36. Tiszta hajlítás

A rúd valamely szelvényének igénybevétele tiszta hajlítás, ha az erőrendszer eredője erőpár, melynek síkja a rúd tengelyével párhuzamos. Feltesszük, hogy a rúdnak van (legalább egy) szimmetriasíkja és, hogy a rudat terhelő egyensúlyi erőrendszer a szimmetriasíkban működik. Az utóbbi feltétel teljesülése esetén egyenes hajlításról beszélünk.

A terhelés hatására a rúd tengellyel párhuzamost vonalai meggörbülnek, de a merőlegesek maradnak. A rúd tengelyével párhuzamos vonalak (szálak) egy része meghosszabbodik, más része megrövidül. Kijelölhető a rúdban egy olyan semleges réteg, amely a megnyúló és rövidülő szálakat elválasztja. A semleges réteg szálai hosszukat nem változtatják.

Hajlításnál a rúd keresztmetszeteiben csak normálfeszültség ébred.

$$\sigma_h(x,y) = \frac{M_h(x)}{I_z} y$$

$M_h(x)$ – hajlító nyomaték az x koordinátájú szelvényben

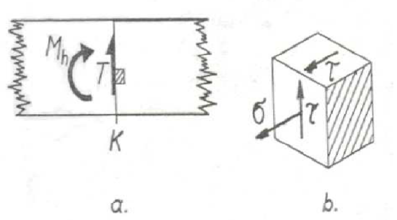
I_z – a Z tengellyel párhuzamos súlyponti tengelyre a szelvény másodrendű nyomatéka

y – a szelvény vizsgát pontjának 2. koordinátája

A képlet szerint az adott szelvényben σ_h lineárisan változik s a z koordinátától független. A tartó egészét tekintve azonban a feszültség nem csak y-nak, hanem x-nek is függvénye, hiszen M_h szelvényenként különbözhet. A feszültség a hajlító nyomatékkal egyenesen, a másodrendű nyomatékkal fordítva arányos.

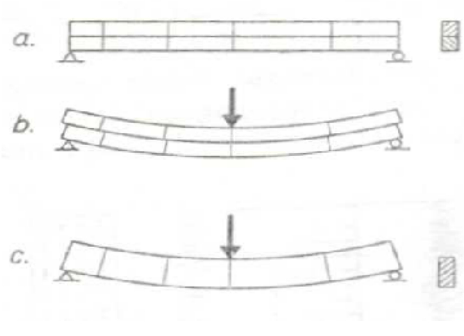
37. Összetett hajlítás (hajlítás+nyírás)

A veszélyes keresztmetszeteket általában egyidejűleg hajlító erőpár és nyíró erő terheli, ilyenkor közönséges hajlításról beszélünk (összetett hajlítás, nyírással egyidejű hajlítás).
A keresztmetszetet terhelő nyíróerő hatására nyírófeszültségek lépnek fel a keresztmetszeten, s a dualitás értelmében a keresztmetszeti síkokra merőleges síkokon is.
Dualitás tétele: a szilárd test tetszőleges belső P pontján átmenő két, egymásra merőleges síkhoz tartozó (P-beli) nyírófeszültségeknek a síkok metszésvonalára merőleges összetevői egyenlő nagyok. Tehát például a $\tau 1$ *és* $\tau 2$ -nek az áthúzással jelölt összetevői egyenlő hosszúságúak. $\tau_{xy} = \tau_{yx}$,$\tau_{xz} = \tau_{zx}$,$\tau_{yz} = \tau_{zy}$ → a független komponensek száma 6.
Két egyensúlyi erőrendszer hatására a szilárd test tetszőleges pontjában, külön-külön keletkező feszültségek az erőrendszerek egyidejű működtetése esetén vektoriálisan összegződnek.



A rúdrészlet K szelvényében az igénybevétel M_h hajlító nyomaték és T nyíróerő. A szelvény határán felvett elemi kockán szemléltettük a fellépő feszültségeket.
Nem egytengelyű, hanem síkbeli feszültségállapot uralkodik a keresztmetszet pontjaiban.
A lapszögek megváltoznak, az eredetileg sík keresztmetszetek eltorzulnak, s így megszűnik az az alap, melyre a feszültség-számítást korábban alapoztuk. Kísérletekkel igazolható azonban, hogy olyan rudak esetében, melyek hossza a szelvénymagasság ötszörösénél nagyobb, a Bernoulli-Navier-féle feltevések közönséges hajlítás esetében is elfogadhatók, következésképpen a σ feszültségek számítása ugyanúgy történhet, mint tiszta hajlítás esetén, azaz:$\sigma_h = M_h(x)/I_z * y$.

