat, melyekből tetszőleges funkciójú logikai hálózat (kapcsolás) kiépíthető

Három ilyen teljes értékű logikai rendszert ismertetünk:

NÉV rendszer (NEM, ÉS, VAGY rendszer)

Három kapu alkotja ezt a teljes értékű rendszert, a NOT, az AND és az OR kapu. Ez a rendszer az, amit eddig is sokat alkalmaztunk, a szabályos alakokkal és az igazságtáblázattal megadható logikai függvényeket e háromféle kapuval mindig megvalósíthatjuk. Tehát **a NOT, az AND és az OR kapuk alkalmazásával tetszőleges funkciójú logikai hálózat kiépíthető**. Ez az állítás evidens, nem bizonyítjuk.

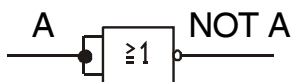
NOR rendszer

Ez olyan rendszer, melyben csak NOR kapuk vannak. **Csak NOR kapuk alkalmazásával tehát tetszőleges funkciójú logikai hálózat kiépíthető**.

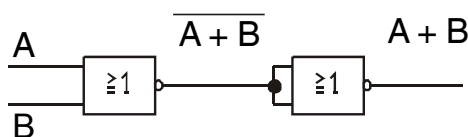
Bizonyítás:

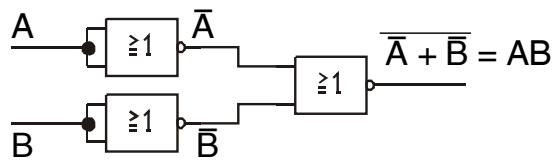
Mivel eddig meggyőződhattünk arról, hogy a NÉV rendszer három kapuja teljes értékű logikai rendszer, **elég azt bebizonyítanunk, hogy e három kaput csak NOR kapu alkalmazásával előállíthatjuk**, hiszen azokkal minden logikai függvény megvalósítható.

NOT kapu NOR kapuval készítve



OR kapu NOR kapuval készítve



AND kapu NOR kapuval készítve

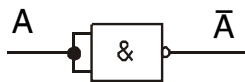
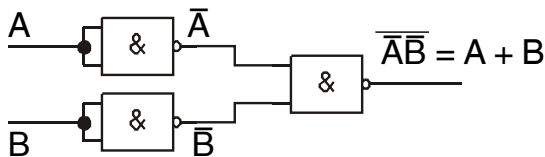
Itt felhasználtuk az $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$ alakú De Morgan tételt, ennek mindkét oldalát negálva éppen az $\overline{\overline{A} + \overline{B}} = AB$ függvényt kapjuk.

NAND rendszer

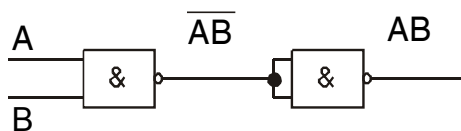
Ez olyan rendszer, melyben csak NAND kapuk vannak. **Csak NAND kapuk alkalmazásával tetszőleges funkciójú logikai hálózat kiépíthető.**

Bizonyítás:

Mivel a NÉV rendszer három kapuja teljes értékű logikai rendszer, **elég azt bebizonyítanunk, hogy e három kaput csak NAND kapu alkalmazásával előállíthatjuk**, azokkal már minden logikai függvény megvalósítható.

NOT kapu NAND kapuval készítve**OR kapu NAND kapuval készítve**

Itt felhasználtuk az $\overline{A + B} = \overline{A} \overline{B}$ alakú De Morgan tételt, ennek mindkét oldalát negálva éppen az $\overline{\overline{A} \overline{B}} = A + B$ függvényt kapjuk.

AND kapu NAND kapuval készítve

Láthatjuk, a NAND rendszerrel is, és a NOR rendszerrel is megvalósíthatjuk a NÉV rendszer három kapuját, így tetszés szerinti logikai függvényt csak NOR, ill. csak NAND kapuk alkalmazásával megvalósíthatunk. A **digitális elektronika áramkörei című fejezetben** láthatjuk, NOR, de különösen a NAND kapuk olcsóbbak, mint a NÉV rendszer kapui, ezért a funkcionálisan teljes értékű logikai rendszereknek különösen nagy jelentősége van.

Kérdések a Logikai egyenletek című fejezethez:

- Mi az igazságtáblázat? Mi az a minterm? *Mi a maxterm?* Hányféle állapotot vehet fel egy n változójú logikai függvény? Mit értünk szabályos alakban megadott logikai függvényen? Milyen szabályos alakú logikai függvényeket ismer? Egy n változós logikai függvénynek hány mintermjé lehet? *És hány maxtermje?* Mit értünk mintermes alakú logikai függvényen?
- Mit értünk a logikai függvény egyszerűsítésén? Milyen előnyei lehetnek az egyszerűsítésnek? Mondjon két-három példát arra, milyen esetet ismer, ahol meg nem engedett állapotok fordulnak elő! Hogy lehet kihasználni ezeket a meg nem engedett állapotokat egyszerűsítésre? Mik azok a pszeudotetrádok?
- Mit tud a Karnaugh tábláról? Hány változós Karnaugh táblákat ismer? Miért nem használunk négynél több változós logikai függvényekre Karnaugh táblát? Mire jó a Karnaugh tábla?

Feladatok a Logikai egyenletek című fejezethez:

IV. 1. Adja meg a háromváltozós logikai ÉS függvény, és a logikai VAGY függvény igazságtáblázatát! Adja meg a kétváltozós antivalencia függvény igazságtáblázatát! Adja meg az ekvivalencia függvényt (kétváltozós) mintermes alakban!

IV. 2. Igazolja a De Morgan azonosságokat három változóra Karnaugh táblával!

IV. 3. Valósítsa meg (készítsen rajzot) az ekvivalencia függvényt logikai kapuáramkörökkel!

IV. 4. Állítsa ki az alábbi a logikai függvények igazságtábláját

$$\text{IV. 5. } K = (\bar{A} + B)(A + C) \qquad L = \overline{AC} + \bar{A}\bar{C}$$

IV. 6. Hozza szabályos alakra az alábbi logikai függvényeket:

$$K = (\bar{A} + B)(A + C) \qquad L = \overline{AC} + \bar{A}\bar{C}$$

$$M = A\bar{B}\bar{C} + \overline{A + \bar{C}} \qquad N = A\bar{B}C + \overline{B + \bar{C}}$$

$$P = \overline{A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC} \qquad Q = \overline{A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC}$$

IV. 7. Egyszerűsítse az alábbi logikai függvényeket!

$$R = \bar{A}BC + \bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}CD \qquad N = A\bar{B}C + \overline{B + \bar{C}}$$

$$S = \overline{A\bar{B}\bar{C} + B + \bar{A}BC} \qquad Q = \overline{A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC}$$

$$F = \sum^2 0, 2, 3 \qquad G = \sum^3 2, 3, 5, 7 \qquad H = \sum^3 0, 2, 3, 4, 5, 7$$

$$J = \sum^4 0, 2, 3, 4, 5, 7 \qquad X = \sum^4 0, 1, 2, 3 \qquad E = \sum^4 0, 2, 4, 6$$

$$U = \sum^4 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 \qquad V = \sum^4 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 \qquad W = \sum^4 5, 6, 7, 13, 14, 15$$

IV. 8. Rajzolja le az F, H, és a W logikai függvényt megvalósító áramköröket logikai kapukkal!

- IV. 9. Valósítsa meg a K, L, F és U logikai függvényeket kapcsolókkal!
- IV. 10. Oldja meg a *Dominó pöttyeinek megjelenítése* című alfejezet (IV.26 old.) példáját, de úgy, hogy most a lámpák a logikai L (alacsony) szintre világítsanak!
- IV. 11. Rajzolja le az F, H, K, X, U és a W logikai függvényt megvalósító áramköröket NOR rendszerrel! (Csak NOR kapukkal)
- IV. 12. Rajzolja le az M, P, J, E és a V logikai függvényt megvalósító áramköröket NAND rendszerrel (csak NAND kapukkal)!
- IV. 13. Készítsen egy fél összeadó kapcsolást. A fél összeadót a *Bináris összeadás pozitív operandusoknál* című fejezetben már vettük (II.8. oldal)

A és B összege fél összeadóval

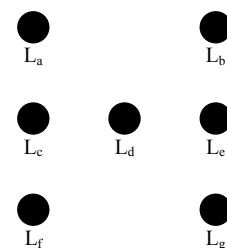
A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

- IV. 14. Készítsen egy dobókocka lámpáit működtető kapcsolást, hasonlóan a *Dominó pöttyeinek megjelenítése* című alfejezet (IV.26 old.) példájához. Ehhez tegye meg a következőket:

- Készítsen ábrát a dobókocka lámpáinak elhelyezkedéséről!
- Jelölje (pl. számozza) meg a lámpákat, hogy beszélhessünk a lámpákról!
- Vegyen fel a dominó által jelzett számokhoz logikai állapotokat, és definiálja az egyértelműség miatt, milyen állapotokat vehet fel a dobókocka. Készítsen táblázatot, melyben a különböző állapotoknak megfelelően világító lámpákat, és az állapotoknak megfelelő értékű logikai változókat feltünteteti!
- Állapítsa meg e táblázatból a különböző lámpákat vezérlő logikai függvényeket úgy, hogy a logikai H (magas) szintre világítsanak a lámpák!
- Egyszerűsítse ezeket a logikai függvényeket!
- Készítse el Tina áramkörszerkesztő programmal az áramköri kapcsolást!

Javasolt táblázat és rajz a dobókocka pöttyeinek megjelenítéséhez

	alak	L _a	L _b	L _c	L _d	L _e	L _f	L _g	A	B	C
0	•								0	0	0
1	•								0	0	1
2	•								0	1	0
3	• •								0	1	1
4	• •								1	0	0
5	• •								1	0	1



V. Kombinációs logikai hálózatok

Bevezetés

- ⇒ Hálózatnak olyan berendezést, kapcsolást, áramkört nevezünk, melynek bemenetei és kimenetei vannak, és olyan feladatot old meg, ahol a kimenetek a bemenetek és egyéb mennyiségek, események (pl. idő, előzmények, stb.) függvényében vesznek fel különböző állapotokat.

Mi kizárólag elektromos áramköri elemekből felépített hálózatokat tanulunk, de a gyakorlatban természetesen más hálózatok is vannak (pneumatikus, stb.) Ezért **szinonimaként használjuk az áramkör, hálózat, kapcsolat fogalmakat e fejezetben**, noha ez máshol nem egészen pontos.

- ⇒ Logikai hálózatnak (áramkörnek) az olyan hálózatot (áramkört) nevezzük, melynek bemenetei is és kimenetei is logikai állapotokkal jellemezhetők.

Nem csak logikai, hanem analóg és vegyes hálózatok is vannak. Az analóg és vegyesen analóg és digitális áramköröket tartalmazó hálózatokat később tanuljuk.

- ⇒ **Kombinációs logikai hálózat:** olyan logikai hálózat, mely kimenetei csak a bemenetek állapotaitól, kombinációitól függenek, semmi mástól.
- ⇒ **Sorrendi,** nemzetközi szóval **szekvenciális:** az olyan logikai hálózat melynek kimenetei nem csak a bemenetek kombinációitól, hanem az előzményektől, a különböző kombinációk sorrendjétől is függenek.

Eddig mi tulajdonképpen kombinációs logikai áramköröket tanulmányoztunk a IV fejezetben, és ilyen jellegűek voltak eddigi példáink is. A szekvenciális hálózatok bonyolultabbak, ilyen áramköröket nem tanultunk, a következő fejezetben tanulmányozzuk őket.

Kombinációs hálózatok

Kódoló és dekódoló áramkörök

Emlékeztetőül leírjuk, mikor beszélünk kódolásról, és mikor dekódolásról:

- ⇒ Kódolásnak nevezik az átalakítást, ha így kevesebb eszközt (pl. vezeték, idő, tárolót, sávzélességet, stb.) igénylő ábrázolási módra jutnak.
- ⇒ Az átalakítást akkor nevezik dekódolásnak, ha az átalakítás során kevesebb eszköz-igényű ábrázolásról nagyobb igényűre jutnak.

Pl. a kevesebb (akár egy) vezetéken érkező kódolt információt úgy alakítják át, hogy több vezetéken halad tovább, akkor ez dekódolás.

Tekintsük át, milyen kódoló és dekódoló áramkörökkel foglalkoztunk eddig:

A dominó-, és a dobókocka kijelzőinek működtetése, hétszegmenses kijelző működtetése, stb.

A hétszegmenses kijelző az elektronikában igen elterjedt, ezért BCD-ből hétszegmensre dekóder áramkört integráltan is gyártanak (Integrált áramkör, rövidítve IC), sőt, bonyolultabb feladatokat megoldó IC-k része.

Gyakori feladat a binárisan kódolt információ dekódolása. E fejezet végén, a *Dekóder-demultiplexer* alfejezetben meg fogjuk ismerni a binárisból dekódoló áramköröket, melyeket azért ott tanulmányozzuk, mert ezek egyben demultiplexerek is (lásd ott, a V.12 oldalon).

Sok egyéb, számunkra kevésbé fontos, legalábbis nem tanulmányozott kódolást, dekódolást lehetne említeni, felsorolunk néhányat, korántsem a teljesség igényével:

Prioritásból BCD-be, vagy bináris kódba enkóder

Különböző egyéb kódokból átkódoló áramkörök (pl. binárisból oktálisba-, vagy BCD-be, stb.)

Hibajelző kódok előállítása, paritásképzés-, és ellenőrzés

BCD-ről 10-re dekódoló áramkör (pl. Nixie csövekhez)

Stb.

Sokféle különböző IC-t gyártanak a különböző kódolási és dekódolási feladatokra. Ilyen áramköröket nem érdemes kapukból építeni, olcsóbb készen megvenni őket. Mi a jobb megértésért tanulmányozzuk őket, ahogy a többi kombinációs hálózatot is.

- Feladat: Nézze meg a Tina áramköröszerkesztő program által ismert kódoló (encoder) és dekódoló áramköröket! Jegyezzen fel legalább 5 különböző funkciójú kódoló (encoder), és 5 dekóder áramkörtípus nevét!

Digitális komparátorok

Komparálás alatt összehasonlítást értünk. A digitális komparátor digitálisan ábrázolt számokat hasonlít össze. Két szám között mindig reláció állítható fel, egyik szám vagy nagyobb a másikonál, vagy egyenlő vele, vagy kisebb nála. A három közül egy, és csakis egy igaz (ezt a csakis egyet használni fogjuk).

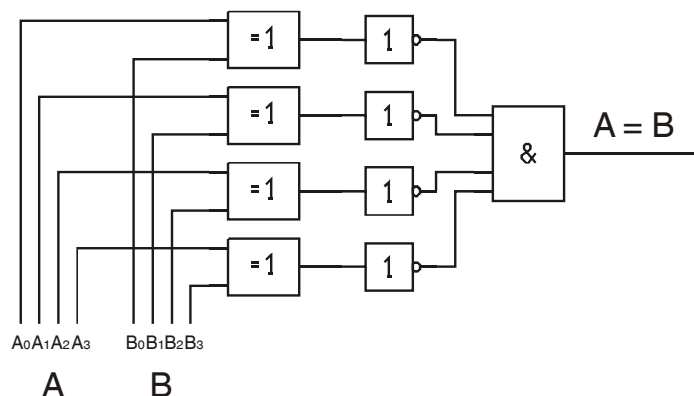
Mi csak pozitív egész, és azonos számú bittel ábrázolt azonos elv szerint binárisan kódolt számok összehasonlítását tanulmányozzuk komparátor áramkörrel.

Egyenlőség összehasonlítása

Két pozitív egész, azonos számú bittel ábrázolt azonos elv szerint binárisan kódolt szám egyenlő, ha minden megfelelő bitjük egyenlő. Az egyenlőséget bitenként végezzük ekvivalencia (Tinában negált XOR) kapukkal, majd ÉS kapuval vizsgáljuk, minden ekvivalencia kapu igaz-e. Logikai egyenlettel az Y egyenlőség akkor teljesül (pl. 4 bites számokra), ha

$$Y = (A_3 \text{ EQV } B_3)(A_2 \text{ EQV } B_2)(A_1 \text{ EQV } B_1)(A_0 \text{ EQV } B_0)$$

Egyenlőség komparálása Tina áramköröszerkesztő programmal



Az egyenlőség vizsgálata egyszerű, ezért sok bonyolultabb feladatnál alkalmazzák feltétel vizsgálatára (mint a programozásban a ciklus szervezés) stb. Pl. addig ismételnék, addig alakítanak egy folyamatot, amíg az egyenlőség nem teljesül.

Egyenlőtlenség összehasonlítása

Ez már az egyenlőség vizsgálatánál összetettebb feladat. Vizsgáljuk meg, mikor nagyobb egy (A) szám a másik (B) számnál, ha mindkét szám pozitív egész, azonos számú bittel binárisan kódolt ábrázolású.

1. feltétel: $A > B$, ha az A szám legnagyobb helyiértékű bitje 1, míg a B számé 0.

Ha n bites számokat vizsgálunk $Y = A_{n-1}\bar{B}_{n-1}$

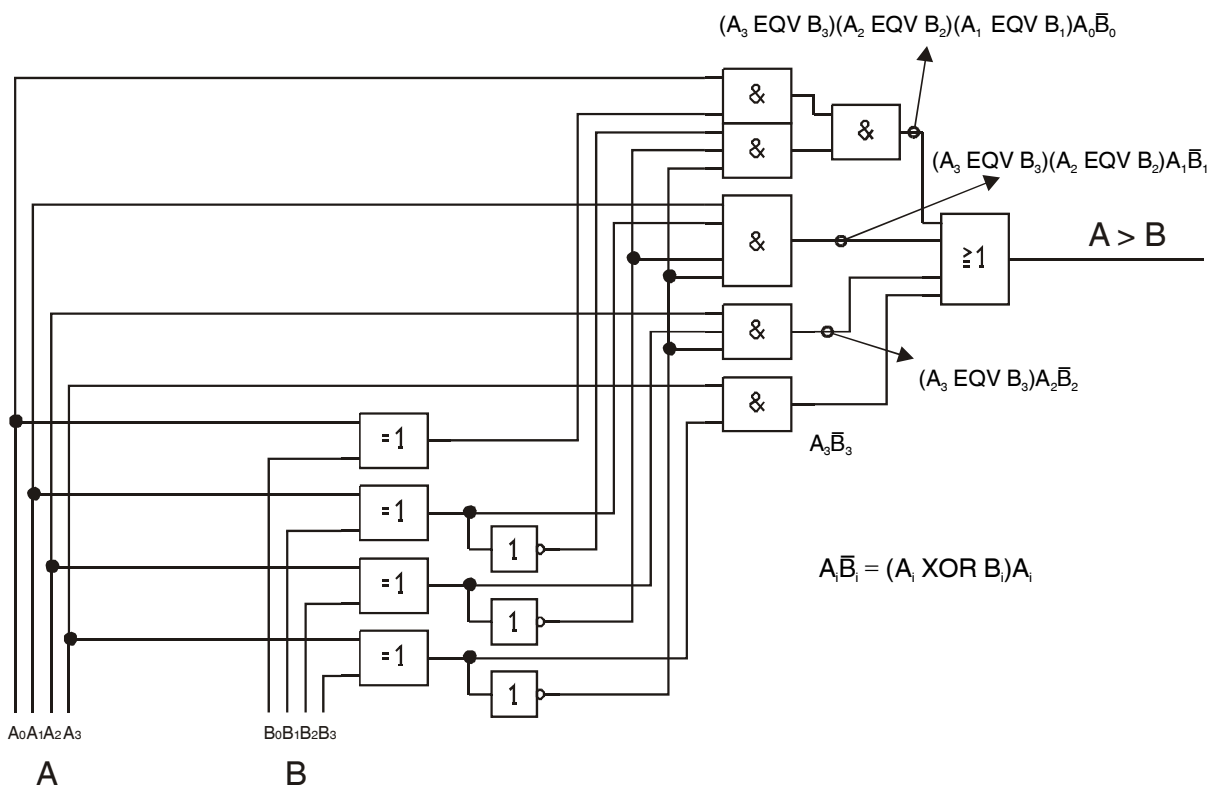
(n jegyű számnál a legnagyobb helyiérték az n-1-edik helyiérték)

2. feltétel: akkor lép érvényre, ha találunk olyan i-edik bitet, melynél $A_i = 1$, és $B_i = 0$, míg az i előtt levő összes helyiértéken az A és a B szám bitenként megegyezik. Ekkor az i-nél kisebb helyiértéken levő egyenlőségek, vagy egyenlőtlenségek nem játszanak szerepet.

Az $A > B$ egyenlőtlenség logikai függvénye 4 bites számokra az 1. és 2. feltétel alapján:

$$X = A_3\bar{B}_3 + (A_3 \text{ EQV } B_3)A_2\bar{B}_2 + (A_3 \text{ EQV } B_3)(A_2 \text{ EQV } B_2)A_1\bar{B}_1 + (A_3 \text{ EQV } B_3)(A_2 \text{ EQV } B_2)(A_1 \text{ EQV } B_1)A_0\bar{B}_0$$

Egyenlőtlenség komparálása Tina áramkörszerkesztő programmal

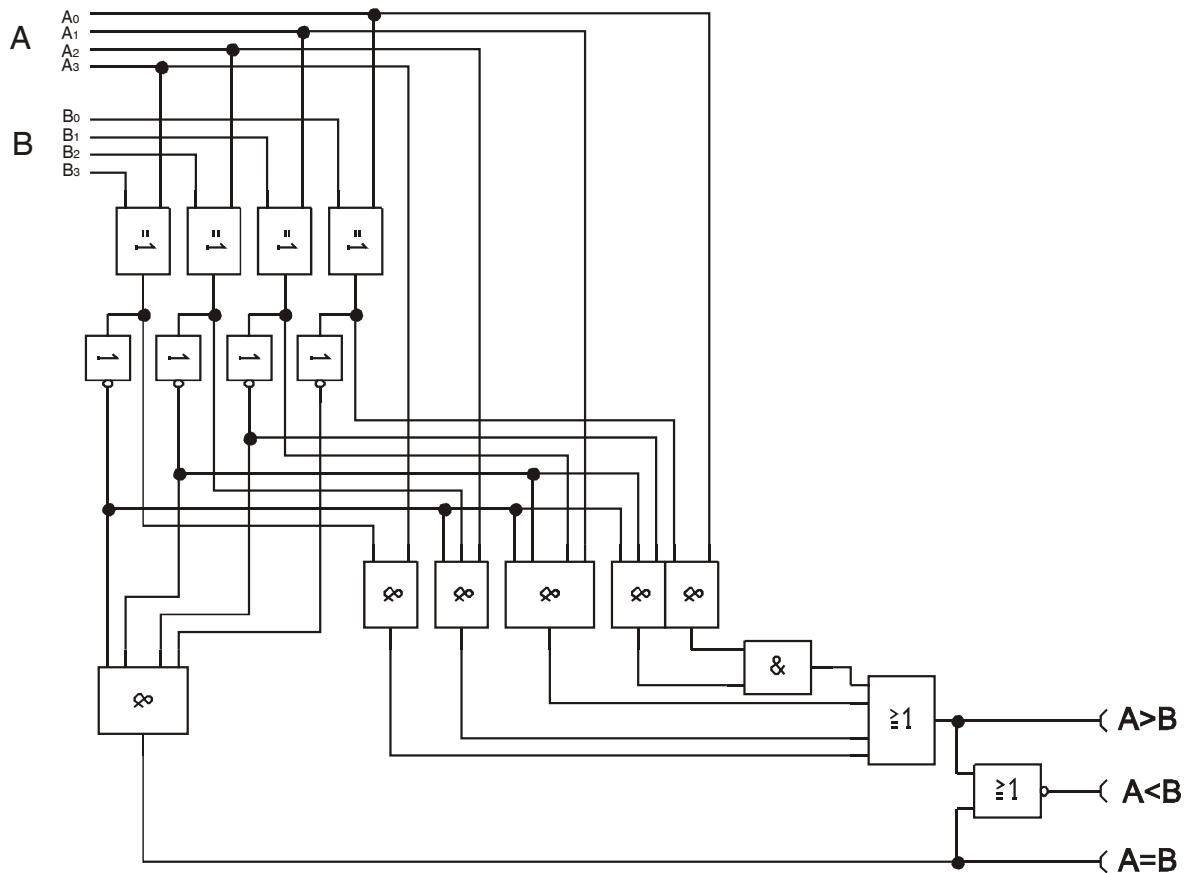


Az ábrán egy egyszerűsítést alkalmaztunk: Vegyük észre, megtehetjük, hogy az i-edik bitre $A_i\bar{B}_i$ helyett $(A_i \text{ XOR } B_i)A_i$ -t vizsgálunk, hiszen a kizáró vagy függvény definíciója szerint ha $A_i \text{ XOR } B_i$ igaz, és A igaz, akkor B csak 0 lehet. Azaz $A_i\bar{B}_i = (A_i \text{ XOR } B_i)A_i$. Így egy NOT kaput megspórolunk (B tagadásához). Az $(A_i \text{ XOR } B_i)$ érték pedig amúgy is rendelkezésre áll, mivel a Tina áramkörszerkesztő program nem ismeri az EQV kaput, így a 2. feltétel szerinti bitenkénti egyenlőség vizsgálatát negált XOR kapukkal amúgy is ki kell építenünk.

Teljes komparátor

Ez az egyenlőtlenség és az egyenlőség összehasonlításának egyszerre való vizsgálata. A vizsgálatnak három eredménye lehet, $A > B$, $A = B$, vagy $A < B$. E háromból egy, csakis egy igaz, így elég megvizsgálni, kettő esetet, ha ezek egyike sem igaz, akkor a harmadik igaz. Ha tehát megvizsgáljuk, $A > B$, és $A = B$, és ezek egyike sem igaz, akkor $A < B$.

A teljes komparátor megvalósítása Tina áramkörszerkesztő programmal:



A teljes komparátor és az egyenlőtlenségi komparátor alkalmazása diszkrét áramkörként ritkább az egyenlőség komparálásánál. A teljes komparátor viszont minden aritmetikai-logikai egységben szerepel. (ALU=Arithmetic Logical Unit)

ALU minden processzorban van, de önálló, diszkrét áramkörként is gyártják. Az aritmetikai egységek nem csak összehasonlítást, hanem egyéb matematikai műveletet is képesek végezni, köztük a legfontosabbat, az összeadást is. Tekintsük meg, miképp lehet digitális számokat összeadni logikai áramkörökkel, erről szól a következő alfejezet.

Bináris összeadók

A fél összeadó (Half Adder)

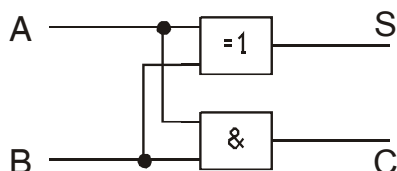
- ⇒ A fél összeadó olyan logikai hálózat, melynek két bemenete és két kimenete van. A bemeneteket jelöljük A-val és B-vel. A fél összeadó ezeket, mint 1 bites számokat adja össze. Összegük S (szumma), és az átvitel C (carry).

Az alábbi táblázatban nézzük a bináris A és B összegét.

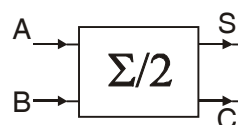
A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Látható, hogy $S = A \text{ XOR } B$, és $C = AB$. Tehát két kapuval megvalósítható a félösszeadó.

Félösszeadó Tina áramköröszerkesztő programmal:



A félösszeadó blokkrajza



A teljes összeadó (Full Adder)

Tekintsünk két bináris n jegyű pozitív egész számot. Ha ezeket kell összeadni, ezt **bitenként** a teljes összeadóval végezhetjük el. A két összeadandó szám (operandus) i-edik bitjén levő teljes összeadó nem csak a két operandus i-edik bitjét adja össze, hanem az i-1 helyiértékről esetlegesen keletkezett átvitelt is figyelembe veszi.

- ⇒ A teljes összeadó olyan logikai hálózat, melynek három bemenete és két kimenete van. A bemeneteknél a két operandus i-edik bitjét jelöljük A_i -vel és B_i -vel, az előző (i-1) helyiértéken keletkezett átvitelt C_{i-1} -gyel. A teljes összeadó ezeket, mint 1 bites számokat adja össze. Az összegük S_i (szumma), és az átvitel C_i (carry) legyen.

A teljes összeadó igazságtáblázata:

A_i	B_i	C_{i-1}	S_i	C_i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

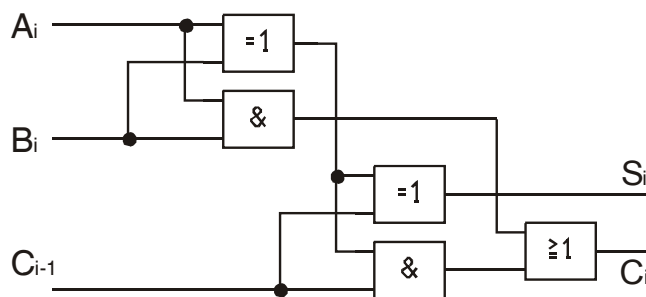
Könnyű megérteni – megjegyezni, ha meggondoljuk:

$S_i = 1$, ha páratlan számú (1 vagy 3) 1-est kell összeadni

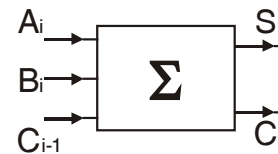
$C_i = 1$, ha legalább két 1-est (2 vagy 3) kell összeadni.

A teljes összeadó nagyon fontos áramkör. A teljes összeadót az igazságtáblázat alapján könnyen el lehet készíteni. De még könnyebben, ha két félösszeadót használunk építéséhez.

Teljes összeadó két félösszeadóból Tina áramkorszerkesztő programmal:



A teljes összeadó blokkvázlata

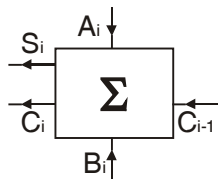


Több bites összeadók

A több bites számokat teljes összeadókból, mint elemekből építhetjük meg. Minden egyes helyiértéken bitenként adjuk össze az operandusokat, és az előző helyiértéken képződő átviteket.

A több bites teljes összeadó is képes arra, hogy az előző helyen keletkezett átvitelt fogadja, hozzáadja az operandusokhoz. A több bites fél összeadónak nem sok értelme van, ilyen áramköröket nem gyártanak. A gyártók a több bites összeadókat mégis teljes összeadónak nevezik (nemzetközi szóval Full Adder), átvéve az egybites teljes összeadótól az elnevezést.

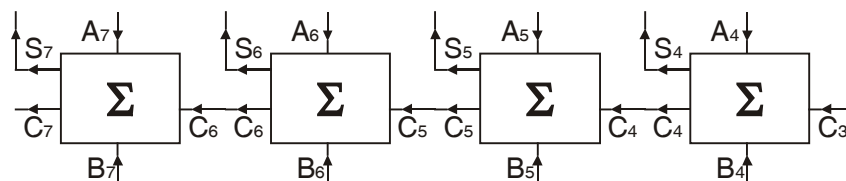
Tekintsük meg az egybites teljes összeadó blokkrajzát kicsit átrajzolva:



Ezzel az egybites teljes összeadóval, mint építőelemmel építhetünk több bites teljes összeadót

Nézzük meg, hogy lehet több bites teljes összeadót építeni egybites teljes összeadókból. Pl. készítsünk olyan összeadót, mely a 4. bittől a 7-edikig végzi el a teljes összeadást.

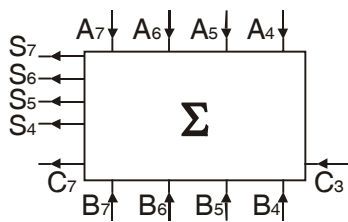
Több bites összeadó kapcsolási vázlat (blokkvázlata) egybites teljes összeadókból:



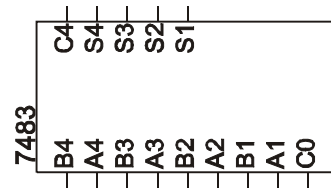
Természetesen ezt a rajzot is blokként foghatjuk fel, immár 4 bites teljes összeadó áramköri blokként, és így építhetünk ilyen blokkokkal akár k-szor 4 bites teljes összeadót.

Tekintsük meg, hogy néz ki a 4 bites teljes összeadó blokkrajza az előző példa egy blokkba rajzolásával, ill. nézzük meg, milyen rajzjele van egy valóban gyártott 4 bites összeadónak:

Az előző ábra blokkba foglalva



Az SN7484 típusú full adder logikai IC kapcsolási rajza (Tina áramkörszerkesztő program)



Több bites teljes összeadókat sokan gyártottak, azonban a korszerű elektronikában egyre inkább csak a nagybonyolultságú integrált áramkörök (chipek) része, önálló, diszkrét áramkörként inkább csak a meglevő elavult áramkörök javításához kellene. Az összeadók működésének megértéséhez, és a blokkok kialakításának szemléltetéséhez azonban hasznos a teljes összeadóról ennyi ismeret.

Az összeadók hátrányai, problémák

Láthatjuk, igen egyszerű egybites teljes összeadókból sokbites teljes összeadót készíteni. **A gyakorlatban azonban nem így készítenek összeadókat, mert jelentős hátránya van az eddig tárgyalt építési módnak, lassú.** A logikai áramkörök nem végtelen gyorsak, feladatuk elvégzéséhez egy kis idő kell. Természetesen nagyon kicsi idő a késés. 10 ns körüli az egyszerű áramköröknél, a bonyolultabbaknál is csak 100ns körüli volt már az 1970-es években is. *(Itt ns nanosecundumot jelent, a másodperc egymilliomod részét. A ns tipikus számítástechnikai alapidő, ns-ban adják meg a legtöbb gyors folyamat idejét.)* Az összeadók a számítást végző áramkörökben, leginkább a processzorokban (a bennük levő aritmetikai-logikai egységben) szerepelnek. A processzorok lehető leggyorsabb működése nagyon fontos, sokkal fontosabb, mint amit meg lehet takarítani az egyszerűbb és olcsóbb, de sokkal lassabb összeadóegységek kisebb költségén.

Nézzük meg, miért lassúak az eddig tárgyalt összeadók:

Legyen mindegyik egybites összeadó késése 10ns. Ha megfigyeljük a működésüket, láthatjuk, hogy az operandusok jelentkezése után az első biten 10ns múlva lesz helyes eredmény, és helyes átvitel is. A következő biten azonban éppen az átvitel miatt csak 10 ns-mal később, azaz összesen 20 ns múlva lesz helyes eredmény és helyes átvitel. Láthatjuk az átvitel minden egyes egybites összeadón 10 ns-mal késik, így **n bites összeadón n-szer 10 ns teljes késés lesz. Közben a helyes összeg helyett mindenféle közben kialakult hamis eredmény jelenik meg**, amihez ajánlott letiltani a kimenetet a késés miatt előállt bizonytalansági időre, nehogy rossz eredményt olvasson ki az összeadó kimenetére kötött áramkör.

Hogyan lehet gyorsítani az összeadók így keletkező késését? Gyors összedás, átvitel képzés

Az összeadóknál ki lehet logikázni (pl. mi is elvégezhetjük igazságtáblázat alapján), mikor keletkezik átvitel, bonyolultabb áramkör révén olyan áramkört lehet készíteni, melyben nem bitről bitre terjed az átvitel (szintén pl. négybites igazságtáblából). Az ilyen áramkörök már sokkal bonyolultabbak, semhogy könyvünkben kirajzoljuk őket (egy 8 bites összeadónak csak az igazságtáblája 256 soros lenne, egy mai korszerű processzor 64 bites, 64 bites igazságtáblát lehetetlen kitölteni, de elképzelni is, 2^{64} sora lenne). Ilyen áramköröket készítenünk sem érdemes, hiszen gyártják őket, ill. chipek részeként szerepelnek.

A négy-, ill. nyolcbites teljes összeadók átvitelének gyorsítására készítették az ún gyors átvitelképző (look ahead carry generator) integrált áramköröket. A Tina áramkörszerkesztő program is ismer ilyeneket, pl. a négybites SN74182-es logikai IC, mellyel pl. a szintén négybites SN74181 típusjelű aritmetikai-logikai egység átvitele gyorsítható fel.

Mi ezzel többet nem foglalkozunk, a különálló összeadóegységek is ritkák, elavultak. Mi csak a digitális technika alapjait tanuljuk, csak a korszerű processzorok igen nagy áramköri elemszáma miatt, a problémák jobb megértéséhez említettük az összeadók késését, és a gyorsabb megoldásokat. A mai processzorokba, chipekbe már a mi ismereteinknél sokkal több, bonyolultabb és gyorsabb aritmetikai áramköröket építenek.

Multiplexelés, demultiplexelés

(Adatgyűjtés, adatelosztás)

A multiplexer

Az elektronikában gyakran igen nagymennyiségű jelet kell továbbítani, ki, vagy bevezetni berendezésekbe. Ezt egyszerre nem lehet az igen nagy mennyiség miatt megtenni, ezért a legtöbb esetben azt a megoldást választják, hogy a jeleket időben egymás után továbbítják. Ehhez a jeleket össze kell gyűjteni, és a megfelelő sorrendben, vagy időben továbbítani őket egyesével, egymás után. Ekkor kevés számú adathordozó (vezeték, rádióhullám, stb.) igénybevétele is igen nagy számú jelet lehet továbbítani.

↪ Multiplexelésnek, adatszelekciónak, adatválasztásnak az adatok összegyűjtését, kiválogatását nevezzük.

↪ Multiplexernek, adatszelektornak a kiválogatást végző berendezést nevezzük.

Eddigi értelmezésünk szerint a multiplexelés kódolás, nagyobb mennyiségű hordozón (vezetéken, stb.) érkező információt kevesebb eszközigenyű (kevesebb számú vezetéken) berendezésen, hordozón továbbítjuk.

↪ Adatelosztásnak, demultiplexelésnek a multiplexelés fordított műveletét nevezzük, az egymás után érkező adatokat elosztjuk, mindegyiket az ő rendeltetési helyére, vagy útvonalára.

↪ Adatelosztónak, demultiplexernek az adatelosztást végző eszközt nevezzük.

Az adatelosztás eddigi értelmezésünk szerint dekódolás, a kisebb eszközigenyű ábrázolásról nagyobb eszközigenyűre térünk át.

Az adatok nem csak digitális, hanem analóg, általános jelek is lehetnek. Az utóbbit analóg multiplexelésnek nevezik. Általában mintát vesznek a különböző jelekből, és ezeket a mintákat küldik tovább a vezetéken, adathordozón. Sokszor e mintákat digitalizálják, ekkor már digitális jeleket továbbítanak tovább, az analóg multiplexelés zavarérzékeny, pontatlan, korszerűtlen (elavult).

Mi könyvünkben csak digitális jelekre vizsgáljuk a multiplexelést.

A digitális adatok lehetnek bitek, vagy szavak, a legtöbbször bájtok. Ha bájtsszervezésű adatok vannak, egyszerre egy bájt, ha bitszervezésű adatok vannak, akkor egyszerre csak egy bitnyi adat kerül továbbításra. A bájtsszervezés elve ugyanaz, mint a címszervezésé, kivéve, hogy nem egy, hanem egyszerre nyolc adat van rendelve ugyanahhoz a címhez.

Mi e fejezetben csak a bitszervezésű multiplexelést tanulmányozzuk, később mutatjuk meg, hogyan lehet bájtsszervezésre kiterjeszteni.

Többféle protokoll (szabály) szerint történhet az adatok kiválogatása

Történhet idő szerint, bizonyos időben előbb az egyik, majd a másik, majd így tovább, egy bizonyos megállapodás, vagy sorrend szerint egymás után küldjük az adatokat. Ez az időmultiplexelés.

Történhet úgy is, hogy megjelöljük az adatokat, és minden adatot saját jelével együtt küldünk ugyanazon az úton (adathordozón, vezetéken). Sokféle ilyen jel képzelhető el, ahogy sokféle szabály (protokoll) is ismert.

Mi egyet, a legelterjedtebbet, és a leggyakrabban alkalmazott módszert tanulmányozunk, a **címszerinti multiplexelést**, ahol az adatokat címmel látjuk el, megcímezve továbbítjuk.

Címzés

A címszerinti adatgyűjtés-elosztás hasonló a posta működéséhez. A posta összegyűjti a továbbítandó adatokat (leveleket, küldeményeket), melyek egyesével meg vannak címezve. Az összegyűjtött adatokat (melyeket bizonyos elvek szerint csoportosít) kevés úton elviszi nagy távolságra (pl. a magyarországi keddi New York-i küldeményeket New Yorkba egyetlen egy útvonalon (repülőgépen), egyszerre az összes küldeményt), és ott szétosztja, minden egyes küldeményt az ő címére juttatva.

Az elektronikában is így teszünk. Az adatokat egységenként, pl. bájtonként, vagy bitenként címmel látjuk el, és így továbbítjuk, nem csak az adatot, hanem az adat címét is. Ehhez sokkal

kevesebb adathordozó (pl.) vezeték kell, mintha minden adatnak külön vezetéke, adathordozója lenne. Az adatokkal továbbított címek segítségével osztjuk szét rendeltetési helyükön az adatokat.

Multiplexer áramkörök

Előbb készítsünk egy 4-ről 1-re multiplexelő áramkört, majd egy 8-ról 1-re multiplexelőt. Vizsgáljuk meg, milyen következtetéseket vonhatunk le.

