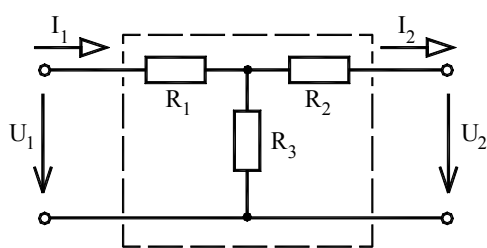


4. Négy-pólusok

A négy-pólus egy tetszőlegesen bonyolult hálózat, amelynek két csatlakozási pontját bemeneti kapocspárnak (primer oldal), míg a másik két csatlakozási pontját kimeneti kapocspárnak (szekunder oldal) tekintjük (47. ábra). A gyakorlatban számos áramkör viselkedése vizsgálható négy-pólusként. Négy-pólusnak tekinthető a már jólismert feszültségosztó vagy bármelyik hídkapcsolás (l. az 1. fejezetben), de az erősítők, szűrők vagy az energiatovábbításban szerepet játszó távvezeték, transzformátorok is.



47. ábra

Az olyan négy-pólust, amelynél az egyik bemeneti és kimeneti kapcsot közvetlenül összekötjük, *kétpóluspárnak* nevezzük. *Szimmetrikus* a négy-pólus, ha a primer és a szekunder kapcsok felcserélésekor a feszültség- és áramviszonyok nem változnak meg, tehát bármelyik kapocspárt tekinthetjük bemeneti illetve kimeneti kapocspárnak.

A négy-pólusok több szempont szerint is csoportosíthatók. *Aktív* a négy-pólus, ha termelő(ke)t tartalmaz, és a terheletlen kapcsai között feszültség lép fel, illetve kapcsait rövidre zárva a rövidzáron keresztül áram folyik. *Passzív* a négy-pólus, ha termelőt egyáltalán nem tartalmaz, illetve a fenti jelenségek nem lépnek fel. *Lineáris* a négy-pólus, ha valamennyi elemének értéke független a rajta átfolyó áram, illetve a kapcsain fellépő feszültség értékétől (pl. hőmérséklettől független ellenállás, légmagos tekercs, levegő szigetelésű kondenzátor).

Mi a továbbiakban csak lineáris, passzív kétpóluspárokkal foglalkozunk.

A négy-pólusok viselkedése egyértelműen leírható a kapcsokon mérhető mennyiségek (U_1, I_1, U_2, I_2) segítségével anélkül, hogy a tényleges áramkört ismernénk. A négy-pólus-elmélet feladata annak meghatározása, hogy a kapocspárokon mérhető mennyiségek hogyan függnek össze egymással illetve az áramkör jellemzőivel. *A négy mennyiség összefüggéseit leíró egyenleteket a négy-pólus alapegyenleteinek (karakterisztikáinak) nevezzük.* Két mennyiséget ismertnek tételezünk fel, és ezek segítségével írjuk fel a másik kettőt.

A továbbiakban csak az *impedancia-karakterisztikával* foglalkozunk:

$$\bar{U}_1 = \bar{Z}_{11} \cdot \bar{I}_1 + \bar{Z}_{12} \cdot \bar{I}_2$$

$$\bar{U}_2 = \bar{Z}_{21} \cdot \bar{I}_1 + \bar{Z}_{22} \cdot \bar{I}_2$$

Tehát az áramok segítségével írjuk fel a feszültségeket, azaz az egyenletek együtthatói ellenállás jellegű mennyiségek, az ún. *impedancia-paraméterek*.

Ebből következik, hogy egy négy-pólus általában négy adattal jellemezhető. Az általunk vizsgált *lineáris, passzív négy-pólusoknál a négy adat nem független egymástól, mert a $Z_{12} = -Z_{21}$ feltétel mindig teljesül.* Tehát ezeket a négy-pólusokat három független paraméter (adat) meghatározza, helyettesíthetők három impedanciából (ellenállásból) álló kapcsolással.

Ha az áramkört ismerjük, akkor az impedancia-paramétereket kiszámíthatjuk, illetve a paraméterek értékeiből a helyettesítő kapcsolás impedanciáit meghatározhatjuk.