Jelen esetben a nyírófeszültségek iránya egyezik a nyíróerő irányával, de a nagyságát nem τ/A képlettel számoljuk ki, ugyanis a nyírófeszültségek megoszlása nem egyenlete.
A szelvény y koordinátájú pontjaiban ébredő nyírófeszültség: $\tau(x,y) = (T(x) * S_z(y))/(I_z * b(y))$
T(x) – a szimmetriasíkjában terhelt rúd valamely x koordinátájú szelvényében a nyíróerő
I_z – a súlyponti z koordináta-tengelyre a rúd szelvényének másodrendű nyomatéka
b(y) – a szelvény y ordinátájú pontjai által alkotott szakasz hossza
$S_z(y)$ – az említett szakasz alatti szelvény-rész statikai nyomatéka a z tengelyre
S_z a keresztmetszet azon részének a statikai nyomatéka, mely a k hosszúságú szakasznak a súlyponttal ellentétes oldalán van.
Megjegyzés
1, A képlet levezetése során alkalmazott feltevések nem teljesen jogosultak, ezért a kapott függvény nem pontosan írja le a feszültség változását. Téglalap keresztmetszet esetén keskeny és magas szelvényekre jó eredményt ad képlet, széles és alacsony szelvények esetén helyesbítésre van szükség.
2, Mivel a nyírófeszültség előjelének fizikai jelentést nem tulajdonítunk, a képlet alkalmazásánál csupán a benne szereplőváltozók abszolút értékével számolunk.
3. A hajlításnál fellépő nyírófeszültségek jelenléte érzékelhetővé teheti következőképpen: két egyenlő b magasságú, téglalap szelvényű gerendát egymásra helyezve és megterhelve azt találjuk, hogy a deformálódó gerendák érintkező lapjai egymáson elcsúsznak



Egy azonos hosszúságú 2b magasságú tömör gerenda esetén a rétegek ilyen elcsúszása a fellépő nyírófeszültségek miatt nem következik be.

38. Méretezés hajlításra
Természetes fa hajlító igénybevétele

Szelvények meghatározásához ismerni kell a tönkremenetel szempontjából legveszélyesebb szelvényt, sőt a szelvény legnagyobb feszültségű pontját. A közönséges hajlításra igénybevett szelvény szélső szálaiban a σ feszültségek maximálisak, a τ feszültségek értéke pedig zérus. A semleges rétegben pont fordítva van.

Mivel a maximális σ feszültségek jóval nagyobbak, mint a legnagyobb nyírófeszültségek, ezért a szelvény-meghatározásnál a maximális σ feszültségekből indulunk ki

Ellenőrzés

A szelvényben fellépő σmax és τmax feszültséget hasonlítjuk össze a megengedett feszültséggel:

$\sigma_{max}=(M_{max}/K_z)\leq \sigma_m$

$$\tau(x,y)=\frac{T(x)\,S_z(y)}{I_z b(y)}$$

S_z – a semleges tengelyre vonatkozó nyomaték y=0-nál (amennyiben a semleges rétegben ébredő legnagyobb nyírófeszültség)

b – a szelvény szélessége y=0-nál

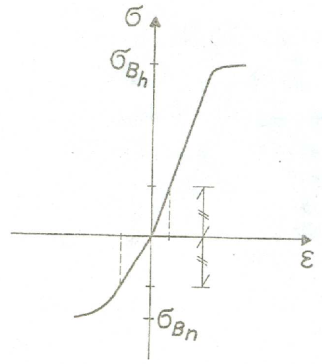
Tervezés

A szelvény szükséges keresztmetszeti tényezőjét, vagy a szelvény valamely méretét keressük a hajlító nyomaték és a megengedett feszültség ismeretében.

$K_z=M_{max}=\sigma_m$

Az így kapott keresztmetszetet nyírás szempontjából is ellenőrizni kell.

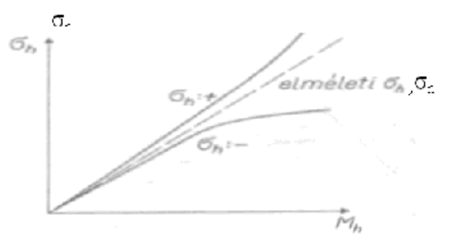
A természetes faanyag hajlító igénybevétele



A faanyag nyomófeszültségek hatására erősebben deformálódik, mint húzófeszültségek hatására. Nyomó szilárdsága kisebb, mint a húzószilárdsága.

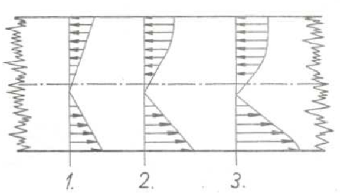
Hajlításnál az anyag tönkremenetele a nyomott oldalon kezdődik. Ha a nyomott oldalon

$\sigma_h = \sigma_{B_n}$ bekövetkezik, a továbbiakban lényeges feszültségnövekedés már nem jelentkezik, a feszültség csak a húzott oldalon növekedhet.