4-ről 1-re multiplexelő áramkör

Meggondolások:

4 féle adathoz négy különböző cím kell

4 különböző címet 2 bittel tudunk előállítani, így két címbitünk lesz

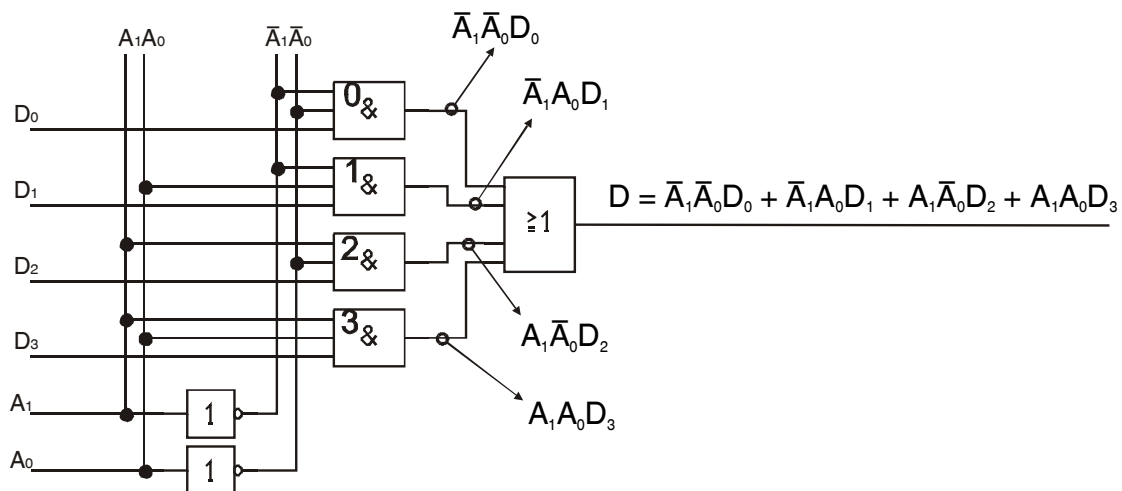
Adjunk az adatoknak D_0, D_1, D_2 , és D_3 jelölést. Jelöljük a címbiteket A_0 -val és A_1 -gyel.

Minden adathoz az ő címét rendeljük a következőképpen, hozzuk a megfelelő számú adatot ÉS kapcsolatba a számának megfelelő kombinációjú (mintermú) címmel: $\bar{A}_1\bar{A}_0D_0$, $\bar{A}_1A_0D_1$, $A_1\bar{A}_0D_2$, $A_1A_0D_3$

Ekkor a továbbítandó adatokból egy cím esetén csak egy adat lehet az ő címével ÉS kapcsolatban igaz egyszerre, így egyetlen egy vezetéken tudjuk az összes adatot továbbítani, mindig egyszerre csak egy adatot, amelyik a cím szerint ki van választva. Ennek logikai egyenlete a következő: $D = \bar{A}_1\bar{A}_0D_0 + \bar{A}_1A_0D_1 + A_1\bar{A}_0D_2 + A_1A_0D_3$

Tekintsük meg ennek a logikai egyenletnek a rajzát:

Adatválasztó (multiplexer) 4-ről 1-re



Az ábrán bejelöltük, hogy kapuzzuk ki a különböző címek szerint a továbbítandó adatokat.

Ennek a kapcsolásnak nem sok előnye van, a négy adatvezeték helyett egy adatvezeték, de még két címvezeték is kell, ráadásul egyszerre csak egy bit információt tudunk átvinni, azaz négyszer lassabb lesz az adatátvitel sebessége, mintha minden adatbit saját vezetéket kap.

Azonban ha csak eggyel növeljük a címbitek (címvezetékek) számát, már kétszer annyi adatot tudunk átvinni. Ha megint eggyel növeljük a címbitek számát, ismét kétszer annyit, azaz a címbitek számának növelésével rohamosan nő a kevés számú vezetéken átvihető adatmennyiség.

8-ról 1-re multiplexelő áramkört rajzolunk fel.

Meggondolások:

8 féle adathoz nyolc különböző cím kell

8 féle címet három bittel tudunk előállítani, így három címbitünk lesz

Jelöljük az adatokat D_0, D_1, \dots, D_7 -tel. Jelöljük a címbiteket A_0, A_1 , és A_2 -vel.

Minden adathoz az ő címét rendeljük a következőképpen, hozzáuk a megfelelő számú adatot

ÉS kapcsolatba a számának megfelelő kombinációjú (mintermú) címmel: $\bar{A}_2\bar{A}_1\bar{A}_0D_0$,

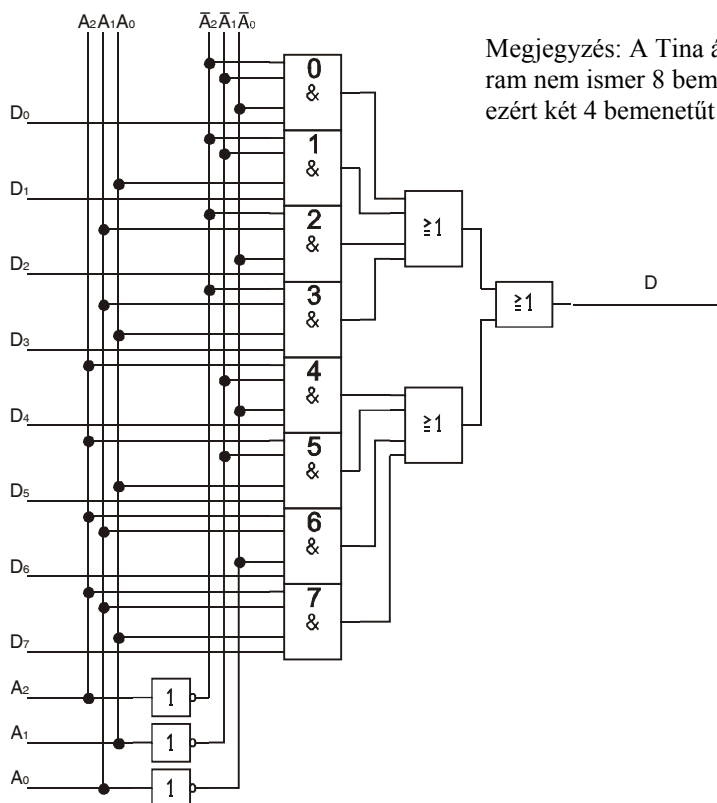
$\bar{A}_2\bar{A}_1A_0D_1, \bar{A}_2A_1\bar{A}_0D_2, \bar{A}_2A_1A_0D_3, A_2\bar{A}_1\bar{A}_0D_4, A_2\bar{A}_1A_0D_5, A_2A_1\bar{A}_0D_6, A_2A_1A_0D_7$

Ekkor a továbbítandó adatokból egy cím esetén csak egy adat lehet az ő címével ÉS kapcsolatban igaz egyszerre, így egyetlen egy vezetéken tudjuk az összes adatot továbbítani, mindig egyszerre csak egy adatot, amelyik a cím szerint ki van választva. Ennek logikai egyenlete a következő:

$$D = \bar{A}_2\bar{A}_1\bar{A}_0D_0 + \bar{A}_2\bar{A}_1A_0D_1 + \bar{A}_2A_1\bar{A}_0D_2 + \bar{A}_2A_1A_0D_3 + A_2\bar{A}_1\bar{A}_0D_4 + A_2\bar{A}_1A_0D_5 + A_2A_1\bar{A}_0D_6 + A_2A_1A_0D_7$$

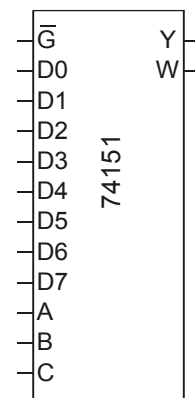
Tekintsük meg ennek a logikai egyenletnek a rajzát:

Adatválasztó (multiplexer) 8-ról 1-re Tina áramköröszerkesztő programmal



Megjegyzés: A Tina áramköröszerkesztő program nem ismer 8 bemenetű VAGY kaput, ezért két 4 bemenetűt fogtunk össze.

Az SN74151 típusú 8line-to1 multiplexer IC



Demultiplexer áramkörök

Adatelosztó, demultiplexer 1-ről 4-re

Meggondolások:

4 féle adathoz négy különböző cím kell

4 féle címet 2 bittel tudunk előállítani, így két címbitünk lesz

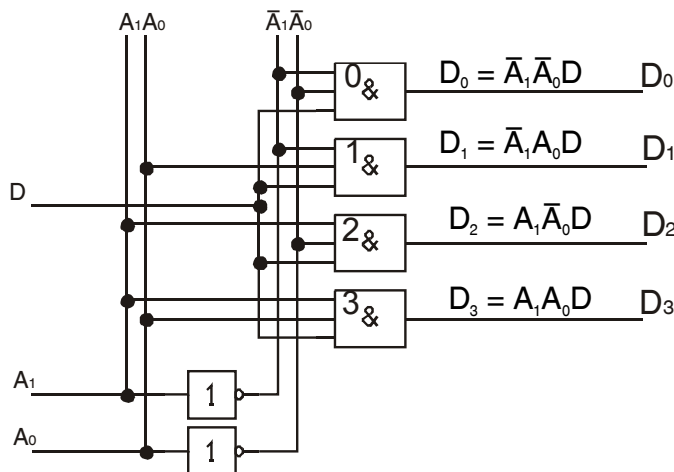
Adjunk az adatoknak D_0 , D_1 , D_2 , és D_3 jelölést. Jelöljük a címbiteket A_0 -val és A_1 -gyel.

Minden adatot az ő címe szerint válogatjuk ki a következőképpen, hozzuk az adatot ÉS kapcsolatba a számának megfelelő kombinációjú (mintermű) címmel: $D_0 = \bar{A}_1\bar{A}_0D$, $D_1 = \bar{A}_1A_0D$, $D_2 = A_1\bar{A}_0D$ és végül $D_3 = A_1A_0D$

Ekkor az érkezett, elosztandó adatokból egy cím esetén csak egy adat lehet az ő címével ÉS kapcsolatban igaz egyszerre, így az egyetlen egy vezetéken érkezett összes adatot el tudjuk osztani, de mindig egyszerre csak egy adatot, amelyik az ő címe szerint ki van választva.

Tekintsük meg a fentieknek megfelelő kiválogatás a logikai áramköri a rajzát:

Adatelosztó, demultiplexer 1-ről 4-re Tina áramkörszerkesztő programmal



Ennek az áramkörnek sem sok jelentősége van, de a címbitek számával rohamosan (exponenciálisan, kettő mértani sora szerint) nő a szétosztható adatok mennyisége.

Az eddigiek alapján építsünk kétszer több adatot fogadni képes áramkört. Tekintsük meg az 1-ről 8-ra demultiplexer áramkört.

Adatelosztó, demultiplexer 1-ről 8-ra

Meggondolások:

8 féle adathoz nyolc különböző cím kell

8 féle címet 3 bittel tudunk előállítani, így három címbitünk lesz

Adjunk az adatoknak D_0 , D_1 , ... és D_7 jelölést. Jelöljük a címbiteket A_0 , A_1 és A_2 -vel.

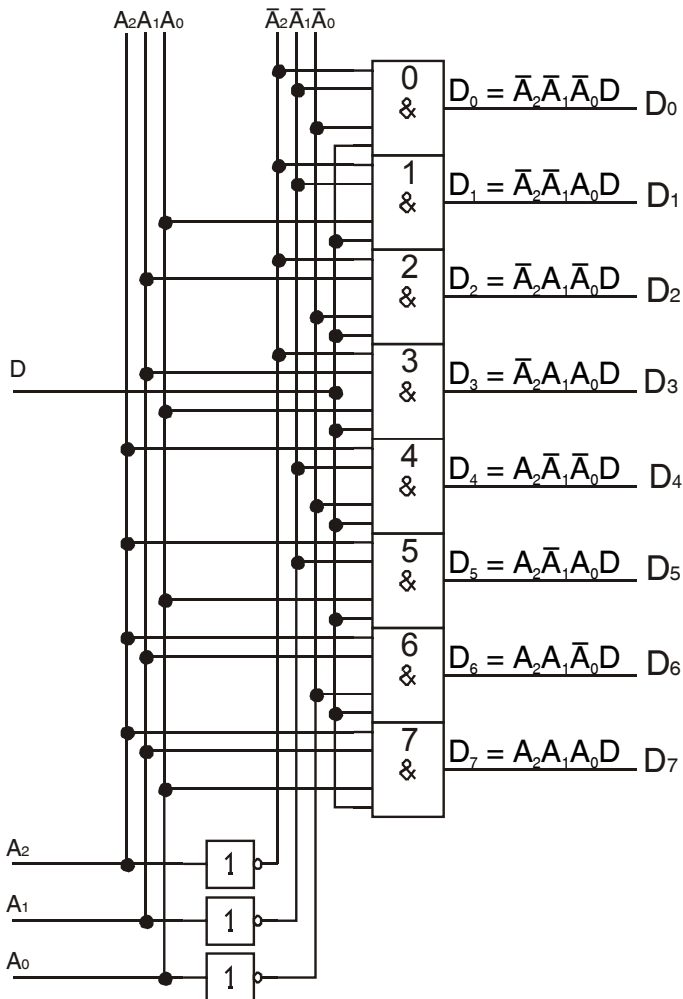
Minden adatot az ő címe szerint válogatjuk ki a következőképpen, hozzuk az adatot ÉS kapcsolatba a számának megfelelő kombinációjú (mintermű) címmel:

$D_0 = \bar{A}_2\bar{A}_1\bar{A}_0D$, $D_1 = \bar{A}_2\bar{A}_1A_0D$, $D_2 = \bar{A}_2A_1\bar{A}_0D$, $D_3 = \bar{A}_2A_1A_0D$, $D_4 = A_2\bar{A}_1\bar{A}_0D$, $D_5 = A_2\bar{A}_1A_0D$, $D_6 = A_2A_1\bar{A}_0D$, $D_7 = A_2A_1A_0D$

Ekkor az érkezett, elosztandó adatokból egy cím esetén csak egy adat lehet az ő címével ÉS kapcsolatban igaz egyszerre, így az egyetlen egy vezetéken érkezett összes adatot el tudjuk osztani, de mindig egyszerre csak egy adatot, amelyik az ő címe szerint ki van választva.

Tekintsük meg a fentieknek megfelelő kiválogatás a logikai áramköri a rajzát:

Adatelosztó, demultiplexer 1-ről 8-ra Tina áramkörszerkesztő programmal



Dekóder-demultiplexer

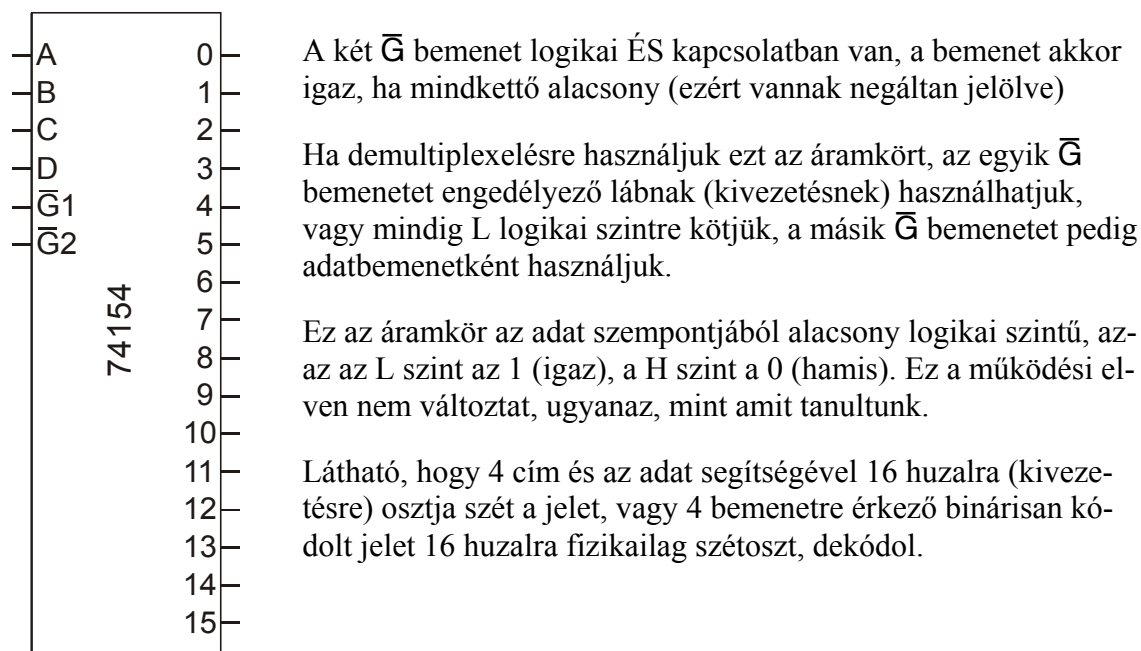
Ha megnézzük az áramkörök katalógusaiban vagy a Tina áramkörszerkesztő programban, általában a demultiplexereket dekódernek is nevezik. A demultiplexerek felépítésüknél fogva dekódolják a bináris kódot. Ha ugyanis a D adat mindig 1, akkor a demultiplexer áramkör kimenetei közül egyszerre egy és csakis egy mindig igaz lesz, a többi pedig mind hamis. Pontosan ez a **bináris kódból való dekódolás: a bemenetre érkező n bites bináris kódból fizikailag létező 2^n huzalra dekódolja a jelet.**

Ha tehát a címbemeneteket a bináris kód szerint használjuk, fizikailag létező (huzalozott) kombinációt kapunk a logikaiból, a bemenetekre binárisan kódolt n -edik kombinációt adjuk, a kimenetek közül éppen az n -edik huzal lesz igaz.

A demultiplexerhez készített adat-kivezetést kapunk (Gate, G) nevezzük, ha G hamis, le van tiltva a dekóder, ha G igaz, engedélyezve van.

Tekintsünk meg egy 4-ről 16-ra dekódoló, vagy 1-ről 16-ra demultiplexer áramkört:

Az SN 74154 típusú dekóder-demultiplexer



A multiplexelés előnyei és hátrányai, alkalmazási területei

A multiplexelés előnyei

Az adattovábbításhoz kevesebb vezeték kell, n adathoz csak $\log_2 n + \text{adatvezetékek száma}$. (Tehát n számú címvezetékekkel 2^n adatot tudunk megcímezni.)

Lehetségessé válik kis méretű kivezetés-sor, megvalósítható számú kivezetéssel is nagy mennyiségű adatot ki, vagy bevezetni áramkörökbe, chippekbe (processzorok, memóriachipek, stb.)

Megoldható válik igen nagymennyiségű adat a címezés segítségével (háttértárakon, adathordozókon).

A multiplexelés hátrányai:

A multiplexeléssel egyszerre csak egy adat továbbítható. Ez lassabb, mintha minden adatot saját vezetéken külön-külön tetszés szerint akár egyszerre küldenénk.

Bonyolultabb áramköröket igényel. (Ez azonban sokkal olcsóbb így is, mintha rengeteg vezetéket, kivezetést használnánk.)

A multiplexelés alkalmazási területei

A multiplexeléssel kevés vezetékekkel is hatalmas mennyiségű adatot tudunk továbbítani. Ez hatalmas előny, a multiplexelést nélkülözhetlenné teszi, **a digitális technikában mindenhol használják, ahol nagy számú adatot kell ki-, vagy bejuttatni**. Felsorolunk néhány ilyen alkalmazási területet:

Ahol csak cím van értelmezve, multiplexelt információ feldolgozása történik.

Chipek is multiplexelt adatokat kapnak-dolgoznak fel, minden memóriachip, minden processzor, grafikus processzor, ilyen.

Cím szerint tároljuk az adatokat a tárhelyekben, a háttértárakban, az egész adatábrázolás a számítástechnikában multiplexelt.

A bővítés lehetőségei

A számítástechnika óriási és rohamos fejlődésen megy keresztül. A fejlődés egyre több adat továbbítását teszi lehetővé és szükségesé. Vizsgáljuk meg, miképp bővíthetjük, tehetjük több adat átvitelére alkalmassá multiplexerünket. Három lehetőséget ismertetünk:

Növelik a címbitek számát.

Mivel n bittel 2^n féle címet tudunk kikombinálni, így megéri növelni a címbitek számát, mert exponenciálisan nő az átvihető adatok mennyisége.

Pl 20 érű címvezetéken millió (pontosan egy Mibi) adatot továbbíthatunk. Ilyen volt az IBM PC számítógép is, ez az oka, hogy a DOS csak 1MB memóriát tudott címezni (kezelni).

A mai (2004.) számítógépek többsége 32 bites címzésű, 32 bittel 4 GiB adat címezhető. Ez az oka, hogy az ilyen számítógépekbe legfeljebb 4 GiB memória tehető. Fejlődésre jellemző, hogy 10 évvel ezelőtt a gépek átlagban 2-4MB-os memóriájúak voltak. Ha a fejlődés nem áll meg, nem lassul jelentősen, várható, hogy hasonló arányok lesznek, a számítógépek mai szemmel óriási memóriáját már nem lehet 32 bittel megcímezni. Terjednek is a 64 bites számítógépek.

Növelik az adatbitek számát.

Így egy címen **több** adatot továbbítunk. Pl. bájtonként szervezzük az adatgyűjtést, bájtokban szervezett adatokat gyűjtünk, továbbítunk és osztunk szét. A fenti elv alapján ekkor minden egyes címkombinációra nem egy-egy, hanem annyi **ÉS** kaput kötünk, ahány bitet egyszerre küldünk.

A mai számítógépek bájtszervezésűek, az adatok bájtonként vannak tárolva, címezve.

A nagyon nagy adattároló képességű chipek címvezetéseket is multiplexelik

időmultiplexeléssel. Óriási mennyiségű adat eléréséhez, továbbításához még a címzés használata esetén is nagy számú vezeték kellene, ennyi kivezetést egy kisméretű chipen nem tudnak megvalósítani. Ezért oda jutottak a korszerű áramkörök tervezői, hogy magukat a címeket is multiplexelik időben. Ekkor előbb a cím egyik felét, majd a másik felét küldik át a hozzá tartozó adattal. **Így címszik a számítógépek operatív tárát** (dinamikus RAM), így még kevesebb vezeték kell az igen nagyszámú adathoz. Ezt a címzést mi is tanuljuk **könyvünk RAM chipekről** szóló fejezetben.

Kérdések, feladatok a Kombinációs hálózatok c. fejezethez**Válaszolja meg a következő kérdéseket**

- ☐ Mit értünk kombinációs hálózat alatt? Mi az a sorrendi hálózat? Mi a kódolás? Mit nevezünk dekódoló áramkörnek? Mit jelent a szekvenciális hálózat?
- ☐ Nevezzen meg néhány kódolási és dekódolási feladatot, melyet e könyvben találni!
- ☐ Mi az a digitális komparátor? Milyen komparátorokat ismer? Mi a félösszeadó? Mi a teljes összeadó? Mi a multiplexer? Mi a demultiplexer?

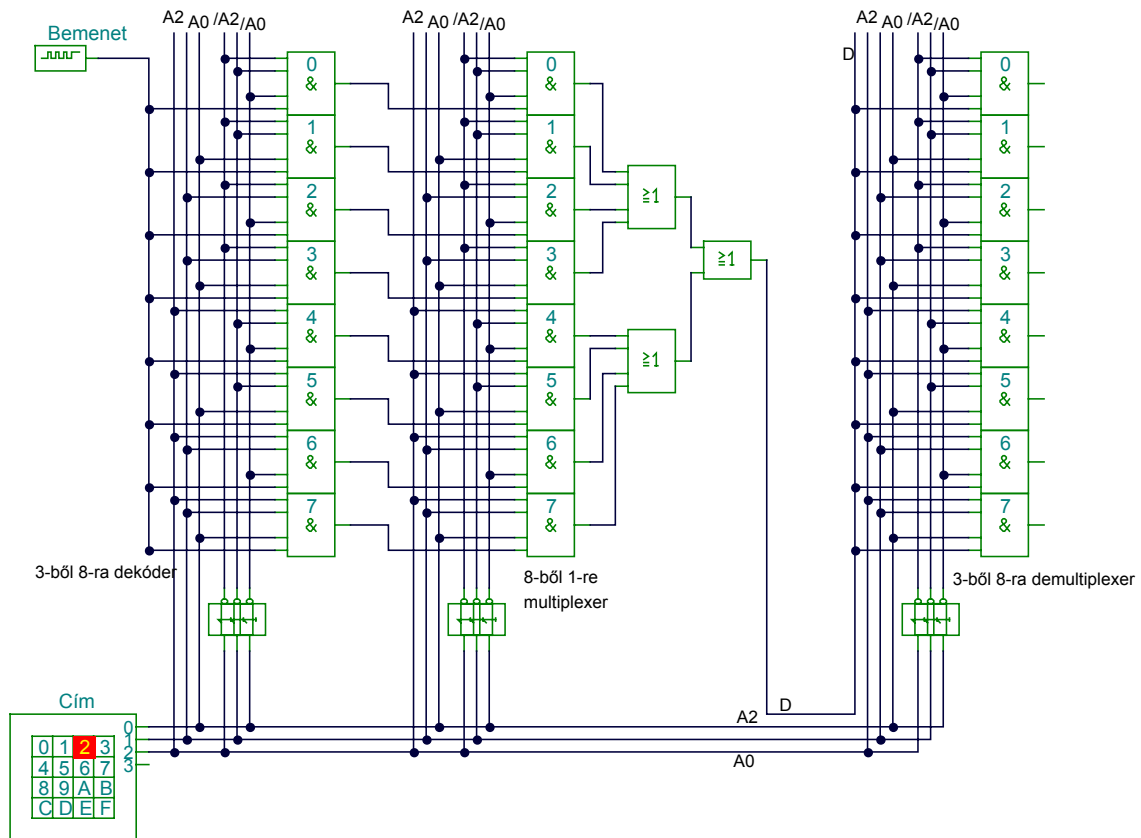
Fogalmazza meg:

- ☐ Két pozitív egész szám mikor egyenlő? Két pozitív egész szám esetén mikor nagyobb az egyik a másikonál?
- ☐ Miért lassú az egybites összeadókból készített sokbites összeadó? *Hogyan lehet gyorsítani az összeadás sebességét?*

Készítse el rajzát a következő áramköröknek Tina áramköröszerkesztő programmal:

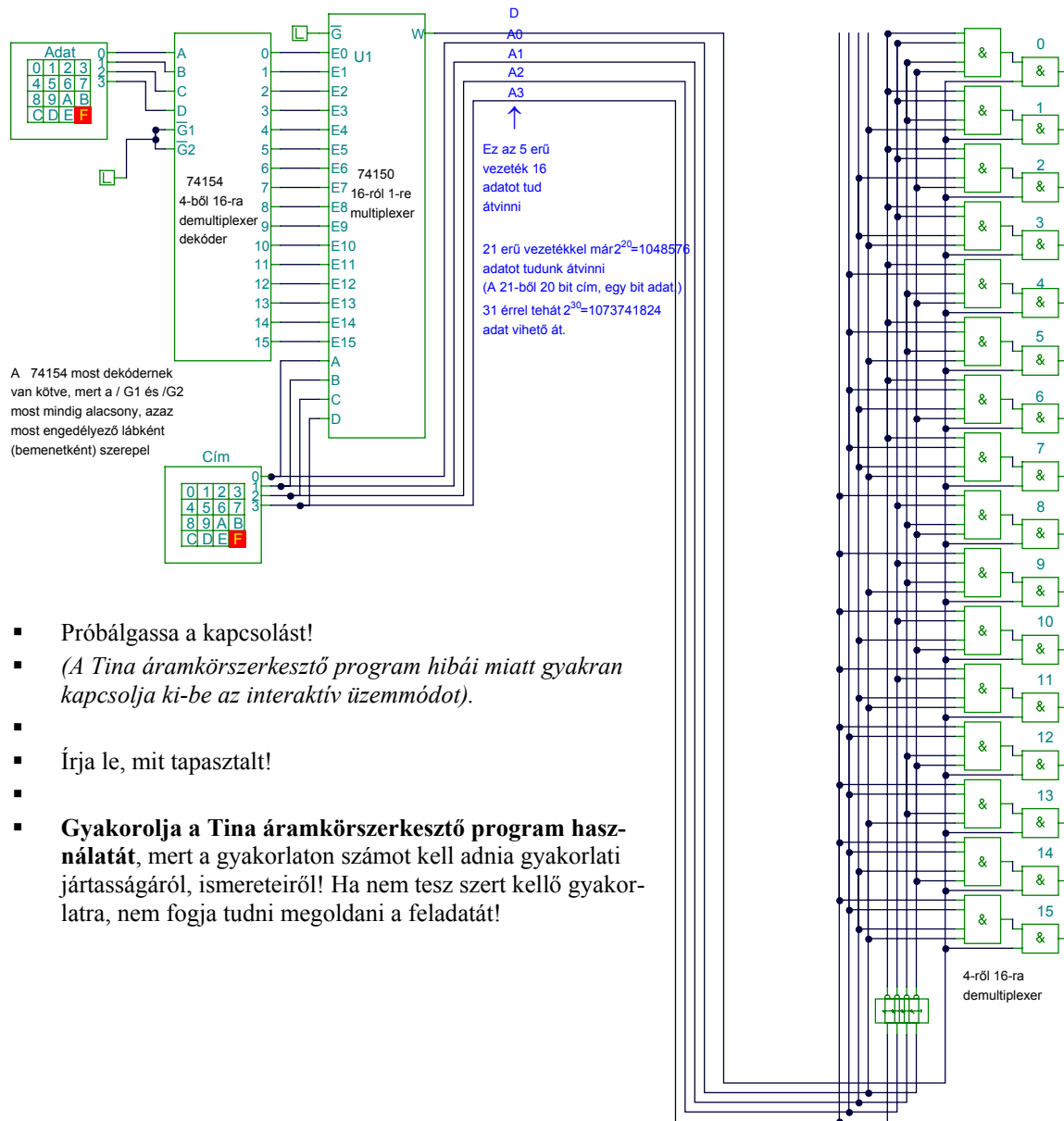
- ☐ Fél összeadó; Teljes összeadó két fél összeadóból; Egyenlőségi komparátor, 4- és 8 bites multiplexer és demultiplexer

Készítse el az alábbi kapcsolást Tina áramkörszerkesztő programmal.



- Vizsgálójelnek egy 1MHz-es Órajelegenerátor2-t használjon (Források eszközsor), mely villogását megfigyelheti, ha bekapcsolja az áramkört (Interaktív mód Dig üzemmódban bekapcsolva). Így azt is jól megfigyelheti, miként terjed tovább a vizsgálójel.
- Figyelje meg, a bal oldali áramkör egy 3-ból 8-ra dekódoló áramkör. Ezzel érjük el, hogy villogó vizsgáló jelet az engedélyező lábra kötve az áramkörnek mindig csak egy kimenetén látunk villogást.
- A középső áramkör egy 8-ból 1-re multiplexer, mely összegyűjti cím szerint az adatot, jelesül a villogó jelet, mely a megcímzett bemenetére érkezik.
- A jel az 1 db adatvezetéken kerül tovább a jobboldali demultiplexerig, az adatvezeték mellett halad a 3 címvezeték.
- Figyelje meg, a demultiplexer pontosan megegyezik a bal oldalon levő dekóderrel, csak a bekötése és a funkciója most demultiplexelés, nem dekódolás.
- Figyelje meg, a demultiplexer kimenetén meg fog jelenni a multiplexer bemenetére kerülő jel, és pedig ugyanazon számú kimenetén, amilyen számú bemenetére kapta a multiplexer a jelet.

Gyakorolja a Tina áramkörszerkesztő program használatát, mert a gyakorlaton számot kell adnia gyakorlati jártasságáról, ismereteiről! Ha nem tesz szert kellő gyakorlatra, nem fogja tudni megoldani a feladatát!

Készítse el az alábbi kapcsolást:

- Próbálgassa a kapcsolást!
- (A Tina áramköröszerkesztő program hibái miatt gyakran kapcsolja ki-be az interaktív üzemmódot).
- Írja le, mit tapasztalt!
- **Gyakorolja a Tina áramköröszerkesztő program használatát**, mert a gyakorlaton számot kell adnia gyakorlati jártasságáról, ismereteiről! Ha nem tesz szert kellő gyakorlatra, nem fogja tudni megoldani a feladatát!

VI. Szekvenciális hálózatok

Szekvenciális (sorrendi) hálózatok

Bevezetés

Eddig kombinációs hálózatokat tanultunk, olyan logikai hálózatokat, mely kimenetei csak a bemenetek állapotaitól, kombinációitól függenek, semmi mástól. Azonban a legtöbb digitális áramkör működése függ az előzményektől, az időtől, és az események sorrendjétől. Az ilyen áramkörök "emlékeznek" előbbi állapotukra, és "emlékeik"-től függően más-, és másképpen viselkedhetnek. Az élet mindennapi teendői is ilyenek, nem mindegy, előbb kinyitjuk-e a zárat, és utána megyünk be, vagy fordítva, utóbbi is lehetséges egy erős embernek, de utána szelrelni, javítani kell az ajtót, míg az előbbi eset után nem. Nagyon sok ilyen példát hozhatunk. A lényeg, a sorrendi áramkörök "emlékeznek", memória jellegük van, a legtöbbet memória elemi áramköröket is tartalmaz, vagy olyan kapcsolást választanak, mely memória jellegű.

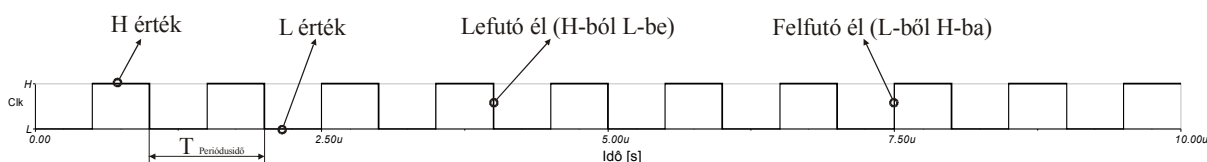
Órajel, órajelvezérlés

Ha a sorrend és az idő szóba jött, megemlítjük egy fontos jel, az órajel szerepét:

Az órajel olyan jel, mely időben szabályozza, mikor melyik áramkör mit tehet. Ehhez az órajelet vezérnek, **vezérlő jelnek** használjuk, és **az órajel által vezérelt eseményeket, áramköröket órajelvezérelteknek nevezzük**.

Az órajel is digitális jel (egyelőre csak azzal foglalkozunk), és pedíg egy bites négyszög alakú jel, négyszögjel (bővebben lásd a *Négyszögjelek* c. alfejezetet), értéke hol L (*Low, alacsony*), hol H (*High, magas*). Egy órajelperiódus alatt egyszer L, egyszer H. Tanulmányaink során mi olyan órajelekkel vizsgálódunk, mely 50% periódusideig H és 50% periódusideig L az értéke. A valóságban nagyon sok ettől eltérő órajel van, és olyan órajelet is gyakran alkalmaznak, mely több azonos frekvenciájú, de időben egymáshoz képest eltol (különböző fázisú). Mi csak az egyszerű 50%-ban magas órajelekkel vizsgáljuk áramköreinket.

Órajel, és a benne értelmezett fogalmak



A vízszintes tengelyen az órajelet ábrázoljuk. Mivel a digitális technika áramkörei nagyon gyorsak, a jelek vizsgálata néhány ns, vagy μs időre korlátozódik. Az ábra órajele 1MHz-es, azaz egymillió rezgést végez egy másodperc alatt. Azaz egymillió periódusa van egy másodperc alatt. Egy periódus ideje a másodperc egymilliomod része, $1 \mu s$. Ha megfigyeljük, az ábra 10 rezgést mutat, 10 periódust. Így az ábra $10 \mu s$ időre van megrajzolva.

Az ábráról megérthető, mi a felfutó él (ha a jel L-ből H értéket vesz fel), és mi a lefutó él (ha a jel H-ből L értékű lesz).

A valóságos órajelek nem ilyen szabályos négyszögek, a lefutáshoz is, a lefutáshoz is idő kell, végtelen gyorsan nem képes egy áramkör sem, így az órajelgenerátor sem H-ből L értéket, vagy L-ből H értéket felvenni. Azonban a logikai működést vizsgáló műszer, az ún. Logikai analízátor nem mutatja a jel valóságos alakját, csak azt, mikor vesz fel magas, vagy alacsony értéket a jel. A Tina áramkörszerkesztő program logikai analízátorát mi is használjuk könyvünkben (vele rajzoltattuk meg a fenti ábrát), gyakorlatunkon is fogjuk használni, és év vége felé valóságos analízátorral is mérünk.

Az órajelvezérlés fajtái, fogalmak.

☞ **Szinkronizált áramkörök:** olyan áramkörök, melyek működésében a változást, a jelek érzékelését, az eredmények megjelenését összhangba hozzák egymással, többnyire egy szinkronizáló jellel, valamilyen vezérlő jellel. A szinkronizált áramkörök egyszerre, szinkronban hajtják végre feladataikat.

A szinkronizáló jel lehet tipikusan az órajellel, de lehet maga a feldolgozni kívánt jel is (ilyenek pl. a Szinkron számlálók)

☞ Az órajel H értékéhez, vagy L értékéhez szinkronizált, vele engedélyezett jelet órajellel **kapuzott** (sokszor csak egyszerűen kapuzott) áramkörnek mondjuk.

Itt feltételezzük, hogy az órajel fél periódusa alatt, míg a jel engedélyezett, az áramkör nem változtatja meg a működését. Azonban ez nem biztonságos, sokszor a zavarok, stb. miatt egy félperiódus alatt is megváltozhat a működés. Erre vezették be a további működésű áramköröket.

☞ Az órajel magas (alacsony) értékéhez szinkronizált, de csak egy a félperiódus idejénél jóval rövidebb ideig engedélyezett működést reteszelt vezérlésnek nevezzük.

A H értékhez, vagy az L értékhez reteszelt működés azt jelenti, egy ideig szabad változnia az áramkör kimenetének, érzékelheti a jeleket a bemenetén, stb., de a félperiódus idejénél sokkal rövidebb idő alatt az engedélyezés reteszeli, "gyorsan bezárják a kaput", így az áramkör nem tud egy félperiódus alatt összevissza működni, csak egy változáshoz van ideje-engedélye-lehetősége.

☞ Az órajel felfutó, vagy lefutó élével vezérelt szinkronizálást élvezérlésnek nevezzük.

Előbbi a felfutó élre vezérelt (felfutó élvezérelt), utóbbi a lefutó élre vezérelt áramkör.

Olyan áramkört is ismerünk, mely mindkét élre vezérelt, olyat is, melynek bemenetei a felfutó élre-, míg kimenetei a lefutó élre vezéreltek.

Az élvezérelt eszközök kevésbé érzékenyek a zavarokra, működésük biztosabb. Az ilyen áramkörök nagyon elterjedtek, a korszerű digitális elektronika szinte minden áramköre ilyen.

☞ A nem szinkronizált működésű áramköröket aszinkron áramköröknek nevezzük.

☞ Az olyan áramköröket, melyek működése nem függ semmilyen szinkronizáló jeltől (pl. órajeltől), hanem azonnal felveszik a változást a jelfeldolgozás során, és tetszés szerinti ideig változatlanul megőrzik felvett állapotukat, ha semmi változás nem történik, statikus áramköröknek nevezzük.

Utóbbi definíció megfordítását könnyebb megjegyezni: **A szinkron (pl. órajelvezérelt) áramkörök tehát nem statikus áramkörök**, ezek dinamikus áramkörök (kevésbé elterjedt kifejezés).

Billenő áramkörök, flip-flopok.

E fejezetben csak megemlítjük a billenő áramkörök fajtáit, és könyvünk későbbi Billenő áramkörök fejezetében tanulmányozzuk őket részletesebben.

A billenő áramkörök két lehetséges állapotú, tehát bináris digitális áramkörök. Aszerint, hogy ez a két állapotuk milyen, megkülönböztetjük őket :

☞ **Astabil multivibrátor:** olyan flip-flop, melynek nincs stabil, állandósult állapota, állandóan ide-oda billen. Ilyenek az órák, az órajelgenerátorok.

☞ **Monostabil multivibrátor:** olyan flip-flop, melynek egyik állapota stabil, és a másik állapotába csak egy időre billenthető, ez az idő után visszatér egyetlen stabil állapotába. A bemenete segítségével billenthető ki egy időre stabil állapotából.

Ilyen áramkör a lépcsőházvilágításra emlékeztet, az is, ha megnyomjuk a gombot, egy ideig világít, de ennek az egy időnek a letelte után (további működtetésig) visszatér stabil állapotába.

- ↗ Bistabil mutivibrátor olyan flip-flop, melynek egyik és másik állapota is stabil. Ilyenek az egybites memóriák, beléjük írjuk a tárolni kívánt értéket (L-t, vagy H-t), és emlékeznek rá.

Ilyen áramkörhöz hasonló a villanykapcsoló, mely felkapcsolva (1) is stabilan úgy marad, meg lekapcsolva (0) is.

A mutivibrátorok felépítését később tanulmányozzuk. E fejezetben ezután csak a bistabil mutivibrátorokat és a velük készített áramköröket tanulmányozzuk, mint memóriákat, **tárolókat**.

Elemi tárolók

Az elemi tárolók építőelemei a szekvenciális hálózatoknak. Természetesen tovább bonthatók, hiszen egyéb kisebb áramkörökből készülnek, de akkor már nem tárolóáramkörök lennének. Mivel a tárolók tárolnak, nem mindegy, eddig milyen állapotuk volt. Az időbeli állapotok megkülönböztethetőségére új jelölést kell használnunk.

Az időbeli állapotok jelölése

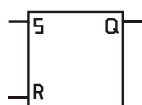
Most csak egy tárolót vizsgálunk. Kimenetét jelöljük Q -val. A működés ideje során a tároló kimenete időben mindig valamilyen értéket vesz fel, és ez bizonyos időpontokban megváltozik, más és más állapotba kerül. Nevezzük a pillanatnyi állapotot n -edik állapotnak. Tehát az áramkör "életében" előforduló különböző állapotok n -edik állapota az most van. Ekkor az előző állapot az $n-1$ -edik állapot. Az n -edik állapotot tehát n indexszel, a következő állapotot $n+1$ indexszel, míg az eggyel előző állapotot $n-1$ indexszel jelöljük.

Pl. a kimenet állapota az időben: **előbb volt a Q_{n-1} , most a Q_n , ezután pedig az első új állapot a Q_{n+1} lesz.** Így értendő az áramkör többi ki-, és bemenetére is az időbeli állapotok szerinti indexelés, nem összetévesztendő pl. a teljes összeadó átvitel ki-, vagy bemenetének jelölése indexével, vagy más működésű eszközzel.

S-R tárolók

Az S-R tárolónak két bemenete van, és egy (Q), vagy két (Q, \bar{Q}) kimenete. Bemenetei az S (Set, beíró), és az R (Reset, törlő). Ha nem írjuk, és nem töröljük, a tároló "emlékszik", Q_n n -edik kimeneti állapota megegyezik a Q_{n-1} $n-1$ -edik állapottal. Ha töröljük, Q_n 0 lesz, ha írjuk, akkor pedig 1.