A négy-pólus egy jelátviteli áramkör, amely jellemezhető azzal, hogy a bemenetére kapcsolt jel hatására milyen jel fog megjelenni a kimenetén. A négy-pólus kimenetén fellépő feszültség függ a négy-pólus bemenetére kapcsolt feszültségtől és a négy-pólus jellemzőitől, valamint a négy-pólus kimenetére csatlakozó terhelés jellemzőitől is.

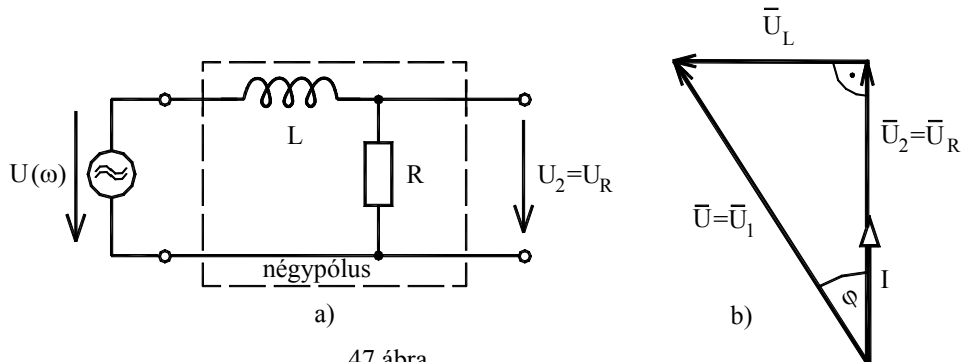
Ha a négy-pólus energiatároló elem (tekercs vagy kondenzátor) is tartalmaz, akkor a jellemzői a rákapcsolt jel frekvenciájától függenek.

Ezek közül az *üresjárási feszültség-átviteli függvényt* vizsgáljuk meg röviden, amely azt adja meg, hogy a négy-pólus terheletlen kimenetén fellépő feszültség hogyan aránylik a négy-pólus bemenetére kapcsolt feszültséghez:

$$\bar{G}_u = \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1}$$

A 47a ábrán a négy-pólusok jelöléseinek megfelelően rajzoltuk fel az előző fejezetben már vizsgált áramkört. A b ábrán látható vektor ábra alapján nyilvánvaló, hogy nemcsak a két feszültség nagysága különböző, hanem a két feszültség időfüggvényei között φ fáziseltérés is fellép. Ez teszi szükségessé a komplex mennyiségek használatát (3. fejezet).

Ha $U_1=1V$ és $\varphi_1=0$, akkor $\bar{G}_u = \bar{U}_2$, tehát a négy-pólus bemenetére kapcsolt egységnyi nagyságú, nulla fázishelyzetű feszültség hatására fellépő kimeneti feszültség jellemzőit adja meg.



47 ábra

A két jellemző külön-külön történő ábrázolása mindenképpen célszerű. A széles frekvencia-tartományban történő leolvasást a logaritmusos beosztású frekvencia-lépték választásával biztosíthatjuk (l. a 6.1.pontban). Tehát az átviteli függvény

- amplitúdójának logaritmusát (amplitúdó karakterisztika)
- szögét (fáziskarakterisztika)

ábrázoljuk a frekvencia logaritmusának függvényében. Az ábrázolásnak ezt a módját nevezzük **BODE-diagram**nak.

Az amplitúdó karakterisztika a két feszültség arányának decibelben kifejezett értéke (erősítés). Definíció szerint:

$$G[dB] = 20 \cdot \lg \frac{U_2}{U_1}$$

Az erősítés jelentését, értelmezését – néhány példán keresztül - az alábbi táblázatban mutatjuk be:

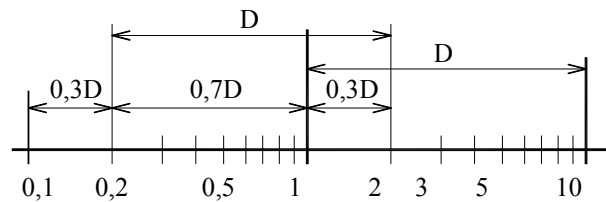
$G = -20 \text{ dB}$	$\lg \frac{U_2}{U_1} = -1$	$\frac{U_2}{U_1} = 10^{-1} = 0,1$	Csillapítás van, a kimeneten az U_1 feszültség 10 %-a jelenik meg.
$G = -0 \text{ dB}$	$\lg \frac{U_2}{U_1} = 0$	$\frac{U_2}{U_1} = 10^0 = 1$	Teljes átvitel van, a két feszültség azonos nagyságú ($U_2 = U_1$)
$G = +20 \text{ dB}$	$\lg \frac{U_2}{U_1} = 1$	$\frac{U_2}{U_1} = 10^1 = 10$	Erősítés van, a kimeneten az U_1 feszültség 10-szerese jelenik meg.
$G = +40 \text{ dB}$	$\lg \frac{U_2}{U_1} = 2$	$\frac{U_2}{U_1} = 10^2 = 100$	Erősítés van, a kimeneten az U_1 feszültség 100-szorosa jelenik meg.