Megfigyelhető az ábrán a semleges szál eltolódása a húzott oldal felé. A szakadás, törés a húzott oldalon lép fel először.

Ha egy téglalap szelvényű, kéttámaszú fagerendát koncentrált erővel terhelünk s az erő nagyságát változtatjuk, azt találjuk, hogy a tönkremenetel módja az anyag szilárdságán (σ_B, τ_B) kívül a $\lambda = l / b$ aránynak is függvénye, ahol l a támaszköz, b a szelvény magassága. E tény belátása végett határozzuk meg, hogy a tartó anyagának σ_B hajlító szilárdságához és a változó λ -hoz milyen maximális F terhelés tartozik!



$\sigma_h=\sigma_B=M_{max}/K=3F/2A*\lambda$

$\tau_{max}=\tau_B=3/2*F/A=3F/4A$

39. Egyenszilárdságú hajlított rudak

Hajlításkor a hajlítónyomaték nagysága a rúd hossza mentén nem változhat. Változó nyomatéknál ugyanis nyíróigénybevételnek is ébrednie kellene, ilyenkor azonban már összetett (hajlítás és nyírás) a keresztmetszet igénybevétele.

Most mégis feltesszük, hogy a hajlítónyomaték a rúd hossza mentén változik, de a nyíróigénybevétel hatását elhanyagoljuk. A hajlításból származó normálfeszültséget és annak maximumát a tiszta hajlításnál levezetett összefüggések analógiájára számíthatjuk:

$\sigma_{z'z'}=M_{x'}(z)/I_{x'x'}*y'$ $\sigma_{z'z'max}=M_{x'}(z)/K_{x'}$

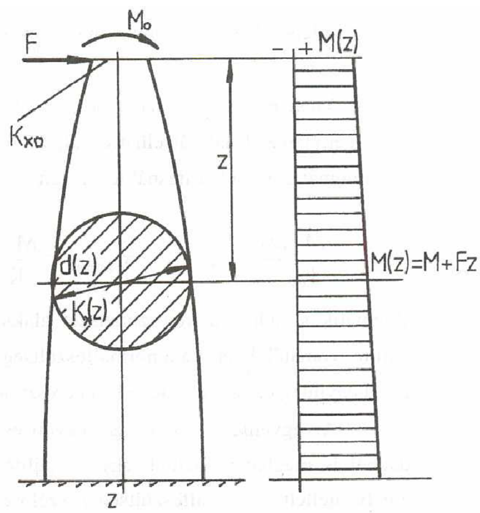
Az egyenletes szilárdságú húzott és nyomott rúd fogalmához hasonlóan a hajlított rudaknál is meghatározhatunk egy, a hajlítónyomaték változásához igazodó keresztmetszetet, amely mellett a normálfeszültségek szélső értéke minden keresztmetszetben ugyanakkora. Az ilyen hajlított rudat egyenletes szilárdságúnak nevezzük. Anyagfelhasználás szempontjából a leggazdaságosabb rúdalakot egyenletes szilárdságú tartóval nyerjük.

Az egyenletes szilárdságú tartó alakját a hajlítónyomatéki függvény mellett a keresztmetszet alakja befolyásolja döntően. Ha a hajlítóigénybevétel függvénye lineáris (ilyen az egyik végén befogott, szabad végén a rúdtengelyre mer_leges hatásvonalú, koncentrál erővel terhelt tartó nyomatéki függvénye) és a keresztmetszet alakja téglalap, kétféleképpen is elkészíthetjük az egyenletes szilárdságú tartóalakot:

$K_{x'}=1/6*sv^2$ s - a téglalap hajlítás tengelyével párhuzamos oldalának hosszúsága
v - az erre merőleges hosszúság

A kifejezésnek megfelelően v állandó értéken tartásával s lineárisan változik, s állandó értéken tartása mellett pedig v-re egy másodfokú függvényt kapunk.

Tegyük fel, hogy a rúd kör keresztmetszetű, s az ábrának megfelelően, alsó vége befogott, felső szabad végén M_0 koncentrált nyomaték és F koncentrált erő hat. Legyen σ_0 az a feszültség, amelyet szélső szálakban megengedünk és határozzuk meg, hogyan változzon az oszlop d(z) átmérője, hogy az egyenletes szilárdság elvét kielégítsük



A hajlítónyomatéki függvény: $M_z=M_0+F_z$

A kör keresztmetszet hajlítás tengelyére vonatkozó keresztmetszeti tényezője: $K_x(z)=d^3(z)\,\pi/32$