Az S-R tároló rajzele



Ez statikus S-R tároló
(nincs órajel, nincs szinkron)

Az S-R tároló igazságtáblája

S	R	Q_n
0	0	Q_{n-1}
0	1	0
1	0	1
±	±	X

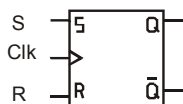
Az S-R tárolónál nincs megengedve az, hogy egyszerre írjuk is, töröljük is, ekkor működik ugyan, de nem definiáltan, hanem gyártók szerint minden tároló másképp és másképp működhet. Kerüljük az $S = R = 1$ állapotot az S-R tárolóknál!

Órajelvezérelt S-R tárolók

Az ilyen S-R tárolónak három bemenete van: az S (Set, beíró), az R (Reset, törlő) és Clk (Clock) órajelbemenet. Clk a rajzon egy ékhez hasonló háromszöggel van jelölve. Egy (Q),

vagy két (Q, \bar{Q}) kimenete van az órajelvezérelt S-R tárolónak. Az órajelvezérlést is figyelembe véve, ha az órajel engedi, ugyanúgy működik, mint a statikus S-R tároló. Ha nem írjuk, és nem töröljük, a tároló "emlékszik", Q_n n-edik kimeneti állapota megegyezik a Q_{n-1} n-1-edik állapottal. Ha töröljük, Q_n 0 lesz, ha írjuk, akkor pedig 1. Igazságtáblája is ugyanaz, mint a statikusé.

Az órajelvezérelt S-R tároló rajzjele



Ez nem statikus S-R tároló
(van órajel, szinkron)

Az S-R tároló igazságtáblája

S	R	Q_n
0	0	Q_{n-1}
0	1	0
1	0	1
1	1	X

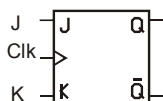
Az órajelvezérelt S-R tárolónál sincs megengedve az, hogy egyszerre írjuk is, töröljük is, ekkor működik ugyan valahogy, de nem definiáltan, hanem gyártók szerint minden tároló másképp és másképp. **Kerüljük az $S = R = 1$ állapotot minden S-R tárolóknál!**

J-K tárolók

A J-K tárolók csak órajelvezéreltek lehetnek. Azért fejlesztették ki őket, hogy fel lehessen dolgozni azt az esetet is, ha egyszerre írjuk, és töröljük a tárolót. A J-K tároló ez eset kivételével megegyezik működésében az órajelvezérelt S-R tárolóval. Azonban az S-R tárolóval ellentétben ha egyszerre írjuk és töröljük, akkor is definiáltan működik.

A J-K tárolónak három bemenete van: a J (beíró), a K (törlő) és a Clk (Clock) órajelbemenet. A Clk a rajzon itt is egy ékhez hasonló háromszöggel van jelölve, ahogy a többi tárolónál is így lesz. Egy (Q), vagy két (Q, \bar{Q}) kimenete van. Ha nem írjuk, és nem töröljük, a tároló "emlékszik", Q_n n-edik kimeneti állapota megegyezik a Q_{n-1} n-1-edik állapottal. Ha töröljük, Q_n 0 lesz, ha írjuk, akkor pedig 1. Ha egyszerre írjuk és töröljük, akkor is definiáltan működik, órajelperiódusról órajelperiódusra negálja az előző állapotát, azaz $Q_n = \bar{Q}_{n-1}$ lesz.

A J-K tároló rajzjele



A J-K tároló igazságtáblája

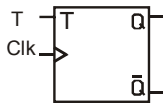
J	K	Q_n
0	0	Q_{n-1}
0	1	0
1	0	1
1	1	\bar{Q}_{n-1}

T tárolók

A T tárolók a váltókapcsolóhoz hasonlítanak (a Váltóérintkező, váltókapcsolók c. fejezetet lásd a III.8 oldalon). Ha működtetjük őket, állapotuk addigi állapotukkal ellentétes lesz, mű-

ködtetésük esetén az órajel által vezérelve órajelperiódusról órajelperiódusra negálják tartalmukat.

A T tároló rajzjele



T tároló nincs a Tina áramkör-szerkesztő programban, de J-K-ból készíthetünk.

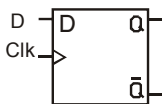
A T tároló igazságtáblája

T	Q_n
0	Q_{n-1}
1	$\overline{Q_{n-1}}$

D tárolók

A D tárolók kimenete felveszi a bemenetükre érkező jel értékét, ha az órajelvezérlés engedi. Egyszerű működésük ellenére a legjelentősebb tárolók, mint később látni fogjuk.

A D tároló rajzjele



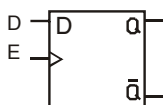
A D tároló igazságtáblája

D	Q_n
0	0
1	1

Latch, kapuzott D tárolók

A kapuzott D tárolók kimenete felveszi a bemenetükre érkező jel értékét, ha az Eng engedélyező bemenetükön keresztül erre engedélyt adunk. Nagyon hasonlítanak a D tárolókra, de nem órajel, hanem engedélyező jel, ami vezérlése szerint veszi fel értékük a bemenőjel értékét. Egyszerű működésük ellenére jelentős tárolók, mint később látni fogjuk.

A kapuzott D tároló rajzjele



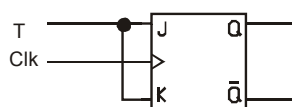
A D tároló igazságtáblája

D	Q_n
0	0
1	1

T tároló készítése J-K tárolóból

T tárolót kapunk a J-K tárolóból, ha a J és a K bemenetet összekötjük. Ekkor a $J = K$ mindig igaz. Figyeljük meg, hogy a T tároló igazságtáblájának két sora megegyezik a J-K tároló igazságtáblájának $J = K = 0$, és $J = K = 1$ sorával.

T tároló készítése J-K tárolóból



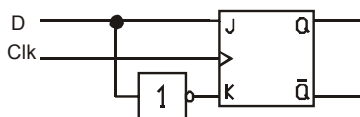
A J-K-ból T tároló igazságtáblája

T	J	K	Q_n
0	0	0	Q_{n-1}
1	1	1	$\overline{Q_{n-1}}$

D tároló készítése J-K tárolóból és S-R tárolóból

D tárolót kapunk a J-K tárolóból, ha a J bemenetet negáljuk, és \bar{J} -t a K bemenettel összekötjük. Ekkor a $J = \bar{K}$ mindig igaz. Figyeljük meg, hogy a D tároló igazságtáblájának két sora megegyezik a J-K tároló igazságtáblájának középső két sorával, ahol $J = \bar{K}$, vagy 0, vagy 1.

D tároló készítése J-K tárolóból

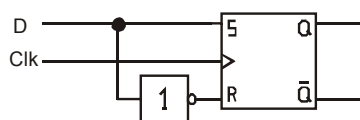


A J-K-ból D tároló igazságtáblája

D	J	K	Q_n
0	0	1	0
1	1	0	1

D tárolót kapunk az S-R tárolóból is, ha az S bemenetet negáljuk, és \bar{S} -t az R bemenettel összekötjük. Mivel nem fordulhat elő az S-R tárolónál tiltott $S = R = 1$ állapot, így a J-K tárolónál olcsóbb S-R tárolóval is megépíthetjük a D tárolót. Így is teszik a gyártók. Ekkor a $S = \bar{R}$. Figyeljük meg, hogy a D tároló igazságtáblájának két sora megegyezik az S-R tároló igazságtáblájának középső két sorával, ahol az $S = \bar{R}$ vagy 0, vagy 1.

D tároló készítése S-R tárolóból



A S-R-ből D tároló igazságtáblája

D	S	R	Q_n
0	0	1	0
1	1	0	1

Az S-R tároló olcsóbb, így sok esetben a D tárolókat S-R tárolóval valósítják meg (pl. léptetőregiszterekben).

Átmeneti jelenségek, hazardok

A kiterjedt, nagyobb logikai hálózatokban különböző utakon, és különböző számú elemeken (kapukon, tárolókon) halad át az információ. Mivel a különböző elemek mind késnek, sőt, magához a jelterjedéshez is idő kell (hiszen a fény sebessége is elég "lassú", csupán 300 mm/ns vákuumban, szigetelő mentén ennek is csak a fele-kétharmada) ezért a különböző hosszúságú utak mentén haladó jelek nem egyszerre adják át értékeiket, így a kiértékelés során mindenféle köztes állapotok is fellépnek.

⇒ Ezeket a rendszertelen, véletlenszerűen fellépő, új információt nem hozó jelenségeket hazardoknak nevezik.

Mi a hazardok fajtáit, a tervezésben megvalósított védekezéseket nem tanuljuk, de pár módszert azért megemlítünk, ill. a legfontosabbakat megemlítjük.

Szinkron működésű hálózatok.

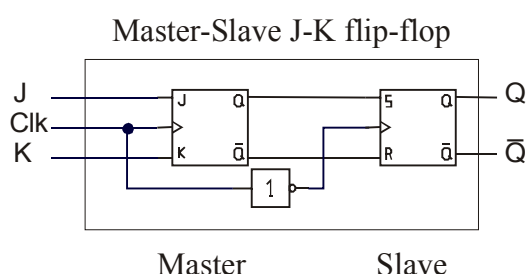
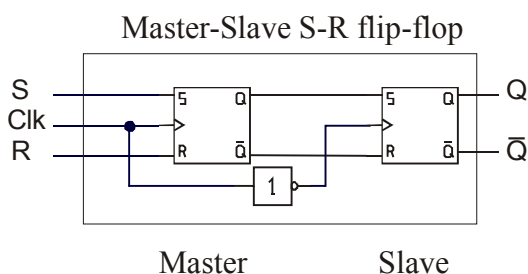
Egyszerű órajelvezérlés

Ez alatt az órajelhez történő kapuzást, reteszelt, felfutó és lefutóélre történő vezérlést, értjük. Itt a hazardok, nemkívánatos átmeneti jelenségek ellen úgy védekeznek, hogy **az órajel vezérlése segítségével időt hagynak az áramköröknek arra, mindegyik kiértékelhesse a változásokat, és új értéket vegyen fel, de az új értékek már ne kerülhessenek kiértékelésre ebben az órajelperiódusban.**

Nyilvánvalóan a leglassabb áramkörhöz kell alkalmazkodni. Ha közel azonos sebességű a különböző áramköri elemek sebessége, várható, egy órajelperiódus alatt mindegyik kiértékeli az előző órajelperiódus alatt történt változásokat, és kimenetein felveszi az új értékét. Ez megbízhatóan működik, ha egyik áramkör sem lényegesen gyorsabb a többinél. Ha viszont az egyik áramkör az órajelperiódus elején, még az engedélyezés idején megváltoztatja kimenetét, előfordulhat, hogy a kimenetére kapcsolt áramkör a változást is kiértékeli, pedig a következő kiértékelés ideje csak a következő órajelperiódusban kéne. Azaz megint fellép, amit kerülni szerettünk volna, a káros, zavaró átmeneti állapot, hazard. Ez ellen védekeznek a Mester-Szolga áramkörökkel. Az áramkörökön belül is tárolók, hiszen a tárolók sokkal lassabbak a kapuknál, a hazardok szempontjából a tárolóknál jelentkező átmeneti állapotok a fő gond.

Mester-Szolga (Master-Slave) tárolók

Az ilyen tárolóknál a bizonytalan helyzetek kikerülésére két tárolót kötnek sorba. Az áramkör bemenetét a kicsi tranzisztorokkal (kis áramfelfvételű, érzékeny) Mester figyeli, a kimenetet az erős tranzisztorokkal épített Szolga hozza logikai H, vagy L szintre. A kiértékelést a Mester végzi, míg a kimenetek új-, kiértékelés szerinti állapotba hozását a Szolga.



A Mester az órajel felfutó éle szerint vezérelt, a Szolga pedig a lefutóélre. Amíg a Mester elvégzi a kiértékelést, a Szolga nem változtatja a kimenet értékét. Ha az egész hálózatot ilyen áramkörökkel építjük fel, bízhatunk abban, hogy **az órajel felfutó élére indulva minden Mester elvégzi a kiértékelést, és ez idő alatt a Szolgák nem változtatják a kimeneteket, az az az egész hálózat vezetékeinek állapotát.** Ezután a Mesterek nyugalomba kerülnek, a ve-

zérítés őket leállítja, és a Szolgák veszik át a kimeneteket, tehát az egész logikai hálózat vezetékeinek új állapotba hozását. **Amíg a vezetékek új állapotba kerülnek, a Mesterek nem figyelik a vezetékeket**, hiszen nem kapnak vezérlést. Ha ez teljesül, ha az órajel fél periódusában az összes átmeneti állapot lezajlik, mondhatjuk, az áramkör hibamentesen, megbízhatóan működik.

Összefoglaljuk a Mester-Szolga tárolók főbb tulajdonságait:

- ❑ Az órajel felfutó élekor történik a bemenetek kiértékelése, a Mesterek akkor "tekintenek" a bemenetekre. Csak ekkor, az egyéb időben történő változásokról nem vesznek "tudomást".
- ❑ Az órajel lefutó élekor jelennek meg a kimenetek új állapotai. Addig nem.

A Mester-Szolga tárolók előnyei miatt rendkívül elterjedtek a digitális technikában. Elterjedtségük miatt mi is hallgatólagosan ilyen tárolókat fogunk alkalmazni könyvünkben, ha más tárolót alkalmazunk, mindig meg fogjuk említeni.

Számláló áramkörök

Könyvünkben csak bináris számlálókat tanulmányozunk.

A számlálók típusai: Vannak előre-, vissza-, és irányváltó számlálók. Vannak törölhető, és vannak kezdeti értéket beírható számlálók is.

A számlálók felhasználási területei: A számlálók fontos szerepet kapnak a digitális technikában. Felsorolunk néhány ilyen felhasználási területet:

- ❑ Számlálókat használnak vezérléseknél, szabályozásoknál, általában mennyiségek növekedésének, csökkenésének digitális rögzítésére, követésére. Mi is fogjuk használni őket az A/D és a D/A átalakítóknál.
- ❑ A számlálók leosztják a jel frekvenciáját. Ezért különböző frekvenciájú vezérlőjeleket és órajeleket, órákat készítenek számlálókkal.
- ❑ Időzítésre is alkalmazzák őket, meg programozható osztónak

Az időzítő egyik megvalósítási módja: egy szintén számlálóval leosztott órajellel csökkentenek egy számlálóba beírt n értéket. A számlálóban levő szám periódusról periódusra eggyel csökken. Így n periódus alatt a számlálóban levő szám 0 lesz. Ennek ideje a leszámolás kezdetétől éppen n -szer a periódusidő. Ilyen időzítő-áramkörök az IBM PC kompatibilis gépekben is vannak, szoftverből el is érhetők.

A számlálóba beírt szám nem csak időzítésre, hanem programozható osztónak is alkalmassá teheti a számlálót, hiszen ha minden leszámolás után visszaírjuk n -t, tulajdonképpenn $n+1$ -gyel osztjuk a számlálóra jutó órajelet, mert $n+1$ lépésként ismétlődik ugyanaz periodikusan (azaz a periódusidő az eredeti órajel $n+1$ -szerese lesz, azaz a leosztott frekvencia az eredeti órajel $n+1$ -ed része).

Számítógépekben is használnak számlálókat:

- ❑ A számítógépekben is vannak időzítők, osztók, és programozható osztók (lásd fentebb)
- ❑ A számlálók eseményeket számolhatnak meg hosszabb időn át, és lekérdezéskor az általuk tárolt számokkal "felelnek", Pl. az egér az USB porton keresztül másodpercenként csak 120-szor kerül kiolvasásra. Az egérben levő számláló jegyzi meg, két kiolvasás között mennyi az X és az Y irányú elmozdulás.
- ❑ A számlálók gyors jeleket számolhatnak meg hosszú periódusidő alatt, így viszonylag lassabb hardverrel (személyi számítógéppel) is gyors események mennyiségét, gyakoriságát mérhetjük meg.

Aszinkron számlálók

Aszinkron számlálót úgy kapunk, ha T tárolókat sorba kötünk. **Minden egyes T tároló felezi a bemenetére kapcsolt jel frekvenciáját**, az egyik periódusában felvesz egy értéket, a másik periódusban ennek negáltját, azaz a T kimenetének egy teljes periódusához a bemenetnek kétszer ennyi, azaz két teljes periódus kell.

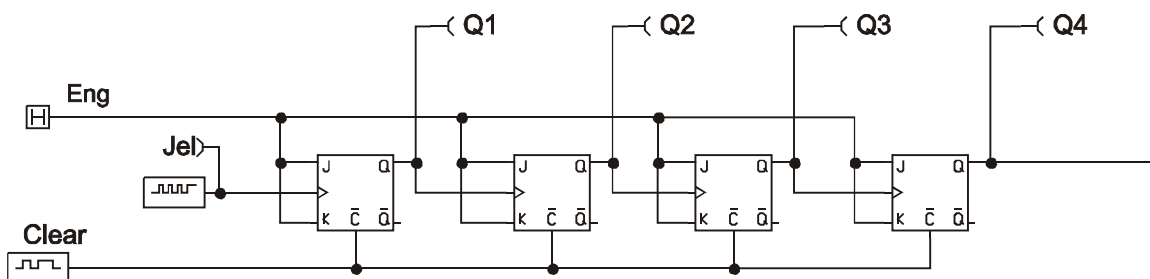
Ha bizonyos T tárolókat J-K tárolóból építünk, vagy kapukat is használunk, lehetőségünk van egyéb feltételeket is megvalósítani, nem csak bináris osztót, hanem más szám szerinti osztót is készíthetünk.

Aszinkron előreszámláló

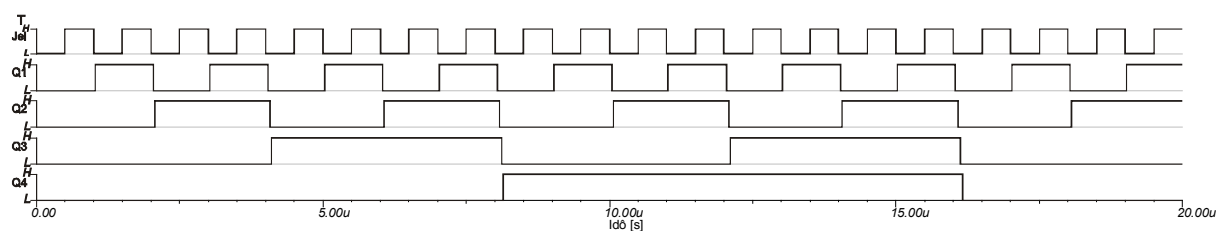
Aszinkron bináris előreszámlálót úgy kapunk, hogy T tárolókat úgy kötünk sorba, hogy a Q kimeneteket kötjük a következő T-k órajelbemenetére. Az előreszámlálás akkor valósul meg, ha lefutó élre vezérelt, vagy Mester-Szolga tárolókat alkalmazunk.

Tekintsünk egy négybites aszinkron számláló kapcsolást, melyet a Tina áramköröszerkesztő programmal készítettünk. A Tina áramköröszerkesztő program nem ismer T tárolót. Ezért J-K tárolókból építettünk T tárolókat ($J = K$).

Aszinkron négybites bináris előreszámláló



A négybites aszinkron számláló idődiagramja:

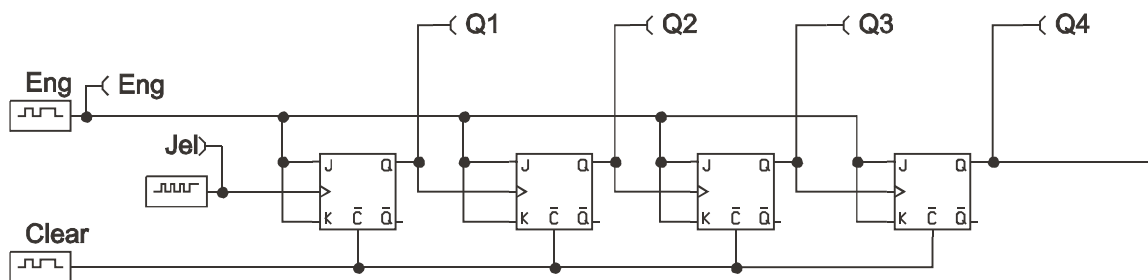


Eng az engedélyező jel, melyet most nem használunk ki, azaz mindig H értékre kötöttük. A jel az első **T** tárolóba kerül, az felezi az órajelbemenetére adott jelet. A második az első jelet felezi, és így tovább. A rajzunkon levő négy bites számláló tehát 16-odolja a bemenő jelet, ahogy a diagrammon is látszik.

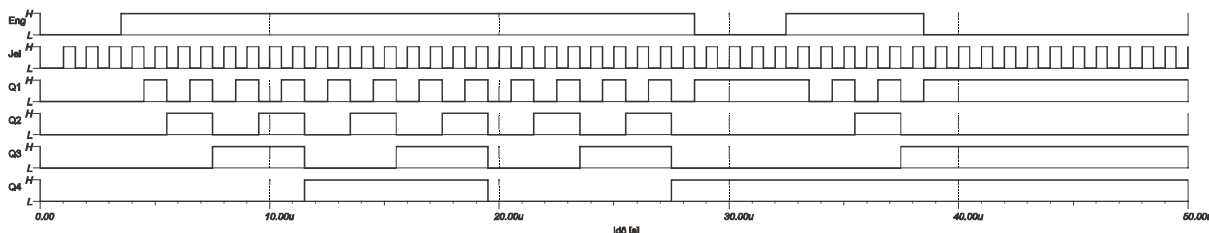
Figyelem! Ha jobban megnézzük, a számláló idődiagramján észre lehet venni, hogy egy kicsit késnek a lefutó élek, minél hátrább van egy **T** tároló, annál nagyobb a lemaradása a bemenő jelhez képest. Azt is látni, a késések összeadódnak. Azaz a kimenetek nincsenek szinkronban.

Az Eng engedélyező vezeték kihasználása

A fenti ábrán az Eng engedélyező jelet H magas értékbe kötöttük. Ha ki szeretnénk használni az Eng engedélyező jelet, akkor vele leállíthatjuk, és tovább működtethetjük a számlálót, amint az alábbi ábrán és diagramján megmutatjuk:



Ennek idődiagramja:



Az ábrán látható, **ha az Eng engedélyező jel H lesz, a rá következő felfutó élt "veszik észre" a T flip-flopok, és az ezt követő lefutó élre negálják addigi értéküket.** Ez a Master-Slave tárolók működésének fontos jellemzője! Kérjük, gondolkodjanak el ezen, nézzék meg alaposan!

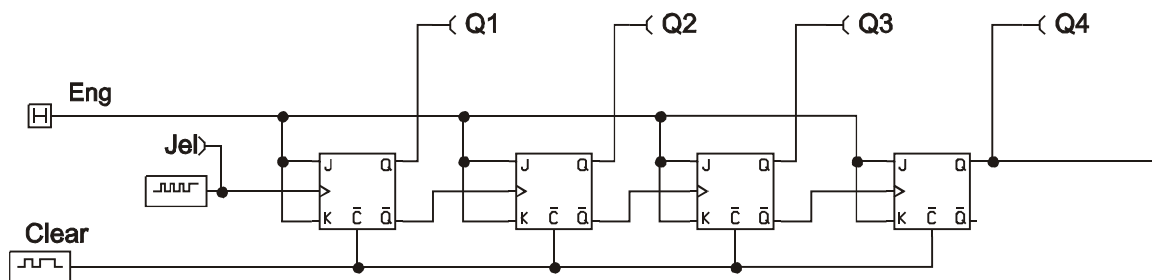
Az engedélyező jellel a bemenő jelet is kapuzhatnánk, ekkor vagy jut számlálni kívánt jel a számlálóra, ha engedélyezzük, vagy nem, ha nem engedélyezzük. Ekkor a **T** tárolók bemeneteit H értékre kell kötni. A kapuzott bemenet azonban egy kapuval bonyolultabb áramkört jelent, ezért inkább a **T** bemeneteket látjuk el Eng jellel.

Az ezután következő rajzainkban az Eng bemenetet az egyszerűség kedvéért mindig H-ra kötjük, de a fenti ábrához hasonlóan ki lehet használni, ha a megvalósítandó cél ezt kívánja.

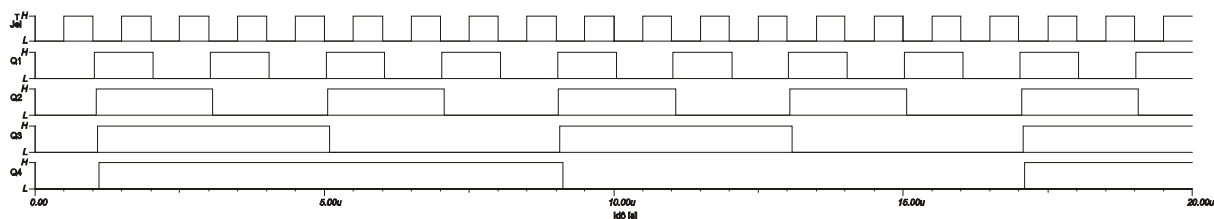
Aszinkron visszaszámológó

Aszinkron bináris visszaszámológót úgy kapunk, ha a **T** tárolóknak a \bar{Q} kimenetét kötjük a következő tároló bemenetére. Visszaszámlálás úgy valósul meg, ha egy helyiértéken akkor változik az érték, mikor az előző helyiérték 0-ból 1-re változik. Látni fogjuk, ez az előreszámlálás feltétele. Természetesen most is lefutó élre vezérelt, vagy Mester-Szolga tárolókat kell alkalmaznunk.

Aszinkron bináris visszazámláló



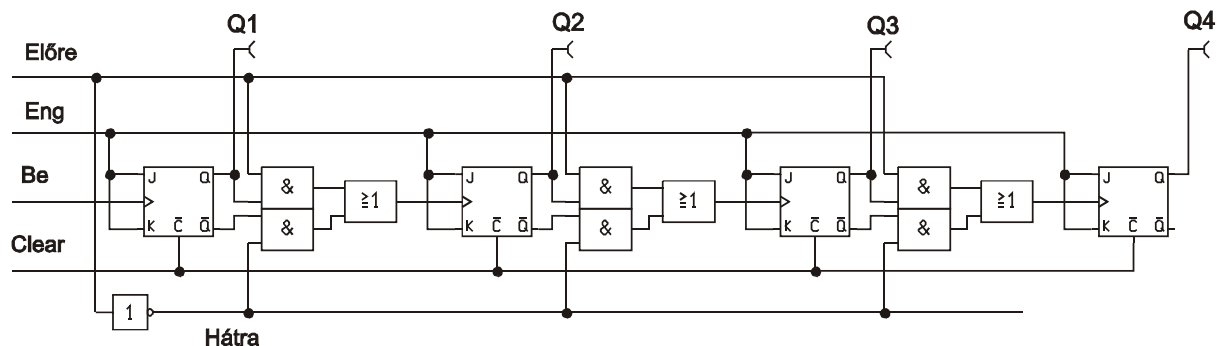
Az aszinkron bináris visszazámláló idődiagramja:



Aszinkron irányváltó számláló

Írányváltó számlálót úgy kapunk, egy Előre jel segítségével logikai kapukkal megvalósítjuk, ha Előre igaz, a Q kimenetek kerülnek a következő órajelbemenetre, ha Előre hamis, akkor meg a \bar{Q} kimenetek.

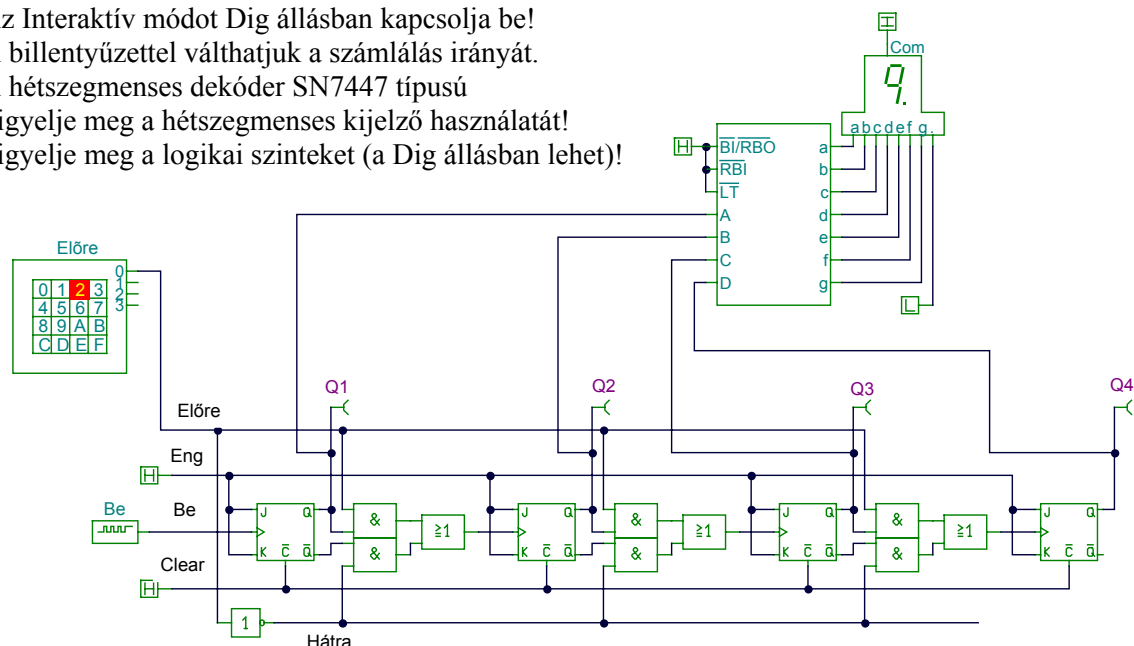
Aszinkron irányváltó bináris számláló



A Tina áramköröszerkesztő programmal meg is tekinthetjük az általunk épített számlálók (ért természetesen más áramkörök) működését. Építsük meg a következő kapcsolást, mellyel tanulmányozhatjuk az aszinkron előre és visszazámlálást:

Működő aszinkron irányváltó bináris számláló Tina áramköröszerkesztő programmal készítve. Építse meg és próbálja ki a kapcsolást! A gyakorlaton meg kell tudnia építeni.

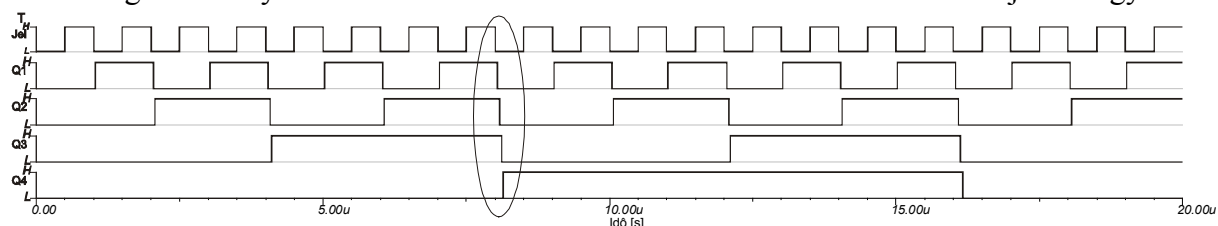
Az Interaktív módot Dig állásban kapcsolja be!
A billentyűzettel válthatjuk a számlálás irányát.
A hétszegmenses dekóder SN7447 típusú
Figyelje meg a hétszegmenses kijelző használatát!
Figyelje meg a logikai szinteket (a Dig állásban lehet)!



A Tina áramkör szerkesztő programmal meg is rajzoltathatja az idődiagramot, előreszámláló, vagy visszaszámláló módban is. Ehhez válassza az Analízis menü Digitális idődiagramját, vagy a T&M menüből a Logikai analízátort, mellyel rajzoltassa ki a diagramot, majd a bal oldali Data gomb lenyomása után a jobb oldali Data gomb lenyomására szintén a Digitális idődiagramot kapja.

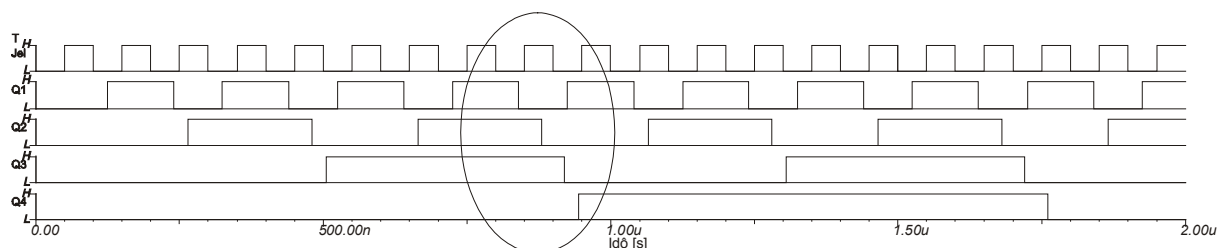
Az aszinkron számlálók késése

Tekintsük meg figyelmesen a számlálók idődiagramjait, és megláthatjuk, egy kis idővel késnek a magasabb helyiértékű bitek a tárolók késései miatt. Ábránkon ki is emeljük az egyiken



Gyorsítsuk fel a számlálni kívánt jelet, és vizsgáljuk rövidebb ideig az áramköröket:

Az előbbi aszinkron előreszámláló 10-szer gyorsabb frekvencián:



Itt már nagyon nagy késéseket is láthatunk. Az aszinkron számlálóknak ez a fő hátránya.

Az előre és a visszaszámlálás feltétele.

Tekintsük meg egy négybites bináris kódban történő számlálást. Ilyet pl. a bináris számlálók kijelzőjén figyelhetnénk meg. A táblázatok baloldali első oszlopában a decimális értékeket tüntettük fel. Egy pillanatot ragadtunk ki, a valóságban a számláló "át- és átugrik", azaz időről időre ugyanazt a ciklust látjuk.

Ha felülről lefelé haladunk, a bal oldali táblázatban az előreszámlálást, egyesével növekvő számokat kapunk. Míg a jobboldali táblázatban egyesével csökkenő, azaz visszaszámlálást kaptunk.

Előreszámlálás**Visszaszámlálás****Az előreszámlálás feltétele:**

Egy adott helyiértéken akkor változik az érték, ha az előtte levő összes helyiértéken 1 áll, és jön egy számlálni kívánt változás

Lefutó élre változik az érték

	Z ₃	Z ₂	Z ₁	Z ₀
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	0
3	0	0	1	1
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	1	1	0
7	0	1	1	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1
12	1	1	0	0
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0
15	1	1	1	1

A visszaszámlálás feltétele:

Egy adott helyiértéken akkor változik az érték, ha az előtte levő összes helyiértéken 0 áll, és jön egy számlálni kívánt változás.

Felfutó élre változik az érték. Ezt elérhetjük úgy is, ha az előtte levő kimenetek negáltjának lefutó élet figyeljük, mert ha az lefut, a ponált lefut.

	Z ₃	Z ₂	Z ₁	Z ₀
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
15	1	1	1	1
14	1	1	1	0
13	1	1	0	1
12	1	1	0	0
11	1	0	1	1
10	1	0	1	0
9	1	0	0	1
8	1	0	0	0
7	0	1	1	1
6	0	1	1	0
5	0	1	0	1
4	0	1	0	0
3	0	0	1	1
2	0	0	1	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0

Láthatjuk, 4 bit esetén minden 16-ik esemény ugyanaz, 16 soronként ismétlődne a táblázat. A 4 bites számláló legnagyobb helyiértékű bitje egy periódust tesz meg, amíg a legkisebb helyiértékű bitje 16-ot. Azaz a 4 bites számláló 16-tal osztja a legkisebb helyiértékének ciklusát. Minden oszlopban fele a gyakorisága az értékek váltakozásának, mint az előző oszlopban. Az n-edik oszlopban 2^n -ed része lenne. Láthatjuk, az n jegyű bináris számláló 2^n -el osztja a jel változásának gyakoriságát. (Most egy felfutó és egy lefutó élet tekintünk egy váltakozásnak).

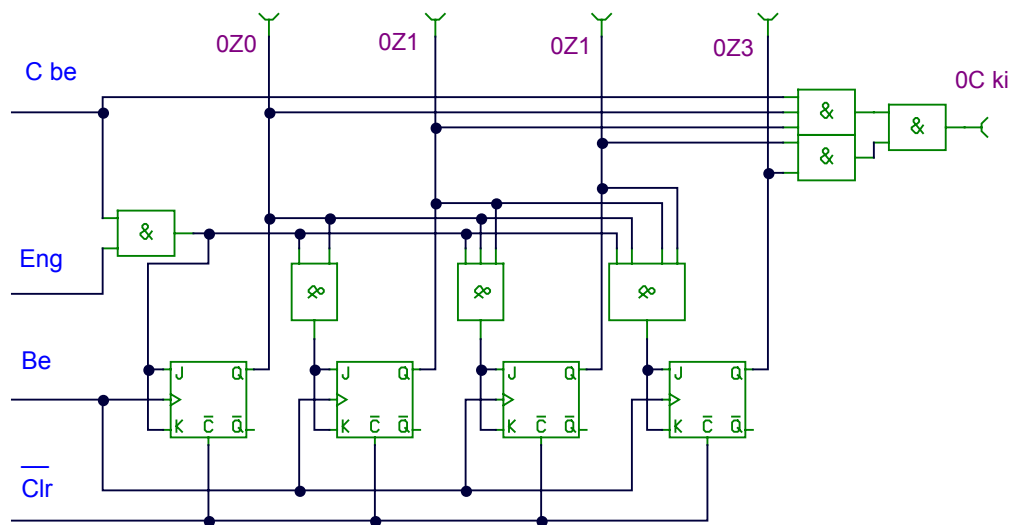
Szinkron számlálók

Mivel az aszinkron számlálók késnek, sokszor szükséges, hogy a lehető legkisebb késedellel lehessen kiolvasni egy számláló eredményét. Ezért készítenek szinkron számlálókat, melyek a jellel szinkronban, minden helyiértéken egyszerre elvégzik a számlálást.

Az egyszerre számlálást az előbb tárgyalt számlálási feltételek kapuzásával oldhatjuk meg, előreszámláláskor bitenként megnézzük, az előtte levő bitek 1-ben állnak-e, ha igen, akkor számol az adott bit is. Visszaszámláláskor pedig azt nézzük meg, az előtte levő bitek 0-ban állnak-e, ha igen, akkor számol.

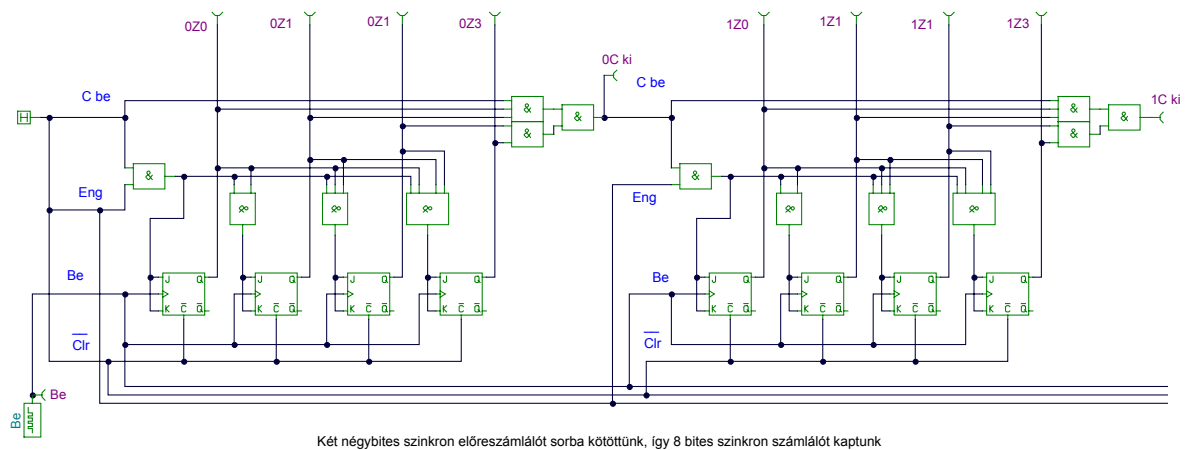
Tekintsünk meg néhány ilyen kapcsolást:

4 bites szinkron előreszámláló



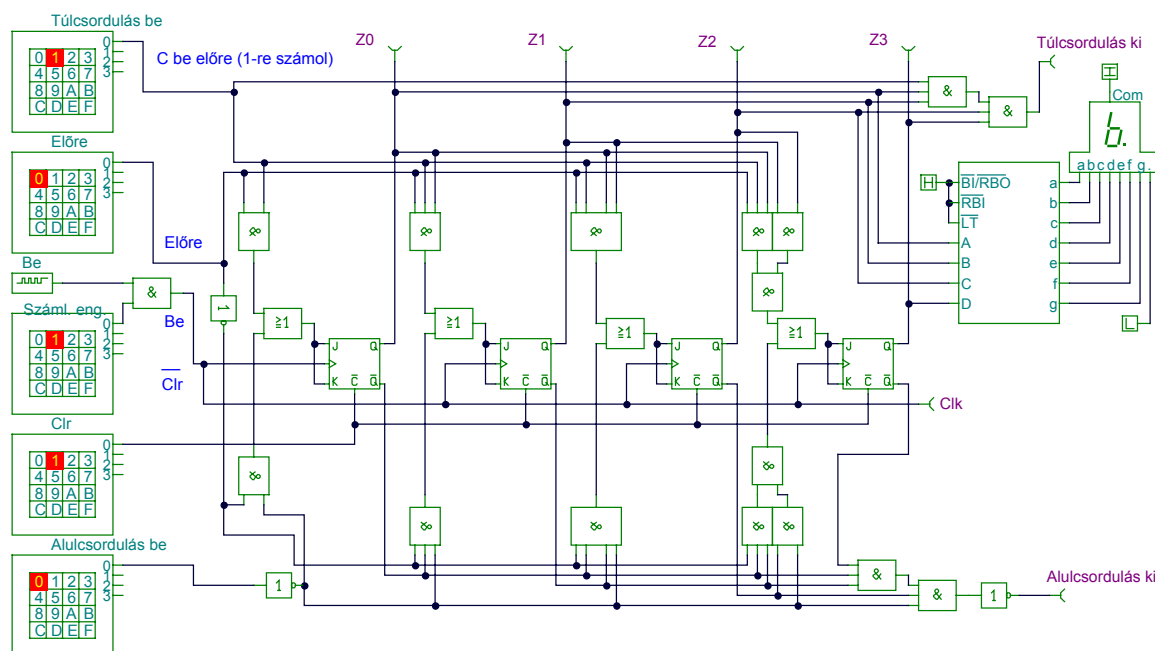
Itt arra készítettük fel a kapcsolást, hogy több bites számlálót lehessen építeni, ezért képes fogadni az előtte levő számlálóról érkező átvitelt, és tovább is küldheti saját átvitelét magasabb helyiértékre.