Az alábbiakban röviden összefoglaljuk a *logaritmusos lépték* használatával kapcsolatos legfontosabb matematikai tudnivalókat.

A logaritmus képzése a hatványozás ellentett művelete. Mi a 10-es alapú logaritmust használjuk (a számokat 10 hatványaként írjuk fel). Pl. $0,1 = 10^{-1}$, $1 = 10^0$, $10 = 10^1$, ezért $\lg 0,1 = -1$, $\lg 1 = 0$ és $\lg 10 = 1$.

A logaritmus függvényt \lg -vel jelöljük, és 10-nek azt a hatványkitevőjét jelenti, amelyre 10-et emelve a megadott számot kapjuk. Így a fenti három pont a logaritmikus beosztású tengelyen egymástól azonos (egységnyi) távolságra helyezkedik el (48 ábra). Az egységnyi távolságra lévő pontokhoz tartozó értékek egymás *tízszeresei* illetve *tizedrészei*, ezért egy ilyen távolságot *dekádnak* (dekád = tized) nevezünk (az ábrán D-vel jelöltük).

Ezzel egy olyan *logaritmikus beosztású tengelyt* kapunk, amelyen az adatok közvetlenül ábrázolhatók. A tengelyen nem a kitevőket, hanem a tényleges értéket (0,1; 1; 10 stb.) tüntetjük fel. A két dekádpont közötti tengelyszakaszon a közbeeső pontok is bejelölhetők.



48 ábra

Röviden összefoglaljuk az ábrázolás menetét a 47a ábrán látható négypólus alapján.

Az üresjárási feszültségátviteli függvény: $\bar{G}_U = \frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_1} = \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{1}{1 + j\omega \frac{L}{R}} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$

ahol $\omega_0 = \frac{R}{L}$ körfrekvencia értéket törésponti (vagy sarok-) körfrekvenciának nevezünk, és a hálózat jellemzői határozzák meg értékét.

Az *amplitúdó karakterisztika* függvénye:

$$G[dB] = 20 \cdot \lg |\bar{G}_U| = 20 \cdot \lg \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = 20 \cdot \lg \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} = -10 \cdot \lg \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \right]$$

Határozzuk meg a függvény értékét, ha ω tart a nullához illetve a végtelenhez!

- Ha ω nullához tart, akkor a logaritmus függvény argumentuma 1-hez, a függvény értéke 0-hoz tart, tehát a függvénygörbe aszimptótája (érintője a végtelenben) a 0 dB-es tengely lesz.

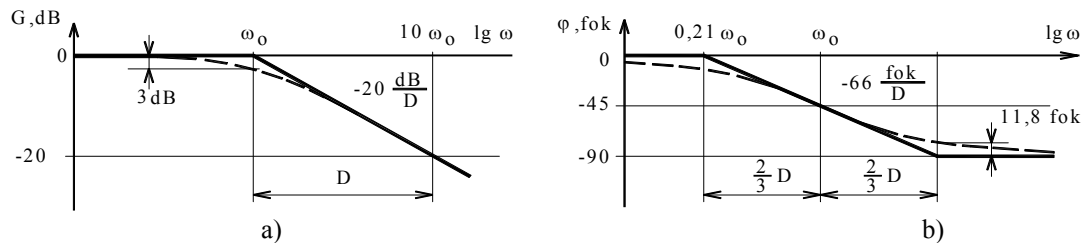
- Ha ω végtelenhez tart, akkor a logaritmus függvény argumentumában az 1 elhanyagolható, tehát $G[dB] \approx -10 \cdot \lg \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \right] = -20 \cdot \lg \frac{\omega}{\omega_0}$, ami a $\lg \omega$ függvényében a $-20 \frac{dB}{D}$

meredekségű egyenes egyenlete (a függvény aszimptótája), amely az $\omega = \omega_0$ pontban metszi a 0 dB-es tengelyt. A függvényt a fenti két aszimptótájával közelítjük, tehát $\omega < \omega_0$ esetén a 0 dB tengely, míg $\omega > \omega_0$ esetén a $-20 \frac{dB}{D}$ meredekségű egyenes, így $\omega = \omega_0$ esetén töréspontja van a függvénynek (49a ábra). Ezért nevezzük ω_0 -t törésponti körfrekvenciának.