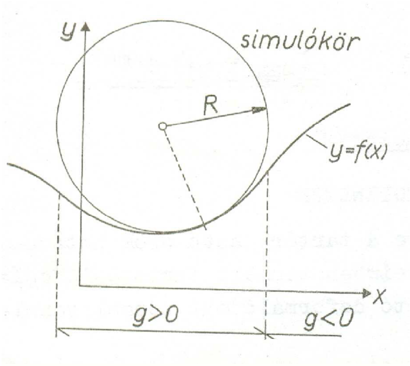
$d(z)=d_0\sqrt[3]{(M0+Fz)/M0}$

Az egyenlőszilárdságú hajlított oszlop kör keresztmetszetének átmérője tehát egy harmadfokú függvény szerint változik. Jó közelítéssel ilyen alakot vesznek fel a szél hajlító hatásának kitett fatörzsek, különösen akkor, ha a fa anyagának sűrűsége viszonylag kicsi s ezért a normáligénybevétel hatására kialakuló exponenciális határvonal nem szembeötlő (pl. a fenyőféléknél). A valóságban ez a két alak ötvöződik, a fatörzs alakjára jellemző meridiánvonal felső részén a hajlítás következtében kialakuló harmadfokú görbe, alsó részén pedig a nyomás hatására fellépő exponenciális görbe dominál.

40. Rugalmas gerenda differenciál egyenlete

A tartó deformálódott tengelyvonala a rugalmas vonal (síkgörbe).A rugalmas vonal valamely pontjában a görbület és a kérdéses pontban érvényes hajlító nyomaték között a kapcsolat:

$$|g| = \left|\frac{1}{R}\right| = \left|\frac{M_h(x)}{EI_z}\right|$$



A differenciálható y=f(x) egyenletű síkgörbe görbülete ½=y”/(1+y^2)*3/2

A görbület előjelét akkor vesszük pozitívnak, ha az y tengellyel szembenézve a kérdéses pontban a göbe konkáv.

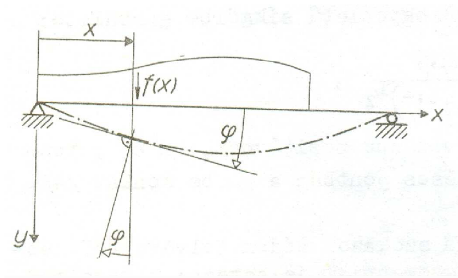
Az y’ geometriai jelentése: a rugalmas vonal érintőjének iránytangese. Mivel a rúd alakú tartók tengelyvonala a terhelés hatására csak igen kevéssé deformálódhat, y’ s ennek négyzete elhanyagolható.

A görbület számítására szolgáló differenciálegyenlet: 1/R=y”

A görbület mechanikai adatokkal kifejezve a rugalmas vonal differenciálegyenletét kapjuk: y”=-M_h(x)/EI_z

A képlet jobb oldalán szereplő negatív előjel magyarázata: koordináta-rendszerünk megválasztása és a hajlító nyomaték értelmezése folytán, pozitív hajlító nyomaték esetén negatív görbületű rugalmas vonal alakulna ki, a képlet tehát előjelhibával adná a görbületet. Hogy ezt a hibát elkerüljük M_h -t negatív előjellel vesszük.

Az első integrálás után megkapjuk az y’ = y’ (x) függvényt, mely a rugalmas vonal x koordinátájú pontjához húzott érintő φ irányszögének tangensét, ill. jó közelítéssel az irányszögét adja meg. Ez egyben az x koordinátájú szelvény elfordulási szöge is.



A második integrálás már magát a rugalmas vonal egyenletét szolgáltatja.
Figyelembe kell venni, hogy a rúd különböző szakaszaira esetleg külön differenciálegyenletek érvényesek, valamint azt, hogy az integrálás eredményeképpen nyert függvényre bizonyos feltételeknek kell teljesülniük.

41. Csavarás (kör és négyszög keresztmetszetű rúd)

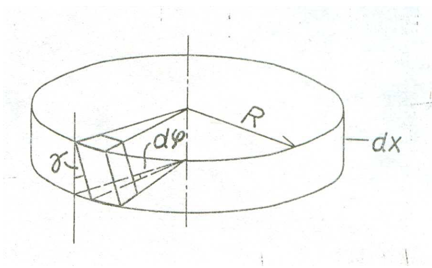
Rúd valamely szelvényében az igénybevétel csavarás, ha a bal oldali erőrendszer olyan erőpárral egyenértékű, melynek síkja merőleges a rúd tengelyére. Más szóval: a bal oldali erőrendszer erőpár, melynek nyomaték vektora a rúd tengelyével párhuzamos.