Tekintsük meg előbbi számlálónk felhasználását, készítsünk vele 8 bites szinkron számlálót. Ehhez az előbbiből kettőt kell venni, és egyszerűen egymás után kötni. Ez a kapcsolás működik, építse meg Tina áramköröszerkesztő program programmal, és tanulmányozza!



Szinkron visszaszámlálót nem kérdeztünk 2004-ben.

Végül egy érdekességképpen és gyakorlásul egy meglehetősen terjedelmes rajzot mutatunk, egy szinkron irányváltó számláló, felkészítve a több-bites felhasználásra, túl és alulcsordulás, hétszegmenses kijelző, stb. mind kialakításra került, sokat tanulhat belőle. (Ne ijedjen meg, a szinkron számlálók rajzát 2004-ben nem kérdezzük vissza dolgozatban!)



Ez a kapcsolás is működik, építse meg Tina áramkörszerkesztő programmal és tanulmányozza!

Regiszterek

Bevezetés

A regiszterek több bites tárolók. A több bites tárolók rendszerint S-R, J-K, D, vagy kapuzott D tárolókból készülnek. A regiszterek rendkívül sok helyen, gyakran alkalmazott tárolók. Mi is fogjuk alkalmazni őket a Digitális technika II. részben.

Eddig egybites tárolókat tanulmányoztunk. Egy bit esetén csak egy bemenet és egy kimenet (meg annak negáltja) képzelhető el. A több bites tárolók azonban többféleképpen írhatók, vagy olvashatók, sorosan, vagy párhuzamosan. Ehhez definiáljuk, mit értünk soros, ill. párhuzamos adatmozgás során.

⇒ **Soros adatfolyam** (ki, vagy bemenet) alatt az olyan jelátvitelt értjük, ahol az információ-hordozó jelek sorban, **egymás után** jutnak át (vezetéken, rádióhullámon, porton, stb.).

A soros adatátvitel akár egy vezetéken is igen nagy mennyiségű információt képes átjuttatni, de lassú, n mennyiségű jelet n lépésben tudjuk így átvinni.

⇒ **Párhuzamos adatfolyam** alatt az olyan jelátvitelt értjük, mikor minden egyes jel **egyszerre** jut át (a porton, a hordozón, vezetéken).

A párhuzamos átvitel csak kevés számú adatot képes egyszerre átvinni, hiszen nagyszámú adat esetén nagyon nagymennyiségű vezetékre lenne szükség.

A gyakorlatban a soros és párhuzamos adatátvitelt ötvözik, általában bájtokat, vagy bájtok egész számú többszöröseit egyszerre visznek át bájtontként (vagy ezek többszöröseként). Ha

pl. bájtyszervezésű a digitális eszközünk, és n számú bájtot kell átvinni, n lépésben n bájtot tudunk átvinni 8 erű adatvezetéken.

A sok erű vezetékek miatt új fogalmat is definiálunk:

☞ **A több erű**, egymás mellett futó **merev** vezetékeket **busznak**, vagy **sínnek** nevezzük.

☞ **A több erű**, egymás mellett futó **hajlékony** vezetékeket **kábelnek** nevezzük.

Az IBM kompatibilis számítógépek címbuszai és adatbuszai 32 és 64 bitesek (2004-ben).

A regiszterek fajtái

A regiszterekbe az adatokat tehát a következőképpen lehet beírni, ill. kiolvasni: sorosan, vagy párhuzamosan. Látni fogjuk a regiszterek áramköreinek szerkesztésénél (második félévben), ahhoz, hogy az adatokat sorban juttassuk ki, vagy be, a regiszter belsejében is haladni kell az adatoknak.

A következő fajta regiszterek képzelhetők el az adatok ki és bemenete szempontjából:

- Soros bemenetű és soros kimenetű
- Soros bemenetű és párhuzamos kimenetű
- Párhuzamos bemenetű és soros kimenetű
- Párhuzamos bemenetű és párhuzamos kimenetű
- A fentiek variációjával készítenek még soros vagy párhuzamos bemenetű és soros, vagy párhuzamos kimenetű regisztert is, az ún. univerzális regisztert.

Léptető (Shift) regiszterek

A léptető regiszter (shift register) olyan soros működésű regiszter, melyben az adatok órajelről órajelre egy bittel tovább "lépnek".

Ha pl. az adatok bal oldalon lépnek be a regiszterben, és órajelről órajelre haladnak cellánként jobbra, míg végül kijutnak a jobb oldalon, jobbra léptető regiszterről beszélünk. Ha az adatok a jobb oldalon mennek be, és balra lépnek, míg végül a bal oldalon ki is jutnak a regiszterből, balra léptető regiszterről beszélünk.

Amelyik léptető regiszter léptetésének iránya megváltoztatható, irányváltó (jobbra/balra) léptető regiszternek nevezzük.

Ha elemi tárolóként (cellánként) elkészítjük a kimenetek kivezetéseit, párhuzamos kimenetű regiszter nyertünk.

Ha cellánként (elemi tárolóként) párhuzamosan is írhatjuk a regisztert, párhuzamos beírású regisztert kapunk (pl. a Tina áramköröszerkesztő program is ismer presettelhető J-K, vagy D tárolókat).

A regisztereket részletesebben a gyakorlaton (Tina áramköröszerkesztő programmal való áramköröszerkesztés) a második félévben tanuljuk. Ez első félévben elég a fajtáikról szóban tudni a fentieket.

Ellenőrző kérdések, feladatok az V. fejezethez

Mit jelent a szekvenciális fogalom? Milyen elemi tárolókat ismer? Mit jelent a sorrendi logikai hálózat fogalma? Milyen órajel-vezérlés fajtákat ismer? Hogy jelöljük az igazságtáblában az n -edik állapotot. Ismertesse a következő tárolók rajzjelét (kivezetések jeleivel), igazságtáblával (n -edik állapot!): statikus-, és dinamikus S-R, J-K, T, D és kapuzott D tárolók. Mi az a latch? Mondjon alkalmazási területet a következő tárolókra: S-R, J-K, T, és D tárolók. Ismertesse a Mester-Szolga tárolókat, előny, hátrány, felépítés (blokkrajz). Milyen tárolókkal készítenek számlálókat?

Hol és mire használnak számlálót? Mi az az aszinkron számláló? Mi a szinkron számláló? Mi az előnye a szinkron számlálónak az aszinkronhoz képest, és mi a hátránya?

Rajzoljon le egy négybites aszinkron előreszámlálót.

Mi az előre-, és mi a visszaszámlálás feltétele szinkron számlálónál?

Mi az a regiszter? Milyen fajta regiszterekről tanulunk? Mi a busz? Mi a sín?

VII. Elektrotechnika

Bevezetés

Az elektromosságot rendkívül sok helyen, és sokféle feladatra alkalmazzák. Mi az elektromosság információtovábbító képességét használjuk ki, e szempontból vizsgáljuk, mérjük az elektromos jelenségeket.

Digitális és analóg jelek.

Az információtovábbítás lehet analóg, vagy digitális. Analóg jelfeldolgozásnál a jelnek a nagysága arányos az információval, ha a jel eltorzul, az információ is megsérül. A **digitális** jelentése egyszerűen **számjegyes**, első fejezeteinkben ezekkel bőven foglalkoztunk.

A jelek jellemzésére mennyiségeket, e mennyiségek mérésére műszereket használunk.

Az áramot árammérővel, a feszültséget feszültségmérővel, az ellenállást ellenállásmérővel lehet mérni. Mi univerzális mérőműszerrel fogjuk mérni ezeket, melyet hol feszültségmérőnek, hol árammérőnek, hol ellenállásmérőnek kapcsolunk. (A műszer leírását lásd az *Iskolánk DM-341 típusú digitális multimétere* című fejezetben.). A jelek időbeli viselkedését oszcilloszkóppal fogjuk megfigyelni és mérni.

Áramköri elemek I.

Áramkörnek egy elektromossággal működő dolgot, berendezést, készüléket, vagy kapcsolást nevezünk, melyben az elektromos áram rendszerint egy, de akár több áramforrásból kiindulva végigfolyik az elektromosságot jól vezető vezetékeken, és a különböző módon az elektromos áram útjába kapcsolt áramköri elemeken, végül visszajut az áramforrásba. Ez egy körforgás, ezért nevezzük áramkörnek (nem az alakja miatt).

Az elektronika alkatrészekből áll. Az áramkör elemei olyan részek, melyek tovább nem bonthatók (ezért elemek). Az alkatrészekben többnyire sok áramköri elem található. Nagyon sok áramköri elem van az integrált (összetett) áramkörökben. Ha az alkatrész egyben áramköri elem is, diszkrét áramköri elemnek is nevezzük. Természetesen áramköri elem a vezeték és az áramforrás is. Az áramkört sematikusan rajzolva kapjuk az **áramköri rajzot**. Ennek a rajznak az elemei az **áramköri elemek rajzjelei**. Az elektronikában szabvány rögzíti az áramköri elemek rajzjeleit, mi szabványos rajzjeleket kell, hogy használjunk. Így rajzaink minden szakember számára érthetők, egyértelműek lesznek. Alkatrészeket és vezetékeket figyelhetünk meg a VII.2 oldalon (*VII-1. ábra: Nyomtatott áramköri lap*)

Szigetelők

A szigetelők olyan anyagok, melyek gyakorlatilag nem vezetik az áramot, nem tudnak bennük áramlani töltéshordozók. Szigetelő anyagok a gázok (a levegő és a vákuum is), a különböző műanyagok, a papír, az üveg, stb. Mi a gyakorlatunk során a szigetelők tulajdonságait ideálisnak vesszük, azaz úgy tekintjük, hogy a szigetelőkön nem folyik áram. **A különböző áramköri elemek között szigetelő van, hogy az áram csak az áramköri elemeken keresztül folyhasson.** A szigetelő nem áramköri elem, nem vezeti az áramot.

Vezetékek

A vezetékek olyan **vezetők**, melyeket azért alkalmaznak, hogy az áram odafolyjon, lehetőleg ellenállás nélkül, ahova szeretnénk. A vezetékek fémek, melyekben a töltéshordozók gyakorlatilag akadálytalanul (kis munkavégzés árán) mozoghatnak. Általában a vezeték ellenállását elhanyagoljuk, **úgy tekintjük, hogy egy vezeték minden pontja azonos potenciálú**.

A legjobb vezető az ezüst, de gyorsan korrodál a felülete, rossz érintkezési tulajdonságai vannak.

A második legjobb vezető a réz, ezért **a leggyakrabban rézből készítenek vezetékeket**.

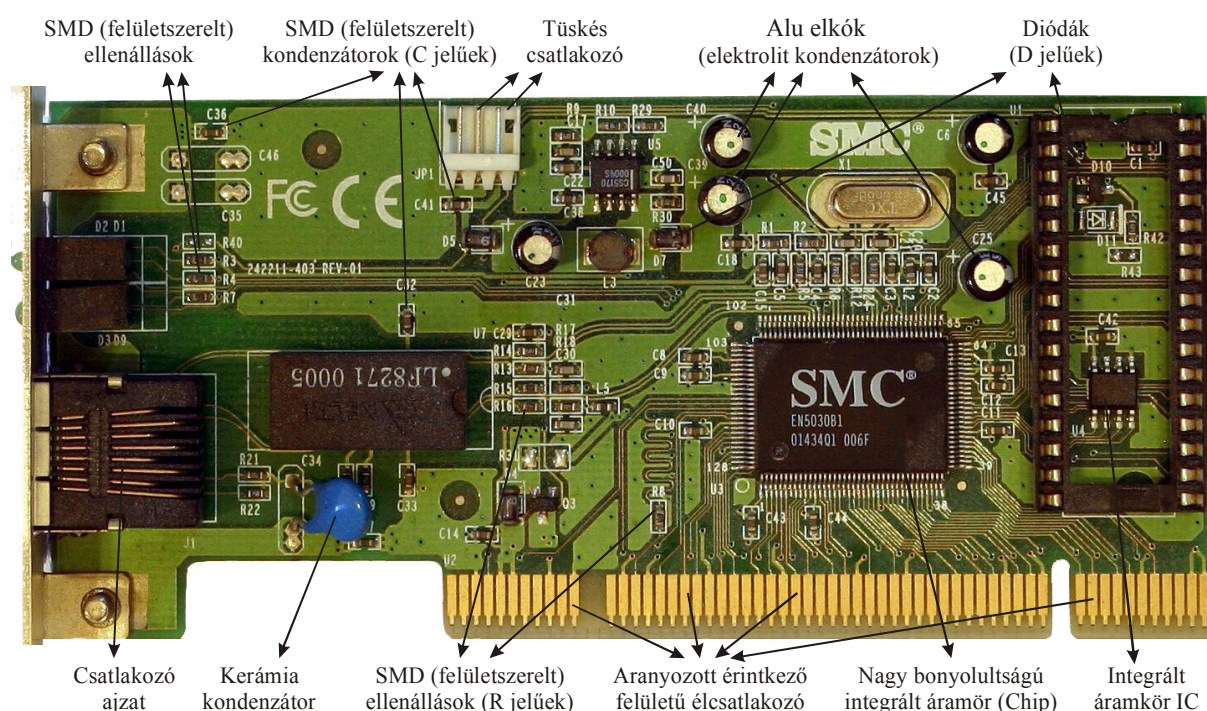
☞ **A hajlékony, flexibilis vezetékek** a több erű, de egymástól el nem szigetelt erekből álló vezetékek. Mivel sok vékony elemi szálból állnak, könnyebb őket hajlítani, és sokkal több hajlítást elviselnek, mint a hasonló keresztmetszetű tömör vezetékek.

☞ **Kábeleknak** a több erű, egymástól elszigetelt vezetékeket nevezzük.

Az olyan készülékekben, melyeket nem vagy csak ritkán bontanak meg, merev vezetékeket használnak. Ezek lehetnek huzalok, sínek, de az elektronikában a leggyakrabban a **nyomtatott áramkörök** vezetékei fordulnak elő.

A nyomtatott áramkörök vezetékeit nyomtatással, fotóeljárással hozzák létre szigetelőből készült, ún. nyomtatott áramköri lapokon. Ezek a vezetékek kötik össze a lapra szerelt alkatrészeket. Egy, két, és többretegű nyomtatott áramkörök léteznek. A korszerű elektronikában igen nagy alkatrész és vezetéksűrűséget érnek el. A nyomtatott áramköri technikáról csak elméletben tanulunk.

VII-1. ábra: Nyomtatott áramköri lap



Az ábrán megjelölt alkatrésztípusokat később fogjuk részletesebben tanulni.

Az elektronikában az érintkezési, vagy csatlakozó felületeket rendszerint arannyal vonják be, mert az arany nem korrodál, az esetleges szennyezéssel nem alkot vegyületet, mindig fémtiszta a felülete. Így nagyon megbízhatók az aranyozott csatlakozások. Az arany is nagyon jó vezető.

Nem csak a nyomtatott áramkörökben vannak vezetékek, hanem az integrált áramkörök, chipok belsejében is. Hiszen ki-, meg be is kell vezetni a jelet, tápáramot bevezetni, stb. A korszerű mikroelektronikában is terjed a gyakorlatilag legjobb vezető, a réz használata, pl. a processzorokban, stb. (2004.)

A hardverlabor vezetékei

Sokféle módon előállított és alkalmazási területű vezeték létezik, mi a laborban dugaszolható vezetékekkel dolgozunk.

Oldható kötések

A vezetékek, áramkörök nem mindig működnek. Olykor csatlakoztatni, máskor meg leválasztani szükséges őket egymásról, jelforrásokról, tápegységről-táplálásról, különböző eszközökről, stb. Ki- és be- esetleg át kell őket kapcsolni, ahogy a jelet is ki, be, vagy át kell kapcsolni. Olykor egyikkel meg kell szüntetni a kapcsolatot, és máskor a másikhoz csatlakozni. Ezeket a feladatokat érintkezőkkel oldják meg, melyek csatlakozók, vagy kapcsolók elemei.

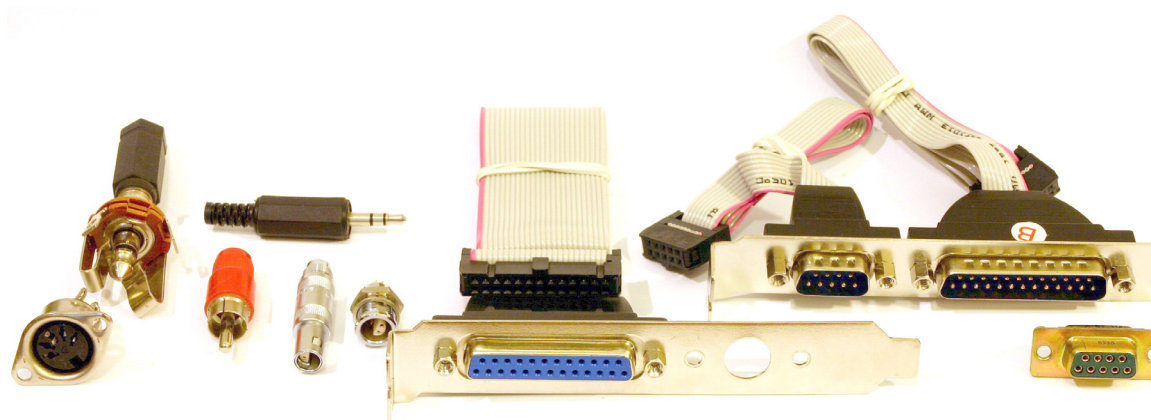
⇒ Az oldható fémes összeköttetést létrehozni képes áramköri elemet érintkezőnek mondjuk.

Csatlakozók (konnektorok)

A csatlakozók (konnektorok) a kábeleken végén, és készülékek felületein találhatók.

A konnektorok egy-, vagy több érintkezőjük lehetnek. Az érintkezőket a felhasználó működteti, ő végzi a csatlakoztatást, vagy a leválasztást. A csatlakozók szabványokban rögzített alakúak (a speciális készülékeket kivéve). **Alakjuk biztosítja, hogy szakszerűtlenül ne lehessen kárt okozni nem odavaló jelek, feszültségek be, vagy kivezetésével.**

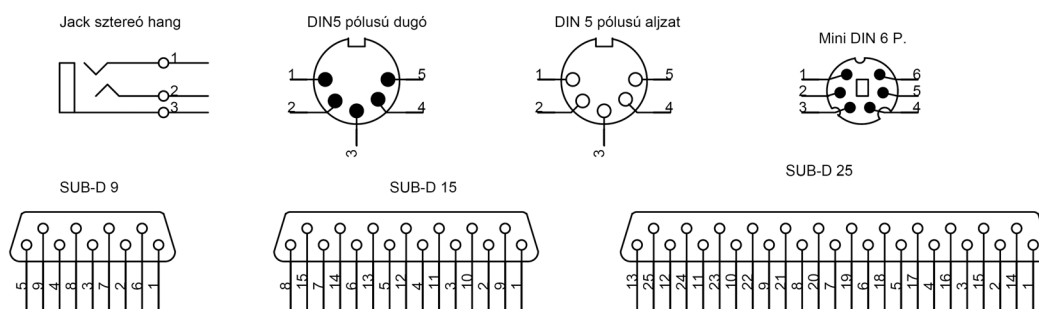
VII-2. ábra. Különböző csatlakozók



Felsorolás balról jobbra: 5 pólusú DIN aljzat, 6,3mm stereo Jack dugó és aljzat (egybe dugva), RCA PIN dugó, 3,5 mm-es stereo Jack dugó, műszercsatlakozó dugó és aljzat, 25 pólusú SUB D aljzat (25 eres szalagkábel), 9 és 25 pólusú SUB P csatlakozó (9 eres szalagkábel), 9 pólusú SUB D aljzat.

Az elektronikában az érintkezési, vagy csatlakozó felületeket rendszerint arannyal vonják be, a VII-2. ábra összes csatlakozója aranyozott az audió-célúak kivételével (bal oldalon).

VII-3. ábra Különféle csatlakozók rajzjelei (OrCAD gyártói rajzok)



A Mini DIN 6 P kivételével mind szerepelnek a VII-2. ábra csatlakozói között is. Érdemes összevetni őket!

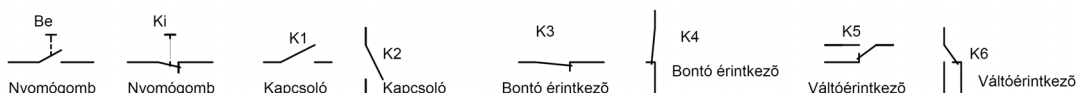
Érintkezők

A kapcsolók, nyomógombok érintkezői

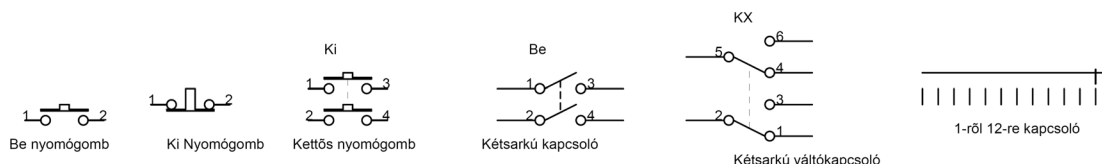
A kapcsolók érintkezőiről volt szó az *Érintkezők rajzjelei, megállapodások* című fejezetben (III.7. oldal). Ezek az érintkezők általában az alkatrészek belsejében vannak, nem lehet látni állapotukat, csak a kapcsoló, nyomógomb helyzetéből következtethetünk rájuk. A legtöbb érintkezőnek két állása van, ebből az egyiket 0-val, a másikat 1-gyel jelölik.

Természetesen nagyon sokféle kapcsolót, nyomógombot gyártanak. Példaként a VII-5. ábra 12 állású kapcsolóját említem.

VII-4. ábra Szabványos rajzú érintkezők



VII-5. ábra Példa néhány egyéb elterjedt, de nem szabványos rajzú érintkezőre (OrCAD gyártói rajzok)



Relék

Az érintkezőket, kapcsolókat nem csak kézzel működtethetjük. Elektromossággal is lehet működtetni őket. A legegyszerűbb mechanikai megoldás, ha elektromágnessel működtetjük a kapcsolót. Az elektromágnes, ha tekercsén áram folyik, elmozdít egy vas alkatrészt, mely az érintkezőt, vagy érintkezők egész rendszerét mozgatja.

☞ Az elektromágnes működtetésű kapcsolókat **jelfogóknak, reléknek** nevezzük.

☞ A nagy áramú elektromágnes működtetésű kapcsolókat **mágneskapcsolóknak, kontaktoroknak**, a még nagyobb áramúakat **megszakítóknak** nevezzük.

A kontaktorok, megszakítók elsősorban abban különböznek a reléktől, hogy nagy hangsúlyt helyeznek a nagy áramok megszakításakor fellépő villamos ív kioltására (megszakítására), és általában a nagy áram- és feszültség miatti igénybevételre. Sokezer A-es és több száz kV-os megszakítókat is készítenek.

Mi a továbbiakban csak a relét tanulmányozzuk, de értelemszerűen vonatkoznak megállapításaink a kontaktorokra, megszakítókra is.

A relék előnyei, hátrányai, alkalmazási területek

Egy áramkör elszigetelését egy másik áramkörtől galvanikus elválasztásnak is nevezik. A relé egy működtető jelre sok érintkezővel sok különböző áramkörben képesek kapcsolni anélkül, hogy ezek az áramkörök egymást zavarnák, egyikből a másikba folya áram.

☞ Azt mondjuk, **a relé érintkezői galvanikusan el vannak választva egymástól és a relé tekercsétől.**

Mivel a relé a működtető áramköre el van szigetelve a kapcsolt áramköröktől, így meg lehet oldani, hogy gyengeáramú elektronika (pl. számítógép) relé segítségével erősáramú berendezést, készüléket kapcsolgasson, mégsem folynak az erősáram áramai, és zavarai sem kerülnek a kényes gyengeáramú elektronikába.

➤ A relék áramot, feszültséget, teljesítményt képesek erősíteni

A kis teljesítményű tekercs kis áram (feszültség, teljesítmény) hatására meghúz, és a meghúzás hatására a relé érintkezői jelentős áramot (feszültséget, teljesítményt) kapcsolhatnak ki, vagy be. Néhány mA-es (néhány V-os) tekercsű relé is kapcsolhat akár 10 A-t, vagy több száz V-ot is. Ez azt jelenti, hogy **a működtető áramnál, feszültségnél, vagy teljesítménynél több ezerszeres áramot, több százszoros feszültséget, vagy akár milliószoros teljesítményt kapcsolhat egy relé.**

A relék fajtái

Csak felsorolom a különböző fajtájú reléket:

Érintkezőik szerint: záró-, nyitó-, és váltóérintkezőjű relék vannak egy, vagy több (akár sok) érintkezővel.

A különlegesebb érintkezők lehetnek védőgázások és a higanynedvesítésűek (utóbbiak nem kopnak, nem mennek tönkre a szikráktól).

Működtető jel szempontjából különféle feszültségű-, vagy áramú reléket készítenek.

A relék védelmet is elláthatnak, túlfeszültség, túláram, vagy egyéb rendellenesség (pl. magas hőmérséklet, stb.) esetén bontják a táplálást, kikapcsolják az elektronikát, stb.

Működési sebesség tekintetében megkülönböztetünk: normál, gyors, vagy időreléket.

Utóbbiak csak bizonyos idő multával reagálnak a működtetésre (pl. később húznak meg), időzítésre alkalmasak.

Sok más különleges relé ismeretes, annyiféle, hogy már csak terjedelmi okokból sem vállalkozhatunk leírásukra-bemutatásukra.

Áramforrások

Kémiai áramforrások (battery)

A kémiai áramforrások ma még gyakorlatilag csak galvánelemek. **Kémiai úton tárolt energiát alakítanak elektromos energiává.**

- ⇒ A kémiai áramforrás legkisebb elemét, mely tovább nem bontható (mert akkor már nem áramforrás lenne), elemnek nevezzük. Az áramforrás egy elemét **cellának** is nevezik, különösen, ha akkumulátorról van szó.
- ⇒ A több elemből álló áramforrást **telepnek** nevezik.

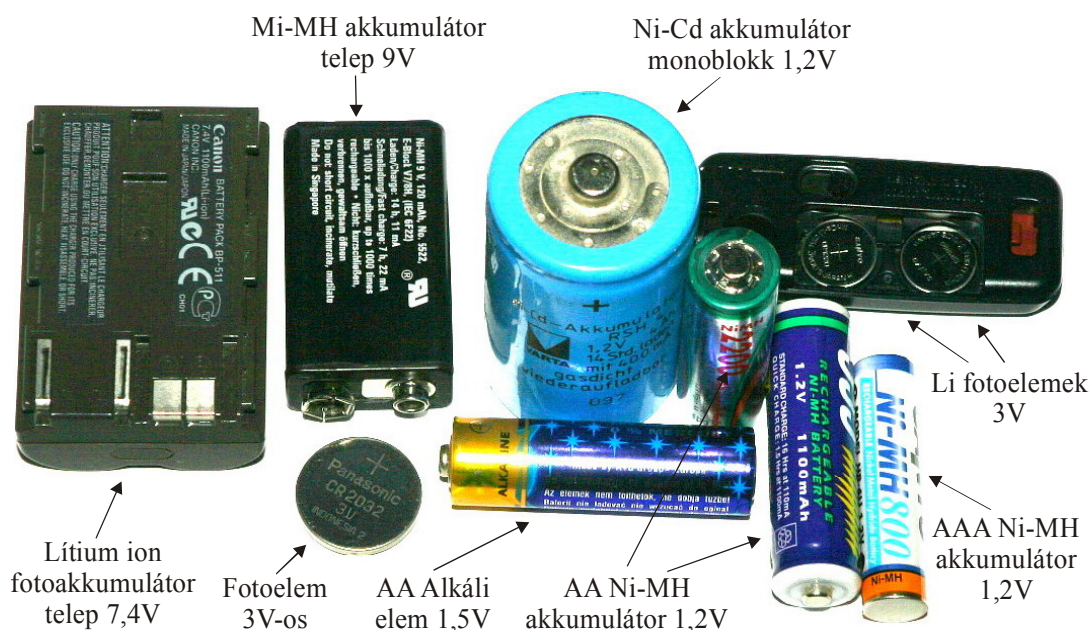
A Tina áramkörszerkesztő program telepe:



- ⇒ A **tölthető (rechargeable) elemeket és telepeket akkumulátornak** nevezik. A töltést, töltőkészülékkel, ún. akkumulátortöltővel kell végezni (charger).

A köznyelv a telepet is helytelenül elemnek nevezi, különösen, ha nem akkumulátorról van szó..

VII-6. ábra: Különböző galvánelemek és akkumulátorok



Gyakorlatunk elején monoblokk elemet használunk, egyet, vagy kettőt sorosan kapcsolva, később labortápot.

Alakjuk szerint megkülönböztetünk monoblokk, baby, AA, vagy AAA méretű elemet.

A többi alak és méret oly sokféle, hogy nem soroljuk fel őket-

Az áramforrások tulajdonságairól később részletesebben tanulunk, mérni is fogjuk őket.

Feszültségforrások

A feszültségforrásokat nem szoktuk fajták szerint jelölni, kivéve a galvánelemeket. Feszültségforrásnak tekintjük tehát az összes tápegységet, labortápot, stb. A feszültségforrást így jelöljük:

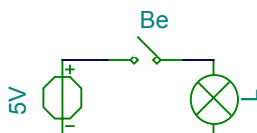


Tina feszültségforrás

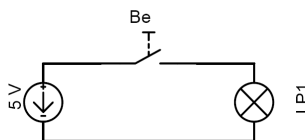


OrCad feszültségforrás

Példa egyszerű áramkörre feszültségforrásokkal:



Tina



OrCAD

A továbbiakban többnyire a Tina áramkörszerkesztő program rajzait használjuk, és az olvasóknak is ezt ajánljuk. **De nem feledni, a szabványos feszültségforrás rajzjele nem nyolcszög, hanem kör!**

Áram, feszültség, egyen- és váltakozó jelek

Töltés

⇒ Az elektromos kölcsönhatóképesség nagyságát az ún. elektromos töltéssel (továbbiakban könyvünkben töltés) jellemezzük.

A töltés jele Q , mértékegysége $[Q] = \text{As}$ (Ampersecundum)

A töltés nehezen mérhető, inkább az áramot (lásd később), és az időt lehet jól (pontosan) mérni.

Áramerősség

⇒ Elektromos áramerősségnek a töltés áramlási sebességét nevezzük:

$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ az átlagáramerősség (átáramlott töltés osztva ennek idejével).

A pillanatnyi áramerősség pedig $I = \frac{dQ}{dt}$ (mérnökasszisztenseknek).

Sokszor áramerősség helyett csak azt mondjuk, áram. Pl. mekkora áram folyik ezen a vezetéken?

Az áramerősség és az idő szorzata az áram által létrehozott töltésváltozás (töltés).

$Q = It$, ha az áram időben nem változik.

Ha az áram időben változik, $Q = \int_0^t I dt$ (mérnökasszisztenseknek)

Feszültség

- ☞ Két (A és B) pont közötti U_{AB} elektromos feszültségnek az egységnyi töltés e két pont közötti mozgatásához szükséges munkát nevezzük. Mivel az egységnyi töltés igen nagy, máshogy is számítható: bármely töltés fenti két (A és B) pont között végzett munkáját

osztjuk a mozgató töltés nagyságával. $U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q}$

A feszültség jele U , U_{AB} az A és B pontok közötti feszültség.

A feszültség mértékegysége: $[U] = V$ (Volt)

A föld feszültsége 0V (egyezményesen, azaz 0 V-nak tekintjük).

Egy A pont (pl. vezeték) földhöz képest mért feszültségét nem U_{A0} -val, hanem csak U_A -val jelöljük (a 0-át nem jelöljük). Pl. ha az A pont feszültsége a földhöz képest 5V, akkor írhatjuk: $U_A = 5V$.

Sokszor a két pont közötti feszültséget is egyszerűen feszültségnek mondjuk, ha ismerjük, melyik két pont között is mérhetjük. Pl egy galvánelem két kapocspontja közötti 1,5V-os feszültséget egyszerűbben úgy is mondhatjuk, az elem feszültsége 1,5V.

Időben változó jelek

Tanulmányaink során először leírjuk az időben változatlan jeleket, majd az időben periodikusan váltakozó, egyszerűen leírható egyen- és váltakozó mennyiségeket. Ezek elektromos (áram és feszültség), ill. mágneses mennyiségek. Mivel a mágneses jelenségek nehezen számíthatók, és az információk technológia szempontjából túlnyomórészt a feszültség és áram játszik szerepet, mi csak utóbbiakat vizsgáljuk. Majd megvizsgáljuk, hogyan működnek az elektronikai alkatrészek és áramkörök.

Egyenfeszültség és áram.

- ☞ Az egyenáram a töltéshordozók rendezett áramlása. Az áram irányát a (legtöbbször képzeletbeli) pozitív töltéshordozók áramlási irányával szokás jelölni egy áószerű nyíllal.

- ☞ **Sima egyenáram és egyenfeszültség:** olyan mennyiség, mely az időben nem változik. **Az időben változatlan mennyiséget, vagy jelenséget stacionáriusnak is nevezik.**

Az egyen mennyiség jele: —

- ☞ Lűktető egyen-mennyiség olyan jel, melynek túlnyomórészt (átlagban) egy irányba folyó áramot hoz létre, de az időben változik.

Mi csak a periodikusan (*lásd a következő definíciót*) lűktető egyenáramot és egyenfeszültséget fogjuk tárgyalni. A periodikusan lűktető egyen mennyiség jele: — — —

Ilyen jel látható sok töltő, és szűrtlen tápegység kimenetén is.

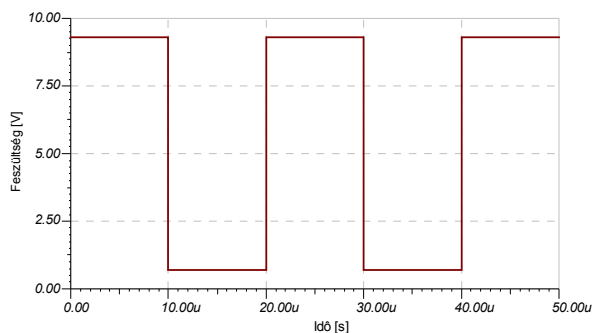
Periodikus jelek

- ☞ **Periodikus:** az olyan $f(t)$ időfüggvényű jel, melyre igaz, hogy bizonyos t_p időnként a jel viselkedése ismétlődik, oszcillogramját t_p idővel eltolva ugyanaz, mint az eredeti jel oszcillogramja: $f(t) = f(t + t_p)$

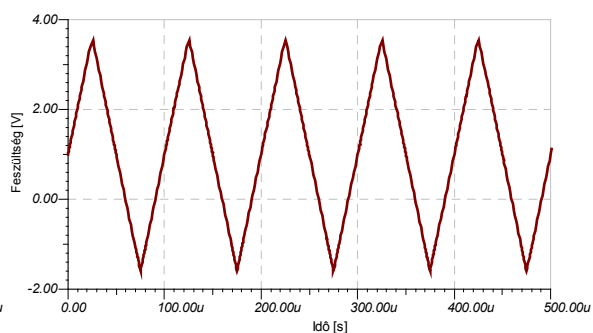
A legkisebb t_p a periódusidő, ezt T -vel jelöljük.

Periodikus jelre $f(t) = f(t + kT)$, ahol k egész szám.

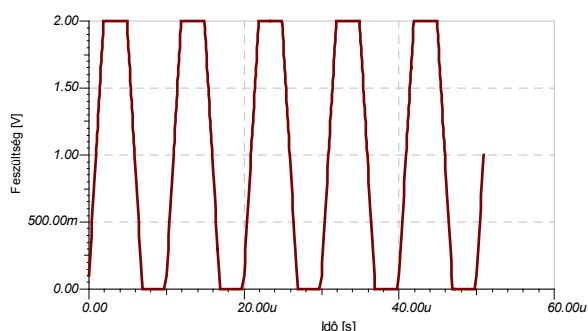
Periodikusan lüktető egyenfeszültségek diagramjai



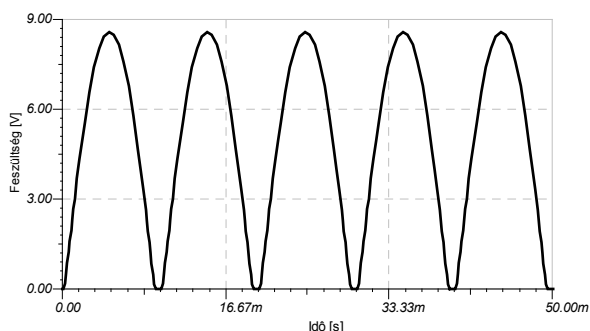
Négyszög feszültség



Háromszög feszültség



Trapéz feszültség



Egyenirányított szinuszhullám-formájú feszültség

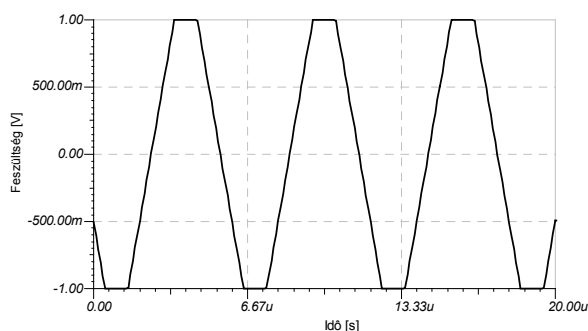
Egyszerű váltakozó jelek:

↗ Váltakozó jelnek azt a jelet tekintjük, mely értéke hol negatív, hol pozitív, és időbeli átlaga 0. (Ha nem 0 az átlaga, lüktető egyenmennyiségnek nevezzük.)

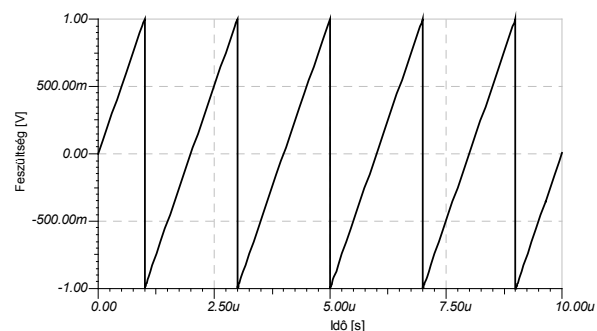
A periodikusan lüktető egyenáramú- és feszültségű jelek képezhetők a tiszta váltakozó mennyiségből, ha ahhoz bizonyos nagyságú egyen-mennyiséget hozzáadunk, azzal eltoljuk. Az eltolás a Függvénygenerátoron az Offset értékkel adható meg (Iskolán generátorainál, és a Tina áramkörszerkesztő program függvénygenerátorán is).

Mi csak az egyszerű alakú **periodikus váltakozó** jeleket vizsgáljuk, melyek matematikával könnyen leírhatóak.

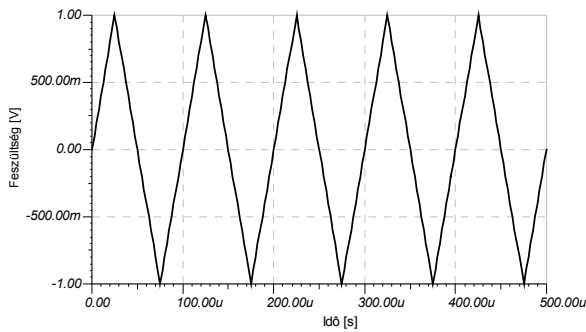
Periodikusan váltakozó jelek



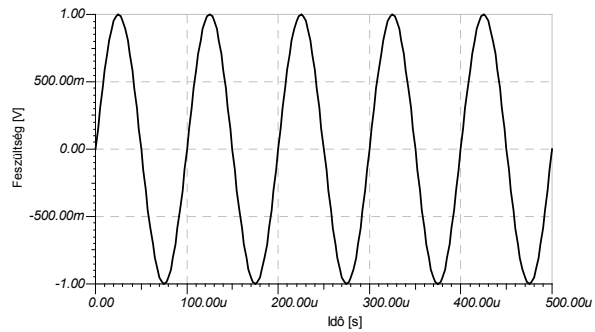
V1 ábra: Trapézfeszültség
 $T=7\mu\text{s}$, $f=142,86\text{ kHz}$, $\hat{U}=1\text{V}$



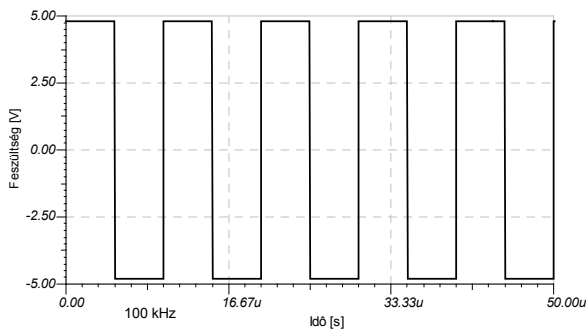
V2 ábra: Fűrészfeszültség, Kipp rezgés
 $T=2\mu\text{s}$, $f=500\text{ kHz}$, $\hat{U}=1\text{V}$



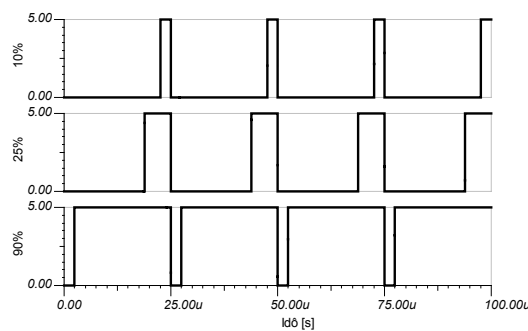
V3 ábra: Háromszögfeszültség
 $T=100\mu s$, $f=10\text{ kHz}$, $\hat{U}=1\text{ V}$



V4 ábra: Szinuszos feszültség
 $T=100\mu s$, $f=10\text{ kHz}$, $\hat{U}=1\text{ V}$



V5 ábra: Négyszögfeszültség
 $T=2\mu s$, $f=500\text{ kHz}$, $U_{\max}=4,8\text{ V}$, $U_{\min}=-4,8\text{ V}$



V6 ábra: különböző (10%-os, 25%-os és 90%-os) kitöltési tényezőjű négyszögjelek
 Mindháromnál $T=25\mu s$, $f=40\text{ kHz}$, $U_{\max}=5\text{ V}$

A váltakozó jelek jellemzői

- ⇒ **Periódusidő:** milyen legkisebb időközönként ismétlődik a jel. A periódusidő jele: T
- ⇒ **Frekvencia:** milyen gyakorisággal ismétlődik a jel másodpercenként. (Hány periódus, azaz mennyi rezgés van egy másodpercben) A frekvencia jele f , számítása: $f = \frac{1}{T}$
 A periódusidő és a frekvencia egymás reciproka $f = \frac{1}{T}$ és $T = \frac{1}{f}$
- ⇒ **Amplitúdó:** a jel csúcstértéke, legnagyobb abszolút értéke tiszta (egyen komponens nem tartalmazó) váltakozó jelnél. Az amplitúdó jele megegyezik a csúcs, ill. a maximum értékkel, szokásos pl. az U_{\max} , I_{\max} , \hat{U} , \hat{I} jelölés.
- ⇒ **Csúcstól-csúcsig érték:** Jele U_{pp} (német nyelvterületen U_{ss}). A csúcstól-csúcsig érték az amplitúdó kétszerese, a legnagyobb érték és a legkisebb különbsége.
Oscilloszkópon csak ezt tudjuk leolvasni, ennek a fele az amplitúdó.
- ⇒ **Középérték, vagy átlagérték:** egy (vagy több) teljes periódusideig tartó jel átlaga.
A középérték tisztán váltakozó mennyiségnél 0.
 Megkapjuk, ha egy teljes periódus alatti időfüggvény területét elosztjuk a periódusidővel.
 Számítása (mérnökasszisztenseknek) pl. átlagfeszültségre: $U_{\text{közép}} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} U(t) dt$

A sima egyen-mennyiségeknél periódusidő nincs, ezek középértéke saját maguk.