A tényleges függvény (szaggatott vonal) és a törtvonalas közelítés között a legnagyobb eltérés a töréspontban van. Ekkor a függvény pontos értéke (ami egyben az eltérés is):

$$G[\omega_0] = -10 \cdot \lg \left[1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega_0}\right)^2 \right] = -10 \cdot \lg [1 + 1^2] = -10 \cdot \lg 2 = -3 \text{ dB.}$$

Ezért a törtvonalas közelítést kielégítő pontosságúnak tekinthetjük, és a gyakorlatban általánosan használjuk. Az ábra alapján megállapíthatjuk, hogy az áramkör az ω_0 -nál kisebb körfrekvenciájú jeleket gyakorlatilag csillapítás nélkül átengedi, míg az ennél nagyobb körfrekvenciájúakat egyre jobban csillapítja. Ezért ezt az áramkört aluláteresztő (felülvágó) áramkörnek nevezzük.



49 ábra

A fáziskarakterisztika függvénye: $\varphi = -\arctg \frac{\omega L}{R}$,

melynek értéke ω tart a 0-hoz esetén 0, illetve ω tart a ∞ -hez esetén -90 fok. A függvény pontos értéke $\omega = \omega_0$ esetén $\varphi = -45$ fok. Itt ($\omega = \omega_0$) a függvénynek inflexiós pontja van, az ehhez tartozó érintő meredeksége $-66 \frac{\text{fok}}{D}$. A törtvonalas közelítéssel történő ábrázolás

alján a függvényt a $\varphi = 0$ fok és a $\varphi = -90$ fok egyenesekkel és a fenti érintővel közelítjük (49b ábra). Az érintő az $\omega = 0,21 \cdot \omega_0$ körfrekvencián metszi az ω tengelyt. A legnagyobb eltérés a tényleges függvény (szaggatott vonal) és a törtvonalas közelítés között a töréspontokban van (11,8 fok).

A logaritmikus ábrázolásmód egy jelentős előnnyel jár. Ha a vizsgált függvény több függvény szorzataként állítható elő – pl. $\bar{G} = \bar{G}_1 \cdot \bar{G}_2$ –, akkor a logaritmus azonosságának felhasználásával: $G[\text{dB}] = 20 \cdot \lg|\bar{G}| = 20 \cdot \lg|\bar{G}_1| + 20 \cdot \lg|\bar{G}_2| = G_1[\text{dB}] + G_2[\text{dB}]$

Tehát az egyes részfüggvények külön-külön ábrázolhatók, és az eredő függvény ezek grafikus összegzésével határozható meg. Tehát összetett hálózatok bonyolult átviteli függvényeinek felírásakor is arra törekszünk, hogy a kifejezést egyszerű (egyszerűen ábrázolható) kifejezések – elsőfokú kifejezések - szorzataként írjuk fel.

A törtvonalas közelítést az amplitúdó ábrázolásánál általánosan használjuk, míg a fázisszög értékét általában a vizsgálat szempontjából lényeges körfrekvenciákon számolással pontosan meghatározzuk.

Ellenőrző kérdések:

1. Mi a négy pólus?
2. Mi a kétpóluspár?
3. Mikor szimmetrikus a négy pólus?
4. Mit értünk aktív illetve passzív négy pólus alatt?
5. Mikor függnek a frekvenciától a négy pólus átviteli jellemzői?
6. Mi az üresjárású feszültségátviteli függvény?
7. Mi a törésponti (sarok) körfrekvencia?
8. Mi a BODE-diagram?
9. Adja meg az erősítés meghatározását!
10. Hogyan ábrázoljuk közelítő módon az amplitúdó karakterisztikát?
11. Mit értünk aluláteresztő illetve felülvágó szűrő alatt?
12. Hogyan ábrázoljuk közelítő módon a fáziskarakterisztikát?