A csavarásra igénybe vett rúdban ébredő feszültségek meghatározása végett vizsgáljuk meg egy olyan rúdszakasz deformálódását, melynek minden szelvényében M_{cs} csavaró nyomaték az igénybevétel. Ha a deformálódás előtt kijelölünk a rúd határoló felületén egy alkotókból és parallel-körökből álló derékszögű hálózatot, akkor a deformálódás után azt találjuk, hogy

- a henger alkotói csavarvonalakká deformálódnak,
- a parallel-körök továbbra is – azonos sugarú – körök maradnak, síkjaik merőlegesek a henger tengelyére és egymástól mért távolságuk változatlan marad

Azaz: a keresztmetszetek egymáshoz képest elfordulnak. Feltételezzük, hogy a keresztmetszetek mindegyike merev lemezként fordul el, tehát a körsugarak deformálódása után is egyenes szakaszok maradnak.

A deformáció következtében egy olyan – kicsiny él hosszúságú –hasáb, melyet a hengerből két parallel-kör síkja, valamint a tengelyen átmenő és azzal párhuzamos síkok határolnak, a következőképpen deformálódik: az él hosszak változatlanok maradnak, a hasáb két határoló lapja egymáshoz képest elcsúszik. Az elemi hasábban kijelölt pontban a feszültségállapot tiszta nyírás.

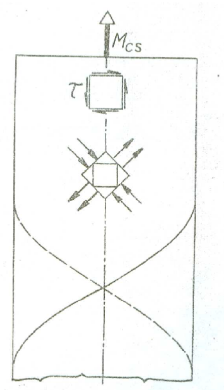


A csavarásra igénybe vett kör (körgyűrű) keresztmetszetű rúdnak a tengelyére merőleges metszete valamely pontjában fellépő τ feszültség vektora merőleges a ponthoz tartozó sugárra.

$$\tau(r) = \frac{M_{cs}}{I_p} r$$

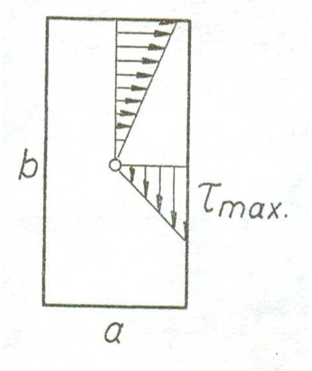
M_{cs} – a csavar nyomaték nagysága
I_p – a keresztmetszetnek a középpontjára vonatkozó poláris másodrendű nyomatéka
r – a pont középponttól mért távolsága

A képletből kiolvasható, hogy a feszültség arányos a kérdéses pontnak a rúd tengelyétől mért távolságával.



A csavart rúd pontjaiban síkbeli feszültségállapot alakul ki. A hasáb pontjaiban kialakuló feszültségállapot tiszta nyírás. A csavart rúd felületén a főfeszültségi irányok a henger alkotóival 45°szöget zárnak be.

Téglalap keresztmetszetű rudak csavarásánál a maximális feszültség a hosszabbik oldal közepén lép fel.



$$\tau_{max} = \frac{M_{cs}(3b + 1{,}8a)}{a^2 b^2}$$

42. Méretezés csavarásra

Ellenőrzéskor a veszélyes szelvényben fellépő maximális feszültséget hasonlíthatjuk össze a csavarásra megengedett τ_m fesz ültséggel. Teljesülnie kell az alábbi egyenlőtlenségnek:

$$\tau_{max} = \frac{M_{cs}}{K_p} \leq \tau_m$$

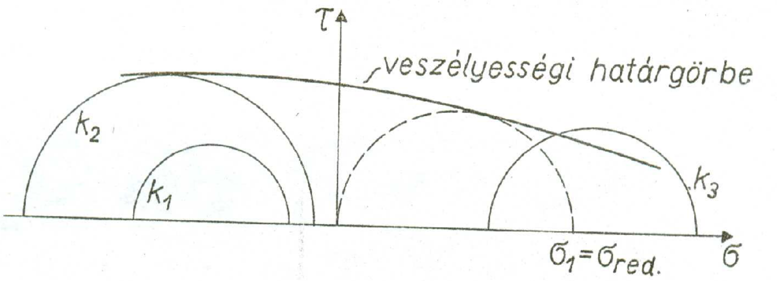
Tervezés esetén rendszerint a csavart rúd veszélyes keresztmetszetének átmérőjét keressük a csavaró nyomaték és a megengedett feszültség ismeretében. A szükséges méret a poláris keresztmetszeti tényezőből határozható meg:

$$K_p = \frac{M_{cs}}{\tau_m}$$

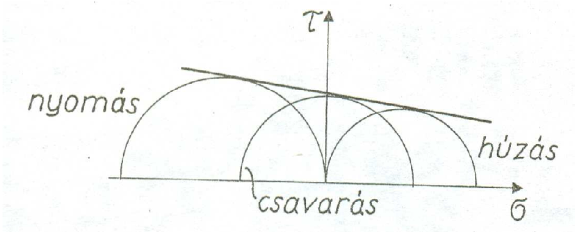
43. O. Mohr féle törési elmélet

A feszültségelméletek egy összetett igénybevétel hatására kialakuló feszültségállapot adataiból egy σ_{red} redukált feszültséget vezetnek le. A σ_{red} értékkel jellemzett húzás ($\sigma_1 = \sigma_{red}$) veszélyesség szempontjából egyenértékű az adott többtengelyű feszültségállapottal. A különböző feszültségelméletek más-más módon vezetik le a redukált feszültséget. Ennek megfelelően az eredmények többé-kevésbé eltérőek.