- ⇒ **Egyenirányított középérték:** a jel abszolút értékének középértéke (átlagértéke). Megkapjuk, ha a jel abszolút értékét átlagoljuk, azaz ennek képezzük a középértékét.

Számítása (mérnökasszisztenseknek) pl. feszültségre: $U_{\text{eik}} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} |U(t)| dt$

- ⇒ **Effektív érték a legfontosabb középérték. A periodikus feszültség (áram) effektív értéke olyan képzeletbeli sima egyenfeszültség (áram), melyre az ellenállások ugyanakkora teljesítményűek, mint a periodikus feszültség (áram) hatására. Az effektív értéket megkapjuk, ha a jel négyzetét átlagoljuk, majd ebből gyököt vonunk. Az effektív értéknek nincs jele, egyszerűen U, vagy I.**

Számítása (mérnökasszisztenseknek) pl. feszültségre: $U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} U^2(t) dt}$

Szinuszos jel effektív értéke a csúcserték $\frac{1}{\sqrt{2}}$ szerese. $U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$ és $I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$

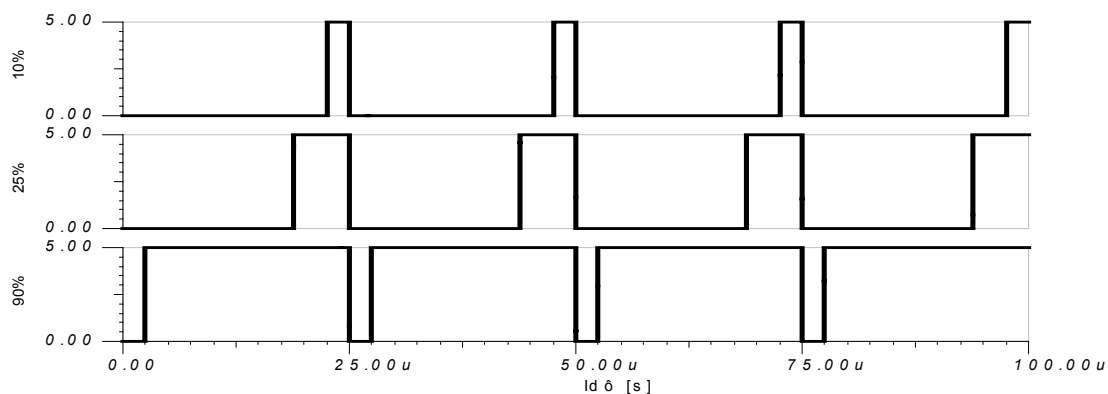
A sima egyenfeszültség, vagy egyenáram effektív értéke saját maga.

Mi ezután csak a két legfontosabb alakú jelet vizsgáljuk, a négyszögjelet és a szinuszos (vagy koszinuszos) jelet. (A koszinuszos olyan szinuszos, mely 90°-kal el van tolva)

A háromszög, fűrész, trapéz, és egyéb jeleket ezután nem tárgyaljuk. Ezek számítását az elektrotechnika megkezdte, felbontja őket jól számítható szinuszos jelek összegére az ún. Fourier analízis segítségével. Ami szerint minden periodikus jel előállítható különböző frekvenciájú szinuszos jelek összegeként. Az így előállt szinuszos jeleken elvégzik a számításokat, majd a különböző frekvenciájú eredmények szuperpozíciójából előállítható az általános periodikus végeredmény. Az egész-szám frekvenciájú jeleket spektrumnak nevezzük.

Az általános periodikus jel spektrális felbontását (különböző frekvenciákra) mindenki láthatja, pl. HiFi készülékek, a Winamp, vagy a Médialejátszó kijelzőjén így láthatjuk a hallgatott műsor spektrumát.

Négyszögjelek



A négyszögjelek nagyon fontos jelek. Gyakorlatilag négyszögjelekkel működik az összes digitális áramkör. Pl. mindenki hallott már az órajelről, és ennek sebességéről, mely a mai számítógépekben már az 1GHz többszöröse. (1GHz egymillió rezgés másodpercenként).

A négyszögjelekhez rendelt értékek:

⇒ **Kitöltési tényező:** a négyszögjel magas értéke idejének aránya a teljes periódusidőhöz viszonyítva $k_{\text{kit}} = \frac{T_H}{T_H + T_L} = \frac{T_H}{T}$

⇒ **A négyszögjel középértéke a kitöltési tényezővel:**

$$\text{Ha } U_{\min} \neq 0V, \quad U_{\text{átl}} = (U_{\max} - U_{\min}) \cdot k_{\text{kit}}$$

$$\text{Ha } U_{\min} = 0, \text{ akkor } U_{\text{átl}} = U_{\max} \cdot k_{\text{kit}} = U_{\max} \frac{T_H}{T_H + T_L}, \quad U_{\text{átl}} \text{ egyenesen arányos } k_{\text{kit}}\text{-vel.}$$

Ez nagy jelentőségű, **a kitöltési tényezővel változtatni tudjuk a négyszögjel középértékét (átlagfeszültségét)**. Ezt a jelenséget kihasználó elektronika az impulzusszélesség-szabályozású (impulzusszélesség-modulációs) áramkör. Nagyon pontos, ugyanakkor olcsó, egyszerű, jó hatásfokú áramköröket lehet így építeni, ezért igen elterjedtek, ilyen működésű D/A átalakítót mi is tanulunk, így szabályoznak a számítógépek tápegység-áramkörei is.

⇒ **A négyszögjel effektív értéke a kitöltési tényezővel:**

$$\text{Ha } U_{\min} = 0V, \quad U_{\text{eff}} = U_{\max} \sqrt{\frac{T_H}{T_H + T_L}}, \text{ azaz } U_{\text{eff}} = U_{\max} \cdot \sqrt{k_{\text{kit}}}$$

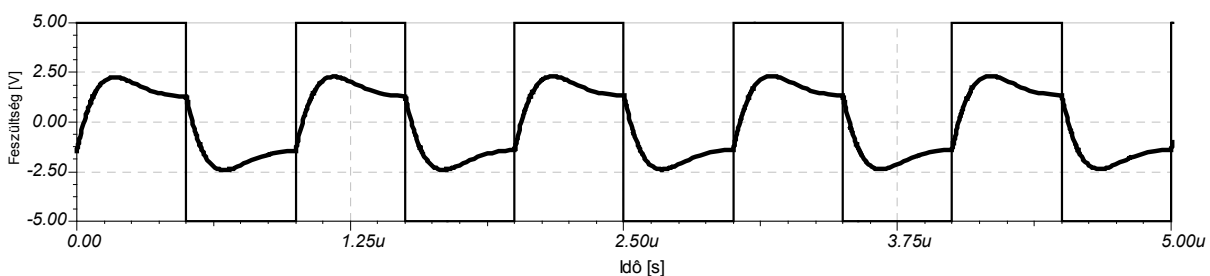
$$\text{Ha } U_{\min} \neq 0V, \quad U_{\text{eff}} = \sqrt{\left(U_{\max}^2 - U_{\min}^2 \right) \frac{T_H}{T_H + T_L}}, \text{ azaz } U_{\text{eff}} = \sqrt{\left(U_{\max}^2 - U_{\min}^2 \right) k_{\text{kit}}}$$

ez az effektív érték képzési szabályából következik.

Alacsony frekvencián könnyű ideális formájú négyszöget megvalósítani. A frekvencia növekedésével ez egyre nehezebb, a négyszög torzul. A torzulás leginkább abban mutatkozik meg, hogy a jel felfutási sebessége, az ún. slew rate értéke véges, idő kell ahhoz, hogy a jel szintje változzon.

⇒ **A slew rate a feszültségváltozás sebessége:** számítása: $SWR = \frac{\Delta U}{\Delta t}$

A slew rate véges volta miatt a frekvencia növekedtével a négyszögjel egyre inkább trapézalakú lesz. Ráadásul mindenféle egyéb torzulás is felléphet, a nagy frekvenciákon a zavarok sokkal intenzívebben jelentkeznek.



V7 ábra: hogyan torzul el egy áramkör kimenetén az 1MHz-es jel Az 1 MHz-esnél sokkal nagyobb frekvenciájú, kis amplitúdójú zavarok miatt „szőrösnek” látszik a jel. Ez jól megfigyelhető oszcilloszkópon, ha pl. rossz a földelés, vagy árnyékolatlan és nagy kiterjedésű vezetékeket használunk.

Ellenállás

Az ellenállás fogalom abból a jelenségből származik, hogy az elektromos áram fenntartásához munkát kell végezni, lásd a feszültség definícióját. Az elektromos töltéshordozóknak le kell győzni az elektromos áramot vezető közeg áramlást akadályozó ellenállását. **Minél nagyobb a közeg ellenállása, annál nagyobb munka árán lehet átjuttatni rajta az elektromos töl-**

tést, annál nagyobb feszültség kell az áram fenntartásához. A vezető árama tehát arányos a feszültséggel. Ez egyenletben is kifejezhető, melyet elsőként Ohm állított fel.

⇒ **Ohm törvénye:** Egy vezető kapcsain mérhető feszültség, és a rajta átfolyó áram erőssége egyenesen arányos. Ekkor az $\frac{U}{I}$ hányados állandó, azaz R ellenállás értéke is állandó.

Ha az U és az I hányadosa állandó, az $I(U)$ függvény képe egyenes. **Amelyik ellenállásra igaz az Ohm törvény, azt lineáris ellenállásnak nevezzük.**

Az ellenállás nemzetközi neve resistor, jele R , mértékegysége Ω (Ohm). $1\Omega = 1\frac{V}{A}$. Ohm tiszteletére nevezik az ellenállás mértékegységét Ohmnak.

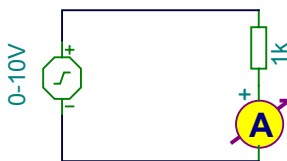
⇒ **Nagyjelű ellenállásnak:** Egy kétpólus kapcsain mérhető feszültség, és a rajta átfolyó áram hányadosát nevezzük.

$$R = \frac{U}{I} \quad R \text{ az ún. nagyjelű ellenállás. } R \text{ mértékegysége } [R] = \Omega \text{ (Ohm).}$$

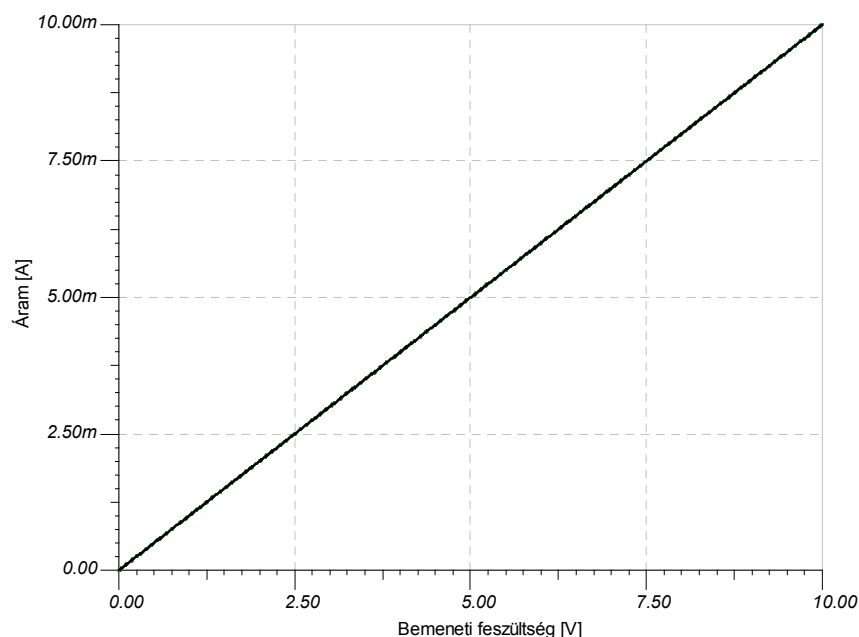
1. Példa: Nézzük meg 1 Egy $1k\Omega$ -os ellenállás $I(U)$ karakterisztikáját:

$I(U)$ jelentése: az áram a feszültség függvényében

A feladatot Tina áramkör szerkesztő programmal oldjuk meg, így kirajzoltathatjuk a kapott $I(U)$ karakterisztikát. Ezt a mérést el fogjuk végezni a gyakorlaton a valóságban is az *Ellenállásmérés V-A módszerrel. (RVA) mérésben, (lásd IX.12 old.)*



Az Analízis menüben az Üzemmodot Paraméter léptetésre állítottuk, Vezérlő elemnek a generátort jelöltük ki (kezdő érték 0V, végérték 10V), majd lefuttattuk az Analízis menü/DC analízis/DC transzfer karakterisztikát (kezdő érték 0V, végérték 10V, pontok száma 1000), és az alábbi karakterisztikát kaptuk:



Differenciális ellenállás

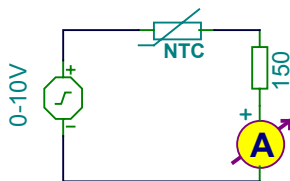
☞ **Kisjelű (differenciális) ellenállás:** $r = \frac{dU}{dI}$, azaz a differenciálisan kicsi feszültségváltozás és a differenciálisan kicsi áramváltozás hányadosa. A kisjelű ellenállás mértékegysége is Ω .

A differenciális ellenállás az $U(I)$ karakterisztika egy pontjában az érintő meredeksége (differenciálhányadosa). A differenciális ellenállás és a nagyjelű ellenállás a lineáris ellenállásoknál megegyezik, a nemlineárisoknál általában különbözik.

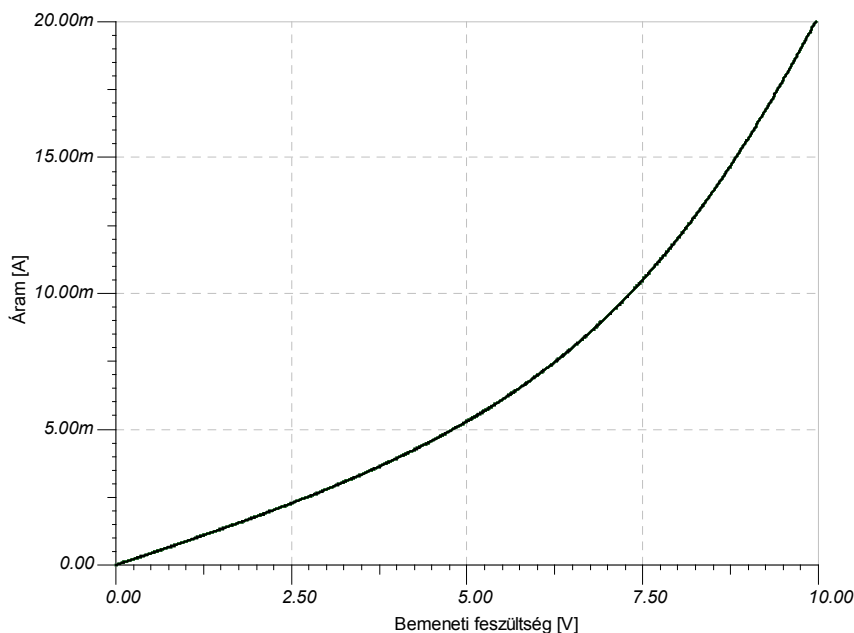
A kisjelű ellenállás a jelfeldolgozásnál nagyon jelentős, megmutatja, hogy egy ΔI áramváltozás hatására mekkora ΔU feszültségváltozás lép fel az eszközön. $\Delta U = r \cdot \Delta I$

Ohm törvénye csak a fémeknél igaz, náluk is csak közelítőleg (akkor, ha nem melegednek jelentősen a rajtuk átfolyó áram hatására). Vizsgáljuk meg, mi történik, ha a melegedés hatását nem hanyagoljuk el.

2. Példa: vizsgáljunk meg egy nemlineáris ellenállás $I(U)$ karakterisztikáját! Ezt is Tina áramkör szerkesztő programmal végeztük, az előző példához hasonlóan:



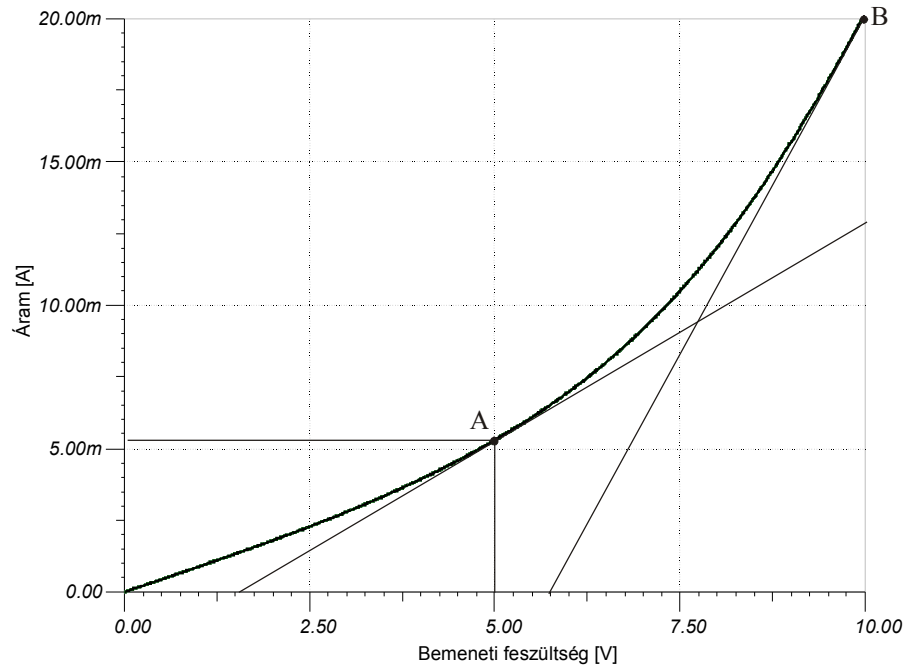
A nemlineáris ellenállást egy NTC (lásd *Termisztorok (hőmérsékletfüggő ellenállások)* fejezet VII.19. oldal) és egy 150Ω -os ellenállás eredőjéből készítettük. Az NTC az áram hatására melegszik, így egyre kisebb ellenállása lesz. Minél nagyobb feszültséget kapcsolunk rá, annál melegebb lesz, azaz annál kisebb ellenállása lesz. Így az árama nem egyenes arányban, hanem annál jobban fog növekedni. (NTC ellenállást mérni fogunk a valóságban is a *Termisztorok karakterisztikája (NemlinR3)* mérésben, (lásd IX.15. oldal)



Jól látható, hogy az NTC és a 150Ω -os ellenállás eredője nemlineáris ellenállás, $I(U)$ karakterisztikája nem egyenes.

Határozzuk meg a 2. Példa karakterisztikájának néhány (A és B) pontjában a nagyjelű és a differenciális ellenállást.

Ehhez az A és a B pontban is érintőt rajzolunk úgy, hogy az érintők metsszék a tengelyeket. Így le lehet olvasni az A és B pontban kapott értékeket, ill. az érintők meredeksége (differenciálhányadosa) is számítható.



Az A pontban a nagyjelű ellenállás: $R_A = \frac{U_A}{I_A} = \frac{5V}{5,3mA} = 943\Omega$

Az A pontban a kisjelű ellenállás: $r_A = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{5V - 1,51V}{5,3mA} = 658,5\Omega$

A B pontban a nagyjelű ellenállás: $R_B = \frac{U_B}{I_B} = \frac{10V}{20mA} = 500\Omega$

A B pontban a kisjelű ellenállás: $r_B = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{10V - 5,75V}{20mA} = 212,5\Omega$

Aktív és passzív alkatrészek

- ⇒ Passzív alkatrészeknek az olyan alkatrészeket nevezzük, melyek az elektromos mennyiségeket elektromos, vagy más mennyiséggé alakítják. Ezek csak fogyasztani, csillapítani képesek az elektromos energiát.
- ⇒ Az aktív alkatrészek, más energiából elektromos energiát képesek az áramkörbe juttatni, növelni képesek a jel teljesítményét.

Az áramforrások is aktív alkatrészek, azonban mégis inkább áramforrásnak nevezzük őket.

Az aktív alkatrészekről **a megírandó** fejezetben tanulunk

Passzív alkatrészek

E fejezetben a következő passzív alkatrészekről tanulunk: különböző ellenállások, kondenzátorok, félvezető diódák.

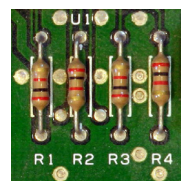
Az ellenállás, mint alkatrész

☞ **Ellenállásnak** az olyan alkatrészt nevezzük, mely ellenállása nagymértékben független környezetétől. Az ilyen ellenállás nemzetközi neve Resistor, ezért jele R mindenhol.



Általában Rxx-szel (xx a sorszám) jelölik az ellenállásokat. A bal oldali ábrán felületszerelt (SMD), míg a jobboldalin nagyobb méretű hagyományos ellenállások láthatók.

A C jelű alkatrészek nem ellenállások, hanem kondenzátorok.



Mitől függ az ellenállás?

Az ellenállás értéke függ a felhasznált vezető anyagától, geometriájától és a környezettől (hőmérsékletétől, fénytől, nyomástól, stb.) A gyártás során az ellenállás anyagát és geometriáját határozzák meg.

Az ellenállás értékének függése az anyagától és a geometriától:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} \quad [R] = \Omega, [l] = \text{m}, [A] = \text{mm}^2$$

A képletben ρ a fajlagos ellenállás, mértékegysége: $[\rho] = \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$, értéke az 1 mm² keresztmetszetű 1 m hosszú anyag ellenállása.

A fizikában a fent definiált fajlagos ellenállás 10⁻⁶-szorosát, azaz az 1m² keresztmetszetű, 1m hosszú anyag (azaz kocka) ellenállását adják meg, ami technikailag mérhetetlen.

A környezet megváltoztathatja az ellenállást (geometriáját, fajlagos ellenállását, egyéb anyagi jellemzőit, stb.) Ezt ki is lehet használni, az ellenállás értékének megváltozásából lehet következtetni a környezeti jellemzők megváltozására. Így működnek a különböző környezeti jellemzőket érzékelő ellenállások, a hőmérsékletfüggő, fényfüggő (foto), nyomásfüggő, nyúlás-mérő, stb. ellenállások.

Az ellenállások hőmérsékletfüggése

A különféle anyagok a hőmérsékletváltozás hatására megváltoztatják, növelik, vagy csökkentik ellenállásukat. A melegedés hatására növekvő ellenállásút pozitív-, a csökkenő ellenállásút pedig negatív hőmérsékleti együtthatójú (koefficiensű) anyagnak nevezik.

Az ellenállás hőmérséklettől való függésének számítása:

$$\Delta R = R_0 \alpha \Delta \vartheta, \text{ ahol } \Delta \vartheta \text{ a hőmérsékletváltozás, } \Delta \vartheta = \vartheta_{\text{vég}} - \vartheta_{\text{kezdő}}$$

és α a hőmérsékleti együttható (koefficiens). Az α mértékegysége: $[\alpha] = \frac{1}{^\circ\text{C}}$

A technikában a hőmérsékletet ϑ -val (ϑ teta görög kisbetű) **jelölik!**

(Ugyanis a t az idő jele mindenhol)

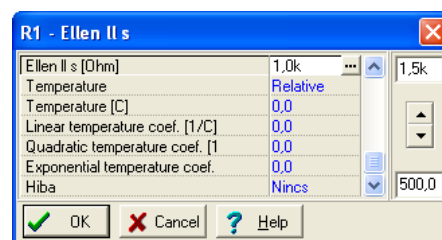
A $\vartheta_{\text{vég}}$ hőmérsékleten tehát $R_{\text{vég}} = R_{\text{kezdő}} + \Delta R$, azaz $R_{\text{vég}} = R_{\text{kezdő}} (1 + \alpha \Delta \vartheta)$

Az α -t a lineáris hőmérsékleti együtthatónak nevezzük, vele a hőmérséklettel egyenes arányban változik az ellenállás értéke.

A nagy pontosságú alkalmazásokra használják a négyzetest (kvadrátikus), mely a hőmérséklet négyzetével, vagy az exponenciális, mely a hőmérséklettel hatványozottan változtatja az ellenállás értékét.

Mi csak a lineáris hőmérsékleti együtthatót vesszük figyelembe.

Az olyan ellenállást, melyet kifejezeten arra a célra gyártanak, hogy a hőmérséklet függvényében jelentősen változtassa értékét, termisztoroknak nevezzük. (A termisztorokról lásd a *Termisztorok (hőmérsékletfüggő ellenállások)* fejezetet, VII.20. oldal.)



Az ellenállások pontossága, hibái

Az ellenállások sajnos nem ideális alkatrészek, értékük a valóságban eltér névleges értéküktől. Ennek okai a következők: Nem lehet végtelen pontosan gyártani őket, minél pontosabbak, annál drágábbak (különben az összes a lehető legpontosabb lenne)

Az ellenállásoktól a pontos értéken kívül elvárt, hogy ne változzon az értékük a környezet függvényében, mindentől függetlenül állandó legyen. Minél inkább teljesítik ezt a követelményt, annál jobb ellenállásról beszélünk.

Azt az alkatrészt, melynek ellenállása jelentősen függ a környezetétől, nem ellenállásnak nevezzük, hanem a környezettől, függő általa meghatározott ellenállásnak (determined resistor) nevezzük. Felsorolásképpen néhány ilyen fizikai mennyiség, melytől függhetnek: fény, nyomás, méret, hőmérséklet, feszültség, stb. Ezeket alább, a **nemlineáris ellenállások** alfejezetben tanuljuk.

Az ellenállások alkalmazási területei

Az ellenállásokat az elektronikában általában arra a célra használják, hogy tervezhető legyen az áram, és a feszültség, az ellenállások az áramot feszültséggé, a feszültséget árammá alakítsák, áramot, vagy feszültséget oszszanak, az áramot ismert értékre korlátozzák, stb.

A különböző alkalmazási területekre különböző fajtájú ellenállásokat gyártanak.

Ellenállások gyártása

Ellenállásanyagok

Az ellenállások anyaga diszkrét alkatrészeknél a leggyakrabban szén, vagy fém(ötvezet).

Tiszta fémeket csak kis pontosságra használnak, mert a fémötvezetek hőmérsékleti együtthatója sokkal kisebb, mint a tiszta fémeké. **A fémek hőmérsékleti együtthatója mindig pozitív, míg a széné negatív.**

Nagy pontosságú, műszerekbe szánt ellenállások készülhetnek különböző egyéb anyagokból (pl. szilíc), az integrált áramkörökben pedig különböző pasztákból, stb

A korszerű elektronikában használatos nagy bonyolultságú integrált áramkörökben (chipekben) ellenállásként is náluk sokkal olcsóbb és kisebb méretű tranzisztorokat használnak.

Diszkrét áramköri elemként azonban az ellenállások igen gyakori alkatrészek.

Szénréteg-ellenállások:

10^{-9} és 10^{-5} m közötti szénréteget visznek felé egy porcelán hordozótestre. Ezután menetet csiszolnak rá, majd lakkal vonják be. Viszonylag kis teljesítményen üzemeltethetőek, magasabb hőmérsékleten viszonylag nagymértékben csökken az ellenállásuk. Ez a legolcsóbb típus az ellenállások között, ezért széles körben elterjedt.

Fémréteg-ellenállások

Kétféle módon készítik. **Vastagréteg technológia:** felvisznek egy fémekből, fémvegyületekből és üvegporból álló pasztát egy kerámia hordozótestre, majd kiégetik. Ezért ezeket fémzománc-ellenállásoknak is nevezik.

Nagymértékben terhelhetők.

Vékonyréteges eljárás: a fémeket maszkon keresztül felgőzölgtetik. Eközben csak $5 \cdot 10^{-8}$ m vastag rétegek keletkeznek. Ezeket fémfilm-ellenállásoknak is nevezik.

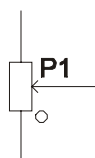
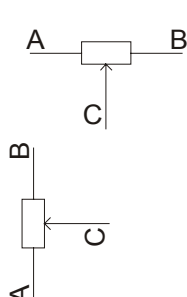
Huzalellenállások

Szigetelt vagy oxidált ellenálláshuzalokból tekercselik, és csatlakozókupakkal látják el. Ezt az ellenállástípust általában nagyobb teljesítményeknél használják, pl. motorok indító-ellenállásaként. Ez a forma viszonylag öregedésálló és kevésbé érzékeny a túlterhelésre.

Potenciométerek

Jelöljük egy ellenállás két végpontját A-val és B-vel. Ha most az ellenállás AB pontja közötti, C-vel jelölt pontot is kivezetjük, és úgy építjük meg az alkatrészt, hogy a C pont fizikailag ide-oda helyezhető-csúsztható az A és a B pont között, akár teljesen az A, vagy teljesen a B pontig, ill. a kettő közé, az így felépített eszközt potenciométernek nevezzük. A C pont ekkor a potenciométer csúszkája.

Potenciométerek



A Tina áramkör szerkesztő program
o jellel jelöli az A kapcsot.

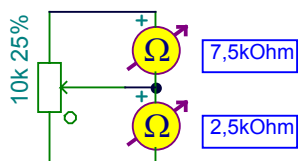
A potenciométernek elég az A kapcsát megjelölni,
ekkor C a csúszka, B a másik kapocs.

A potenciométer A és B pontja közötti ellenállása állandó, ezt a **potenciométer ellenállásának nevezzük és R_{AB} -vel jelöljük**. A potenciométer A és C pontja közötti ellenállása R_{AC} , a csúszka és a B pont közti ellenállás R_{CB} . $R_{AC} + R_{CB} = R_{AB}$.

A potenciométer csúszkáját 0-100%-ig állíthatjuk, 0% esetén a csúszka az A ponthoz ér, 100% esetén pedig a B ponthoz.

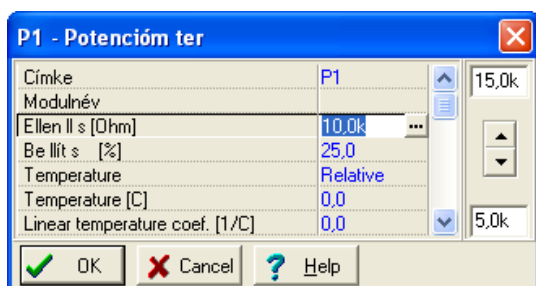
Valamilyen $\alpha\%$ csúszkaállás esetén $R_{AC} = \frac{\alpha}{100\%} R_{AB}$, míg $R_{CB} = \frac{(1-\alpha)}{100\%} R_{AB}$

Például egy 10k Ω -os potenciométert 25%-ba állítva $R_{AC} = 2,5\text{k}\Omega$, míg $R_{CB} = 7,5\text{k}\Omega$ lesz.



A 10k Ω 25%-os beállítású potenciométer kapcsai között mérjük meg az ellenállásokat a Tina áramkör szerkesztő programmal.

Látható, az A pont és a csúszka között $R_{AC} = 2,5\text{k}\Omega$, míg a csúszka és a B pont között $R_{CB} = 7,5\text{k}\Omega$ mérhető



A fenti potenciométer beállítása a Tina áramkör szerkesztő programban.

A potenciométer ellenállása:

$R_{AB} = 10\text{k}\Omega$

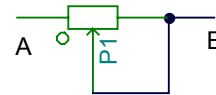
A csúszka beállítása 25% van.

A potenciométer, mint változtatható ellenállás

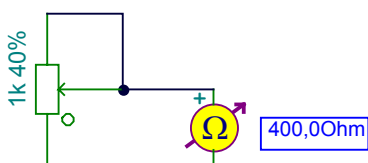
A fentiekben láttuk, a potenciométer csúszkáját különböző $\alpha\%$ állásban $R_{AC} = \frac{\alpha}{100\%} R_{AB}$.

Ezt alkalmazva az A és C kapcsok között $0-R_{AB}$ közötti tartományban tetszés szerinti ellenállás értéket beállíthatunk.

A csúszka rossz érintkezés, az ún. kontakthiba (kopás, öregedés, szennyezés miatt) esetén olykor nem ér a potenciométerhez, ekkor végtelen ellenállású lesz R_{AC} . Mivel most a B kapocs nincs kihasználva, össze szokták kötni a C kapoccsal. Ha az ilyen kapcsolásban jelentkezik a kontakthiba, az ellenállás csak a maximális R_{AB} értékig nő, nem végtelenig.



Az B és a C pontot összekötjük



Tina áramkör szerkesztő programmal egy $1k\Omega$ -os potenciométert 400Ω -osra állítottunk.

Hasonló kapcsolást mérni fogunk gyakorlati foglalkozáson. (*Potenciométer, mint változtatható ellenállás IX.16. old.*)

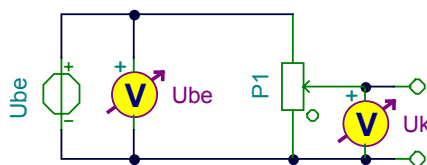
A potenciométer, mint feszültségosztó

A terheletlen potenciométer

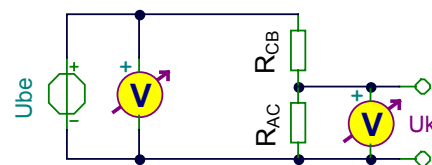
A potenciométer akkor nem ad le áramot (vagy nagyon kicsi, elhanyagolható áramot ad le) a csúszkáján az AB kapcsok közti áramhoz viszonyítva, ha nem kötünk terhelést a csúszkájára (vagy legalábbis sokkalsokkal nagyobb ellenállást kötünk a csúszkájára, mint R_{AB}). Az ilyen potenciométert terheletlennek mondjuk.

Megmutatjuk, a terheletlen potenciométer ugyanolyan arányban osztja le az AB pontokra kapcsolt feszültséget, mint amilyen arányban állítottuk őt a véghezlyetthez viszonyítva.

A potenciométer változtatható feszültségosztóként működik. Tekintsük az alábbi ábrákat:



Ezt helyettesítve kapjuk:



Most az $\alpha\%$ csúszkaállás esetén $R_{AC} = \frac{\alpha}{100\%} R_{AB}$, míg $R_{AC} + R_{CB} = R_{AB}$

A potenciométer R_{AC} és R_{CB} ellenállását a feszültségosztó képletbe helyettesítve kapjuk:

$$U_{ki} = U_{be} \frac{R_{AC}}{R_{AC} + R_{CB}} = U_{be} \frac{R_{AC}}{R_{AB}} = U_{be} \frac{\frac{\alpha}{100\%} R_{AB}}{R_{AB}} \quad \text{tehát} \quad U_{ki} = \frac{\alpha}{100\%} U_{be}$$

Mivel R_{AB} -vel egyszerűsítettünk, az osztásarány nem függ csak az α százalékos értéktől.

Tehát a terheletlen potenciométer által leosztott feszültség annyi százaléka a bemenő feszültségnek, ahány százalékba állítottuk a potenciométert. Ez azt jelenti, a potenciométert tetszés szerinti 0-100% közti értékre állítva a kimenőfeszültséget állíthatjuk a bemenő feszültség ugyanilyen százalékos értékére.

Példaképpen nézzük meg egy 10kΩ-os 60%-ba állított potenciométer hány V-ra osztja le az AB kapcsaira kapcsolt 5V nagyságú feszültséget. A feladatot Tina áramkör szerkesztő programmal oldottuk meg, mint az alábbi bal oldali rajzon láthatjuk. A jobb oldali ábrán a 10kΩ-os 60% állású potenciométer helyettesítő kapcsolásával is megoldottuk a feladatot.



A fenti képlettel egyből kiszámíthatjuk a feszültséget: $U_{ki} = \frac{\alpha}{100\%} U_{be} = \frac{60\%}{100\%} 5V = 3V$

Nemlineáris ellenállások

⇒ Az olyan alkatrészt, melynek az ellenállása a környezetétől, vagy a feszültségétől, stb. függ, nemlineáris ellenállásnak nevezzük.

A nemlineáris ellenállások rajzjele egy változó ellenállás rajzjele:



Mellette fel szokták tüntetni, milyen környezeti jellemzőtől is függ

Azért nevezzük nemlineáris ellenállásnak, mert nem igaz rájuk az Ohm törvény, a kapcsaikon mérhető feszültség és a rajtuk átfolyó áram hányadosa nem állandó, az $U(I)$, vagy az $I(U)$ függvény képe nem egyenes (nem lineáris).

A nemlineáris ellenállások éppen ellenállásuk megváltozásával jelzik a környezet változását, értékük megváltozásából következtethetünk a környezeti jellemzők megváltozására.

Termisztorok (hőmérsékletfüggő ellenállások)

A termisztorok a hőmérséklettől függő értékű ellenállások, kifejezetten arra gyártják őket, hogy a hőmérséklet hatására nagymértékben változzon meg az ellenállásuk. A hőmérséklet hatására ellenállásuk csökken, vagy növekedik.

PTC ellenállások

⇒ A **PTC ellenállások**: olyan alkatrészek, melyek a hőmérséklet hatására jelentősen megnövelik ellenállásukat. (PTC a **P**ositiv **T**emperature **C**oefficient szó rövidítése.)

A PTC ellenállások rajzjele:



Ne feledjük, az ellenállás mellett a u a hőmérséklet jele!

Karakterisztikájuk jellegzetessége, hogy nem lineárisan változik az ellenállásuk a hőmérséklettel, hanem egy adott hőmérsékleten jelentősen nő.

A PTC-k alkalmazási területe

Mivel nem lineáris az ellenállásuk a hőmérséklettel, hőmérséklet mérésre nem alkalmasak, ezért **riasztásra, egy adott hőmérséklet meghaladásának jelzésére használják őket.**

Tulajdonképpen **minden fém PTC jellegű, azaz pozitív hőmérsékleti együtthatójú**, de nem nevezik a fémeket PTC-nek, csak az olyan alkatrészt, mely ellenállása a hőmérséklettel a fémekhez képest nagyon nagy mértékben változik.

NTC ellenállások

⇒ Az **NTC ellenállások**: olyan alkatrészek, melyek hőmérsékleti együtthatója negatív. (NTC a **N**egatív **T**emperature **C**oefficient szó rövidítése)

Egyes német és magyar nyelvterületeken, szakirodalomban olykor **NTK** ellenállásoknak is nevezik az NTC-eket (K-val írják a együttható szót).

Az NTC ellenállások rajzjele:



Az NTC ellenállások jellegzetessége, hogy egy hőmérsékleti tartományban hőmérsékleti együtthatójuk közel állandó, lineárisan változtatják ellenállásukat a hőmérséklet függvényében. Az NTC-k félvezetőből készülnek, minden félvezető NTC jellegzetességű, a hőmérséklet növekedése ellenállásuk csökkenésével jár, mert több szabad töltéshordozó jön létre bennük.

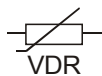
Az NTC ellenállások alkalmazási területe

Mivel az NTC ellenállások egy hőmérsékleti tartományban lineárisan változtatják ellenállásukat a hőmérséklet függvényében, ezért **mérésekre, szabályozásra kiválóan alkalmasak**, ilyen célokra is alkalmazzák őket. Minden számítógépben előfordulnak, a ventilátorok fordulatszámának szabályozásában, hőmérsékletmérés (alaplap, processzor), és jelzésre-védelemre stb. Az iparban és a mérés technikában is **rendkívül elterjedtek**.

Feszültségfüggő, VDR ellenállások (Varisztorok)

A varisztorok feszültségfüggő ellenállások. Egy bizonyos feszültség (megszólalási feszültség) felett ellenállásuk rohamosan csökken, áramuk rohamosan nő. Így a megszólalási feszültségüknél nagyobb feszültséget csak nagyon nagy árammal lehet kényszeríteni a varisztorra.

A VDR-ek rajzjele:



A VDR-ek alkalmazási területe

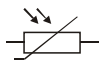
Fenti tulajdonságaik miatt a **VDR-eket túlfeszültség elleni védelemhez használják a leggyakrabban**. A megszólalási feszültségüknél nagyobb feszültség hatására ugyanis olyan nagy áramot vesznek magukra, hogy a túlfeszültség hullám energiáját levezetik, megvédve az értékes berendezést.

Érdekes alkalmazási területük pl. a sorbakapcsolt karácsonyfa-izzók kiégés elleni védelme, minden izzóval párhuzamosan kapcsolnak egy VDR-t, mely néhány V-tal nagyobb megszólalási feszültségű, mint az izzó feszültségének csúcsértéke. Amíg az izzó üzemképes, a VDR nem szólal meg, mintha szakadás lenne. Ám, ha kiég az izzó, nem szakad meg az áramkör, mert a VDR-en fog folyni az áram.

Fotoellenállások

A fotoellenállások (LDR-ek, a **L**ight **D**etermined **R**esistor szóból) olyan ellenállások, melyeknek a megvilágítás hatására lecsökken az ellenállásuk. Anyagukban a fény töltéshordozókat szabadít fel, így a fény hatására jobban vezetnek, mint sötétben. (Minden félvezető fényérzékeny többé-kevésbé.)

A fotoellenállások rajzjele:



Az LDR-ek alkalmazási területe

A fényérzékelés. Pl. alkonykapcsolók, fénysorompók, végálláskapcsolók, hangosfilm hangjának érzékelése, stb. Mára lecsökkent a jelentőségük, mert a náluk jóval olcsóbb és jobb (gyorsabb, érzékenyebb) fototranzisztorok kiszorították őket.

Kondenzátorok

A kondenzátor két fémlemezéből (többnyire fémfóliából), és közöttük levő szigetelésből, dielektrikumból áll. A lemezeket és a köztük levő szigetelést fel szokták tekercselni a kisebb helyigény miatt. Számítani a síkkondenzátor kapacitását tudjuk, de a kapacitás értékén nem változtat, ha síkkondenzátorra számítjuk ki a kapacitást, majd ezt a síkkondenzátort feltekercseljük.

A síkkondenzátor kapacitása: $C = \epsilon \frac{A}{d}$, ahol ϵ a lemezek közötti anyag dielektromos állandója (permittivitása),

A a lemezek felülete, és d a lemezek távolsága. Minél nagyobb dielektromos állandójú anyag van a lemezek között, minél nagyobb a lemezek felülete, és minél kisebb (vékonyabb) köztük a dielektrikum, annál nagyobb a kapacitás. Minél vékonyabb a szigetelés a lemezek között, annál kisebb lesz a térfogata a kondenzátornak, és annál nagyobb a kapacitása, de annál kisebb feszültséget bír ki.

A kondenzátoroknak, mint alkatrészeknek, valóságos áramköri elemeknek a következő követelményeknek kéne, hogy megfeleljenek:

- Minél olcsóbbak legyenek
- Minél kisebb térfogatú legyen az adott kapacitás
- Minél pontosabbak legyenek
- Állják a környezettel szemben az igénybevételt (hőmérséklet, túlfeszültség, stb.)
- Minél nagyobb frekvencián működjenek
- Veszteségeik kicsik legyenek

Ezeket a követelményeket egyszerre nem lehet kielégíteni, ezért az alkalmazási területtől függően engedményeket tesznek ezek némelyikéből. Eszerint különböző alkalmazási területekre különböző fajta kondenzátorokat gyártanak. A szigetelések fajtái szerint különböztetik meg a kondenzátor típusokat.

Gáz-szigetelésű kondenzátorok

A kondenzátor lemezei között gáz, általában levegő van. Légekondenzátornak is nevezik ezért őket.

Alkalmazási területük: Komoly hátrányuk a térfogathoz viszonyított nagyon kicsi kapacitás (mert a gázoknak kicsi a dielektromos állandója). Ez a hátrányuk annyira jelentős, hogy **a korszerű digitális technikában (nagyon számít a méret), szinte sehol nem használják őket**, nagyon nagy méretűek lennének.

A mérés technikában, híradástechnikában (hangoló-, és beállító áramkörökben) azonban gyakran használják a légekondenzátorokat. A gázkondenzátorok a legnagyobb frekvenciákon is működnek, és ők a legpontosabbak, pontosságuk csak a pontosan beállítható geometriától függ. Másik előny az állíthatóság, ezért, ahol változtatható kapacitás kell, ott is előfordulnak. Nekünk viszont a gázkondenzátorok előnyei szükségtelenek, a kapacitáshoz képest óriási méretük viszont kizárják alkalmazásukat.

Kerámia kondenzátorok

A kerámia kondenzátorok szigetelése (dielektrikuma) óriási dielektromos állandójú kerámia-anyag, így adott kapacitáshoz kis méretű lemezek kellenek. Az ilyen kondenzátorok alakja lencse, cső, vagy párna.

A kerámia kondenzátorok **közepesen pontosra** gyárthatók, de **igen nagy frekvenciákon is alkalmazhatók**, náluk nagyobb frekvenciára csak a gázkondenzátorok jók. Hátrányuk a viszonylag kis kapacitás adott térfogatban.

Alkalmazási területük tehát a nagyfrekvenciás áramkörök.

Műanyagfólia-szigetelésű kondenzátorok

Az ilyen kondenzátorok szigetelése műanyagfólia, lemezeikkel együtt feltekercselik őket a kisebb helyigény miatt. Két fő típusuk van, az egyszerű műanyagszigetelésű kondenzátor, és a fémezett fólia kondenzátor.

A műanyagszigetelésű kondenzátor

Ezek a legpontosabb kondenzátorok, viszonylag nagy frekvenciákon is pontosak és kis veszteségűek, egészen néhányszor 10 MHz-ig.

Alkalmazási területük tehát a nagyobb pontosság-igényű áramkörök (szűrők, stb.)

Tulajdonságaik nagymértékben függenek a műanyag anyagától, mi ezt bővebben nem fejtjük ki, igény esetén katalógusokból kiolvashatók.

Fémezett-fóliaszigetelésű kondenzátorok

Szokásos elnevezésük még: fémfólia, metálfólia, MKL, MK** kondenzátorok.

Ezek is műanyagfólia szigetelésűek, azonban a kondenzátor fegyverzetei nem külön alufólia csíkok, hanem a műanyagfóliára gőzölögtetik rá. Így adott kapacitáshoz kisebb térfogat kell, mint a közönséges műanyagszigetelésű kondenzátorhoz.

Előnyük:

- Nagy pontosságúakra gyárthatók
- Kevesebb térfogatigényük van, mint az előbbi típusnak
- **Önregenerálóak**, néhányszáz átütést elviselnek

Az önregeneráló képesség abban jelentkezik, hogy ha olykor az ilyen kondenzátorra akkora túlfeszültség jut, hogy átüt, nem megy tönkre az átütéstől. Ugyanis a fém a szikrától öszeroncsolódott hibahely környékéről egyszerűen elpárolog (éppen a szikra hőhatására), és a roncsolt hibahelyhez egyszerűen semmi nem vezet az áramot. Így **néhány száz, akár ezer átütést is elviselnek az MK kondenzátorok**.

Egyetlen más kondenzátortípus (az általunk nem használt gázkondenzátorokon kívül) nem önregeneráló.

Az MK kondenzátorok hátránya, hogy nagyobb a fegyverzetük ohmos ellenállása a vékonyság miatt a többi kondenzátortípusnál. (Jelentéktelen hátrány.)

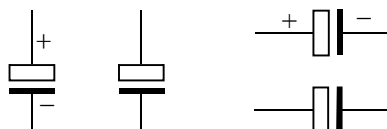
A műanyagfólia-szigetelésű kondenzátoroknak az alkalmazott műanyag típusától is függenek a tulajdonságai, meg is szokás különböztetni őket a híradás-, és mérés technikában (különböző célokra más és másféle műanyag az alkalmasabb). Könyvünkben erre nem térünk ki, szükség esetén a gyártói katalógusokból, szakkönyvekből, stb. meg tudhatók a tulajdonságaik.

Elektrolit kondenzátorok (elkók)

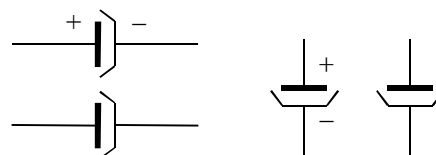
Az elektrolitkondenzátorok nevüket onnan kapták, hogy egyik fegyverzetük (elektródájuk) nem fémlemez, hanem valamilyen elektrolit. Az elektrolit igyekszik oxidálni a behelyezett fém elektródát, és a dielektrikum éppen az így létrejövő fémoxidréteg. Mivel az elektrolit csak az egyik polaritású feszültségre kapcsolt feszültség hatására hoz létre fémoxidot, míg fordított polaritás esetén ez az oxidréteg lebomlana, az **elektrolitkondenzátorok polaritásosak, kapcsaikra csak az előírt polaritású feszültség kapcsolható.** Ezért rajzjelükben is feltüntetik a polaritásukat.

Az elektrolitkondenzátor rajzjele:

Ez a szabványos rajzjel (DIN)



Nem szabványos, de megengedett elterjedt rajzjel (edényre emlékeztet)



Mivel a + és a – fegyverzet rajza különbözik, általában nem jelölik a kapcsokat, így is egyértelműen megkülönböztethetők.

Két fő elektrolitkondenzátortípus terjedt el az elektronikában, a tantál és az alumínium elkó. Alább összehasonlítjuk őket egymással:

Tantál és alumínium elektrolitkondenzátorok összehasonlítása

A tantál elektrolit kondenzátorok előnyei és hátrányai az alumínium elkókhoz képest:

- Pontosabbak
- Nagyobb frekvencián is kondenzátorként működnek
- Kismértékben átpolarizálhatóak, míg az alumínium elkó nem
- Rövidebb élettartamúak
- Kevésbé bírják a magasabb hőmérsékletet (ez a legnagyobb gond velük)
- Drágábbak

Utóbbi három hátrány miatt a korszerű digitális elektronikában (ahol a pontosság nem elsőrendű követelmény) teljesen kiszorultak, a mai alaplapon, bővítőkártyákon szinte kizárólag alumínium elektrolitkondenzátorokat használnak.

Érték-szabványok

Az alkatrészek nem akármilyen értékűre készülnek. A kereskedelemben csak szabványos értékű alkatrészeket lehet kapni. Az IEC (International Electrotechnical Commission) 1952-ben létrehozott egy általános szabványt az ellenállásértékekre, amelyek a tőrésel vannak összefüggésben. A leggyakrabban a kondenzátoroknak és az ellenállásoknak az értéke, ami szerint veszik, ezért a továbbiakban ezeket említem, de értelemszerűen a többi alkatrész is csak szabványos értékben rendelhető. Pl. nem találunk 21, 25 vagy 40 Ω -os ellenállást. Ezeket az értékeket más alkatrészek, pl. kondenzátorok készítésére is alkalmazzák, ezért mi a továbbiakban csak ellenállásokról beszélünk, de az értékek fajtái értendőek a kondenzátorokra is. A legtöbb potenciométernek, és egyéb alkatrésznek is ezeknek az értéksornak megfelelő értéket választanak.

Értéksorok

A szabványos értékek sorba rendezhetőek. Attól függően, milyen gyorsan emelkednek az értékek, hogy hány érték található egy dekádon (tízszerez értéken) belül, különféle értéksort képeztek.

Az E betű utáni szám azt jelenti, egy dekádon belül hány egymástól különböző érték értelmezett. Az E6 sorozat tűrése 20%, az E12 10%, E24 5%, E48 2%, E96 1% és az E192 0.5%.

A gyakorlatban általában csak az E12 sort használják ki.

Hogyan képezik a különböző Exx (E6, E12, E24) értéksorokat?

Az E betű utáni szám tehát azt jelenti: egy dekádon belül hány egymástól különböző érték értelmezett.

- A sorozat első eleme 1.
- Az sorozat bármelyik elemét $\sqrt[xx]{10}$ -zel szorozva és kerekítve kapjuk a következő értéket.
- Az így képzett értékek esetén az n-edik elemtől számított xx-edik érték az n-edik tízszereése. A tízszerez értékre azt mondjuk, egy dekáddal nagyobb. Egy dekádon belül csak xx különböző értéket kaphatunk.
- Ha pl. $xx=12$, akkor $\left(\sqrt[12]{10}\right)^{12} = 10$. És ez minden xx-re igaz.

Pl. E12 értéksornál 12 értéket egy dekádon belül.

A gyakorlatban leggyakrabban az E6 (iskolánkban csak ilyen ellenállások vannak) és az E12 sort használják, ezek a legfontosabbak. *(Az E6, E12 és az E24 értéksor látható a táblázatban.)*

Az E6 sorozat tagjainak száma 6. Itt egy dekádon belül **6** (ezért E6) ellenállásérték szerepel. Most 10 hatodik gyökével szorozva és kerekítve kapjuk meg a sorozat következő elemét. Az E6 sor tagjai 1,0; 1,5; 2,2; 3,3; 4,7; és végül 6,8. Utána már 10 jön, vagyis előlről kezdjük a következő dekádban, tehát egy dekádon belül csak ugyan 6 értéket kaptunk. A 20% tűréssel ezen ellenállások sávjai átfedik egymást.

Az E12 sorozathoz az eddigiekből következően a 10%-os tűrés tartozik. Az E12 sorozat tagjait a fentiekhez hasonlóan a következőképpen lehet kiszámolni: Egy dekádon belül **12** (ezért E12) ellenállásérték szerepel, 10 tizenkettedik gyökével szorozva és kerekítve kapjuk meg a sorozat következő elemét. Az E12 sor tagjai: 1,0; 1,2; 1,5; 1,8; 2,2; 2,7; 3,3; 3,9; 4,7; 5,6; 6,8; és végül 8,2. Utána már a következő dekád jön. Vagyis előlről kezdjük, csak a szorzó 10 lesz, s így tovább. A 10% tűréssel ezen ellenállások sávjai is természetesen átfedik egymást. Ha megfigyeljük, minden második E12 sorú érték megegyezik az E6 értéksor tagjaival, ami az értékek képzésének elvéből következik.

Az E6 sorozat értékeinek előállítása

- Ez első elem értéke 1.
- A második elem: $\sqrt[6]{10} = 1,468$ ez kerekítve 1,5.
- Hasonlóan kapjuk a többi elemet, 1,468-cal szorozva és kerekítve elődjüket.

Tehát az E6 sorozat értékei: 1; 1,5; 2,2; 3,3; 4,7; 6,8 után 10-et kapnánk, ami a következő dekád első eleme. Így egy dekádon belül 6 különböző értéket kaptunk. Ezért E6 sorozat.

Az E12 sorozat értékeinek előállítása

- Ez első elem értéke 1.
- A második elem: $\sqrt[12]{10} = 1,21$ ez kerekítve 1,2.
- Hasonlóan kapjuk a többi elemet, 1,2-vel szorozva és kerekítve elődjüket.

Így az E12 sorozat értékei: 1; 1,2; 1,5; 1,8; 2,2; 2,7; 3,3; 3,9; 4,7; 5,6; 6,8; 8,2. Ezután 10-et kapnánk, ami a következő dekád első eleme. Így egy dekádon belül 12 különböző értéket kaptunk. Ezért E12 sorozat.

Látható, hogy minden második E12 érték megegyezik az E6 értéksor tagjaival. Ez az értékek képzésének elvéből következik. Meg abból is, hogy az E12 kétszer annyi elemű (és kétszer pontosabb), mint az E6.

A különböző Exx (E6, E12, E24) értéksorok és a pontosság (tűrés)

Semmiképpen nem fordulhat elő, hogy két szomszédos értéksorbeli tag a hibák miatt ugyanolyan értékű legyen. Pl. nem lehet, hogy egy névleg 47kΩ-os ellenállás valódi értéke ugyanakkora legyen, mint egy 56kΩ-os, vagy egy 39kΩ-os névleges értékűé. Akkor nem lenne értelme a különböző értékek feltüntetésének. Ezért, a különböző pontosságú alkatrészek miatt vezették be az Exx értéksorokat.

A 20% tűrésű alkatrészek az E6 értéksorozat szerinti értékűek. A 10% tűréshez az E12, az 5% tűréshez az E24, a 2%-oshoz az E48, az 1%-oshoz az E96, a 0,5%-os tűréshez pedig az E192 értéksor szerinti alkatrészeket gyártanak.

Megmutatjuk, hogy valamely Exx értéksor egyik névleges értékétől csökkenő és növekvő irányban is nagyobb a következő elem távolsága, mint a hibaszáv:

Pl. egy 20%-os, 220Ω névleges értékű ellenállás valódi értéke 176 és 264 Ω között lehet. A következő, 330Ω névleges értékű szintén 20%-os ellenállás valódi értéke pedig 264 és 396 közötti. Látható, hogy 20 % pontosságúra csak az E6 értéksor szerint érdemes készíteni az alkatrészt, határok itt éppen illeszkednek.

Pl. egy 10%-os, 220Ω névleges értékű ellenállás valódi értéke 198Ω és 242Ω között lehet. A következő, 270Ω névleges értékű 10%-os ellenállás valódi értéke 243Ω és 297Ω közötti. A következő, 330Ω névleges értékű szintén 10%-os ellenállás valódi értéke pedig 297Ω és 363Ω közé esik. Látható, a határok itt is éppen illeszkednek.

Ugyanezt láthatjuk az összes többi értéksornál is.

A leggyakoribb értéksorok		
E6 20%	E12 10%	E24 5%
1.0	1.0	1.0
		1.1
	1.2	1.2
		1.3
1.5	1.5	1.5
		1.6
	1.8	1.8
		2.0
2.2	2.2	2.2
		2.4
	2.7	2.7
		3.0
3.3	3.3	3.3
		3.6
	3.9	3.9
		4.3
4.7	4.7	4.7
		5.1
	5.6	5.6
		6.2
6.8	6.8	6.8
		7.5
	8.2	8.2
		9.1

A kondenzátorok.

A kondenzátor töltése és feszültsége nem változhat végtelen gyorsan

A kondenzátor energiátároló eszköz, energiája négyzetesen arányos a feszültségével. Az **energiája nem változhat végtelen gyorsan, hiszen ez végtelen teljesítményt jelentene**. Így viszont a kondenzátor feszültség változási sebessége sem lehet végtelen gyors.

A kondenzátor töltéstároló eszköz is. Ha változtatjuk a töltését, ehhez áram kell. **Minél gyorsabban változtatjuk a kondenzátor töltését, annál nagyobb áram kell ehhez**. Ugrásszerű feszültségváltozáshoz végtelen nagy áramerősség kellene. Mivel ez lehetetlen, megállapíthatjuk, a kondenzátoron nem változhat végtelen gyorsan, ugrásszerűen a feszültség. Vagyis a feszültségváltozáshoz bizonyos idő kell, hogy a töltő (kisütő) áramnak legyen ideje megváltoztatni a kondenzátor töltését.

A kondenzátor árama

A kondenzátor árama egyenesen arányos a feszültségének változtatási sebességével $I \sim \frac{\Delta U}{\Delta t}$

Az arányossági tényező a kondenzátor C kapacitása, mert nagyobb kondenzátort nehezebb töltenitethat megállapíthatjuk a következőket:

A kondenzátor átlag-áramerőssége: $I = C \frac{\Delta U}{\Delta t}$ (levezetés a VII.27. oldalon) (RC 1)

A kondenzátor pillanatnyi áramerőssége: $I = C \frac{dU}{dt}$ (levezetés a VII.27. oldalon) (RC 2)

Ezt szavakkal kifejezve úgy mondjuk: a kondenzátor árama a kapcsain levő feszültség idő szerint differenciálhányadosának C-szerese. (RC 2) minden időpillanatban igaz.

Megállapítások, következtetések:

Minél nagyobb kapacitású kondenzátort minél gyorsabban töltünk, annál nagyobb áram kell.

Ezt folyadék-modell segítségével könnyen beláthatjuk. Minél gyorsabban, és minél nagyobb edényt szeretnék ugyanis feltölteni (kiüríteni) folyadékkal, annál erősebb vízáramot kell belejuttatni (kifolyatni).

Egy kondenzátor feszültségének végtelen gyors változásához végtelen nagy áramerősség kellene, ami lehetetlen.

A kondenzátor az ugrásszerű feszültségváltozásnak ellenáll.

A kondenzátornak ez nagyon fontos tulajdonsága. Ezért mindenhol be is építenek kondenzátorokat, ahol cél, hogy a feszültség ne ingadozzon. **A kondenzátor a gyors feszültség-ingadozásoknak ellenáll, azokat kiegyenlíti, puffereleli.** Ekkor a választás szempontja, hogy a kondenzátornak minél nagyobb puffereelő-képessége legyen, a pontossága nem számít. Ilyen célra ezért általában pontatlan, de nagy kapacitású és olcsó elektrolit-kondenzátorokat építenek. Ezért nagyon sok alumínium elkő található pl. a számítógépek alaplapijain.

A töltetlen kondenzátor a bekapcsoláskor egy pillanatra rövidzárként viselkedik, rövidzárral kisütve meg hatalmas áramot adhat le.

Ekkor egy pillanatnyi ideig az összes feszültség a kondenzátorral sorbakötött ellenállás(ok)on esik. Ha azok kicsik, olykor igen nagy áram folyhat, ami beégést, károsodást okozhat.

A kondenzátor árama arányos feszültségének differenciálhányadosával.

(Levezetés az anyagban jobban elmélyülni szándékozó tanulóknak, mérnökasszisztenseknek.)

A (RC 1) képlet, azaz az $I = C \frac{\Delta U}{\Delta t}$ képlet matematikával is levezethető:

A kondenzátor töltéséhez (vagy kisütéséhez) szükséges áramerősség: $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ (RC a)

Mivel $Q = CU$, ennek megváltozása $\Delta Q = C\Delta U$, mert C konstans (C nem változik, csak az U)

ezt (RC a)-ba helyettesítve a kondenzátor átlagárama: $I = C \frac{\Delta U}{\Delta t}$ (RC 1)

Itt $\frac{\Delta U}{\Delta t}$ az átlag feszültségváltozási sebesség. A $\frac{\Delta U}{\Delta t}$ hányados differenciák hányadosa, egyszerűbben differenciáhányados. Ha egyre kisebb idő alatti változásokat vizsgálunk, a ΔU feszültségkülönbség (differencia) átmegy differenciálisan kicsi dU feszültségbe, míg az ehhez szükséges Δt idő egy differenciálisan kicsi dt időbe:

$\Delta U \rightarrow dU$, $\Delta t \rightarrow dt$ így $\frac{\Delta U}{\Delta t} \rightarrow \frac{dU}{dt}$. A $\frac{dU}{dt}$ hányados már differenciáhányados, differenciálisan kicsi mennyiségek hányadosa. (A differenciálisan kis mennyiségek hányadosát, az ún. differenciáhányadosokat a Matematika tantárgyban részletesen tanulják.)

A minden határon túli kicsi idő alatti változás vizsgálatakor $C \frac{\Delta U}{\Delta t} \rightarrow C \frac{dU}{dt}$, szavakkal az

$I = C \frac{\Delta U}{\Delta t}$ átlag áramerősség átmegy $I = C \frac{dU}{dt}$ pillanatnyi áramerősségbe. Ez pedig éppen az (RC 2).

A kondenzátor feszültsége egyenesen arányos áramának integráljával

(Levezetés az anyagban jobban elmélyülni szándékozó tanulóknak, mérnökasszisztenseknek.)

Ha (RC 2)-öt dt -vel szorozzuk, azaz olyan differenciálisan kis dt ideig töltjük a C kapacitást, hogy ezalatt I nem változik, akkor $Idt = Cdu$. Itt $Idt = dQ$ töltésváltozás. Ezt 0-t időig integrálva kapjuk a töltést:

tést: $\int_0^t Idt = Q$ A kondenzátor töltése arányos a feszültségével: $Q = CU$, így

$$\int_0^t Idt = CU \quad (RC 3)$$

Integrálásnak a gyűjtögetést tekinthetjük. Pl. egy edény összegyűjti a bele folyó áramokat. A kondenzátor is gyűjtögeti a belefolyó áramokat. A differenciálás megfordítása (inverze) az integrálás. Ez a kondenzátor árama és feszültsége kapcsolatára is felírható.

$$\text{Az } \int_0^t Idt = CU \text{ egyenlet differenciálva } I = C \frac{dU}{dt}$$

A kondenzátor áramának időszerinti integrálja a feszültségének C-szerese, feszültsége időszerinti differenciáhányadosa C-szerese meg az áram.

Az (RC 3) egyenletből származik az általános iskolában is tanított $Q = CU$ alak, ha I konstans. Ekkor ugyanis I -t kiemelhetjük az integráljel elé.

Ha $I = \text{konstans}$, $\int_0^t Idt = I \int_0^t dt = It = Q$, tehát az $\int_0^t Idt = CU$ egyenlet átmegy $Q = CU$ alakba

Általános- és általánosan képző középiskolában csak ezt tanítják. Az integrálással azonban tetszőleges időfüggvényű áram által szállított töltés is számítható (mérnökasszisztenseknek). A töltéssel pedig egyenesen arányos a kondenzátor feszültsége.

Kondenzátor áramának és feszültségének számítása

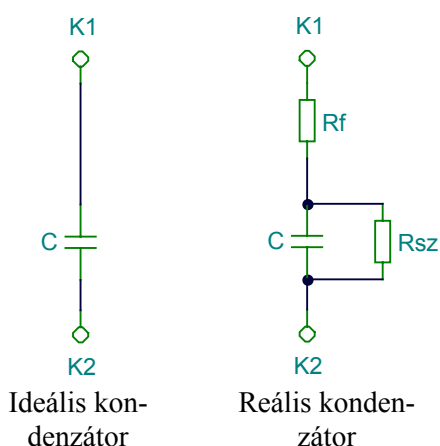
Kondenzátor típusok

Valóságos (reális) kondenzátorok

Az ideális kondenzátor nagykapacitású kis térfogatban, végtelen pontosságú, értéke semmitől nem függ, magától soha nem sül ki, nincs semmilyen vesztesége, és tönkretételhetlen.

A valóságos kondenzátorok sajnos mindenben eltérnek többé-kevésbé az ideálistól.

Az valóságos kondenzátor helyettesítő képe:



R_f a kondenzátor fegyverzetének ellenállása.

Rajta $I^2 R_f$ a veszteség (Joule hő), ami melegíti az eszközt.

R_f miatt a kondenzátor nem tud akármekkora áramot leadni, pl. simításnál ez jelentős lehet. Az a jobb, ha R_f kicsi.

R_{sz} a szigetelés ellenállása. Az a jobb, ha R_{sz} nagy.

A valóságos szigetelésen sajnos áram folyik. Ez az ún. **szivárgó áram**. A szivárgóáram melegíti a kondenzátort, és hosszabb-rövidebb idő alatt akkor is kisüti annak töltését, ha nincs rajta semmilyen fogyasztó.

A kondenzátor rendszeres átpolarizálása is veszteséggel jár, ettől is melegszik az eszköz. Ez függ a dielektrikumtól és a frekvencia négyzetétől. (Nem tanuljuk részletesebben)

Az ideálishoz közeli kondenzátortól a következőket várjuk el:

- Pontos legyen. Értéke minél kisebb mértékben függjön a frekvenciától, a hőmérséklettől, stb. Ez a dielektrikummal és a gyártástechnológiával szemben támasztott követelmény. A nagy frekvenciákon a dielektrikumok közül már csak a kerámia jöhet szóba
- Minél kisebb térfogatú legyen adott kapacitás mellett. Ez is a dielektrikumtól, az ϵ dielektromos állandótól függ.
- Akármekkora feszültséget elviseljen. Ez is függ a dielektrikumtól függ. Minél vastagabb a szigetelés, annál nagyobb feszültséget bír ki, annál nagyobb lesz a térfogata, emellett sajnos annál kisebb a kapacitás. Ha ugyanakkora kapacitást kívánunk gyártani, mint az alacsonyabb feszültségű, nem csak a szigetelés vastagságát, hanem a lemezeinek felületét is növelni kell. A feszültség növelése tehát négyzetesen növeli a kondenzátor térfogatát. Pl. két egyforma kapacitású kondenzátor esetén a kétszer akkora feszültségű négyszer akkora térfogatú, mint a kisebb feszültségű. A tízszer akkora feszültségű már százszoros térfogatú. Az ár azonos anyagok alkalmazása esetén csak a feldolgozott anyag mennyiségétől függ, így a kondenzátor térfogatától függ, így az ára is négyzetesen változik feszültségével (ha a kivezetések, csomagolás, stb. költségtől eltekintünk).
- Töltését ne veszítse el, azaz az alkalmazott szigetelésének minél nagyobb legyen az ellenállása. Ez is az alkalmazott dielektrikumtól függ.
- Lemezeinek minél kisebb legyen az ellenállása. A kisebb ellenállás nagyobb vastagságú fegyverzetet jelent, ami nagyobb költség is egyben.

Látható, hogy a kondenzátor tulajdonságai elsősorban a szigetelésének (dielektrikumának) elektromos jellemzőitől függenek. Az egymásnak ellentmondó követelményeknek egyszerre nem lehet megfelelni. Ezért különböző felhasználási területekre különböző dielektrikumú kondenzátorokat alkalmaznak.

A kondenzátorok adatai

Mivel különböző célokra gyártanak kondenzátorokat,

Mire jó a kondenzátor? A kondenzátorok típusainak alkalmazási területei.

☞ Integrálás, vagy differenciálás (matematikai művelet) végzésre.

A kondenzátor olyan áramköri elem, kétpólus, amely **kapcsainak feszültségét differenciálja, ill. a rajta átfolyó áramot integrálja** idő szerint. Ez matematikai művelet. Ilyen célú alkalmazáskor arra törekednek, minél pontosabb kondenzátort építsenek be, hiszen annál pontosabb lesz a matematikai műveletvégzés.

☞ A jelek szűrésére, alul-, felül-, sáváteresztő-, vagy sávágó szűrők építésére.

Itt azt használják ki, hogy a kondenzátorok kapacitív reaktanciája frekvenciafüggő. A szűrők-nél is arra törekednek, minél pontosabb kondenzátort építsenek be, hiszen annál pontosabb lesz a szűrés. Hogy melyik szűrő milyen, később részletesen tárgyaljuk.

☞ Váltakozófeszültségű (áramú) jelek csatolására.

A kondenzátornak azt a tulajdonságát használják ki, hogy a feszültségnek csak a váltakozó részét viszi át.

A csatolókondenzátor működésében nem különbözik a felüláteresztő szűrő kondenzátorától (bizonyos frekvencia felett csillapítatlanul átereszti a jelet), csak abban, hogy kevésbé törődünk a pontossággal.

☞ Egyenfeszültség leválasztására AC/DC kapcsoló

☞ **Feszültség simításra** olyan áramkörökben, ahol sima, ingadozásmentes feszültség kell,.

A kondenzátor a gyors feszültség-ingadozásoknak ellenáll, azokat kiegyenlíti, simítja

A simítást alacsony frekvencián (kHz-es tartomány) pufferelésnek is, magas frekvencián meg hidegítésnek is nevezik. (Mert hidegnek nevezik a zajtalan tápfeszültséget.)

A nagy frekvenciájú áramkörök (pl. digitális áramkörök) tápárama nagyon gyorsan ingadozik. Mivel a jelentős áramváltozások nagy frekvenciával jelentkeznek, az áramkörök induktív és kapacitív módon zavarják, szórják környezetüket. Emellett a többi áramkör zaját saját vezetékeik felveszik. Ezért egy nagyobb kiterjedésű tápvezeték-rendszeres közönként (pl. chipenként) hidegítő kondenzátorokat szerelnek. Ezek a kondenzátorok a jeltől kellő távolságra (alacsony szinten) tartják a zavarokat, nem engedik a feszültséget ingadozni. A hidegítés lényegében nagyfrekvenciás simítás.

Pufferelésre alacsony frekvencián igen nagy kapacitású elektrolit kondenzátorokat, míg hidegítésre a jóval nagyobb frekvencián is működő tantál elkókat, de még inkább kerámiakondenzátorokat alkalmaznak.

Simításkor a típusválasztás szempontja, hogy a kondenzátornak minél nagyobb puffere-lő-képessége legyen, a pontossága nem számít

A digitális technika négyszögjelei:

A zavarok elkerülhetetlen volta miatt a **digitális technika egy vezetéken csak két feszültségértéket különböztet meg**. Ezt úgy érik el, hogy a jeleket megfeszítják az eredeti amplitúdójuktól azzal, hogy kettes számrendszerbeli (bináris) számokká alakítják át őket az ún. digitalizálás során (lásd később). **A jelet a digitalizálás után már nem az amplitúdója jellemzi, hanem az őt leíró bináris számjegyek, a bitek.**

A bitek csak két értéket vehetnek fel, egy H (high) magas, és egy L (low) alacsony értéket. Ha pl. a H érték logikai 1, akkor az L érték a logikai 0, ez a magas szintű logika. Ha a H 0-át jelent, és az L 1-et, akkor alacsony szintű logikáról beszélünk.

A bináris számjegyek (bitek) feldolgozásánál csak arra kell ügyelni, hogy a hibák, a zaj, vagy zavar nem vigye át a jelet H-ből L-be, vagy L-ből H-ba. Amíg ezt sikerül teljesíteni, a bináris (digitális) jel érzéketlen a hibákra, zavarokra, zavartalanul átvihető, korlátlan számban másolható, tárolható.

A bináris, két érték közötti váltakozás is négyszögjel, ha nem is mindig periodikus. Látni fogjuk, a bináris jeleket legtöbbször egy pontos idejű négyszögjellel vezérlik, az órajellel.

A fejlődés során, ahogy nőtt a sebesség, már nem is a jel alakja, még csak nem is a magas, vagy alacsony értéke, csak a felfutó éle, vagy a lefutó éle (vagy mindkettő), ami számít.

A nagyon gyors változások, négyszögek a digitális technikában

Ha annyira gyors változásokat vizsgálunk, hogy a négyszög már egészen eltorzul, ezt mégis négyszögnek tartják. A digitális analizátorok továbbra is négyszöggel jellemzik a valóságban már trapéz alakú, esetleg egészen torz feszültséget is. Ennek oka, hogy **amíg az L alacsony, és a H magas, nem érdekes a tulajdonképpeni alak, csak az, mikor válik L-ből H, vagy fordítva**. Azaz csak az idő, a H, meg az L állapot számít, az amplitúdó pontos ábrázolása nem.

A Tina áramkörszerkesztő program Digitális analizátora, és digitális időfüggvény-megjelenítése is ilyen, figyelembe veszi ugyan az eszközök késését, de tökéletes négyszöget rajzol.

Élvezérlés

Még gyorsabb működésű digitális áramköröket is használnak, ezeket már nem a négyszög alakú jel, csak annak éle vezérli. A négyszög alakú órajel felfutó, vagy lefutó éléhez rendelt működésű áramkört élvezérelt áramkörnek nevezzük. Értelemszerűen felfutó élvezérelt, vagy lefutó élvezérelt áramköröknek nevezzük őket. (Ezt a definíciót a digitális technika fejezetében megismétlem)

Ezekről a digitális technika fejezeteiben részletesebben tanulunk.

Példák négyszögjelek számítására

Egy 10% kitöltési tényezőjű négyszögjel maximuma 10V, minimuma 0V, frekvenciája 10kHz.

Kérdés: mekkora a feszültségének átlag- és effektív értéke?

Jelekkel: $k_{\text{kit}} = 10\%$, $U_{\text{min}} = 0\text{V}$, $U_{\text{max}} = 10\text{V}$ Kérdés $U_{\text{átlag}} = ?$ és $U_{\text{eff}} = ?$

Megoldás:

$$U_{\text{átl}} = U_{\text{max}} \cdot k_{\text{kit}} = 10\text{V} \cdot 10\% = 1\text{V}$$

$$U_{\text{eff}} = U_{\text{max}} U_{\text{eff}} = U_{\text{max}} \sqrt{k_{\text{kit}}} = 10\text{V} \cdot \sqrt{0,1} = 3,16\text{V}$$

$$\text{Tehát } U_{\text{átl}} = \underline{1\text{V}}, \text{ és } U_{\text{eff}} = \underline{3,16\text{V}}$$

Látható, az átlag és az effektív érték most lényegesen különbözik!

Ezt a fizikai képpel könnyű megérteni: Az átlagérték egyértelműen a 10V 10%-a, ezen nincs mit gondolkodni.

De miért több, mint háromszorosa ennek az effektív érték? Ha egy ellenállást táplálnánk ilyen jellel, az nem a jel átlagával, hanem **az effektív értékével melegedne**. A 10V egyenfeszültség hatására teljesítménye $P = \frac{U^2}{R}$,

de bármennyi is ez a teljesítmény, példánkban a teljes periódusnak csak 10% - ában ennyi, a többi 90% - ban 0. Ezért e jel teljesítménye 10% - a annak, mintha 100% - os kitöltési tényezőjű (sima egyenfeszültségű) lenne.

Az $\frac{1}{10}$ -szeres teljesítményhez viszont nem $\frac{1}{10}$ -szeres, hanem $\frac{1}{\sqrt{10}}$ -szeres effektív feszültség tartozik, mert en-

nek négyzete lesz tizede a 10V-nak.

3,16V_{eff} azt jelenti, 3,16 V egyenfeszültség hatására melegednek ugyanúgy az ellenállások, mint annak a feszültségnek a hatására, aminek ez az effektív értéke.

Színusz (koszínusz) váltakozó mennyiségek, Stacionárius egyenáram- és feszültség Egyenáramú és feszültségű számítások Színuszosan váltakozó mennyiségek MEG KELL ÍRNI!!!

VIII. Jelek, műszerek, mérés-technika

Bevezetés

E fejezetben elsősorban az adatok kiértékelésére, mérésére vonatkozó ismereteket szedtem össze. Így sok itt tett megállapítás csak a műszerekre, és a mérés technikára igaz és értendő.

Műszerek, jelek

- ✦ Azt az adatot, amit mérünk, vagy bevisszük az őt feldolgozó rendszerbe, **jel**nek nevezzük. E jeleket fogjuk, érzékeljük, és alakítjuk át, majd rendelünk hozzájuk különböző mennyiségeket további feldolgozáshoz, vagy tároláshoz.
- ✦ Azt az eszközt, amivel mérjük és megjelenítjük, a jeleket **műszer**nek nevezzük.

A bonyolultabb műszerek persze a mérésnél és megjelenítésnél több funkciót is elláthatnak, tárolás, összehasonlítás, stb. Ahogy más eszközök is képesek adatmegjelenítésre, pl. számítógép-monitor, TV, stb. De mi e fejezetben elsősorban a műszerekkel és mérés technikával foglalkozunk.

Hibák, zavar, zaj, pontosság

- ✦ A jeleket **hibák** terhelik, melyek a különböző zavarok, a külvilágból érkező zajok és a mérésük, feldolgozásuk során meglevő pontatlanságokból származnak.
- ✦ Zavar, zaj az a hiba, mely nem a műszer hibájából, hanem a környezetből, vagy magából a jelfeldolgozó eszközökből származnak, vagy a jellel együtt érkeznek (az adatátvitel kap zavarást, szed fel zajt). A zaj ugyanolyan fizikai mennyiség, mint a jel, **de a zaj nem hordoz számunkra információt.**
- ✦ **Annál pontosabb a jel, minél kisebb hibával jelentkezik.**

A zavart és a zajt sokszor egymás szinonimájaként használják. Ha pontosabban szeretnénk definiálni, zavarnak a ritkán jelentkező zavarást nevezzük, míg zajnak az állandó, vagy gyakori zavarást. A zajok ellen védekezni lehet, de teljesen megszüntetni őket lehetetlen. Pl. minden anyagban keletkezik zaj, ha semmi környezeti hatás nem táplálja, akkor is (hőzaj). Ez természetesen nagyon kis értékű. Zaj tehát mindenhol keletkezik. Az elektromos zaj forrása sokszor erősáramú eredetű (feszültség ingadozás, kapcsolási jelenségek), de jelentős lehet a gyengeáramú technikából, pl. a műsorszórás rádióhullámain, mobiltelefonok használatakor, stb. Oszcilloszkóppal pl. „megnézhetjük” a Kossuth rádió jelét, melyet egy darab vezeték szed fel, mint antenna, pl. láthatjuk, hogy a jel az adás hangerejével arányos.

A zajok, zavarok mV nagyságúak, már összemérhetőek a néhány V nagyságú feszültségekkel, melyekkel dolgozni fogunk. A hibák, zajok, zavarok meghamisítják a mérést, hamis információt jelentenek, károsak.

A műszerek pontossága, sebessége és ára

A hibák ellen védekezni kell, de minél nagyobb fáradságot fordítunk a hibák csökkentésére, annál többbe kerül. A zavar, zajok ellen is költséges a védekezés. Így minél pontosabb, minél zavarvédettebb a műszer, annál többbe kerül. Különben minden műszert igen pontosra készítenének. **A gyorsabb műszerek is drágábbak. A nagy sebesség a pontosság rovására is megy,** egész nagy sebességet nem lehet nagyon pontosra, egész pontost nem lehet nagy sebességre építeni.

Általában is elmondhatjuk, **az alacsony ár, a pontosság és a sebesség egymásnak ellentmondó követelmények.** Egyiket csak a többi rovására növelhetjük.

Az árat növelheti még a több funkcióra való alkalmasság.

De az univerzális műszerek mégis olcsóbbak, mint ha külön-külön vesszük meg azokat a műszereket, melyek funkcióit el tudja látni, hiszen csak egy kijelző, egy készülékház, stb. kell. Ez természetesen csak akkor igaz, ha hol ezt, hol azt mérjük. Csak egy célra, állandó használatra nem érdemes a drágább univerzális műszert használni.

A mérőműszerek jellemzői

A jelfeldolgozás és a mérés ugyanazt a minőségi követelményeket támasztja a feldolgozó és a mérő eszközök iránt. Így **a továbbiakban csak a mérőműszerekről írok, de amiket itt leírok, a jelfeldolgozásra is értendő.** Tehát a műszerek tulajdonságaiként itt említett fogalmak az információs technika sok területén használt fogalmak. Ezért e fejezetben csak a műszerek tulajdonságait, jellemzőit említem, de e fogalmakat más területen, más berendezésnél (pl. A/D, vagy D/A átalakítók, stb.) is használják. Nem mindegy, mekkora sebességű és pontosságú eszközöket szerzünk be és használunk. Nagyobb sebességű és pontosabb eszköz többbe kerül, így anyagi kérdés a dolog. A választáshoz szükséges a jelfeldolgozó eszközök tulajdonságainak ismerete, ehhez pedig fontos néhány fogalom tisztázása.

Ebben a fejezetben csak az elemi, alaprak tekintett műszer-tulajdonságokat említem. Itt nem említem a műszerek sebességét, mert ez nagyobb felkészültséget igényel, amihez a tanulók csak év közben szerzik meg az ismereteket. Ezért a sebességi jellemzők majd a váltakozó mennyiségek ismertetése után kerülnek ismertetésre.