A Mohr-féle feszültségelmélet abból a feltevésből indul ki, hogy a rugalmas anyagú test valamely pontjában a határállapotot előidéző feszültség állapotok feszültség diagramjainak (pontosabban: a feszültségi diagramok főköreiről, a σ_1, σ_3 pontokon átmenő körívekről van szó) létezik egy burkoló görbéje, a veszélyességi határgörbe, mely a határállapot szempontjából veszélytelen, ill. veszélyes feszültség állapotok feszültségi köreit elválasztja.



- egy-egy feszültség állapot veszélyességét az dönti el, hogy a feszültségi főkör metszi-(érinti)-e a vagy sem a veszélyességi határgörbét. Tehát például a k_1 kör veszélytelen feszültségállapotot szemléltet, a k_2, k_3 veszélyeset.
- az elmélet szerint a σ_2 főfeszültségek szerepe lényegtelen, csupán a σ_1 és a σ_3 főfeszültségektől függ az adott feszültségállapot veszélyessége.
- a veszélyes feszültségállapotok közül nevezetes a –ábrán szaggatott vonallal ábrázolt – tiszta húzás, mely veszélyesség szempontjából egyenértékű mindazon feszültség állapotokkal, melyek feszültségi körei a határgörbét érintik. Ennek σ_1 főfeszültsége az adott veszélyességi határgörbéhez tartozó redukált feszültség.



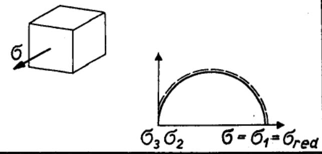
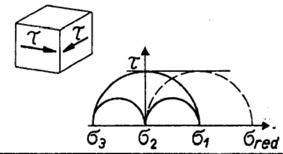
A veszélyességi határgörbe lehetőséget nyújt tetszőleges – kísérlettel meg sem valósított – feszültségállapot megítélésére.

Attól függően, hogy a határállapotot miképpen definiáljuk, különböző határgörbék léteznek.

A határgörbe az anyagi minőségnek is függvénye. A határállapot definiálása után a görbe meghatározása kísérletekkel történhet. Közelítőleg az ábra szerint szerkeszthetjük meg a határgörbét, a húzás, csavarás és nyomás feszültségei köreinek ismeretében.

$$\sigma_{red} = \sigma_1 - \sigma_3, \quad \text{ahol} \quad \sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau^2}$$

$$\sigma_{red} = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau^2} - \sigma_z$$

Az igénybe-vétel	A feszültségállapot szemléltetése	σ_{red}
Húzás Hajlítás	$\sigma = \frac{N}{A}$ $\sigma = \frac{M_h}{K}$ 	σ
Nyírás Csavarás	$\tau = \frac{T}{A}$ $\tau = \frac{M_{cs}}{K_p}$ 	2τ

Tönkretételi elmélet

Összetett feszültségből könnyen előállítható egyenértékű feszültséget kell alakítani. Összetett igénybevétel esetén egy egyenértékű feszültséget számolunk, amelyet veszélyességében egy egyszerűen előállítható feszültséggel egyenlő (általában húzófeszültség) és ezt összehasonlítjuk a megengedett húzófeszültséggel.

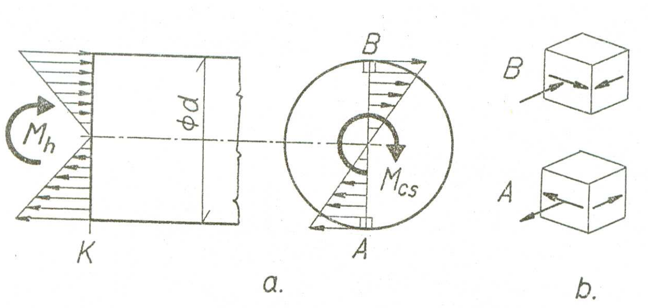
Ha egy fellépő feszültségi állapot legnagyobb főköre belemetsz a veszélyességi határgörbébe, akkor tönkremenetel következik be. Ha alatta van, vagy érinti, akkor nem okoz tönkremenetelt.

44. Méretezés összetett igénybevételre

Ellenőrzéskor azt kell kimutatni, hogy a redukált feszültség nem haladja meg a megengedett feszültséget: $\sigma_{red} \leq \sigma_m$

Tervezéskor úgy kell meghatározni a szerkezet méreteit, hogy a legveszélyesebb pontban számítható redukált feszültség ne haladja meg a megengedett feszültséget.

Hajlítás és csavarás



A K szelvényen ébredő feszültségek a következők:

a hajlításból $\sigma_h = \frac{M_h}{I_z} y$,

a csavarásból: $\tau = \frac{M_{cs}}{I_p} r$

A képletekben I_z, I_p a keresztmetszet másodrendű nyomatékai

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\frac{M_h^2}{K_z^2} + 4\frac{M_{cs}^2}{(2K_z)^2}} = \frac{\sqrt{M_h^2 + M_{cs}^2}}{K_z}$$

K_z – keresztmetszeti tényező

A redukált feszültség egyenlő azzal a hajlító feszültséggel, mely az adott szelvényben $M_{red} = \sqrt{M_h^2 + M_{cs}^2}$ ún. redukált hajlító nyomaték hatására ébred.

A tengely méretezése:

$$K_z = \frac{M_{red}}{\sigma_{red}}, \quad \sigma_{red} \leq \sigma_m, \quad K_z = \frac{d^3\pi}{32} \quad \geq \sqrt[3]{\frac{32}{\pi}\frac{\sqrt{M_h^2 + M_{cs}^2}}{\sigma_m}}$$

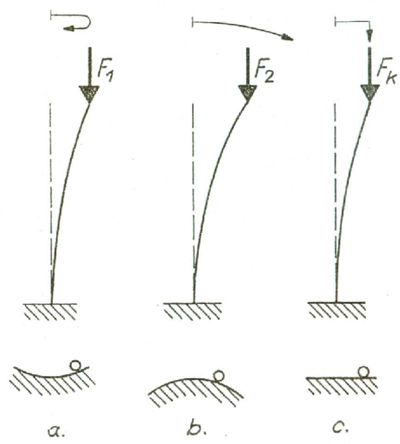
Órai:

$\sigma_{egy} = \sqrt{\sigma_{haj}^2 + 4\tau_{cs}^2}$

$\sigma_{egy} = 2*(\tau_h + \tau_{cs})$

45. Kihajlás

Karcsú rúd: a szélesség nagyságának legalább ötszöröse a hossz nagysága.



a, A rúd egyensúlyi állapotban van, ha az erő megszűnésével visszatér eredeti helyzetébe (ha F1 lég kicsi)
b, A rúd bizonytalan egyensúlyi állapotban van, ha akkora F2 erővel terhelem a rudat, hogy az a legcsekélyebb kitérés után sem tér már vissza eredeti helyzetébe, sőt a kitérés fokozódik, a rúd eltörik
c, F, kritikus terhelés esetén a rúd egyensúlyi állapota közömbös. (Magára hagyva nem tér vissza eredeti helyzetébe, hanem megmarad deformált állapotában)

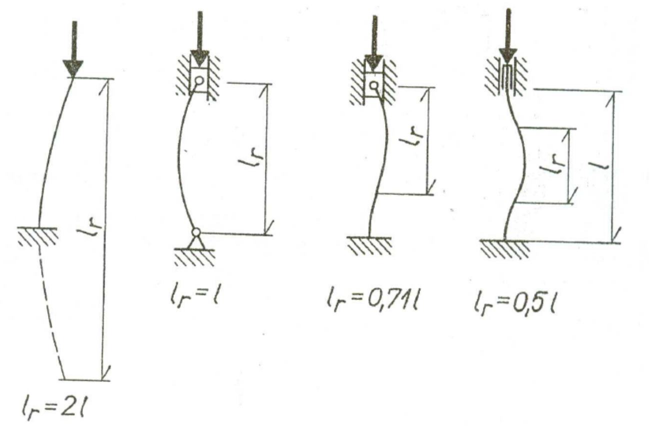
$F1 < F k < F2$

A kritikus erő hatására a rúdban fellépő feszültség a kritikus feszültség:

$$\sigma_k = \frac{F_k}{A}$$

A – a rúd keresztmetszet-területe

σk lehet nagyobb és kisebb, mint a rúd anyagának arányossági határa. Ez alapján beszélünk rugalmas és plasztikus kihajlásról.
A centrikusan nyomott rúd rugalmas vonala differenciál egyenletének vizsgálata alapján bebizonyítható, hogy a kihajlott rúd tengelyvonala szinuszgörbe alakú. A tengelyvonal által alkotott szinuszgörbe fél hullámhosszát redukált hossznak nevezzük – l_{red}
A rugalmasvonal lakja a befogás módjától függ:



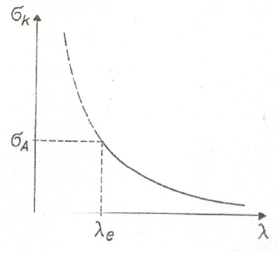
Szintén fontos geometriai jellemzője a rúdnak a karcsúság, melyet a redukált hossz és a minimális inerciasugár (i_2) szab meg (az órai i_{min} itt i_2)

$$\lambda = \frac{l_r}{i_2}$$

<u>Rugalmas kihajlás</u> Euler szakasz

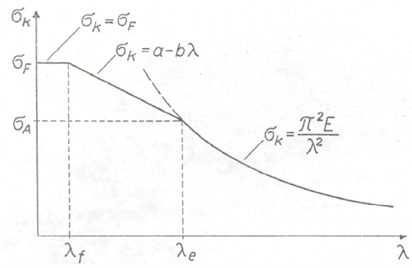
$\lambda \geq \lambda_e$ és $\sigma_k \leq \sigma_A$ esetén:

$$F_k = A\sigma_k = A\frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \qquad \lambda = \frac{l_r}{\sqrt{\frac{I_2}{A}}}, \qquad F_k = \frac{\pi^2 E I_2}{l_r^2}$$



F_k – kritikus rúderő
A – a rúd keresztmeszet területe
I_2 – a legkisebb másodrendű nyomatéka
l_{red} – a redukált hossz
E – rugalmassági tényező

$\sigma_k = \sigma_k(\lambda)$



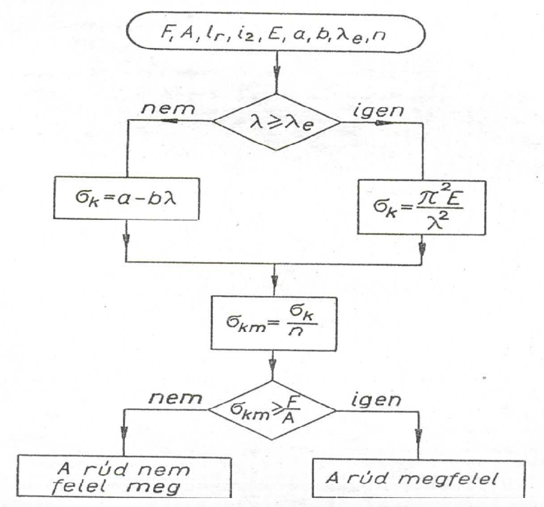
<u>Plasztikus kihajlás</u>

$\lambda \leq \lambda_e$ és $\sigma_k < \sigma_F$ esetén a Tetmajer képlet használható, mely lineáris kapcsolatot nond ki a karcsúság és a kritikus feszültség között: $\sigma_k = a - b\lambda$
a és b a rúd anyagától függő állandók (értékük műszaki táblázatokban található)

46. Méretezés kihajlásra

Ellenőrzéskor a keresztmetszet adatai (A, i_2) és a megfogás módjának (l_{red}) ismeretében megállapítjuk λ-t.
Ha $\lambda \geq \lambda_e$, akkor rugalmas, ha $\lambda < \lambda_e$, akkor plasztikus kihajlásról van szó. Ezután a rúd anyagának (E,a,b) ismeretében meghatározzuk a kihajlásra megengedett feszültséget, σ_m-et. Ezt úgy kapjuk, hogy a kritikus feszültséget osztjuk egy n biztonsági tényezővel. (rugalmasnál n=3…6, plasztikusnál n=1,7…4)
Ha a vizsgált rúdra ható erő F, a rúd keresztmetszet-területe A; a rúd megfelelő, ha

$$\sigma_{km} = \frac{\sigma_k}{n} \geq \frac{F}{A}$$



Tervezéskor az eljárás kissé bonyolult. Mivel a keresztmetszet adatait nem ismerjük, a karcsúság nem határozható meg, tehát nem tudjuk előre, hogy rugalmas vagy plasztikus kihajlásról van-e szó. A következőképpen járhatunk el: az adott terhelőerő ismeretében, n-szeres biztonságot felvéve és rugalmas kihajlást feltételezve, a kritikus erő képletéből kiszámítjuk I_2-t.

$$F_k = nF = \frac{\pi^2 E I_2}{l_r^2} \qquad I_2 = \frac{nF l_r^2}{\pi^2 E}$$

Ismert alakú keresztmetszet esetén I_2-bıl a keresztmetszet minden adata számítható.
Szükséges azonban még igazolni, hogy kiinduló feltevésünk helytálló, azaz, hogy a rugalmas kihajlásra vonatkozó képletet jogosan alkalmaztuk.
E célból meghatározzuk λ -t, s ha , $\lambda_e \geq \lambda$ a tervezés befejeződött. Ha, $\lambda_e < \lambda$ akkor próbálkozó eljárással haladunk tovább: felveszünk egy alkalmasnak látszó szelvényt és ellenőrizzük, a már megtárgyalt módszer szerint.