Az általam ismertetett tulajdonságok vagy megtalálhatók egy műszer adatai között, vagy számíthatók a műszer gyártó által közölt adataiból. A gyártó a műszerrel együtt szállítja annak adatait, amiben ezek említve vannak Gépkönyv, Adatlap, Műszaki leírásban, Specifications, stb. Én a továbbiakban csak a műszer adataiként fogom említeni.

Természetesen a műszer adatai, melyeket a gyártó közöl, nem Szentírás. Azaz egy műszer időnként hitelesítésre, beállításra, kalibrálásra szorul (a drágább műszereken van is erre lehetőség, igen pontosnak, referenciának tekinthető jelek segítségével.) Mi az iskola műszereit hitelesítettnek tekintjük, a hitelesítés nem tananyag (de a kalibrálást, ha a műszeren lehetséges, el kell tudni végezni, pl. kapacitásmérőn, vagy oszcilloszkópon).

Műszerek tulajdonságai, adatai

✦ **Méréshatár (M_h):** a legnagyobb jel, amit az eszköz (műszer) fel tud dolgozni.

✦ **Érzékenység:** a mérés határ reciproka. $E = \frac{1}{M_h}$

A nagy mérés határú műszer nagyobb jelváltozásra kicsit tér el, érzéketlen. A kis mérés határú kis változásra is nagyot tér ki, érzékeny. Az érzékeny műszer finomabb felbontású, több jelet tud megkülönböztetni.

✦ **Abszolút hiba:** mérés határon belül a legnagyobb eltérés abszolút értéke, mely a mutatott mennyiség (M) és a valóság (V) között van. $H = |M - V|$

A V valóság az $M \pm H$ tartományba, sávba esik. Másképp kifejezve $M - H \leq V \leq M + H$

Azért abszolút hiba, mert mindegy, hogy a valóságnál kevesebbet, vagy többet mutat a műszer, ez mindenképp hiba. A mérőeszközök, műszerek nem tökéletes eszközök, hibáznak. **Amit a műszer velünk közöl, nem a valóság,** attól egy számunkra bizonytalan, ismeretlen mennyiséggel, a hibával különbözik. Mi csak azt ismerjük, amit a műszer közöl velünk, számunkra a pontos valóság ismeretlen. Másképp mondva a valóság a mérésből csak bizonyos pontossággal, hibával terhelten ismert. A hibát nagyon fontos ismernünk, ha nem csak tájékoztatásra használjuk a műszert!

✦ **Relatív hiba (H_r),** mérés határra vonatkoztatott relatív hiba: az abszolút hiba a mérés határhoz viszonyítva (általában százalékban megadva). $H_r = \frac{H}{M_h} \cdot 100\%$

$$H_r = \frac{H}{M_h} \cdot 100\%$$

$$\text{A } H_r \text{ relatív hibát ismeretében az abszolút hiba } H = \frac{H_r \cdot M_h}{100\%}$$

✦ **A műszer pontossága** alatt a mérés határra vonatkoztatott relatív hibáját értik.

Pl. 0,5% pontosság azt jelenti, a műszer relatív hibája 0,5%

- ⇒ **Felbontás finomsága:** az a különbség, mely két, egymástól még éppen megkülönböztethető jel között van. $\text{Felbontás} = \frac{M_h \cdot 2H_r}{100\%}$ Azért a kétszeres szorzó, mert itt a relatív hiba abszolút értékkel (\pm) van jellemezve, ez kétszeres H szélességű hibasávot jelent.
- ⇒ **Parallaxis:** leolvasási hiba mutatós műszereknél, mely elkerülhető a szem skálára merőleges helyzetbe hozásával. Ezért nagyobb pontosságú mutatós műszer skáláján tükröt helyeznek el, hogy a leolvasást végző személy úgy helyezkedjen el, hogy a mutató és annak tükörképe egybeessen, ekkor nincs parallaxis hiba. Ilyen műszert iskolánkban is látni kiállítva (Nem fontos)
- ⇒ **Digit hiba (számjegy hiba, digit hiba, jelöljük d-vel):** a digitális ábrázoláskor fellépő járulékos hiba számjegyben megadva, **kerekítés**, stb. miatt. Ez a hiba a leolvasott szám utolsó számjegyeit (digitjeit) teszi bizonytalanná. **Megadása:** \pm digit módon szokásos, többnyire $d = \pm 1$ digit.
- Pl. $1,345 \pm 1$ digit azt jelenti, a pontos de számunkra ismeretlen érték valahova $1,344$ és $1,346$ közé esik.
- ⇒ **A digitális kijelzésű műszer hibája: a relatív és a digit hiba összege.**
- Pl. $0,1\% \pm 1$ digit egy műszer szokásos hibája, míg egy kevésbé pontos eszközé pl. $2\% \pm 1$ digit.
- Mivel egymástól megkülönböztethető adatok száma a pontosság függvénye, nem érdemes annyi számjegyesre készíteni a műszert, hogy feleslegesen sok, a hibák miatt értéktelen számjegy legyen. Pl. a $0,5\%$ pontosságú eszköz hiába lenne 6 digitos, hiszen pontatlansága miatt csak száz adat közt tud különbséget tenni, ehhez elég két, esetleg három digit.
- Tanultuk, n darab számjeggyel alapszámⁿ féle számot lehet ábrázolni.
- Pl. **10-es** számrendszerben 4 számjeggyel $10^4=10000$ (azaz 0-9999) különböző értéket, **2-es** számrendszerben 4 számjeggyel, azaz bittel bittel 2^2 , azaz 4 féle értéket ábrázolhatunk
- ⇒ **A fél digit fogalma:** Sok digitális kijelzésű műszer első számjegye nem veheti fel mind a tíz értéket, ekkor **semmit** (ha nem oltják ki ilyenkor, 0-át) és **1-et ábrázolhat csak**. Ekkor **az első digit nem teljes értékű**, ezt a szakirodalom **fél digit**esnek nevezi.

Példák:

Egy 4 és fél digitos műszer által mutatott számjegyek száma 5, az első számjegy semmi, vagy 1 lehet. Így az általa mutatott számjegyek –19999 és 19999 közé eshetnek.

Az 3 és fél digitos ábrázolásnál –1999 és 1999 közé.

Az x+fél digitos műszerek méréshatárai 2-vel kezdődő számok. Pl. 20 mV, 200 mV, 2 V, 20 V, 2 mA, 20 mA, vagy 2 kΩ, 20 kΩ, stb.

A helyes méréshatár megválasztása

Ezt úgy érjük el, hogy **igyekezzünk a lehető legkisebb méréshatárral való mérésre.**

Ennek módja a $H = \pm \frac{H_r \cdot M_h}{100\%}$ összefüggésből egyértelmű, az abszolút hiba egyenesen arányos a méréshatárral.

Minél kisebb a méréshatár, annál kisebb az abszolút hiba.

Minél kisebb méréshatárral mérünk, annál több értékes jegyet kapunk a műszertől. A digit hiba is annál kisebb helyiértéken jelentkezik.

Az abszolút hiba annál kisebb, minél kisebb méréshatárt választunk.
Ezért, a **pontosság érdekében törekedjünk a minél kisebb méréshatár használatára!** (Ügyelve arra, hogy túl ne terheljük az eszközt)

Pl. egy $0,1\%$ -os műszerrel 1000 V-os méréshatárral mérünk valamit, az eredmény 1 V hibával terhelt. Így nem érdemes pl. egy $1,5$ V-os elemet megmérni, hisz a hiba majdnem akkora, mint az, amire kíváncsiak vagyunk. Ezt az elemet ugyanezzel a műszerrel, de 2 V-os méréshatárral megmérve már a 2 V $0,1\%$ -ánál kisebb hibával terhelt eredményt kapunk, ekkor a hiba

legfeljebb 20mV. Tehát 500-szor pontosabban mértünk, mint az előbb, ezt csupán a helyes méréshatár megválasztásával értük el.

Figyelem:

A tanár hibásnak tekinti a rossz méréshatárral végzett mérést!

Természetesen a kisebb méréshatár megválasztása nagyobb veszélyt jelent a műszerre, mert a kisebb értékeken könnyebben túl lehet terhelni.

Ha a jel változik, a méréshatárt mindig igyekezzünk a változó jelhez úgy állítani, hogy mindig a legkisebb méréshatárban mérjünk.

Rossz méréshatár, műszerek túlterhelése

Hogyan közelítsük meg a lehető legkisebb méréshatárt, hogy ne terheljük túl a műszert?

Láttuk, minél kisebb méréshatárt választunk, annál pontosabb a műszer, annál érzékenyebb. De az érzékeny műszert könnyebb túlterhelni, rá a mérés fokozottabb veszélyt jelent. Ezért:

A mérést mindig nagy méréshatárral, akár a jel sokszorosával kezdjük. Ha látjuk, hogy alig mutat valamit, akkor csökkentjük óvatosan a méréshatárt, figyelve és meggondolva, mi is lehet az alacsonyabb fokozatban a mutatható érték. **Ha véletlenül mégis túlterheljük így a műszert, azonnal állítsuk vissza a nagyobb méréshatárt, vagy kapcsoljuk ki az áramot (vészgomb), stb.**

A korszerű digitális multiméterek feszültség-túlterhelés ellen nagy mértékben védettek.

Áram mérésekor, a túláram ellen csak biztosítóval, népies nevén „biztosítékkal” lehet megvédeni a műszert. A biztosító túláram esetén tönkremegy, kiolvad, csak a műszer szétszerelésével és a biztosító cseréjével lehet megjavítani.

Az igazán pontos műszerekbe nem építenek biztosítót, mert a biztosító meghamisítja a mérést, lerontja a műszer tulajdonságait (megnöveli a belső ellenállását). **Ezért a drága, nagy pontosságú, érzékeny műszerek túlterhelésekor igen nagy kár keletkezhet, aki ilyen műszerrel mér, fokozottan ügyeljen, nehogy túlterhelje.**

Iskolánk műszerei biztosítóval védettek, „bolondbiztosak”, ám ezért sajnos A-mérőként korántsem valami igazi műszernek tekinthetők. **Iskolánk a műszereinek biztosítói 250 mA-es gyors (Fast) biztosítók, igen gyorsan kiolvadnak túláram esetén!**

Műszerek belső ellenállása

A műszerek csak akkor mérik a jelet, ha a jelet, ill. vele arányos mennyiséget bele is vezetnek a műszerbe. Ehhez vezetékek kellenek. Ha műszer úgy érzékeli a jelet, hogy belőle többkevesebb mennyiséget elvesz, különben nem kellenének vezetékek.

Létezik olyan mérési módszer is, ahol nem veszünk el a mérni kívánt mennyiségből, hanem más mennyiséggel ugyanolyan hatást próbálunk elérni, amit a mérni kívánt mennyiség (kompenzációs mérés), és más módszerek is vannak, melyeknél akár vezeték sem kell, áram sem folyik (pl. elektrosztatikus mérés, erőhatásokból, stb. való következtetés). De ekkor is létrejön valamilyen hatás (erőtér), aminek létrejöttéhez energia kell, energialvétel nélküli mérés nincs.

A V-mérőn valamekkora áram folyik, az A-mérőn valamekkora feszültség esik, a többi műszeren is, ha kapcsain feszültség mérhető, rajtuk valamekkora áram is folyik.

A műszer kapcsain mérhető feszültség, és a rajtuk átfolyó áram hányadosát a műszer belső ellenállásának nevezzük.

Ha arra törekszünk, minél kisebb mennyiséget vegyünk el a jelből, akkor hogy ki tudjuk értékelni a nagyon kis elvett mennyiséget, fel kell erősíteni. **Az erősítőt, elektronikát tartalmazó műszert meleg műszernek nevezik a mérés technikában.**

Ha a műszert a mérni kívánt jel működteti, hideg műszernek nevezzük. A mindennapi életben a legtöbb műszer ilyen (hőmérők, olyan mennyiségek műszerei, melyekből rengeteg van, melynél nem számít, ha valamennyit elveszünk a jelből).

Mi csak erősítő műszerekkel mérünk, a digitális műszerek mindegyike ilyen. Ugyanis már eleve elektronikát tartalmaznak az ilyen műszerek, alig növeli a költséget az erősítő megépítése.

A műszerek belső ellenállását felhasználhatjuk a műszerek méréshatárának kiterjesztésére is. Erről később tanulunk.

Iskolánk műszereinek belső ellenállása

A mérőként 20 és 200mA-es méréshatárban néhány Ω .

Ez elég rossz érték, de szükséges, elkerülhetetlen. Ugyanis a műszert védeni kell a túlterheléstől a vele sorba kötött biztosítóval. A biztosító éppen attól melegszik (túláram esetén olvad ki), hogy rajta is átfolyik az az áram, melynek károsan nagy értékét hivatott meggátolni.

V-mérőként műszereink minden méréshatárban pontosan $10M\Omega$ ellenállásúak.

Ezt a gyárban állították be pontosan ilyen értékűre.

Tanulmányaink során nem csak digitális multimétert, hanem oszcilloszkópot is fogunk használni. Az oszcilloszkóp már (elsősorban) váltakozófeszültségeket is mér, ezért nem csak belső ellenállása, hanem bemeneti kapacitása is van. Iskolánk Az oszcilloszkópjainak belső ellenállását, bemeneti kapacitását az **oszcilloszkópokat bemutató fejezet**ben ismertetjük.

Iskolánk DM-341 típusú digitális multimétere

**Kijelző**

4 és fél digit, a kijelezhető szám - 19.999 és 19.999 között lehet.

POWER

Ki-Be kapcsoló Ügyelni kell a műszer elrakásakor, ne maradjon bekapcsolva,

CAP ZERO ADJ

Kapacitásmérés előtt ezzel a nyomógombbal kell kinullázni a műszert.

Üzem mód és méréshatár-váltó kapcsoló

Most egyenfeszültségű üzemmódban, 20 V a választott méréshatár

COM csatlakozó pont

V, A és Ω mérésekor ez a műszer egyik kapcsa, ahogy a feliratról is következik

CAP Kapacitásmérő kapcsok **Ω , V és Hz** csatlakozópont

Feszültség-, ellenállás- és frekvenciaméréshez a COM kapcs mellett a műszer másik kapcsa

10 A csatlakozópont.

A 10 A-es méréshatárban ez a **COM** kapocs mellett a másik áram csatlakozópont. Ez 10A-es Fast (gyors) biztosítóval védett. Ha nincs vezetőképesség bármely méréshatárban ez a kapocs és a COM között (azaz szakadás van), biztosítót kell cserélni!

Tranzisztormérés kapcsai

mA csatlakozópont. **200 mA** és **20 mA** méréshatárban ez a **COM** mellett a másik áram csatlakozópont.

Ha nincs vezetőképesség 20, vagy 200 mA-es méréshatárban ez a kapocs és a COM között (azaz szakadás van), biztosítót kell cserélni! Ez a kapocs 250 mA-es Fast (gyors) biztosítóval védett (Jele F250), ilyenettel kell pótolni.

IX. Egyenáramú mérések

A multiméter használata

Ellenállásmérés

Az ellenállást a műszer Ω mérő kapcsolásában mérjük, ekkor külső áramforrás nem kell, a műszer az ellenállásméréshez saját belső áramforrásából ad ki a vizsgált ellenállásra egy kis mérőáramot. Ugyanezért **ügyeljünk arra, ne feledjük bekapcsolva a mérés után a műszert**, ha ellenállásmérőnek van kapcsolva, mert gyorsan lemeríti saját áramforrását!

Árammérés

Egy fogyasztó áramát akkor mérjük helyesen, ha az egész áram átfolyik a műszeren, hasonlóan a vízáramhoz. Ha meg tudja kerülni az áram a műszert, hamis a mérés.

Az árammérőt mindig sorba kapcsoljuk a mérni kívánt eszközzel.

Feszültségmérés

Egy eszköz feszültségét akkor mérjük helyesen, ha a mérni kívánt eszköz kapcsainak feszültségét mérjük. Ha a feszültségmérő nem csak a mérni kívánt eszköz feszültségét méri, hamis a mérés.

A feszültségmérő kapcsait mindig párhuzamosan kötjük a mérni kívánt eszközzel.

Áram és feszültségmérés (V-A módszer)

Ekkor egyszerre mérjük egy eszköz áramát és feszültségét. Ehhez természetesen két műszer kell, egy A mérő és egy V mérő. Itt kétféle kapcsolás lehet:



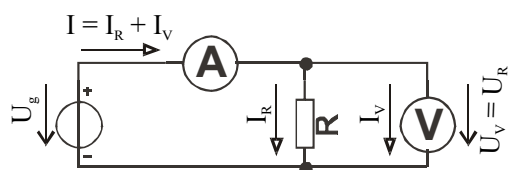
Az ilyen kapcsolásokat akkor alkalmazzuk, ha az áramforrás tulajdonságaira vagyunk kíváncsiak, ha a fogyasztó teljesítményét szeretnénk kiszámítani, vagy a fogyasztó ellenállára különböző feszültségeken (áramokon) vagyunk kíváncsiak, stb. (Utóbbiak lesznek a NemlinR1,.. méréseink, azaz a nemlineáris ellenállások mérése.)

A műszerek belső ellenállása miatti hibák

A belső ellenállást említettük a *Műszerek belső ellenállása* c. fejezetben, (lásd VIII.4 old.)

Ha egyszerre kell áramot és feszültséget mérni, elkerülhetetlen, hogy vagy az árammérő ellenállásán eső feszültséget is belemérjük a feszültségmérésbe, vagy a feszültségmérőn átfolyó áramot mérjük bele az árammérésbe. Döntenünk kell, melyik kapcsolást választjuk. Vagy a V mérő áramával terhelt áramot mérünk a fogyasztó árama helyett, vagy az A mérőn eső feszültséget is belemérjük a feszültségmérésbe. Tekintsük a következő ábrát:

Ellenállás pontosabb mérése

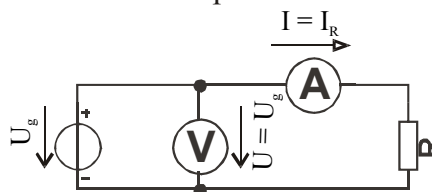


Az A mérő az R ellenállás és a V mérő áramának összegét méri $I = I_R + I_V$

A V mérő az R ellenállás feszültségét méri pontosan, nem a generátorét, mert az A mérőn feszültség esik.

Az A mérő a generátor áramát méri pontosan, nem az ellenállását (méri a V mérő áramát is)

Igen nagy ellenállás és az áramforrások pontosabb mérése



A V mérő az R ellenállás és az A mérő feszültségének összegét méri $U = U_R + U_A$

Az A mérő az R ellenállás áramát méri pontosan, nem a generátorét, mert a V mérőn áram folyik.

A V mérő a generátor feszültségét méri pontosan, nem az ellenállását (méri az A mérő feszültségét is).

A digitális multiméterek V mérőként belső ellenállásukat tekintve közel ideális műszerek. Iskolánk műszereinek is óriási belső ellenállása van ($10\text{M}\Omega$) alig folyik rajta áram. Mondhatjuk, általában méréseink során a V mérőn folyó áram elhanyagolható a többi áramhoz képest (μA nagyságú).

A digitális multiméterek azonban rossz árammérők, mert a velük sorbakötött áramvédő biztosítónak több Ω ellenállása van, amin a hibákhoz mérhető feszültség esik a szokásos áramok esetén is (mV nagyságú). Ezért a következőkre jutunk:

Fogyasztók mérésénél a bal oldali ábra szerinti kapcsolást használjuk, így az egyéb hibáknál kisebb hibát jelent, hogy a V mérő igen kis árama hamisítja a fogyasztó áramát.

Áramforrások mérésekor a jobb oldali ábra szerint mérünk, így az egyéb hibáknál kisebb hibát jelent, hogy a V mérő igen kis árama hamisítja az áramforrás áramát.

Igen nagy ellenállások mérésekor a jobb oldali ábra szerint kell mérnünk, ahol az ellenállás lényegesen nagyobb, mint V mérőnk belső ellenállása. Ilyen ellenállású alkatrészt nem fogunk mérni, és ilyen mérés a gyakorlatban nagyon ritkán fordul elő.

Mire kell ügyelni méréseink során?

- ❑ A mérés megkezdése előtt vizsgáljuk meg, jó-e a műszer. A rossz műszert a mérés megkezdése előtt jelenteni kell a tanárnak! A meghibásodás felelőssége azt terheli, aki utoljára mért a műszerrel!
- ❑ Ampermérőnek kapcsolt műszert véletlenül se kapcsoljunk feszültségmérőként az áramkörbe, csak sorba!
- ❑ Az ampermérőt soha ne terheljük túl!
- ❑ Mindig a lehető legkisebb méréshatárral mérve olvassuk le a műszert, ekkor kapjuk a legkisebb hibát, és a legtöbb értékes számjegyet! A legkisebb méréshatárt azonban óvatosan érzük el, **nagyobb méréshatárban kezdjük a mérést, és óvatosan kapcsoljuk a kisebb méréshatárt, ügyelve arra, túl ne terheljük a műszert.**
- ❑ A mérést határozottan, viszonylag rövid idő alatt végezzük, mert sok alkatrész melegedhet, kimerülhetnek az elemek, és olyan hatások léphetnek fel idővel, melyek a mérést

hosszabb idő alatt meghamisíthatják! Egyébként is szüksége lehet másnak is a műszerekre.

A labortáp

Iskolánk labortápegysége három egymástól független tápegységet tartalmaz.

A jobb oldali rész a fix 5 V-os rész. Ez rövidzár és túlterhelés ellen védett, 3A-nél nagyobb áramot nem képes leadni.

Ezt használjuk, ha pontosan 5V-os feszültségre van szükségünk, pl. TTL és velük kompatibilis áramköröknél.

A bal oldalon a Slave rész található, középen pedig a Master. A műszer kapcsolói segítségével a következő üzemmódjai lehetnek a Slave és a Master résznek:

Független (Indep), sorba kapcsolt (Serial) és párhuzamosan kötött (Paralell) üzemmód.

A Slave és a Master áramát is, feszültségét is korlátozhatjuk. Méréseinkhez mi mindig a feszültséget korlátozzuk, az áramkorlát csak hiba, rövidzár, vagy túlterhelés esetén szólal meg méréseink alatt. Feszültség korlátozás alatt a VC, az áramkorlátozás alatt (pl, túlterheléskor, rövidzárban) a CC LED világít.

A Slave és a Master áramát és feszültségét is a táp előlapján elhelyezett műszerek mutatják. E műszerek pontatlanok, csak tájékoztatásra jók, érdemi méréseket iskolánk digitális multimétereivel végzünk.

Hogyan használjuk a labortápot?

- ❑ Méréseink alatt a labortáp Slave részét használjuk.
- ❑ A labortáp Master oldalát állítsuk mindig 0 V-osra, nehogy véletlen gombnyomásra a Slave oldal felvegye az esetlegesen nagy feszültségre állított Master feszültségét.
- ❑ A Slave – (mínusz, negatív)kivezetését földeljük le a GND kivezetés alatt levő fémlemez-kével! (Ez alól csak a műveleti erősítők mérése lesz kivétel.)

Majd a műveleti erősítőknél lesz szükség a Master oldalra, mikor sorba fogjuk kötni a Slave-et és a Master-t.

Gyakran előforduló hibák

Az árammérőnek kapcsolt multiméter biztosítója kiolvad a 20 és a 200mA-e méréshatárban. Ez azért fordul elő oly gyakran, mert egy 250mA-es fast (nagyon gyors) biztosító védi a műszert, mely igen gyorsan, észrevehetetlenül szokott kiolvadni, a tanuló nem érzékel semmit, hanem idővel gyanút fog, vagy kétségbeesik, hogy a műszer nem mutat semmit. Az ilyen műszerrel sorba kötött eszköz sem kap áramot, nem fog működni.

Hogyan ellenőrizhetjük, jók-e a műszereink?

V-mérőként: ismert feszültséget mérünk vele, pl. a labortápon (fix 5V, vagy beállítjuk 5-10V-ra, stb.) A feszültségmérőként használt multiméter gyakorlatilag tönkretétel, nagyon ritka az így meghibásodott műszer.

Ellenállásmérőként: ismert ellenállást mérjünk meg vele, ha lehet, nagyobb értékűt, hogy a mérővezeték, és a fémoxidok ellenállása ne hamisítsa meg a mérést. Az ellenállásmérőnek kapcsolt multiméter is gyakorlatilag nagyon ritkán hibásodik meg.

A mérőként: az A-mérőként kapcsolt műszernek megmérjük egy **másik műszerrel** az ellenállását. **A kiolvadt biztosítójú árammérőnek nincs vezetőképessége, azaz végtelen az ellenállása.** Ekkor biztos, hogy rossz a műszer, hiszen nem vezeti az áramot.

Ez a leggyakoribb hiba, ezt a vizsgálatot mindig végezzük el.

Mindig vizsgáljuk meg, 20mA-es, vagy 200mA-es méréshatárban vezeti-e a műszer az áramot! Ha nem, szóljunk a tanárnak!

Ha a műszer saját áramforrása lemerült, a Batt felirat jelenik meg rajta. Ekkor szólunk a tanárnak, adjon másik műszert, vagy cserélje ki az áramforrást, mert a lemerült áramforrású műszer hamisan mér, így róla leolvasott eredményeink is hamisak lesznek.

Egyéb hibák a mérésben

A méréseinket más hibák is terhelhetik. Megemlítünk néhányat, korántsem a teljesség igényével.

Hőmérséklet hatása

A legtöbb alkatrész hőfokfüggő, másképp viselkedik hidegen, mint melegen. Van is alkatrész, melyet erre gyártanak (termisztorok). Az ilyen, melegedésből származó hiba elkerülésére legjobb a kellő sebesség, a hidegről behozott eszközök felmelegedésére időt kell hagyni, kerülni a hőforrások, napfény hatását, stb.

A mérővezetékek, csatlakozók hibái

A leggyakoribb a kontakthiba, mikor akadozva, vagy semmit sem mérünk. Ekkor ellenőrizzük a kontaktusokat.

Gyakori hiba a sok használatból, hogy egy vezeték belseje elszakad, amit a műanyag szigeteléstől nem látunk. A szakadt vezetéket Ohmmérővel, vagy vezetékcserevel ellenőrizhetjük. Az ilyen hibák elkerülésére **a vezetékeket soha ne magánál a vezetéknél fogva húzzuk ki, hanem a végükön kiképzett fogófelületnél fogva!**

Zavaró jelek

Sok műszer érzékeny a nagyobb frekvenciájú zavarásokra, rádiójelekre, stb. Sok helyen ki-kapcsolatják a mobiltelefonokat is, mert megzavarhatják az elektronikus berendezéseket. Az ilyen zavarokat úgy csökkentjük, ha kerüljük a nagy kiterjedésű vezetékvezetést, leföldeljük a kapcsolásunk legnagyobb kiterjedésű vezetékrendszerét (tipikusan a – feszültségen levő részeket), ill. magát a – kapcsolót a tápnak.

A mérést végző személy anélkül, hogy gondolna rá, akár kV-os nagyságú feszültségre is fel lehet töltődve, mely bizonyos méréseket zavarhat. Egyes elektronikai alkatrészek az érintéstől is tönkremehetnek (ilyenek a MOS FET-ek, és az ilyen bemenetű eszközök, hacsak nem érintésvédettek). Vannak a kapacitív feszültségekre nagyon érzékeny áramkörök.

Az elektromos zavaró jelek csökkentése

Az elektronikát úgy helyezzük el, hozzá a mérés során úgy közelítsünk, hogy felénk a kisebb feszültségű, lehetőleg a 0V-os részei essenek.

Így mi sem sugárzunk kapacitív úton az elektronikára zavaró jeleket. **A legtöbb készüléket a zavarok csökkentésére földelik, ilyen az összes számítógép is.**

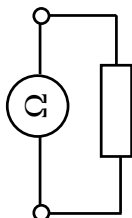
Mikor az elektronikát (belsejét) mérjük, a burkolat, így a földelés megbontása elkerülhetetlen, de a legkisebb zavarás miatt jó, ha hozzászokunk az ilyen módon való méréshez.

Mérések multiméterrel

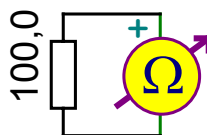
Ellenállásmérés (Rmeres)

Ha a jegyzőkönyvet EXCEL-lel készíti, az **t:\stanar\cserfa\beadas** könyvtárba kell másolni! A fájl neve **rmeres_azonosító.xls** legyen, ahol az azonosító a mérést végző személy azonosítója! Ha pl. az azonosító cserfa, **rmeres_cserfa.xls** legyen a fájlnev! Ügyelni kell, más ne férjen a dokumentumhoz olvasásra sem, mert bármilyen másolás elégtelenné teszi az egész munkát(lásd Követelmények)!

Ellenállásmérés rajza:



Elvi rajz



Tina áramköröszerkesztő program rajza

Ellenállásmérés digitális multiméterrel:

Mérje meg a tanár által adott 3 db. ellenállást műszerrel. Ehhez töltsse ki a táblázatot:

- ☐ Jegyezze fel a három ellenállás színsávjait, majd számítsa ki ezekből az ellenállás névleges értékét
- ☐ Jegyezze fel a táblázatba a három ellenállás mérésekor kapott értékeket!
- ☐ **Számítsa ki, mekkora lehet a valóságban a kapott ellenállásérték a műszer hibáit figyelembe véve! (A műszer 0,1%-os, ± 1 digit hibájú)**

R ₁			R ₂			R ₃		
Színsávok:			Színsávok:			Színsávok:		
R _{névl.} :			R _{névl.} :			R _{névl.} :		
Méréshatár:			Méréshatár:			Méréshatár:		
Mutatott érték	Lehetséges legkisebb érték	Lehetséges legnagyobb érték	Mutatott érték	Lehetséges legkisebb érték	Lehetséges legnagyobb érték	Mutatott érték	Lehetséges legkisebb érték	Lehetséges legnagyobb érték

FIGYELEM!

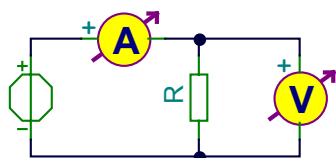
- ☐ **Ügyeljen a jó méréshatárra!**
- ☐ **Mindig ügyeljen a prefixumokra és a mértékegységekre!** Ezek jelen esetben Ω , vagy $k\Omega$!
Ha nem ad meg prefixumot és mértékegységet, nem lehet tudni, mit is mért, ez jelen esetben elégtelen, pl. a 22,1 nem biztos, hogy nagyobb, mint a 0,82, hiszen lehet, hogy utóbbi kiloohm, míg előbbi csak ohm.
- ☐ **Ne feledje el feltüntetni számításaiban az alkalmazott összefüggéseket** az ellenőrizhetőség miatt!
- ☐ Tüntesse fel a jegyzőkönyvben a **társa(i) nevét**, az alkalmazott műszer számát, a **dátumot** és mindent, mit fontosnak talál a méréssel kapcsolatban!
- ☐ Törekedjen rá, hogy jegyzőkönyvét mások számára érthetően, világosan készítse, amiből egyértelműen és könnyen meg lehet állapítani, **milyen eredményeket** kapott és **milyen körülmények között**.
- ☐ **Ügyeljen a margókra, tisztaságra, általában a külalakra!**

Ellenállásmérés V-A módszerrel. (RVA)

Ha a jegyzőkönyvet és benne a diagrammot is EXCEL-lel készíti, az `t:\stanar\cserfa\beadas\` könyvtárba kell másolni! A fájl neve **rva_azonosító.xls** legyen, ahol az azonosító a mérést végző személy azonosítója (pl. `rva_cserfa.xls`, ahol az azonosító `cserfa`)! Ügyelni kell, más ne férjen a dokumentumhoz olvasásra sem, mert bármilyen másolás elégtelenné teszi az egész munkát (lásd Követelmények)!

Ellenállásmérés V és A méréssel, az Ohm törvény igazolása

Egy $1\text{ k}\Omega$ -os, egy $100\ \Omega$ -os és egy $47\ \Omega$ -os ellenállás áramait mérjük különböző (0-12V-ig terjedő) feszültségen, és megvizsgáljuk az ellenállások áramai és feszültségei közti összefüggést, melyet diagramon ábrázolunk.



Ne feledjen méréshatárt váltani, ha kell (ha a méréshatárnál nagyobb lett a mért mennyiség)!
Ne feledje, az A mérő biztosítója 250 mA felett igen gyorsan kiolvad!!!

- Hozza létre a kapcsolást, mutassa meg a tanárnak (bekapcsolás előtt!), majd mérje meg 0-12 V-ig 0,5 V-os lépésekben az áramokat és feszültségeket, és írja be a táblázatba!

U [V]	1 k Ω			100 Ω			47 Ω		
	U[V]	I [mA]	R	U[V]	I [mA]	R	U[V]	I [mA]	R
0,5									
1									
1,5									

- Számítsa ki a kapott (mért) adatokból az ellenállásokat, majd ezeket is írja be a táblázatba!
- **Az I(U) és R(U) karakterisztikákat rajzolja, közös, kb. fél oldal méretű diagramban!** Egyetlen egy diagrammot készítsen, értelemszerűen most hat karakterisztikával.

Megjegyzés: I(U) a feszültség függvényében ábrázolt áramot jelenti, R(U) az ellenállást, szintén a feszültség függvényében. Most a feszültség a független változó, aminek a függvényében vizsgáljuk az áramot és az ellenállást.

A karakterisztika tulajdonképpen görbét, viselkedést jelent.

FIGYELEM!

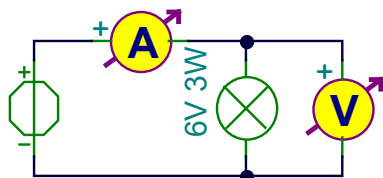
- Ne feledje, az **értékelés alapja az eredmények és a karakterisztikák!**
- Használjon milliméterpapírt, számítógéppel rajzolt diagrammot, vagy igyekezzon tisztességesre elkészíteni a diagrammját! **Fordítson a diagramokra nagy figyelmet**, az elektronikában sokat jelentenek!
- **Ügyeljen a prefixumokra** (és általában a mértékegységekre)! **A hibás prefixum veszélyes hiba.** Pl. az ezerszeres elektromos mennyiség azonnali tönkremenetelt, életveszélyt, stb. jelenthet. Ezért **a téves prefixum az elméleti tantárgyaktól eltérően igen súlyos hibának számít!!**
- Tüntesse fel a jegyzőkönyvben a **társa(i) nevét**, az alkalmazott műszer számát, a **dátumot** és mindent, mit fontosnak talál a méréssel kapcsolatban!
- Törekedjen rá, hogy jegyzőkönyvét mások számára érthetően, világosan készítse, amiből egyértelműen és könnyen meg lehet állapítani, **milyen eredményeket és milyen körülmények között kapta.**
- **Ne másoljon be semmilyen módszerrel senki munkájából semmi ábraelemet, vagy szövegrészt!** Az ilyen másolatokat tartalmazó dokumentumok mind elégtelenek, függetlenül a szerző-, vagy a másoló(k) személyétől. Ez a természetesen az összes jegyzőkönyvre érvényes, (lásd *Az információs technológia (hardver) gyakorlat követelményei* erről szóló részét!

Szokjon hozzá, hogy **eredményeit táblázatban rögzíti, a táblázatokban való adatközlés ugyanis igen elterjedt, és könnyű belőle diagrammot készíteni.** Idővel (a későbbi mérések során) **el kell sajátítania, hogy táblázatokat önállóan, útmutatás nélkül készítsen.**

Nemlineáris ellenállások karakterisztikája 1. (NemlinR1)

A jegyzőkönyvben mindent(!) EXCEL-lel kell elkészíteni, és a t:\stanar\cserfa\beadas könyvtárba másolni! A fájl neve **nemlinr1_azonosító.xls** legyen, ahol az azonosító a mérést végző személy azonosítója (pl. nemlinr1_cserfa.xls)! Ügyelni kell, más ne férjen a dokumentumhoz olvasásra sem!

Izzólámpa R(U) és I(U) karakterisztikája



Ügyeljen arra, hogy 0 V-tól kezdje a mérést!
(Ki ne égjen az izzó)

Az A mérő 10 A-es méréshatárú legyen!

- Hozza létre a kapcsolást! Bekapcsolás előtt ellenőrizze, megfelelő izzót fog-e mérni, állítsa be a méréshatárokat, majd mutassa meg a tanárnak!
- A feszültséget növelje **0 V-tól 6 V-ig** 0,4 V-os lépésekben, így töltsse ki a táblázat $U_{izzó}$ és $I_{izzó}$ oszlopát!
- Majd a mérést ismételje meg egy, **az izzó helyére helyezett 10Ω-os ellenállással**, jegyezze fel az $I_{10Ω}$ áramokat ugyanezekben a feszültségeken (1 % pontosság elég)!
- Számítsa ki az izzó és a 10Ω-os ellenállás ellenállását ($R_{izzó}$, $R_{10Ω}$) soronként (Excellel)!
- Az **eredményeket ábrázolja diagrammban (Excellel)**! A diagramm kb. fél oldal nagyságú legyen! Egyetlen diagrammban ábrázolja az $I_{izzó}(U)$, $I_{10Ω}$, (U) , $R_{izzó}(U)$ és $R_{10Ω}(U)$ görbét!

Javasolt táblázat a feladathoz

$U_{izzó}$ [V]	$I_{izzó}$ [A]	$I_{10Ω}$ [A]	$R_{izzó}$ [Ω]
0,4			
0,8			

FIGYELEM!

- Ne feledje, **az értékelés alapja az eredmények és a karakterisztikák!**
- Használjon milliméterpapírt, számítógéppel rajzolt diagrammot, vagy igyekezzen tisztességesre elkészíteni a diagrammját! **Fordítson a diagramokra nagy figyelmet**, az elektronikában sokat jelentenek!
- **Ügyeljen a prefixumokra** (és általában a mértékegységekre)! **A hibás prefixum veszélyes hiba.** Pl. az ezerszeres elektromos mennyiség azonnali tönkremenetelt, életvesztélt, stb. jelenthet. Ezért a **téves prefixum az elméleti tantárgyaktól eltérően igen súlyos hibának számít!!**
- Tüntesse fel a jegyzőkönyvben a **társa(i) nevét**, az alkalmazott műszer számát, a **dátumot** és mindent, mit fontosnak talál a méréssel kapcsolatban!
- Törekedjen rá, hogy jegyzőkönyvét mások számára érthetően, világosan készítse, amiből egyértelműen és könnyen meg lehet állapítani, **milyen eredményeket és milyen körülmények között** kapta.
- **Ne másoljon be semmilyen módszerrel senki munkájából semmi ábraelemet, vagy szövegrészt!** Az ilyen másolatokat tartalmazó dokumentumok mind elégtelenek, függetlenül a szerző-, vagy a másoló(k) személyétől. Ez a természetesen az összes jegyzőkönyvre érvényes, (lásd *Az információs technológia (hardver) gyakorlat követelményei* erről szóló részét!
- **Ha van kedve, külön érdemjegvért egy korrekt diagrammrajzoló programmal is rajzoltassa ki a diagrammokat!** Pl. Origin-nal. Így megfigyelhetők az Excel hibái!

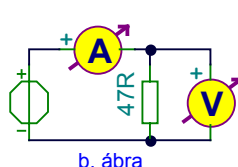
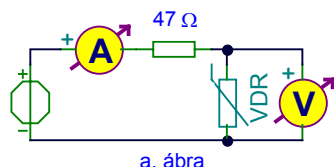
Szokjon hozzá, hogy eredményeit táblázatban rögzíti, a táblázatokban való adatközlés ugyanis igen elterjedt, és könnyű belőle diagrammot készíteni. Idővel (a későbbi mérések során) el kell sajátítania, hogy táblázatokat önállóan, útmutatás nélkül készítsen.

Nemlineáris ellenállások karakterisztikája 2 (NemlinR2)

A jegyzőkönyvben mindent(!) EXCEL-lel kell elkészíteni, és a `t:\stanar\cserfa\beadas` könyvtárba másolni! A fájl neve **nemlinr2_azonosító.xls** legyen, ahol az azonosító a mérést végző személy azonosítója (pl. `nemlinr2_cserfa.xls`)! Ügyelni kell, más ne férjen a dokumentumhoz olvasásra sem!

Feszültségfüggő ellenállás (varisztor, VDR) $R(U)$ és $I(U)$ karakterisztikája

- Hozza létre az a. ábra szerinti kapcsolást!



Ne csodálkozzon, ha a mérés elején, tehát a kisebb feszültségek mellett a VDR-en nagyon kicsi áram folyik, hiszen ilyenkor nagy az ellenállása! A műszerek által mutatott értékeket jegyezze fel! Törekedjen a legkisebb méréshatár mellett mérni (tehát 20mA-esben kell kezdeni)!

- Bekapcsolás előtt állítsa be a méréshatárokat, majd mutassa meg a tanárnak!
- A VDR feszültségét növelje 0-tól 13 V-ig 0,5 V-os lépésekben, így töltsse ki a táblázat U és I_{VDR} oszlopát!
- 12 V felett rövid ideig, gyorsan mérjen!
- Ismételje meg a feladatot **csak** a 47 Ω -os ellenállással a b ábra szerinti kapcsolásban, úgy, hogy most csak a 47 Ω -os ellenállás áramát és feszültségét mérje (a feszültség 1%-on belül ugyanakkora legyen sorról sorra, mint a VDR-nél!) és töltsse ki a táblázat $I_{47\Omega}$ oszlopát!
- Eredményeit a piszkozatába jegyezze fel és a mérés befejeztével írassa alá a tanárral!
- Számíttassa ki az R_{VDR} ellenállás értékeket az Excellel! Eredményeit ábrázolja egyetlen, kb. fél oldal nagyságú diagrammban! ($I_{VDR}(U)$, $I_{47\Omega}(U)$, $R_{VDR}(U)$).

Javasolt táblázat a feladathoz

U [V]	I_{VDR} [mA]	$I_{47\Omega}$ [mA]	R_{VDR} [k Ω]
0,5			
1			

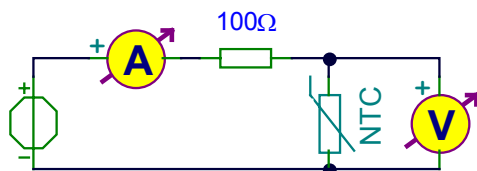
FIGYELEM!

- Ügyeljen a prefixumokra! (Pl. Volt mértékegységű jelet k Ω -mal osztva mA-t kapunk, stb.)
- Ügyeljen a diagrammok tengely-felirataira, léptékekre és **ne feledje, a diagrammok a legfontosabbak!**
- Tüntesse fel a jegyzőkönyvben a **társa(i) nevét**, az alkalmazott műszerek számát, **az alkalmazott összefüggéseket**, a **dátumot** és mindent, mit fontosnak talál a méréssel kapcsolatban!
- Ügyeljen a tördelésre! Tehát ügyeljen arra, hogy néz ki munkája nyomtatva! (A Nyomtatási képen)
- Ha van kedve, külön érdemjegyért egy korrekt diagrammrajzoló programmal is rajzoltassa ki a diagrammokat! Pl. Origin-nal.** Így megfigyelhetők az Excel hibái!

Termisztorok karakterisztikája (NemlinR3)

A jegyzőkönyvben mindent(!) EXCEL-lel kell elkészíteni, és az `t:\stanar\cserfa\beadas\meres` könyvtárba másolni! A fájl neve **nemlinr3_azonosító.xls** legyen, ahol az azonosító a mérést végző személy azonosítója (pl. `nemlinr3_cserfa.xls`)! Ügyelni kell, más ne férjen a dokumentumhoz olvasásra sem!

NTC ellenállás $U(t)$, $I(t)$ és $R(t)$ karakterisztikája



A méréshez három fő ajánlott, egy stopperes, egy a feszültség, és egy az áram értékek leolvasásához.
Ne fogdossa feleslegesen az NTC-t, mert keze melege is meghamisíthatja a mérést.
Ha valamilyen oknál fogva újra kell kezdeni a mérést, keressen egy addig használatlan (hideg) NTC-t!

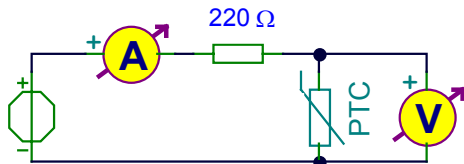
- Hozza létre kapcsolást! A feszültséget kihúzott NTC ellenállás mellett állítsa 10 V-ra!
- Az NTC behelyezése után eltelt idő függvényében kialakuló feszültségeket és áramokat mérje meg 10 másodpercenként (stopper segítségével) és írja be a táblázatba!
- Számítsa ki az NTC ellenállását soronként! Végül az **eredményt ábrázolja diagrammban!**

Javasolt táblázat a feladathoz

t [s]	U [V]	I [mA]	R_{NTC} [Ω]
10			
20			

Kérdés: Hogyan viselkedik a NTC ellenállás az idő függvényében?

PTC ellenállás $U(t)$, $I(t)$ és $R(t)$ karakterisztikája



A méréshez három fő ajánlott, egy stopperes, egy a feszültség, és egy az áram értékek leolvasásához.
Ne fogdossa feleslegesen a PTC-t, mert keze melege is meghamisíthatja a mérést.
Ha valamilyen oknál fogva újra kell kezdeni a mérést, keressen egy addig használatlan (hideg) PTC-t!

- Hozza létre kapcsolást! A feszültséget kihúzott PTC ellenállás mellett állítsa 15 V-ra!
- A PTC behelyezése után eltelt idő függvényében kialakuló feszültségeket és áramokat mérje meg 10 másodpercenként (stopper segítségével) és írja be a táblázatba!
- Számítsa ki a PTC ellenállását soronként! Végül az eredményt ábrázolja diagrammban!

Javasolt táblázat a feladathoz

t [s]	U [V]	I [mA]	R_{PTC} [Ω]
10			
20			

Kérdés: Hogyan viselkedik a PTC ellenállás az idő függvényében?

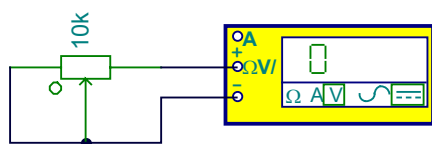
FIGYELEM!

- A $t=0$ időben nem olvassuk le a műszereket, mert lassúságuk miatt hamis értékeket mutatnak
- Ügyeljen a diagrammok tengely-felirataira, léptékekre és ne feledje, a diagrammok a legfontosabbak!
- NE FELEDJE MEGVÁLASZOLNI A KÉRDÉSEKET!
- Ha van kedve, **külön érdemjegvéért** egy korrekt diagrammrajzoló programmal is rajzoltassa ki a diagrammokat! Pl. Origin-nal. Így megfigyelhetők az Excel hibái!

Potenciométer mérése (PotR)

Potenciométer, mint változtatható ellenállás

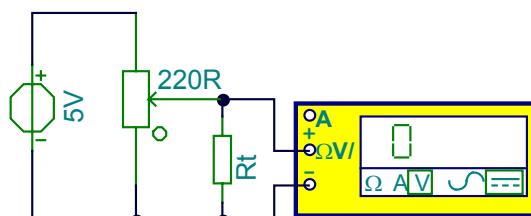
- Vegye fel egy 10 k Ω -os ellenállás-kapcsolású potenciométer $R(\alpha)$ karakterisztikáját. Ehhez töltsse ki a táblázatot, majd eredményeit ábrázolja diagrammban.



A műszert Ω -mérőnek kapcsolja!

$R(\alpha)$ (Ellenállás a szög függvényében)						
a	b	c	d	e	f	g

Terheletlen és terhelt potenciométer karakterisztikája



Ha R_t helyére semmit nem kapcsol a potenciométer kapcsaira, az a terheletlen állapot

- Vegye fel a potenciométer karakterisztikáját különböző terhelő ellenállások mellett. Ehhez egy állásnál cserélgesse a terhelő ellenállásokat, ne a különböző ellenállások mellett csúsztassa végig. Mert nem lehet pontosan ugyanarra a szögre (értékre) fordítani.
- Eredményeit ábrázolja egy diagrammban, közösen az összes potenciométer karakterisztikát!

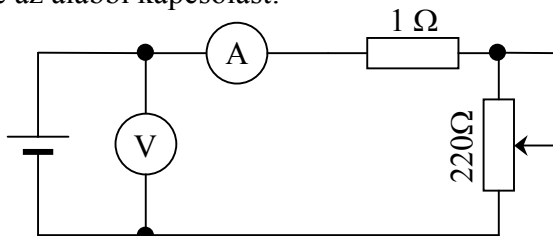
	$U(\alpha)$ (Feszültség a szög függvényében)						
R_t	a	b	c	d	E	f	g
Nincs							
10 k Ω							
1 k Ω							
500 Ω							
220 Ω							
47 Ω							

Áramforrások belső ellenállása (ElemRb)

A mérési eredményeket feladatonként táblázatba kell feljegyezni! Gyorsan kell mérni, mert az elemek kimerülése meghamisítja a mérést! Mindhárom feladatot ugyanazokkal az elemekkel kell végezni! Az eredményekből meg kell rajzolni közös diagrammba az áramforrások $U(I)$ karakterisztikáit!

Galvánelem karakterisztikája, belső ellenállásának meghatározása.

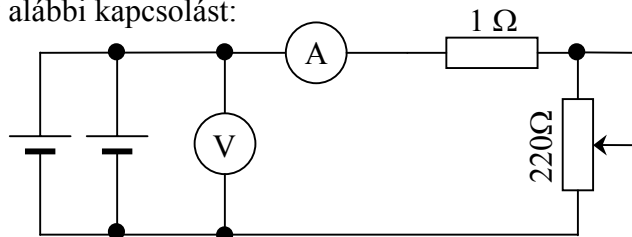
- Hozza létre az alábbi kapcsolást:



- Vegye fel az elem $U(I)$ karakterisztikáját! Ehhez mérje meg az elem feszültségét és áramát 30 mA-es lépésekben 0-150 mA-ig, majd az eredményt ábrázolja (a többivel közös) diagrammban! Számítsa ki az elem belső ellenállását!

Párhuzamosan kötött elemekből álló telep karakterisztikája, belső ellenállásának meghatározása.

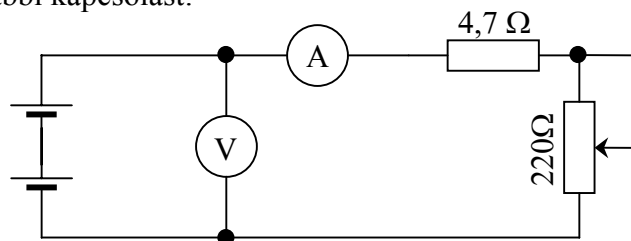
- Hozza létre az alábbi kapcsolást:



- Vegye fel a telep $U(I)$ karakterisztikáját! Ehhez mérje meg a telep feszültségét és áramát 30 mA-es lépésekben 0-150 mA-ig, majd az eredményt ábrázolja (a többivel közös) diagrammban! Számítsa ki a telep belső ellenállását!

Sorba kötött elemekből álló telep karakterisztikája, belső ellenállásának meghatározása.

- Hozza létre az alábbi kapcsolást:



- Vegye fel a telep $U(I)$ karakterisztikáját! Ehhez mérje meg a telep feszültségét és áramát 30 mA-es lépésekben 0-150 mA-ig, majd az eredményt ábrázolja (a többivel közös) diagrammban! Számítsa ki a telep belső ellenállását!

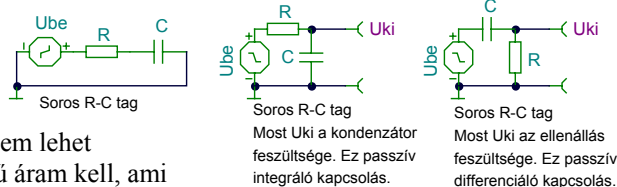
X. Soros R-C tagok

- ☞ Azt a kapcsolást, amit egy kondenzátor és egy ellenállás soros kapcsolásával nyertünk, **soros R-C tagnak** nevezzük.

A három rajz elvben megegyezik, a különbség csak annyi köztük, melyik áramköri elem, az R ellenállás, vagy a C kondenzátor feszültségére vagyunk kíváncsiak.

Látni fogjuk, hogy a kétféle jobboldali rajzot különböző nevekkkel illetik.

Egy valóságban előforduló kondenzátor feszültségét nem lehet ugrásszerűen változtatni, mert ehhez végtelen erősségű áram kell, ami valóságos áramkörben nem folyhat, mindig korlátozzák a belső ellenállások és a vezetékek ellenállása, ennek modellezésére, ill. sok esetben szándékosan, egyébként is ellenállást kapcsoltak sorba a kondenzátorral.



A soros R-C tag kondenzátorának töltése, kisütése, ill. áttöltése:

Csak azt az esetet vizsgáljuk, ha az U_1 egyenfeszültségű kondenzátorra, egy U_2 új egyenfeszültséget kényszerítünk, egy R ellenálláson keresztül. A digitális technikában ezt a két feszültség szintet H (magas), és L (alacsony) értéknek nevezik, ahol U_1 és U_2 értékétől függ, melyik a H és melyik az L. A következő esetek lehetségesek:

- ☞ U_1 feszültségről U_2 -re való **áttöltés**: $U_1 \neq 0V$ és $U_2 \neq 0V$ RC 11

$$\text{ekkor } U(t) = U_1 + [U_2 - U_1] \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] = U_1 + \Delta U \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \text{ ahol } \Delta U = U_2 - U_1$$

- ☞ **Kisütött kondenzátort töltünk** U_2 feszültségre: $U_1 = 0V$ és $U_2 \neq 0V$ RC

$$\text{ekkor } U(t) = U_2 \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \text{ most } U_1 = 0 \text{ így } \Delta U = U_2$$

- ☞ U_1 feszültségre **töltött kondenzátort sütünk ki**: $U_1 \neq 0V$ és $U_2 = 0V$

$$\text{ekkor } U(t) = U_1 + [0 - U_1] \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] = U_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ ahol } \Delta U = -U_1, \text{ mert } 0 - U_1 = \Delta U$$

- ☞ Négyszögjelet (periodikusan hol U_1 -et, hol U_2 -t) kapcsolunk a kondenzátorra RC 15

A négyszögjeles vizsgálat nagyon fontos, négyszögjelek a digitális technika legfontosabb jelei, köztük az órajel, stb.

A csak ki, vagy csak bekapcsolás tulajdonképpen felfogható végtelen periódusidejű négyszögjelnek.

Látni fogjuk, hogy a soros RC tag eltorzítja a négyszögjelet. A kondenzátor a hirtelen feszültségváltozást csak késve képes követni, annál lassabban, minél nagyobb a kapacitása, és minél nagyobb ellenálláson keresztül szeretnénk feszültségét, így töltését is megváltoztatni. Mivel a kondenzátor feszültsége nem tudja azonnal követni a változást, nem tud azonnal (ugrásszerűen) feltöltődni, kisülni, vagy áttöltődni, a gyors változások az ellenálláson mérhetőek. Az R ellenállás árama és a C kondenzátor árama megegyezik,

- ↗ Ha egy kondenzátor feszültségét megváltoztatjuk, a legegyszerűbb esetben $U_{\text{kezdő}}$ feszültségről $U_{\text{vég}}$ feszültségre töltjük át, ekkor

$$U(t) = U_{\text{kezdő}} + [U_{\text{vég}} - U_{\text{kezdő}}] \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] = U_{\text{kezdő}} + \Delta U \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$$

Ha töltetlen kondenzátort töltünk, akkor $U_{\text{vég}}$ feszültségre, ekkor

$$U_{\text{kezdő}} = 0V, \quad \text{akkor } \Delta U = U_{\text{vég}}, \quad \text{és így } U(t) = U_{\text{max}} \left[1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right] \quad (\text{RC 5})$$

alakba, ahol $U_{\text{vég}}$ a végtelen idő alatt elért feszültség, az aszimptota.

- ↗ A kondenzátor kisülésének egyenlete: $U(t) = U_{\text{max}} e^{-\frac{t}{RC}}$ (RC3)

Ekkor U_{max} feszültségről $U_{\text{vég}}=0V$ ig sűrítjük a kondenzátort, így

$$\text{és } U(t) = U_{\text{max}} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ kisütéskor} \quad (\text{RC 4})$$

$U(t) = U_{\text{max}} e^{-\frac{t}{RC}}$ Az RC szorzatot időállandónak nevezzük, jele τ . Az időállandóval írhatjuk:

$$U(t) = U_{\text{max}} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \text{ töltődéskor} \quad (\text{RC 3})$$

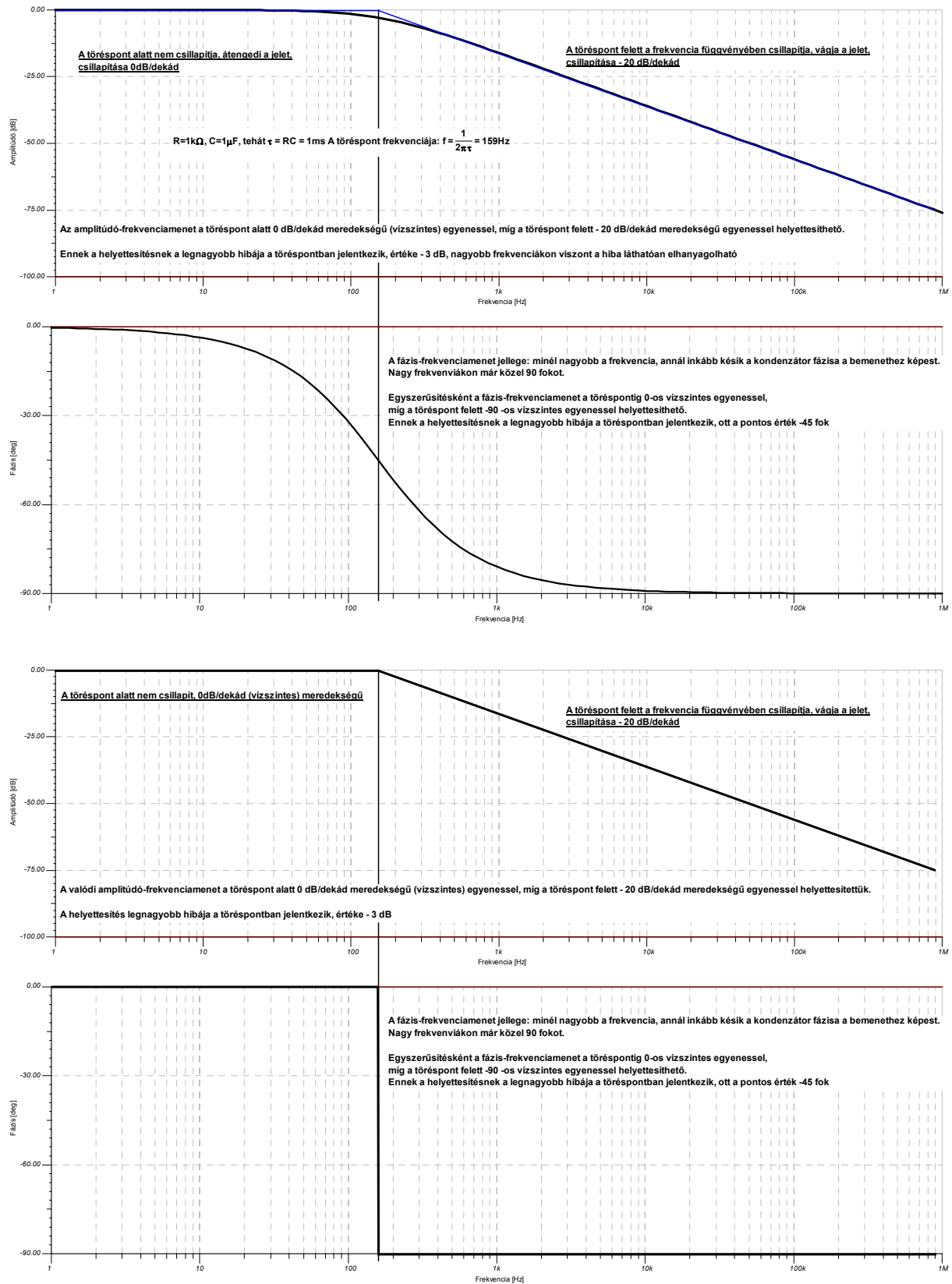
$$\Rightarrow : U(t) = U_{\text{max}} \left[1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right] \quad (\text{RC3})$$

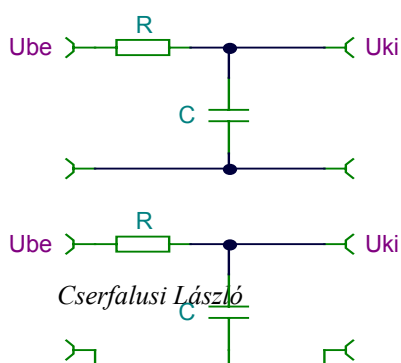
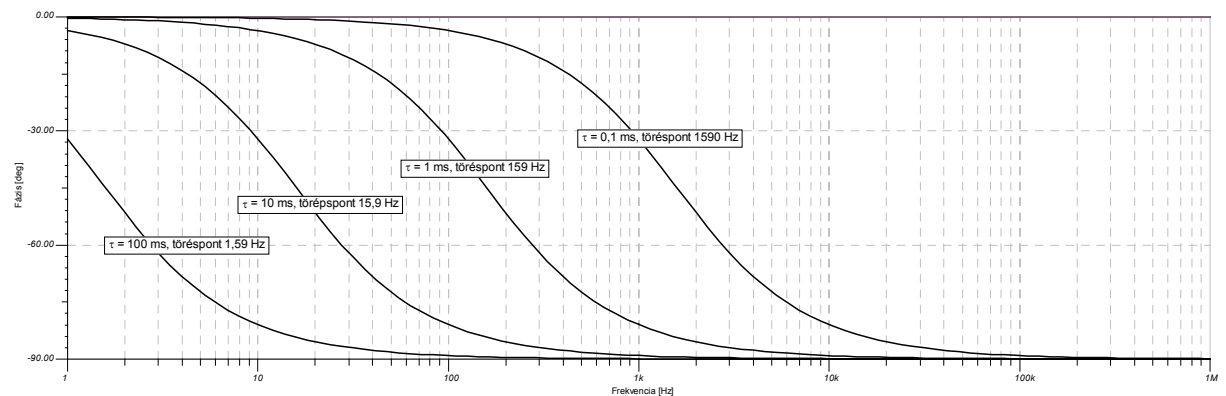
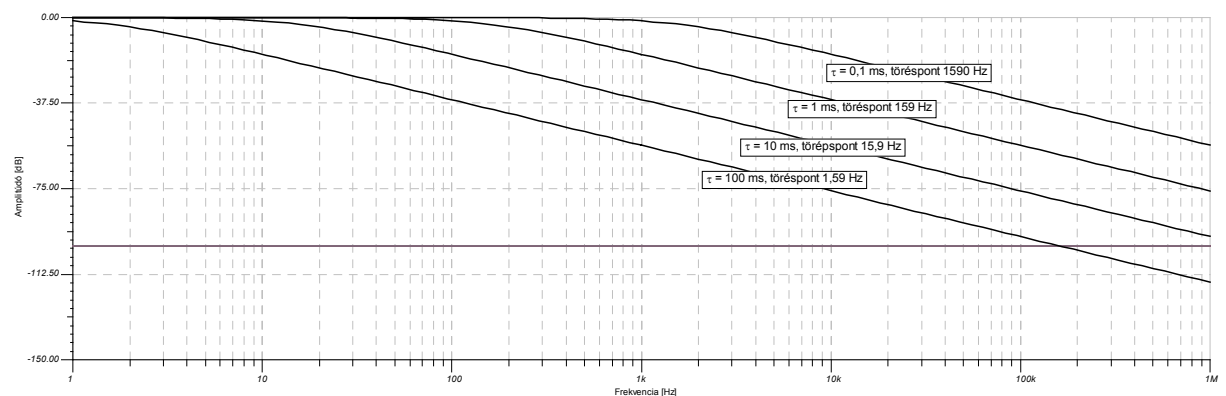
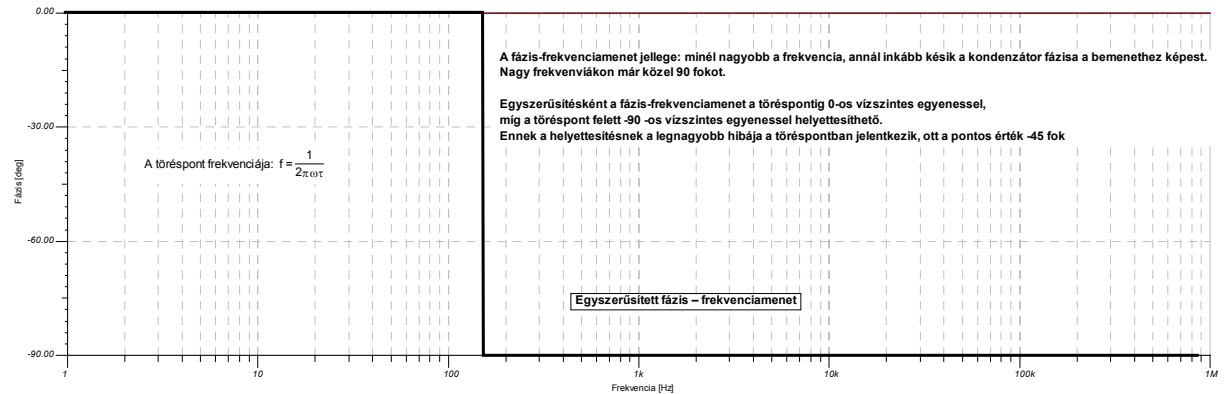
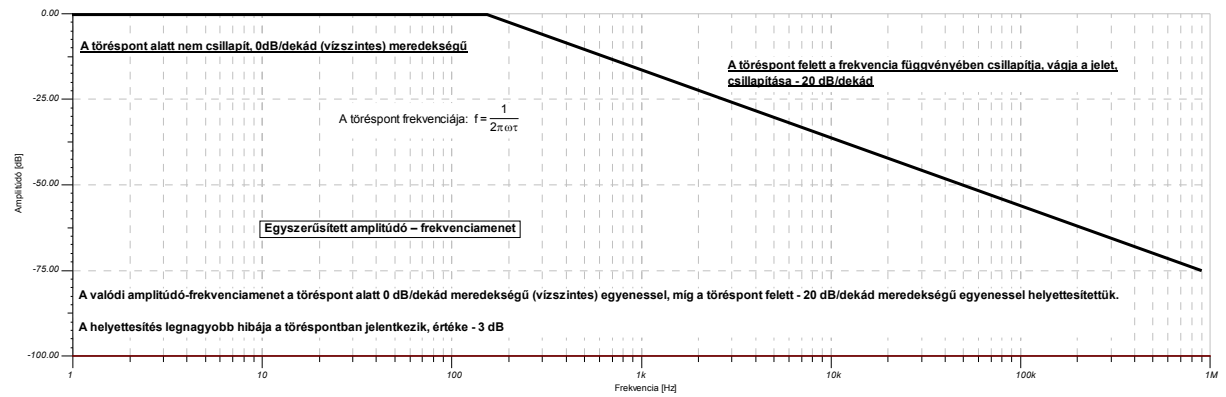
Könnyen belátható, hogy (RC 5) megegyezik (RC 3)-al, ha $U_{\text{kezdő}}=0V$ és $U_{\text{vég}}=U_{\text{max}}$, ekkor ugyanis a töltetlen kondenzátor 0V-ról $U_{\text{vég}}$ maximális feszültségre töltődik végtelen hosszú idő alatt. Kisütéskor (RC 5) megegyezik (RC 4)-gyel, ekkor $U_{\text{kezdő}}=U_{\text{max}}$ feszültségét $U_{\text{vég}}=0V$ -ra sűti ki az ellenállás végtelen hosszú idő alatt.

Így általánosan, minden ugrásszerű, U_{kezdeti} feszültségről $U_{\text{vég}}$ feszültségre való áttöltési (változtatási) szándékra mondhatjuk, hogy a soros RC tag kondenzátorának időbeli feszültsége:

$$U(t) = U_{\text{kezdő}} + [U_{\text{vég}} - U_{\text{kezdő}}] \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right], \text{ azaz csak } \tau = RC \text{ időállandóval képes követni az ug-}$$

rásszerű változást. Mivel pedig a valóságban mindenhol fellép kondenzátor, ahol vezető van, végtelen gyors feszültségugrások nem lehetségesek, ez a jelenség alapvető fontosságú mindeütt, ahol a sebesség számít (digitális technikában az L és H érték csak késéssel történhet, az analóg technikában a négyszögjel torzul, stb.)





Passzív integráló kapcsolás:

Ez nagyon fontos kapcsolás! Sok-sok helyen szerepel az elektronikában, nagyon fontos modell, ezért nagyon

fontos megismerni és megérteni a működését, jellemzőit.

Azért passzív, mert a jelet (bemenő feszültséget) nem tudja erősíteni, csak csillapítani.

Szokásos megnevezései még:

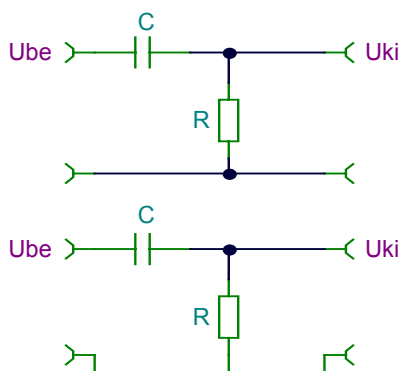
- ❑ Aluláteresztő szűrő (mert bizonyos frekvencia alatt ereszt át csillapítatlanul a jelet, felette vág)
- ❑ Felülvágó szűrő (lásd, mint előbb)
- ❑ Egytárolós tag (irányítástechnikában igen fontos modell)

Passzív differenciáló kapcsolás:

Azért passzív, mert a jelet (bemenő feszültséget) nem tudja erősíteni, csak csillapítani.

Szokásos megnevezései még:

- ❑ Felüáteresztő szűrő (mert bizonyos frekvencia felett ereszt át csillapítatlanul a jelet, alatta vág)
- ❑ Alulvágó szűrő (lásd, mint előbb)



Hogyan számítsunk, és hogy ellenőrizzük feladatainkat?

Használjunk mértékegységeket!

Ha a mértékegységeket használjuk, és velük is elvégezzük az egyszerűsítéseket, a számítás eredményekor kapott mértékegységnek meg kell felelni az eredmény mértékegységének. Pl., ha az eredmény ellenállás, ennek nem lehet V^3m^3s , vagy egyéb sületlenség a mértékegysége. Ha egy képletre rosszul emlékszünk, ha rossz képletet használunk, ennek hibája szinte mindig kiderül, ha mértékegységekkel is számolunk, ekkor a mértékegység-egyenletek is eredményei rosszak lesznek. Néhány példa, mire is jutunk a mértékegységekkel való műveletekkel:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} \quad \text{Mértékegységekkel ugyanez: } [X_C] = \frac{1}{\frac{1}{s} \frac{As}{V}} = \frac{1}{\frac{A}{V}} = \Omega \quad \text{Ez helyes, mert a kapacitív ellenállás}$$

mértékegysége Ω . Ha nem Ω -ot kapunk volna, az alkalmazott képlet hibás lenne. Ugyanígy ellenőrizhető, kijön-

$$\text{e az időállandó } [\tau] = [RC] = \frac{\cancel{V}}{A} \frac{As}{\cancel{V}} = s; \text{ a teljesítmény } W = VA = \frac{[U^2]}{[R]} = \frac{V^2}{\frac{V}{A}} = VA, \text{ stb.}$$

A definíciókból következnek a mértékegységek is, pl.: az ellenállás $\Omega = \frac{V}{A}$; a kapacitás $F = \frac{As}{V}$;

Használjunk prefixumokat! (Kötelező!)

Sokkal könnyebb begépelni EXP 6-ot 1 000 000 helyett, vagy Excelben E6-ot. Ha hozzászokunk a prefixumok használatához, sokkal kevesebbet is hibázunk, jobban követhető a munkánk, stb. Van olyan adat, amit prefixum nélkül csak nehézkesen tudunk pl. kalkulátorba vinni. Pl. egy 4,7pF-os kondenzátor értéke 4,7E-12 (pl. Excel), tudományosan $4,7 \cdot 10^{-12}$. Ez kalkulátorba gépelve 0,000 000 000 004 7 lenne, de ilyen 14 számjegyű kalkulátort nem árúsítanak, ill. vagy nagyon drága, vagy nem tudományos kalkulátor.

A tanár nem fogadja el megoldásnak a hibás, vagy hiányzó prefixumú eredményeket. Az értékes jegyek száma ne legyen feleslegesen sok.

Elég 5 számjegy, ebből két tizedesjegy!

(Az 5 értékes jegy két nagyságrenddel haladja meg az általunk kívánt 1% pontosságot.)

Kalkulátor használat: értékes jegyek száma, ENG és TAB beállítás, EXP gomb

A fentieknek megfelelő kijelzést a kalkulátorokon az **ENG** kijelzési móddal (*Engineer mód, 10 hatványait 3-as csoportokra tagolva mutatja*), és a **TAB=2** (két tizedesjegyre kerekít) beállításával el lehet érni. A kalkulátor gépkönyvében, Használati Útmutatójában, stb. lehet megnézni, hogy állíthatjuk be az ilyen kijelzést. Pl. Sharp típusú az ENG üzemmód az **FSE**, a TAB=2 pedig a **TAB** és utána a **2** gombok megnyomásával érhető el.

Az alábbi táblázatban néhány példán megmutatjuk, milyen hibák fordulhatnak elő a kalkulátorok használatánál, hogy kell begépelni be az adatokat, mit jelent, és mit jelez ki a kalkulátor:

Helytelen alak- vagy adatbevitel	Miért hibás?	Hogy gépelem be?	Mit jelent?	Mit jelez a számológép?
47000000	Túl sok jegy, nincs prefixum	47 EXP 6	47M = $47 \cdot 10^6$ 47 Mega	47,00 ⁰⁶
51347	Nincs prefixum	51347, vagy 51,347 EXP 3	51,347k 51,347 kilo	51,35 ⁰³ (kerekít)
0,0000000000022	Túl sok 0, nincs prefixum	22 EXP -12	22p = $22 \cdot 10^{-12}$ 22 piko	22,00 ⁻¹²
247812,5784	Nincs prefixum, túl sok számjegy	247,81 EXP 3	247,81k 247,81kilo	247,81 ⁰³

Gondoljuk át a feladatot és a megoldást!

Nem kaptunk-e elképzelhetetlenül furcsa eredményt. Pl., ha 5 MW teljesítményt kaptunk, 8210 °C-t, vagy 4MV a feszültséget, mindenki meghalna a környéken. Egy elemtől, de még a labortáptól is elképzelhetetlen, hogy 4kA áramot leadjon. Legalábbis abban biztosak lehetünk, hogy nincs olyan alkatrész, mely ilyen értékű mennyiségeket elviselne, vagy előállítana. Természetesen a túl kicsi eredmények is gyanúsak lehetnek. Ha egy ellenállás értékének $2,2\mu\Omega$ -ot kapunk, ez kisebb, mint egy rövid vezeték ellenállása.

Ha ráadásul a mértékegységek is furcsák, jobb, ha átnézzük egyenleteinket, számításainkat.

Néhány megfontolás, milyen eredményekre számíthatunk, ill. nem számíthatunk:

- Passzív áramköröknél a kimenő jel teljesítménye nem lehet nagyobb, mint a bemenő jelé
- Általában a jel csak csökkenthet, azaz a kimenet, vagy egy alkatrész feszültsége legfeljebb a táp-, vagy bemenő feszültség lehet (kivéve néhány különleges kapcsolást, pl. a soros RLC rezonancia-jelenséget, és a diódás feszültségtöbbszöröző kapcsolást)
- Kiloohmos ellenállás azonnal elég amperes áramtól, hasonlóan néhány ohmos ellenállás jelentősebb feszültségtől, kondenzátorokban nem lehet Coulomb nagyságú töltés, stb.

Hogyan érdemes megoldani a bonyolultabb feladatokat? A favágás módszere

- Először érdemes átgondolni, nem tudunk-e valamit az ismert adatokból kiszámítani, ill. nem adott-e már eleve valamelyik kérdésre a válasz.

Ha így megtaláljuk a megoldást, a feladat egyszerű volt. Általában azonban nem tudunk mindegyikből kiszámolni, mert nincsenek meg ehhez az adatok.

- Ekkor oly módon közeledünk a megoldáshoz, hogy megkeressük, mit tudunk kiszámítani, és azt kiszámítjuk. Ez hasonlít a favágáshoz, nem tudjuk egyből kidönteni a fát, de kis lépésekben előbb-utóbb célhoz érünk.
- Az új eredményt behelyettesítjük abba az egyenletbe, mely eredménye még közelebb visz a megoldáshoz, azt megoldva megint egy eddig ismeretlen adat válik ismertté. Ezt persze meg kell keresnünk, ehhez bizonyos gyakorlat és áttekintő készség kell.
- Az egyre több eredmény, vagy részeredmény ismeretében a behelyettesítéseket addig folytatjuk, amíg minden szükséges eredmény rendelkezésünkre nem áll.
- Ezután mindig ellenőrizzük a megoldást, nem kaptunk-e lehetetlen értékeket, stb.

Figyelem: A feladatok olykor megtévesztőek, látszólagos egyszerűségük mellett is meghökkentően bonyolultak, olykor komoly munkával lehet csak őket megoldani! Nem ajánlott mechanikusan, valamely szokásos képletet keresni, és abba behelyettesítve hamis biztonságba ringatni magunkat!

Soros R-C tag számítása szinuszos áramkörben

Az elektronika-elektrotechnika feladatai többnyire több-ismeretlenes egyenletrendszert alkotnak. Ha egyből nem tudjuk az eredményt kiszámítani, leginkább a behelyettesítés módszerét érdemes alkalmazni.

Természetesen ismeretesebb számítógépes módszerek, és mátrix-egyenletes megoldások, amihez azonban topológiai ismeret kellene, (gráfelmélet), ami középiskolában nincs. Ezeket használja pl. a Tina áramkörszerkesztő program, mely ábráit és megoldásait is feltüntetem.

R-C 10.) feladat: Adottak egy RC tag elemei és a generátor feszültsége:

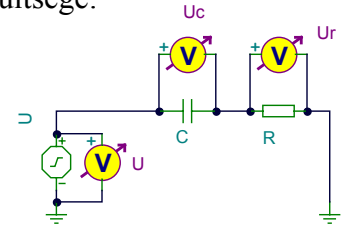
$U=1,41\text{V}$, $f=250\text{Hz}$; $C=2,2\mu\text{F}$ $R=1\text{k}\Omega$

Kérdés: mekkora lesz R és C feszültsége, árama, és fázisszöge?

Rajzolja meg a vektorábrát is!

A kérdés jelekkel: $U_C = ?$; $U_R = ?$; $I = ?$;

$\angle U, U_R = ?$; $\angle U, U_C = ?$



Megoldás: Először a vektorábrát érdemes megrajzolni, abból határozhatjuk meg a

fázisszögek kiszámítását, ezt fejben nehéz elképzelni. Itt a kérdésekből semmit nem tudunk egyből kiszámolni. Vegyük hát sorra, milyen sorrendben tudjuk kiszámolni az ismeretlen mennyiségeket (ez lényegében hasonlít a favágáshoz, nekiállunk, és csináljuk, amíg el nem dől)

Az egymás utáni lépések (favágás):

Először X_C -t számítjuk, mert benne minden adott.

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi 250 \frac{1}{s} 2,2\mu \frac{As}{V}} = 289,37\Omega$$

Ezután már Z képletébenben is minden ismert, Z számítható:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{1^2 + 0,28937^2} \text{ k}\Omega, \text{ (itt } X_C \text{ k}\Omega\text{-ba lett alakítva);}$$

$$Z = 1,041\text{k}\Omega. \text{ Z ismeretében } I = \frac{U}{Z} = \frac{1,41\text{V}}{1,041\text{k}\Omega} = 1,3544\text{mA}$$

Tehát az áram $I = 1,3544\text{mA}$

Az árammal $U_C = IX_C = 1,3544\text{mA} \cdot 0,28937 \text{ k}\Omega$

Tehát a kondenzátor feszültsége: $U_C = 391,94\text{mV}$

$U_R = IR = 1,3545\text{mA} \cdot 1\text{k}\Omega$ **Tehát az ellenállás feszültsége $U_R = 1,3544\text{V}$**

$$\varphi_{U,U_C} = \arccos \frac{U_C}{U} = \arccos \frac{391,9\text{mV}}{1,41\text{V}} = 1,2891 \text{ rad} = 73,861^\circ \text{ és késik U-hoz képest}$$

$$\text{és végül } \varphi_{U,U_R} = \arccos \frac{U_R}{U} = \frac{1,3544\text{V}}{1,41\text{V}} = 0,2817 \text{ rad} = 16,139^\circ.$$

Tehát $\angle U, U_C = 73,861^\circ$ és késik, míg $\angle U, U_R = 16,139^\circ$ és siet U-hoz képest.

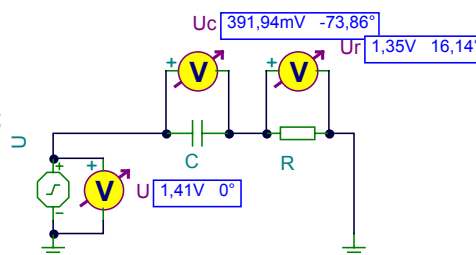
A sorrend számít, először X_C -t tudjuk kiszámítani, majd Z -t, és így tovább. Nézzük meg, gondolkodjunk el ezen, mert ez nehéz!! Érdemes feleleveníteni a Fizika tantárgy idevonatkozó részeit!

Ellenőrzés: nézzük meg, mit kapunk, ha a feladatot megépítjük a Tina áramkörszerkesztő programmal:

Az ábrán az U_C negatív szöge a késést jelenti.

A Tina fel is tünteti a műszerek eredményeit, ha az Interaktív mód AC, és be van kapcsolva.

Megállapíthatjuk: az eredmények egyeznek, a megoldás jó.



Az R-C 10.) feladat számítását Excellel, ellenőrzését Tinával végeztük.

Számítás Excellel: A felhasznált cellák tartalma:

	A	B	C	D	E
1	U=	1,41V			
2	f=	250Hz			
3	R=	1000Ω			
4	C=	0,0000022			
5	Xc=	=1/(2*PI()*B2*B4)Ω			

Megjelenítés a cellákban képletekkel

Döltén szedtem a konstans adatokat, ezeket más feladatnál csak át kell írni, a megoldás azonnal előáll

6	Z=	=GYÖK(B5^2+B3^2)	Ω	=0,001*B6	kΩ
7	I=	=B1/B6	A	=1000*B7	mA
8	Uc=	=B7*B5	V	=1000*B8	mV
9	Ur=	=B7*1000	V		
10	fi U,Uc	=ARCCOS(B8/B1)	rad=	=B10*180/PI()	fok
11	fi U,Ur	=ARCCOS(B9/B1)	rad=	=B11*180/PI()	fok

	A	B	C	D	E
1	U=	1,41E+0	V		
2	f=	250,00E+0	Hz		
3	R=	1,00E+3	Ω		
4	C=	2,20E-6			
5	Xc=	289,37E+0	Ω		
6	Z=	1,04E+3	Ω	1,04E+0	kΩ
7	I=	1,35E-3	A	1,35E+0	mA
8	Uc=	391,94E-3	V	391,94E+0	mV
9	Ur=	1,35E+0	V		
10	fi U,Uc	1,29E+0	rad=	73,86E+0	fok
11	fi U,Ur	281,68E-3	rad=	16,14E+0	fok

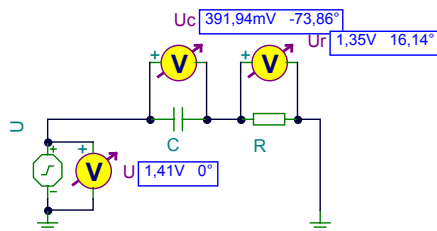
Megjelenítés a cellákban értékekkel

Az ENG kijelzés 2 tizedessel az „Egyéni” cellaformázással érhető el, az alkalmazott formátumkód:

Formátumkód: ##0,00E+0

Ennek az a jelentése, legfeljebb három egész számjegy, mindig két tizedes, és tudományos kijelzés (tíz hatványaival)

Ellenőrzés a Tina áramkörszerkesztő programmal:



Látható, hogy a Tina nagyon pontosan számol.

Ehhez a feladathoz tartozó csúcserőtel és oszcillogramm:

