

FIZIKA TÉTELEK A SZÓBELI FELVETELI VIZSGÁN

HŐTAN

1. Hőmérséklet
2. Az ideális gáz állapotegyenlete
3. All. nyomáson, térfogaton, hőmérsékleten végbemenő foly.
4. Az ideális gáz belső energiája
5. Hőkapacitás és fajhő
6. A kinetikus gázelmélet alapjai
7. Az ekvipartíció tétele
8. Folyadékok felületi feszültsége
9. Halmazállapotváltozások
10. Folyadékok és szilárd anyagok hűlésgulása
11. A hőtan első főtétele
12. Munka, hő
13. A hőtan második főtétele

MECHANIKA

14. Út, elmozdulás, sebesség, gyors.
15. Az impulzus
16. A perdület
17. Munkatétel
18. A mech. energia megmaradása
19. Newton törvényei
20. Erőtörvények
21. Egyenesvonalú mozgások
22. Egyenletes és vált. körmozgás
23. Rezgőmozgás
24. Kényszerrezgés, rezonancia
25. Kényszermozgás, lejtő, inga
26. Sűrűedés
27. Merev testek
28. Tömegközéppont
29. Merev testek egyensúlya
30. Merev testek forgása
31. Tömegvonzás
32. Bolygómozgás
33. Rugalmas szilárd test
34. Hooke törvénye
35. Hullámmozgás
36. Longitudinális és transzverzális hullám
37. Polarizáció
38. Interferencia
39. Elhajlás
40. Huygens-Fresnel elv
41. Állóhullámok

ELEKTROMOSSÁGTAN

42. Időben áll. elektromos mező és jellemző mennyiségei
43. Coulomb-törvénye
44. Kapacitás, kondenzátorok
45. Elektromos áram
46. Ohm-törvény
47. Kirchhoff-törvények
48. Joule-törvény
49. Időben áll. mágneses mező
50. Indukcióvektor
51. Lorentz-erő
52. Elektromágneses indukció
53. Önindukció
54. Energiasűrűségek
55. Váltakozó áram
56. Váltakozó áramú ellenállások
57. Váltakozó áramú teljesítmény
58. Transzformátor
59. Rezgőkör
60. Elektromágneses hullámok

FÉNYTAN

61. A fény mint elektromágneses hullám
62. A fény visszaverődése, törése, teljes visszaverődés
63. Interferencia, elhajlás, diszperzió, színek
64. A fény polarizációja

ATOMFIZIKA

65. Fényelektromos jelenség
66. Az elektron töltése, tömege, hullámhossza
67. A H-atom színképe, alapállapota, energiaszintjei
68. Színképelemzés
69. Az atommag összetétele
Proton, neutron
70. Tömeghiány. Egy nukleonra jutó kötési energia
71. Radioaktivitás
72. Magreakciók
73. Láncreakció
74. Az atomenergia felszabadítása
75. Atomerőművek

HŐTAN

1. HŐMÉRSEKLET

A hőmérséklet objektív és számszerű meghatározásához a köv.

alapelvekre építünk:

- a, A testek kül. fizikai tulajdonságai a hőmérséklettel változnak. /Pl. hossz, sűrűség, nyomás, el.ellenállás/
- b, Az egymással közvetlenül érintkező testek körüli hőmérsékletkülönbségek kiegyenlítődnek, hőmérsékleti egyensúly jön létre.
- c, Megadható a testek olyan fizikai állapota, amelyhez rögzített és mindig reprodukálható hőmérséklet tartozik

A termodinamika 0. főtétele: Ha két test külön-külön hőegyensúlyban van egy harmadik testtel, akkor egymással is hőegyensúlyban vannak.

Hőmérsékleti skála: A termikus sorrendbe helyezett testekhez rendelt monoton, egyébként önkényes értéksor.

Hőmérő: egy önkényesen választott test, melynek valamely fizikai tulajdonsága függvényében rögzítjük a hőmérsékleti skálát

Celsius-skála: A higanyon értelmezett skála, melynél a higany térfogatát tekintjük változónak, a hőmérséklet-változást a térfogatváltozással arányosnak vesszük.

A skála két alappontjával az olvadásponttal egyensúlyban levő jég /0 °C/ és a 10⁵ Pa nyomáson forrásban levő víz /100 °C/ hőmérsékletét választjuk. Jele: t. Egysége: 1 °C.

Kelvin-skála /abszolút hőmérsékleti skála /: Az állandó nyomáson tartott ideális gáz térfogatával arányos skála. Jele: T. egysége: 1 K (kelvin)

A kelvin-skála és a Celsius-skála közötti kapcsolat: $T = t + 273$

Fahrenheit-skála: 0 °C = 32 °F és 100 °C = 212 °F

2. AZ IDEÁLIS GÁZ ÁLLAPOTEGYENLETE

A tap. szerint a gázok nagy részére érv. a Boyle-Mariotte törvény:

Ha $m = \text{áll.}$ és $t = \text{áll.}$, akkor $p \cdot V = \text{áll.}$ Ezeket ideális gázoknak nev.

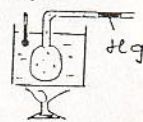
Helde-csöves kísérletek: $V_1 \parallel \text{Hg}$ $V_2 \parallel P_2 = p_k + p_{\text{Hg}}$ $V_3 \parallel P_3 = p_k - p_{\text{Hg}}$
 $M = M_k$

Gay-Lussac I. törv. Ha $m = \text{áll.}$ és $p = \text{áll.}$, akkor $V = V_0 (1 + \beta t)$, ahol $\beta = \frac{1}{273} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ és V_0 a 0°C -hoz tart. térfogat.

Abszolút hőmérséklettel, mivel $T(\text{K}) = 273 + t(^{\circ}\text{C})$: $V = \frac{V_0}{273\text{K}} \cdot T$, ahonnan két tetsz. állapotra: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$, ha $p = \text{áll.}$

Kísérleti vizsgálat:

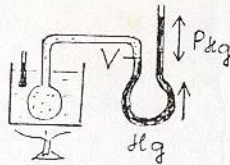
Agózt melegítjük, a térfogata nő, miközben $p = p_k$.



Gay-Lussac II. törv. Ha $m = \text{áll.}$ és $V = \text{áll.}$, akkor $p = p_0 (1 + \beta t)$, ahol $\beta = \frac{1}{273} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ és p_0 a 0°C -hoz tart. nyomás.

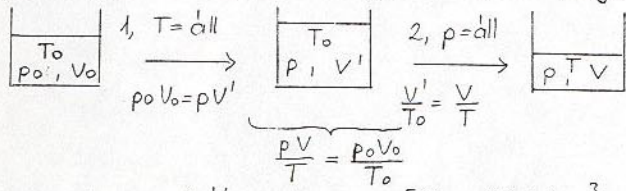
Abszolút hőmérséklettel: $p = \frac{p_0}{273\text{K}} \cdot T$, ahonnan két tetsz. állapotra $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$, ha $V = \text{áll.}$

kísérleti vizsgálat: Agózt melegítjük, a térfogat állandóságát a gumicső mozgatásával biztosítjuk. A gáz nyomása $p = p_{\text{Hg}} + p_k$



Általános gáztörvény: Ha $m = \text{áll.}$, akkor $\frac{pV}{T} = \text{áll.}$ ill. két tetszőleges állapotra $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$

Igazolás: A B-M és a G-L. I. törvény alapján. A gázzal először izoterm majd izobár folyamatot végzünk.



$$1 \text{ kmol gázra } \frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 22,41 \text{ m}^3}{273,15 \text{ K}} = 8310 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} = R$$

R : egyetemes gázállandó

m tömegű gáz esetén $n(\text{kmol}) = \frac{m(\text{kg})}{M(\frac{\text{kg}}{\text{kmol}})}$

Ezzel $\frac{pV}{T} = nR$ ill. $\frac{pV}{T} = \frac{m}{M} R$

Átrendezve: $pV = nRT$, vagyis adott tömegű ideális gáz nyomásának és térfogatának szorzata arányos az abszolút hőmérséklettel.

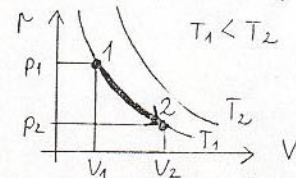
3. ÁLLANDÓ NYOMÁSON, TÉRFOGATON, HŐMÉRSÉKLETEN VÉGBEHENŐ FOLYAMATOK

IZOTERMIA: valamelyik állapotkarakterizáló értéke állandó marad.

a, IZOTERMIAKUS folyamat: a hőmérséklet állandó.

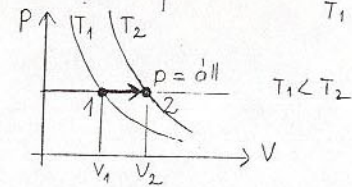
Boyle-Mariotte törv. szerint $p \cdot V = \text{áll.}$, ill. $p_1 V_1 = p_2 V_2$ / $m = \text{áll.}$ /

Ha a nyomást a térfogat függvényében ábrázoljuk, a kapott görbét izotermának nevezzük. A nagyobb hőmérséklethez tartozó izoterma a nagyobb nyomásértékek felé tolódik el.



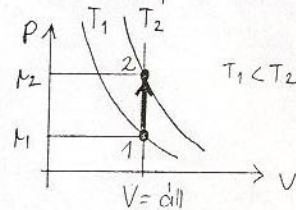
b, IZOBÁR folyamat: a nyomás állandó.

Gay-Lussac I. törv. szerint $\frac{V}{T} = \text{áll.}$ ill. $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ / $m = \text{áll.}$ /



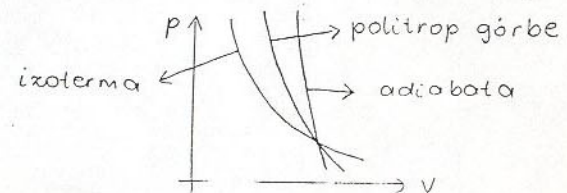
c, IZOCHOR folyamat: a térfogat állandó.

Gay-Lussac II. törv. szerint $\frac{p}{T} = \text{áll.}$ ill. $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ / $m = \text{áll.}$ /



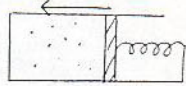
Hegyezzés: Adiabatikus folyamat: A gáz és környezete között nincs hőcsere. Adiabatikus táguláskor a gáz lehűl.

Politromikus folyamat: A tényleges állapotváltozás



4. AZ IDEÁLIS GÁZ BELSŐ ENERGIAJA

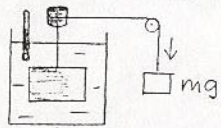
Belső energia: Egy test belső szerkezetével, belső tulajdonságaival összefüggő, a testben tárolt energia.



Az összenyomott rugó rögzítését kioldva a tartályban levő gáz a dugattyú összenyomója. A rugó rugalmossági energiája csökken. Az "eltűnt" energiát az összenyomódó gáz veszi fel. Tehát a gáz belső energiája vált.

A belső energia változásának mérése: Egy test belső energiájának megváltozását két állapota között azzal az adiabatikus /hőszigetelt/ munkavégzéssel mérjük, ami ahhoz szükséges, hogy a testet egyik állapotából a másik állapotába juttassuk. Kísérletekkel meghatározható, hogy a belsőenergia-változás a testek milyen jellemző mennyiségeinek mekkora mekkora változásával jár együtt.

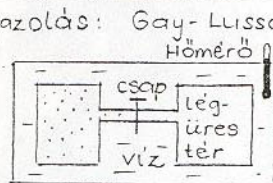
Foule kísérlete: A süllyedő súly munkavégzése szolgáltatja az adiabatikus munkavégzést, úgy hogy a súlyhoz erősített fonál forgásba hozza a keverőlapátokat. A súly mgh munkavégzése megnöveli a folyadék belső energiáját. A folyadék jellemzőinek /pl. hőmérséklet/ változását megmérhetjük.



A termodinamika 1. főtétele: Egy test belső energiájának megváltozása egyenlő a testtel hőfolyamat során közölt energia és a munkavégzés összegével: $\Delta U = Q + W$

Ideális gáz belső energiája csak a hőmérséklettől függ.

Igazolás: Gay-Lussac kísérletével: Ha a csapot kinyitjuk, akkor a nyomás kiegyenlítődik, a gáz térfogata megnő. A mérések szerint a víz és ezzel együtt a gáz hőmérséklete is állandó marad. A gázon a merev falú edény által kifejtett nyomóerők



nem végeznek munkát és a gáz hőformájában sem vesz fel energiát /hiszen a víz hőmérséklete állandó marad/. Így az 1. főtétel szerint a gáz belső energiája változatlan marad. Tehát ugyanannak a gáznak ugyanakkora a belső energiája egyenlő hőmérsékletű, de eltérő nyomású és térfogatú állapotában.

5. HŐKAPACITÁS ÉS FAJHŐ.

Szilárd anyagokat és folyadékokat normál légköri nyomáson, hőszigetelt edényben melegítünk pl. mérülőforralóval. A mérülőforraló t idő alatt a hőfolyamat során $P \cdot t$ energiát ad át a testnek. Mivel a térfogati munkavégzés elhanyagolható, $\Delta U = Q$. Különböző testeket melegítve azt láthatjuk, hogy a felvett hő egyenesen arányos a hőmérsékletváltozással: $Q = K \cdot \Delta T$, ahol K a hőkapacitás egysége $1 \frac{J}{K}$. A mérések alapján a hőkapacitás egyenesen arányos a test tömegével és függ az anyagi minőségtől: $K = c \cdot m$, ahol c a fajhő egysége: $1 \frac{J}{kg \cdot K}$. A mólhő a test mólnyi mennyiségének hőkapacitása. A mérések alapján a szilárdtestek mólhője kerekén $25 \frac{J}{K}$. /Dulong-Petit szabály/

Az ideális gáz állandó térfogaton és nyomáson vett fajhői: Gázoknál a térfogati munka már jelentős lehet.

Állandó térfogat mellett a térfogati munka 0, így a belső energia változása egyenlő a gázba állandó térfogaton bevezetett Q_V hővel: $\Delta U = Q_V = c_V \cdot m \cdot \Delta T$, ahol c_V az áll. térfogaton vett fajhő.

Állandó nyomás mellett a térfogati munka: $-p \Delta V$ és a gáz felvesz Q_P hőt. Az 1. főtétel szerint $\Delta U = Q_P - p \Delta V$. Innen $Q_P = \Delta U + p \Delta V = c_P \cdot m \cdot \Delta T$, ahol c_P az áll. nyomáson vett fajhő. Mivel $p \Delta V > 0$, ezért $Q_P > Q_V$ és ezzel együtt $c_P > c_V$.

Az ideális gáz kétféle fajhője közötti összefüggés:

Ha az m tömegű gázt állandó nyomáson melegítjük, akkor a felvett hő $Q = c_P \cdot m \cdot \Delta T$. Mivel a gáz belső energiája csak a hőmérséklet függvénye, ezért $\Delta U = c_V \cdot m \cdot \Delta T$, függetlenül a folyamat jellegétől. A gázra ható erő munkája $W = -p \Delta V$. Az m tömegű M moláris tömegű ideális gázra vonatkozó $pV = \frac{m}{M} RT$ állapotegyenletről $p \Delta V = \frac{m}{M} R \Delta T$. Az 1. főtétel alapján $c_V m \Delta T = c_P m \Delta T - \frac{m}{M} R \Delta T$. Rendezve: $c_P - c_V = \frac{R}{M}$.

Ez a Robert Mayer-egyenlet.

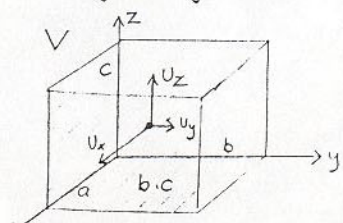
Mivel $c_P = c_P \cdot M$ és $c_V = c_V \cdot M$, mólhőkkel kifejezve:

$c_P - c_V = R$. A kétféle mólhő eltérése az anyagi minőségtől függetlenül ugyanaz az érték, az állandó gázállandó.

6 A KINETIKUS GÁZELMÉLET ALAPJAI

Az ideális gáz modellje: A gáz molekulák rendszeretlen mozgást végző kicsiny golyók, melyek össztérfogata elhanyagolható az edény térfogatához képest. A részecskék egymással és a fallal tökéletesen rugalmasan ütköznek. Hős kapcsolatot nincs közöttük.

Az ideális gáz nyomása: Meghatározzuk a modell alapján a V térfogatú, a, b, c élű téglatest alakú edénybe zárt ideális gáz nyomását. Válasszunk ki egy molekulát, melynek sebessége az edény éleihez rögzített koordináta-részben u_x, u_y, u_z . Ütközzön ez a molekula az x tengelyre merőleges b, c területű falba. Mivel a fal sima és az ütközés tökéletesen rugalmas, a molekula u_x sebessége $-u_x$ -re vált, míg u_y és u_z változatlan marad. Így az edény falának átadott impulzus



$\Delta J_x^{(1)} = 2m u_x$. A részecske a két bc területű fal közötti utat $\tau = \frac{a}{u_x}$ idő alatt teszi meg, azaz Δt idő alatt az egyik fallal $\frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\tau}$ -szor ütközik, tehát összesen $\Delta J_x = \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\tau} \Delta J_x^{(1)} = \frac{1}{2} \frac{u_x \Delta t}{a} 2m u_x$ impulzust ad át a falnak, azaz átlag $\overline{F_x^{(1)}} = \frac{\Delta J_x}{\Delta t} = \frac{m u_x^2}{a}$ erőt fejt ki a falra. Az összes molekula a bc területű falra $F_x = \sum_{i=1}^N \overline{F_x^{(i)}} = \frac{m}{a} \sum_{i=1}^N u_x^{(i)2}$ erőt fejt ki. A sebességnégyzetek $\langle u_x^2 \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N u_x^{(i)2}$ átlagértékét felhasználva $F_x = N \cdot \frac{m}{a} \langle u_x^2 \rangle$, amiből a b, c területű falra ható nyomás $p = N \frac{m \langle u_x^2 \rangle}{a b c} = N \frac{m \langle u_x^2 \rangle}{V}$. Hasonlóan a többi falra $p = N \frac{m \langle u_y^2 \rangle}{V}$ ill. $p = N \frac{m \langle u_z^2 \rangle}{V}$, amik természetesen egyenlők. Így $\langle u_x^2 \rangle = \langle u_y^2 \rangle = \langle u_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle u^2 \rangle$. Mivel $\langle u^2 \rangle = \langle u_x^2 \rangle + \langle u_y^2 \rangle + \langle u_z^2 \rangle$, ezért $\langle u_x^2 \rangle = \langle u_y^2 \rangle = \langle u_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle u^2 \rangle$. Tehát $p = \frac{1}{3} N \frac{m \langle u^2 \rangle}{V}$ vagy átrendezve: $pV = \frac{1}{3} N m \langle u^2 \rangle$.

Az ideális gáz hőmérséklete: Összevetve az előbbi $pV = \frac{1}{3} N m \langle u^2 \rangle$ összefüggést és az ideális gáz $pV = nRT$ állapotegyenletét:

$\frac{1}{3} N m \langle u^2 \rangle = nRT$. 1 kmol gázra $N = 6 \cdot 10^{26}$ és $R = 8310 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$. Ekkor $\frac{1}{3} m \langle u^2 \rangle = kT$, ahol $k = \frac{8310}{6 \cdot 10^{26}} \frac{\text{J}}{\text{K}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ a Boltzmann-állandó. A molekulák átlagos kinetikai energiája $\langle E_k \rangle = \frac{1}{2} m \langle u^2 \rangle$. Ezzel $\frac{2}{3} \langle E_k \rangle = kT$, ahonnan

$$T = \frac{2}{3} \frac{\langle E_k \rangle}{k}$$

A kinetikus gázelméletből a hőmérséklet molekuláris szintű jelentéséhez jutottunk: A hőmérséklet a molekulák átlagos kinetikai energiájával arányos.

7 AZ EKUIPARTICIO TÉTELE

A gázrészecskék haladó mozgásából származó átlagos kinetikus energiája: $\overline{E_k} = \frac{1}{2} m \overline{u^2} = \frac{1}{2} m \overline{u_x^2} + \frac{1}{2} m \overline{u_y^2} + \frac{1}{2} m \overline{u_z^2} = \frac{3}{2} kT$

/mivel a hőmérsékletre a $T = \frac{2}{3} \frac{\overline{E_k}}{k}$ eredményt kaptuk /

Mivel a sebességkomponensek négyzetének átlaga egyenlő egymással, ezért ebből az összefüggésből $\frac{1}{2} m \overline{u_x^2} = \frac{1}{2} m \overline{u_y^2} = \frac{1}{2} m \overline{u_z^2} = \frac{1}{2} kT$. A gázmolekulák között nincs kölcsönhatás, így az

egyatomos molekulájú gázokban csak kinetikus energiával rendelkeznek. A mozgási energiát a u_x, u_y, u_z sebességösszetevők négyzetei szabják meg, azaz a gázmolekulák energiájában három négyzetes tag szerepel. Az energiakifejezésben szereplő négyzetes tagok számát termodinamikai szabadsági foknak nevezzük. Az egyatomos gáz egy molekulája három szabadsági fokkal rendelkezik. Megállapítható tehát, hogy a gázban minden szabadsági fokra átlagosan $\frac{1}{2} kT$ energia jut, vagyis az energia nemcsak az egyes atomokon, hanem azok szabadsági fokain is egyenletesen oszlik el. Ez az ekvipartíció tétele. Általánosan is érvényes: az egyensúlyi állapotban levő klasszikus fizikai sokrészecske rendszerekben az egyes részecskék minden szabadsági fokra átlagosan $\frac{1}{2} kT$ energia jut, vagyis a rendszer szabadsági fokai energetikailag egyenértékűek.

Ideális gáz belső energiája: az egyes atomok kinetikus energiájának összege.

Egyatomos gáz esetén: $U = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m u_i^2 = N \overline{E_k} = \frac{3}{2} N kT$

Kétatomos gáz esetén: a molekulák nemcsak haladási, hanem forgási energiával is rendelkeznek. A súlyközéppontú képzelt molekula mozgási energiája az

$$E_k = \frac{1}{2} m u_x^2 + \frac{1}{2} m u_y^2 + \frac{1}{2} m u_z^2 + \frac{1}{2} \Theta_x \omega_x^2 + \frac{1}{2} \Theta_y \omega_y^2$$

alakban írható fel, ahol $v(u_x, u_y, u_z)$ a molekula tömegközéppontjának sebessége, Θ_x, Θ_y az x és y főtehetetlenségi tengelyre vonatkozó forgatónyomatékok, ω_x és ω_y a szögsebesség x és y összetevője. $\Theta_z = 0$. Az energiakifejezésben öt négyzetes tag szerepel, tehát a kétatomos molekula szabadsági fokainak száma is öt. Így az ekvipartíció-tétel alapján a kétatomos ideális gáz belső energiája: $U = \frac{5}{2} N kT$

1 kmol gáz esetén $N \cdot k = R = 8310 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$

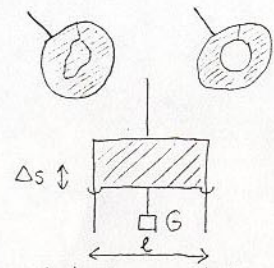
Az $U = C_v \cdot T$ képlet alapján ekkor egyatomos gáz mólhője $C_{v,1} = \frac{3}{2} R = 12470 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$ kétatomos gázé $C_{v,2} = \frac{5}{2} R = 20780 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$

/állandó térfogaton /

8. FOLYADÉKOK FELÜLETI FESZÜLTSEGE

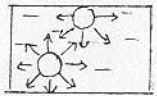
Kohéziós és adhéziós erők: azonos ill. különböző minőségű részecskék között fellepő erők. Pl. üveg és víz esetében az adhéziós erők nagyobbak a vízrészecskék között fellepő kohéziós erőknél. A víz nedvesíti az üveget. A higany nem nedvesíti az üveget, de nedvesíti a rézlemezét.

Felületi feszültség: Szappanos vízbe mártott drótkarikán vékony hártya képződik. A fonalhurkok belsejében a hártyát átlukasztva, a fonalhurkot a folyadék-hártya szétfeszíti.



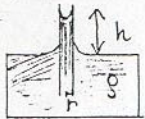
A hurkok köralakjából arra következtethetünk, hogy a folyadék-hártyában a határgörbére merőleges, a hártyát összehúzó erők működnek. Az ábra szerinti összeállítással ez az erő mérhető, mivel a hártya körülöleli a hurkot, ezért a felület menti húzóerő két, l hosszúságú határgörbe mentén jelenik meg. A mérések szerint az erő egyenesen arányos a határgörbe hosszával és függ az anyagi minőségtől: $F = \alpha \cdot 2l$, ahol

α a felületi feszültség. Egysége N/m . A hurkol Δs -sel történő elmozdulása közben a felületi erők $F \cdot \Delta s$ munkát végeznek. A folyadék tehát a határfelülete mentén energiával rendelkezik. A felületi energia megváltozása: $\Delta E_f = F \cdot \Delta s = \alpha \cdot 2l \cdot \Delta s = \alpha \cdot \Delta A$, ahol ΔA a felület megváltozása. A felületi feszültség így számeértékben a folyadékfelület egységnyi területtel való növeléséhez szükséges munkát is jelenti. Molekuláris magyarázat: A folyadék-molekulák közötti kohéziós



erők katóváolsága igen kicsi, kb 10^{-8} m . A folyadék belsejében lévő molekulákat minden oldalról körülveszik társaik, míg a határfelületen levőket nem. Ezért a határfelületen levők kisebb energiával kötődnek a folyadékhoz. Így okoz, hogy egy molekula a felszínre jusson, munkát kell végezni. A munka egyenesen arányos a felszínre kerülő molekulák számával, tehát a felületnővekedéssel.

Hajzállóssávség: Nedvesítő folyadéknál a cső falánál lévő részecskék a falhoz préselődnek a nagy adhéziós erők miatt. A folyadék elkerül felfelé futni a kapilláris belsejében. Egyensúly esetén a felületi feszültségből származó erő éppen meg tudja tartani a folyadékoszlopot: $2\pi r \cdot \alpha = \pi r^2 h \cdot \rho \cdot g$, ahonnan az emelkedési magasság: $h = \frac{2\alpha}{\rho \cdot r \cdot g}$ /nem nedv folyadéknál cillýedés tapasztalható /



9. HALMAZÁLLAPOT-VALTOZÁSOK / fázisátmenetek /

A különböző halmazállapotú anyagrészeket fázisoknak nevezzük. Pl. az olvadó jég kétfázisú rendszer.

Olvadás, fagyás: Ha kristályos szilárd testet állandó nyomáson melegítünk, a test bizonyos hőmérsékleten megolvad. A hőmérséklet egészen addig áll marad, míg az egész anyag meg nem olvad. Az olvadáspont az a hőmérséklet, amelyen az adott test olvadása megindul. Értéke függ az anyagi minőségtől és a nyomástól. Az olvadás közben a molekulák mozgási energiája annyira megnö, hogy a kristályszerkezet szétesik, a molekulák rendezetlenebb állapotba kerülnek. Fagyás esetén újra kialakul a kristályszerkezet. Nemkristályos szilárd testnek nincs határozott olvadáspontja, fokozatosan lágyul meg. Olvadáshő: Szilárd test megolvadásához szükséges hő: $Q = L_0 \cdot m$, ahol L_0 a fajlagos olvadáshő. Egysége: J/kg

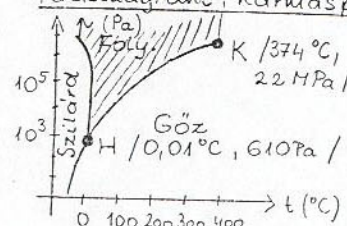
Párolgás, forrás, lecsapódás: Párolgásnál a folyadékfelszín közelében lévő, az átlagosnál nagyobb energiájú molekulák legyőzik a kohéziós erőket, a folyadékból eltávoznak. A párolgási sebesség arányos a hőmérséklettel, a párolgási felület nagyságával. Függ az anyagi minőségtől és a levegő páratartalmától is. /Ha a környezetben a gőz telítetté válik, a párolgás megszűnik. / A párolgás hőelvonással jár. Ugyanis a nagyobb sebességű molekulák kirepülnek, a megmaradó részecskék átlagos energiája és ezzel a folyadék hőmérséklete kisebb lesz.

Párolgáshő: Folyadék ugyanolyan hőmérsékletű gőzzé alakításához szükséges hő: $Q = L_p \cdot m$, ahol L_p a fajlagos párolgáshő. A telített gőzök nyomása csak az anyagi minőségtől és a hőmérséklettől függ, a térfogattól azonban független. A térfogatváltozás ugyanis nem nyomásváltozást, hanem halmazállapotváltozást okoz. Forrásnál a folyadék belsejében lévő buborékokat kitöltő telített gőz nyomása eléri a külső légnyomást és a buborék feletti folyadékoszlop hidrosztatikai nyomásának az összegét. Ekkor a buborékok rohamosan tárgulnak a felhajtóerő rohamosan nő, a buborék a felszínre tör.

A forráspont függ az anyagi minőségtől és a külső nyomástól. /Nagyobb nyomáson magasabb. / A forráshő megegyezik a párolgáshővel. A lecsapódás a párolgással és forrással fordított folyamat. Akkor következik be, ha a gőz nyomása az adott hőmérséklethez tartozó telítési nyomásnál nagyobb feltétele, hogy a térben kondenzációs magok legyenek.

Szublimáció: A szilárd testek legnévű halmazállapotba való átalakulása.

Fázisdiagram, háromspont: Meghatározott hőmérsékleten és nyomáson két fázis egyensúlyban lehet. Egyik fázisból a másikba 1 s alatt ugyanannyi részecske megy át. / Kétfázisú egyensúlyi állapotok: gőz-folyadék, gőz-szilárd, folyadék-szilárd. A három görbe egy pontban metszi egymást: háromspont $m.t.$ Pl. 610 Pa -nál kisebb nyomáson jéve a jég szublimál. A kritikus hőmérséklet fölött csak gáz állapot lehet.



A víz fázisdiagramja.

10. FOLYADÉKOK ÉS SZILÁRD ANYAGOK HŐTÁGULÁSA

Szilárd anyagok lineáris méreteinek változását vizsgáljuk a hőmérséklet függvényében. Hosszához képest kis dt-mértékű rudat különböző hőmérsékletű folyadék fürdőkbe helyezünk. A méresek alapján a rud hosszváltozása egyenesen arányos a hőmérsékletváltozással, a rud valamilyen t_0 hőmérsékleten mért l_0 hosszával és függ az anyagi minőségtől: $\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$, ahol α a lineáris hőtágulási együttható. Egysége: $1/^\circ\text{C} = 1/\text{K}$. A rud hosszát t hőmérsékleten l_t -vel jelölve: $l_t = l_0 + \Delta l = l_0 + \alpha l_0 (t - t_0)$, azaz $l_t = l_0 (1 + \alpha (t - t_0))$

Szilárd anyagok térfogati hőtágulása. A szilárd testet melegítve minden lineáris mérete nő. Ezért térfogata is változik: $\Delta V = \beta V_0 \Delta t$, ahol V_0 valamilyen t_0 hőmérsékleten mért térfogat, β pedig a térfogati hőtágulási együttható: $\beta = 3\alpha$.

Levezetés: Válasszunk t_0 hőmérsékleten egy l_0 elhosszúságú kockát. Térfogatváltozása t -re melegítve:

$$\Delta V = V_t - V_0 = l_t^3 - l_0^3 = l_0^3 (1 + \alpha \Delta t)^3 - l_0^3 = l_0^3 [(1 + \alpha \Delta t)^3 - 1] = l_0^3 [1 + 3\alpha \Delta t + 3(\alpha \Delta t)^2 + (\alpha \Delta t)^3 - 1] \approx V_0 3\alpha \Delta t = 3\alpha V_0 \Delta t.$$

Ugyanis $(\alpha \Delta t)^2$ és $(\alpha \Delta t)^3$ elhanyagolható.

Melegítés hatására a testek belsejében levő üregek térfogata is az előző törvény szerint változik. Ilyenkor az üreg térfogata nő: $\Delta V = \beta V_0 \Delta t$, ahol β az üreg falának hőtágulási együtthatója.

A térfogat hőmérsékletfüggése: $V_t = V_0 (1 + \beta \Delta t)$

A térfogat hőmérsékletfüggése miatt a sűrűség is függ a hőmérséklettől: $\rho_t = \frac{\rho_0}{1 + \beta(t - t_0)}$

Folyadékok hőtágulása: Csak térfogati hőtágulásról beszélhetünk: $\Delta V = \beta V_0 (t - t_0)$ ill. $V_t = V_0 (1 + \beta(t - t_0))$.

A víz nem követi ezt a törvényt. 0°C és 4°C között csökken, majd nő a térfogata.

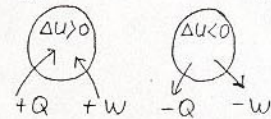
11. A HÖTAN ELSŐ FŐTÉTELE

Az 1. főtétele: Egy test /rendszer/ belső energiájának megváltozása egyenlő a testtel /rendszerrel/ hőfolyamat során közölt energia és a munkavégzés összegével:

$$\Delta U = Q + W$$

Az 1. főtétele lényegében a mechanikai energiamegmaradás törvényének kiterjesztése hőjelenségekre.

Tek. egy rendszert, pl. m tömegű ideális gázt. Állapot-egyenlete: $pV = \frac{m}{M} RT$. Ha külső W munkával összenyomjuk és Q hőt közlünk vele, akkor a



kezdeti U_1 belső energiája U_2 -re nő: $\Delta U = Q + W$ (Hűtés ill. tágulás esetén Q ill. W negatív).

A gáz minden állapotához meghatározott belső energia tartozik, vagyis U állapotváltozó. Az 1. főtétele tehát azt fejezi ki, hogy ha egy rendszer a kezdeti U_1 állapotból bármilyen módon a végső U_2 állapotba kerül, az állapot változása csak a $\Delta U = U_2 - U_1$ belső energia változásától függ.

Izotermikus állapotváltozásnál: $\Delta U = Q + W = 0$, mert $T = \text{d}l$. Ekkor $Q = -W$, vagyis a közölt hő teljes egészében a gáz munkájává alakul át. /Ha $Q > 0$, akkor $W < 0$, a gáz tágul./

Izochor állapotváltozásnál: $\Delta U = Q = C_v \cdot m \cdot \Delta T$, mert $V = \text{d}ll$, a gáz nem végez munkát. Ekkor a hőfelvétel a belső energiát növeli, a hőleadás pedig csökkenti.

Izobár állapotváltozásnál: $p = \text{d}ll$. /a térfogati munka $W = -p \Delta V = -\frac{m}{M} R \Delta T$. /A negatív érték azt jelenti, hogy a gáz végez munkát a környezetén. / A belső energia csak a hőmérséklet függvénye, ezért $\Delta U = C_p \cdot m \cdot \Delta T$. A felvett hő: $Q = C_p m \Delta T$. Az 1. főtétele értelmében $\Delta U = Q + W$, így $C_p m \Delta T = C_p m \Delta T + (-p \Delta V)$.

Adiabatikus állapotváltozásnál: a gáz és környezete között nincs hőcsere/leadás, vagyis $Q = 0$. Ekkor $W = \Delta U = C_v \cdot m \cdot \Delta T$, vagyis a térfogatváltozás a belső energiát változtatja meg. /Ha $\Delta V > 0$, akkor $\Delta U < 0$, a gáz lehül./

körfolyamatban: a gáz visszajut a kezdeti állapotba, tehát $\Delta U = 0$. Ekkor $Q = -W$, vagyis a gáz hőfelvétele árán munkát végezhet.

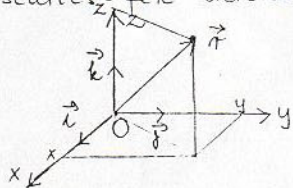
Utolsó feladat megadja, hogy a gép a felvett hő hányadát hasznosítja munkavégzésre: $\eta = \frac{W_h}{Q_{\text{fel}}}$

MECHANIKA

14. ÚT, ELMOZDULÁS, SEBESSÉG, GYORSULÁS

Anyagi pont Olyan test, melynek méretei a vizsgált problémában szereplő lényeges távolságokhoz képest elhanyagolhatók. /Pl a Föld is, ha a Nap körül keringését vizsgáljuk./

Vonatkoztatási rendszer A mozgás leírása azt jelenti, hogy minden pillanatban meg tudjuk adni a test helyét egy másik, vonatkoztatási testhez viszonyítva. A vonatkoztatási testhez koordináta-rendszert rögzíthetünk. Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer:



Az anyagi pont helyét az \vec{r} helyvektorral adjuk meg.

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

A mozgó pont által leírt görbe a test pályája. A pálya ívhossza az út /egyirányú mozgásnál/.

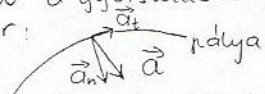
A test korábbi helyéből a későbbibe mutató vektor az elmozdulásvektor. $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$

Átlagsebesség: Egy változó mozgást végző test valamely $\Delta t \rightarrow$ időtartamra vonatkozó átlagsebességén értjük a $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ vektormennyiséget. Sokszor a skaláris $\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ értéket értjük átlagsebességén. /Nagyságuk nem egyenlő! /

Pillanatnyi sebesség: Az átlagsebességvektor a pálya szelőjének, a pill. seb.vektor a pálya érintőjének irányába mutat.

Átlaggyorsulás: $\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$, ahol $\Delta\vec{v} = \vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)$

Pillanatnyi gyorsulás: Az átlaggyorsulás határeértéke $\Delta t \rightarrow 0$ -ra. Ha csak a sebesség nagysága változik, a pálya egyenes, a gyorsulás érintőirányú. Ha csak a seb. iránya változik, a mozgás egyenletes, a gyorsulás merőleges a pillanatnyi sebességre, a pillanatnyi görbületi középpont felé mutat. Általánosan a gyorsulás a pálya homorú oldala felé mutató vektor:



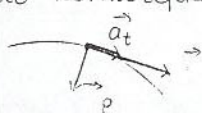
$$|\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

Mikor két összetevőre bontható:

Tangenciális /érintőirányú/ : \vec{a}_t

Centripetális /normálisirányú/ : \vec{a}_n

Pl. egyenletes körmozgásnál $\vec{a}_t = 0$, $\vec{a}_n = \vec{a}_{cp}$, $a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \text{áll.}$
gyorsuló körmozgásnál $a_t = r\beta$, $v = r\omega = r\beta \cdot t$



$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = r\beta^2 t^2 \quad /függ az időtől! /$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_{cp}^2}$$

15. AZ IMPULZUS / lendület /

Impulzus: Az anyagi pont tömegének és sebességvektorának szorzatát a test impulzusának /lendületének, mozgásmennyiségének / nevezzük. Felc \vec{J} vagy \vec{p} . Az impulzus vektor, iránya a sebesség irányával azonos: $\vec{J} = m\vec{v}$ Nagysága $J = m \cdot v = m\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

Egysége: $1 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Az impulzus megmaradásának tételle: Ha egy anyagi pontra nem hat erő, akkor a tehetetlenség törvénye értelmében sebessége nem változhat meg, így impulzusa is állandó marad: Ha $\vec{F} = 0$, akkor $\vec{J} = \text{áll.}$

Impulzustétel: Egy tömegpont impulzusának időegységre jutó megváltozása egyenlő a tömegpontra ható eredő erővel:

$$\frac{\Delta\vec{J}}{\Delta t} = \frac{\vec{J}_2 - \vec{J}_1}{\Delta t} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}{\Delta t} = \frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t} =$$

$$m \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = m \cdot \vec{a} = \vec{F}_e$$

Az $\vec{F}\Delta t$ mennyiséget, ha Δt elegendően kicsiny, elemi erőlökéssnek nevezzük. Tetszőleges időközt vizsgálva, az elemi erőlökések összege egyenlő a tömegpont impulzusának megváltozásával

Pontrendszer impulzusa: a rendszert alkotó tömegpontok impulzusának vektori összege: $\vec{J} = \sum_{i=1}^n \vec{J}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$

Impulzusmegmaradás tételle pontrendszerre: Zárt rendszer teljes impulzusa állandó. /zártak nevezünk egy rendszert, ha nem hatnak rá külső erők, vagy ha azok vektori eredője zérus /

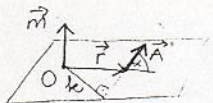
$$\text{Ha } \sum \vec{F}_k = 0, \text{ akkor } \vec{J} = \sum_{i=1}^n \vec{J}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{állandó}$$

Azt jelenti, hogy csupán belső erők nem képesek megváltoztatni a pontrendszer impulzusát.

Párkölcsönhatás esetén: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \text{áll.}$

16. PERDÜLET / impulzusnyomaték /

Vektor pontra vonatkozó nyomatéka: Valamely \vec{A} kötött vektornak az adott O pontra vonatkozó nyomatékán az $\vec{m} = \vec{r} \times \vec{A}$ vektort értjük /az \vec{r} és \vec{A} vektorok vektori szorzatát/



\vec{m} iránya: $\vec{m} \perp \vec{r}$, $\vec{m} \perp \vec{A}$ és az \vec{r} , \vec{A} , \vec{m} vektorok jobbsodrású rendszeret alkotnak.

\vec{m} nagysága: $|\vec{m}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{A}| \sin \alpha = k \cdot |\vec{A}|$

Vektor tengelyre vonatkozó nyomatéka: Valamely \vec{A} vektor adott t tengelyre vonatkozó nyomatékának a tengely valamely O pontjára vonatkozó nyomatékvektorának a tengelyre eső merőleges vetületét értjük. /független az O pont helyétől/

Perdület: A \vec{v} sebességgel mozgó m tömegű pontnak az O pontra vonatkozó perdületén impulzusának az O pontra vonatkozó nyomatékát értjük: $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{J}$
Nagysága: $N = k \cdot J = k \cdot m \cdot v$, ahol k az \vec{J} karja /az O pontnak és az impulzusvektor hatásvonalának távolsága/
Egysége: $1 \text{ kg m}^2 / \text{s} = 1 \text{ Nm s}$.

Forgatónyomaték: Az \vec{F} erő O pontra vonatkozó nyomatéka:

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$. Nagysága $M = k \cdot F$. Egysége: 1 Nm . Síkmozgásnál skálárként értelmezhető, pozitív, ha az \vec{F} jobbra forgat / \uparrow /.

Perdülettel: A tömegpont tetszőleges pontra vonatkozó perdületének időegységre jutó megváltozása a tömegpontra ható erőknek ugyanarra a pontra vett forgatónyomatékával egyenlő: $\frac{\Delta \vec{N}}{\Delta t} = \vec{M}$

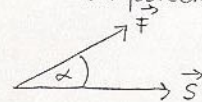
A perdületmegmaradás tetele: Ha a mozgás közben a testre ható erők valamely O pontra vett forgatónyomatékának összege 0 , akkor a testnek erre a pontra vonatkozó perdülete az időben nem változik: $\sum \vec{M} = 0$, $\vec{N} = \text{állandó}$

Pontrendszer perdülete: a tömegpontok adott pontra vonatkozó perdületeinek vektori összege: $\vec{N} = \sum \vec{N}_i$

Rögzített tengely körül forgó merev testnek a tengelyre vonatkozó perdülete $\vec{N} = \Theta \omega$, ahol Θ a test adott tengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka / $\Theta = \sum m_i r_i^2$ /, ω pedig a szögsebesség. Ha egy rögzített tengely körül forgó testre nem hat külső forgatónyomaték, akkor a perdületmegmaradás tetele szerint az $N = \Theta \omega$ perdülete állandó marad, tehát ha Θ csökken, akkor ω nő. /Pl. pürrhetező műkorcsolyázó/

17. MUNKATÉTEL

Állandó erő munkája: Az elmozdulás és az irányába eső erőkomponens szorzata. Skaláris mennyiség. Jele W .



$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ Egysége $1 \text{ Nm} = 1 \text{ J} / \text{joule}$
/Megj.: a munka az erő és elmozdulás skaláris szorzata/

Változó erő munkája



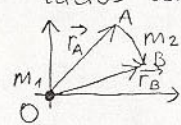
A munka számértékben egyenlő az erőgörbe alatti területtel

$$F = D \cdot \Delta l \quad W = \frac{1}{2} D (\Delta l)^2$$

Példák: Rugalmas erő munkája:

/Ellazuláskor pozitív, megfeszüléskor negatív/

Gravitációs erő munkája: Az m_1 tömegű test gravitációs terének munkája az m_2 tömegű testen, miközben A-ból B-be jut:



$$W = - f m_1 m_2 \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Keñyszererő munkája: Mivel $\vec{F} \perp \vec{s}$, $W = 0$

Energia: Sokféle paraméter /sebesség, hely, hőmérséklet, stb/ függvénye. Olyan additív skaláris mennyiség, mely egy környezetétől elszigetelt rendszerben állandó marad. /termodinamika I. főtétele/ Skaláris mennyiség. Jele: E
Egysége: 1 J .

Mechanikai energia: Csak a sebességnek ill. csak a helynek a függvénye. Előbbit kinetikai, az utóbbit potenciális energiának nevezzük. A mechanikai energiát munkavégző képességnek is nevezzük.

Munkatétel: Mozogjon egy m tömegű test egyenes vonalú, egyenletesen változó mozgással, miközben a rá ható erők eredőjének munkája:

$$W = F_e \cdot s = m \cdot a \cdot s = m \frac{v_2 - v_1}{t} \cdot \frac{v_2 + v_1}{2} t = m \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

tehát: $W = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$ az $\frac{1}{2} m v^2$ mennyiséget

a test kinetikai /mozgási/ energiájának nevezzük. Ennél a munkatétel: Az anyagi pontra ható erők összes munkája egyenlő az anyagi pont mozgási energiájának megváltozásával. A munkatétel tetszőleges mozgás esetén is érvényes

18. A MECHANIKAI ENERGIA MEGHARADÁSA

Helyzeti energiák: A térnek azt a tartományát, melyben az odahelyezett testre erőket erőterek ill. mezők nevezünk /elektromos, mágneses, gravitációs mező/ Most csak olyan erőterekkel foglalkozunk, melyekben a pontoszerű testre ható erő csak a helytől függ, de az időtől független /időben állandó erőterek/

Egy erőteret konzervatívnak nevezünk, ha az általa kifejtett erő konzervatív, azaz munkavégzése csak a kezdő és véghelyzethez függ, de független a mozgás pályájától. Egy konzervatív erőter minden pontjához hozzárendelhetjük azt a munkát, melyet a konzervatív erő végez miközben a test az adott pontból egy vonatkoztatási pontba jut. Ezt a munkát a test adott pontbeli potenciális energiájának nevezzük. /Egységes mennyiség, értéke függ a vonatkoztatási pont megválasztásától/

Példák: Magassági energia: a nehézségi erőből származó potenciális energia. A vonatkoztatási szinttől h magasságban levő m tömegű test helyzeti energiája: $E_h = m \cdot g \cdot h$.

Gravitációs energia: Válasszunk az M tömegű testtől r_0 távolságban egy O vonatkoztatási pontot. Ekkor az M -től r távolságra levő m tömegű test gravitációs energiája: $E_p(r) = -f M m \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)$ Ha a vonatkoztatási pontot a végtelenben választjuk, akkor $E_p(r) = -f \frac{Mm}{r}$

Rugó potenciális energiája: Ha a paza állapotot tekintjük

O energiájú állapotnak: $E_r = \frac{1}{2} D (\Delta l)^2$

A mechanikai energia megmaradási elve Ha egy

testre csak konzervatív erők hatnak, akkor mechanikai energiájának összege állandó.

Ha ugyanis a test A -ból B -be mozog bármilyen pályán, a munkatétel szerint

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = W_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow O} + W_{O \rightarrow B} = E_{p,A} - E_{p,B}$$

A'trendezve: $\frac{1}{2} m v_A^2 + E_{p,A} = \frac{1}{2} m v_B^2 + E_{p,B}$, azaz $E_{m,A} + E_{p,A} = E_{m,B} + E_{p,B} = \text{állandó}$.

A tétel csak konzervatív erők esetén érvényes. Pl. a súrlódási erők munkája csökkenti a mechanikai energiát. Ezt úgy mondják, hogy a súrlódási erők, a mechanikai energiát másfajta energiákká alakítják, szétszórják, idegen szóval disszipálják. Az ilyen erőket disszipatív erőknek nevezzük. /Disszipatív kölcsönhat: súrlódás, rugalmatlan ütközés/

19. NEWTON TÖRVÉNYEI

Newton I. törvénye (a tehetetlenség törvénye): Minden test megtartja nyugalmi állapotát vagy egyenesvonalú, egyenletes mozgását mindaddig, míg annak megváltoztatására más test nem kényszeríti. A tapasztalat szerint Newton I. törvénye nagy pontossággal igaz az állóvilághoz rögzített vonatkoztatási rendszerben és jó közelítéssel a Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben is. Az ilyen vonatkoztatási rendszereket inerciarendszereknek nevezzük. Minden olyan vonatkoztatási rendszer, amelyik egy inerciarendszerhez képest egyenesvonalú, egyenletes mozgást végez, maga is inerciarendszer.

Az erő fogalma: A tapasztalat szerint ugyanazt a testet különböző környezetek különbözőképpen gyorsítanak. E hatás méréseire vezetjük be az erőt, mint fizikai mennyiséget. Akkor mondjuk hogy az erő kétszer, háromszor nagyobb, ha a test kétszer, háromszor nagyobb gyorsulással mozog. Az erő irányaként a test gyorsulásának irányát definiáljuk.

Newton II. törvénye: Bármilyen test esetén a testre ható erő és a test gyorsulása egyenesen arányosak és egyirányúak: $\vec{F} \sim \vec{a}$

A tömeg: Az $m = \frac{F}{a} = \text{állandó}$ mennyiséget a test (tehetetlen) tömegének nevezzük. A tömeg skaláris mennyiség. Ezzel Newton II. törvénye $\vec{F} = m \vec{a}$ alakban is írható. A tömeg egységül 1 kg-os tiszta víz tömegét választjuk. Ez 1 kg. Így az erő egysége $1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ N}$ (newton)

Newton III. törvénye (hatás-ellenhatás elve): Ha egy A test hat egy B testre, akkor B is ugyanakkora, és ellentett irányú erővel hat A -ra.

Newton IV. törvénye (a szuperpozíció elve, az erőhatások függetlensége elve): Ha egy testre egyidejűleg több erő hat, akkor az erőhatások egymást nem zavarva, egymástól függetlenül adódnak össze a vektorösszeadás paralelogramma-szabálya szerint.

A dinamika alapegyenlete (mozgásegyenlet) A Newton-törvények szerint a testre ható összes erők vektori eredője egyenlő a test tömegének és gyorsulásának szorzatával:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \vec{a}$$

20. ERŐTÖRVÉNYEK

Azokat az össze-függéseket, melyek irány és nagyság szerint megadják az erőt a környezel és a test fizikai jellemzőinek függvényében, erőtörvényeknek nevezzük.

Rugalmassági erő / A csavarrugó erőtörvénye / A tapasztalat szerint a megfeszített rugó által kifejtett erő csak a rugó feszítésénél hosszától mért Δx megnyúlástól függ, azaz egyenesen arányos, ellentétes irányú, azaz $\vec{F} = -D \Delta \vec{x}$, ahol a D arányossági tényezőt rugóállandónak nevezzük. Egysége 1 N/m .

Nehézségi erő: Adott helyen a Földön, légüres térben minden szabadon eső test ugyanakkora gyorsulással mozog. Ezt gravitációs (nehézségi) gyorsulásnak nevezzük, jele \vec{g} . A Földön a testekre ható \vec{G} nehézségi erő tehát $\vec{G} = m\vec{g}$. A test súlya az az erő, amit a Földön nyugvásban levő test az alátámasztását ill. felfüggesztését biztosító testre kifejt. A test súlya a testre ható nehézségi erővel egyenlő.

Gravitációs erő / Newton-féle gravitációs erőtörvény /

Bármely két test vonzza egymást. Az erő nagysága egyenesen arányos a testek tömegének szorzatával és fordítottan arányos távolságuk négyzetével, azaz $F = f \frac{m_1 m_2}{r^2}$, ahol $f = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$.

Az erők iránya a két testet összekötő egyenesen mutat egyik testtől a másik felé. A törvényt Cavendish igazolta torziós ingájával. / bekony fémhuzalra erőnkét könnyű rúd-on levő két kis testre hat két nagy olomgömb gravitációs ereje, aminek hatására a fémhuzal megcsavarodik. A csavarodás mértékéből következtetni lehet az erőre / Eötvös Loránd 1: 100 000 pontossággal bizonyította torziós ingájával, hogy a gravitációs vonzóerő a testek „teljesen” tömegével arányos, azaz a testek „súlyos” és „tehetetlen” tömege egyenlő.

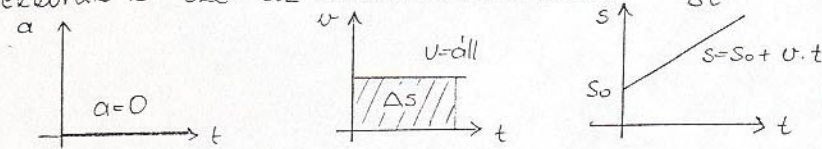
Kényszermozgás, kényszererő: Az olyan mozgásokat, amelyek során a test mozgását valamilyen geometriai feltételek korlátozzák, kényszermozgásoknak nevezzük. Azokat az erőket, melyek a kényszerfeltételeket biztosítják, kényszererőknek nevezzük. A kényszererő merőleges a kényszerfelületre.

Súrlódási erő Ha egy test egy másik test felületén csúszik, a testre ez a másik test a kényszererőn kívül egy a felülettel párhuzamos erőt is kifejt. Ez a súrlódási erő. A felülethez viszonyított sebességgel ellentétes irányú. A súrlódási erő nagysága ugyanolyan anyagi minőségű és simasági felületek között független az érintkező felületek nagyságától, valamint a relatív sebességtől, és egyenesen arányos a felületekre merőleges nyomóerővel: $F_s = \mu F_N$, ahol μ súrl. tényező.

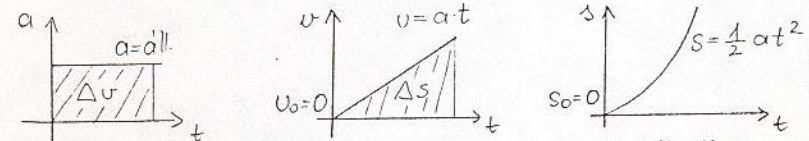
Közegellenállási erő: A közeg által kifejtett erő függ a test alakjától, az áramlásra merőleges és a keresztmetszettől, a relatív sebesség nagyságától és a μ sűrűségtől: $F = k A \rho v^2$, ahol k az alakellenállási tényező.

21. EGYENESVONALÚ MOZGÁSOK

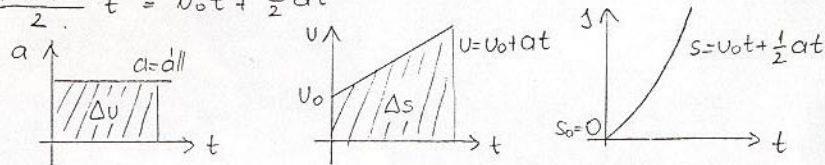
Az egyenesvonalú egyenletes mozgás: A test egyenesvonalú pályán egyenlő időközök alatt egyenlő utakat fut be, bármekkora is ezek az időközök. t sebessége: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{áll.}$



Egyenesvonalú, egyenletesen változó mozgás: A test egyenesvonalú pályán mozog és sebességének nagysága egyenlő időközök alatt mindig ugyanannyival változik, bármekkora is ezek az időközök. A gyorsulás: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{áll.}$ Ha $v_0 = 0$, akkor $v = a t$, $s = \langle v \rangle \cdot t = \frac{v}{2} \cdot t = \frac{a t}{2} \cdot t = \frac{1}{2} a t^2$



Ha $v_0 \neq 0$, akkor $a = \frac{v - v_0}{t} \rightarrow v = v_0 + a t$, $s = \langle v \rangle \cdot t = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t = \frac{v_0 + v_0 + a t}{2} \cdot t = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$



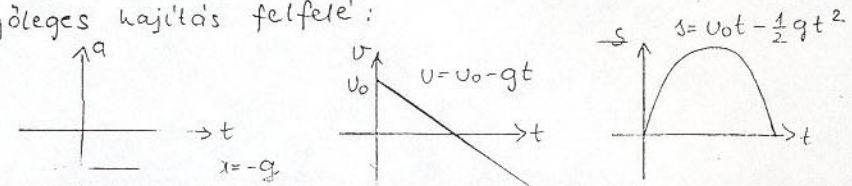
Szabadesés: A 0 kezdősebességű, egyenletesen változó mozgás egyik esete. Akkor jön létre, ha légüres térben 0 kezdősebességgel elejtünk egy tárgyat. Gyorsulását nehézségi gyorsulásnak nevezzük és g -vel jelöljük. A g nagysága minden testre azonos, Budapesten $\approx 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Iránya függőleges.

$$a = g, \quad v = g t, \quad s = \frac{1}{2} g t^2$$

Függőleges kajítás lefelé:

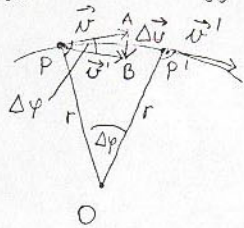
$$a = g, \quad v = v_0 + g t, \quad s = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Függőleges kajítás felfelé:



2.2. AZ EGYENLETES ÉS A VÁLTOZÓ KÖRMOZGÁS

Egy tömegpont körpályán végbemenő mozgását egyenletes körmozgásnak nevezük, ha a tömegpont egyenlő időközök alatt egyenlő újakat fut be, függetlenül az időközök nagyságától. Mivel a sebesség iránya változó, ezért a mozgás gyorsuló. A gyorsulás meghatározása: Δt idő alatt az anyag-

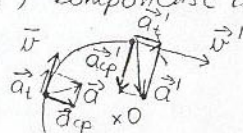


gi pont P-ből P'-be jut. Töljük el párhuzamosan a P'-beli \vec{v}' sebességet a P-pontba és szerkesszük meg a $\Delta \vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$ vektort. Mivel $OPP'\Delta \sim PAB\Delta$, ezért $\frac{\Delta v}{v} = \frac{PP'}{r} \approx \frac{\Delta s}{r}$ /ha $\Delta \varphi$ elég kicsi/. Átrendezve $\Delta v = \frac{v}{r} \Delta s$. A gyorsulás nagysága $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v}{r} \cdot v = \frac{v^2}{r}$. Az

ABP egyenlőszarú Δ -ból az A-nál levő szög $90^\circ - \frac{\Delta \varphi}{2}$. Ha $\Delta t \rightarrow 0$, akkor $\Delta \varphi \rightarrow 0$, tehát a gyorsulásvektor iránya /amíg a sebességváltozás iránydual egyezik meg/ a kör érintőjére merőleges, vagyis a középpont felé mutat. Az egyenletes körmozgást végző test gyorsulása tehát állandó nagyságú, $a = \frac{v^2}{r}$ és állandóan a körpálya középpontja felé mutat. Ezért centripetális gyorsulásnak nevezük. Az egyenletes körmozgás legegyszerűbben a síkbeli r és φ polárkoordinátákkal írható le. Ha $t=0$ -nál $\varphi_0=0$, akkor $r = \text{áll}$, $\varphi = \omega t$, ahol a φ szögelfordulás, egysége 1rad. Az ω állandót szögsebességnek nevezük, egys. $1s^{-1} = 1\text{Hz}$. A megtett út (ív hossz) $s = r\varphi = r\omega t$, tehát a kerületi sebesség $v = r\omega$. Az az idő, mely alatt a pont egy teljes kört megtesz, a keringési idő, jele T . Egys: $1s$. Mivel a T idő alatti szögelfordulás 2π , ezért $\omega = \frac{2\pi}{T}$. T reciproka a fordulatszám, a másodpercenkénti fordulatok száma, jele f . Egys. $1s^{-1} = 1\text{Hz}$. $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$. Mivel $\omega = 2\pi \cdot f$, ezért ω -t körfrekvenciának is nevezik. Ezekkel a centripetális gyorsulás: $a_{cp} = \frac{v^2}{r} = v\omega = r\omega^2$

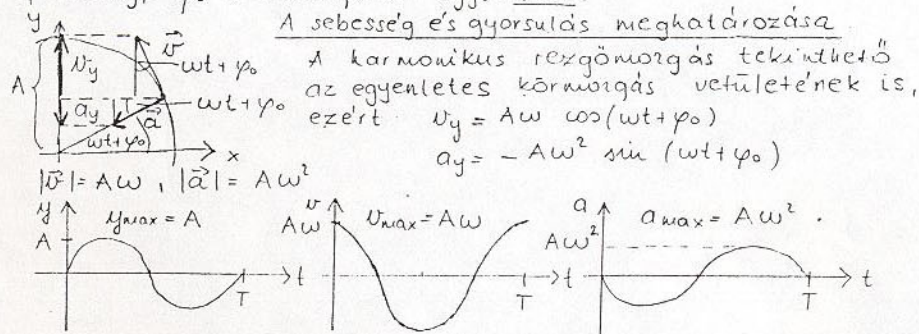
A körmozgást egyenletesen változónak nevezük, ha a test szögsebessége egyenlő időközök alatt mindig ugyanannyival változik, bármekkora is az egyenlő időközök. A $\frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \beta$ állandót szöggyorsulásnak nevezük. Egys. $1s^{-2}$. Ha $t=0$ -nál $\omega_0 \neq 0$, akkor $\omega = \omega_0 + \beta t$, $\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\beta t^2$. Mivel v változik, a gyorsulás centripetális komponense is változik: $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$, ahol v a pillanatnyi kerületi sebesség. A gyorsulásnak érintőirányú (tangenciális) komponense is van, $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(r\omega)}{\Delta t} = r \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = r\beta = \text{áll}$

Az eredő gyorsulás változó.
 $a = \sqrt{a_t^2 + a_{cp}^2}$ /iránya is változó/.



2.3. REZGŐMOZGÁS

Az olyan egyenesvonalú mozgást, ahol a test egy adott ponthoz viszonyított helyzete az idő szinuszos függvénye, harmonikus rezgő mozgásnak nevezük. Az adott pont az egyensúlyi helyzet. A mozgás jellemző mennyiségei: a periódusidő vagy rezgésidő, jele T , az a legrövidebb idő, amely a test két azonos mozgásállapota között telik el; a frekvencia, jele f (n, ν), az időegység alatti rezgések száma egys: $1s^{-1}$. $T = 1/f$; az amplitúdó, jele A , az egyensúlyi helyzetétől mért maximális távolság; a körfrekvencia, jele ω ; $\omega = 2\pi f$. A mozgás egyenesét választva y tengelynek: $y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$, ahol az $\omega t + \varphi_0$ szög a fázisszög, φ_0 a kezdőfázis. Egys: 1rad.



A harmonikus rezgőmozgás dinamikai feltétele: $N \parallel$ szerint

$F_y = m a_y = -m A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -m \omega^2 y$. Mivel m és ω áll, ezért az erő nagysága egyenesen arányos a kitéréssel. A negatív előjel azt jelenti, hogy az erő és a kitérés ellentett irányúak, az erő mindig az egyensúlyi helyzet felé mutat.

Rezgésidő: Az erő kifejezésében szereplő arányossági tényezőt D -vel jelölve $D = m\omega^2 = m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$ / D a rugóállandó/
Innen $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$. A rezgésidő független az amplitúdótól.

A harmonikus rezgést végző test energiája. A harmonikus rezgőmozgást létrehozó erő /rugóerő/ konzervatív erő, ezért a mozgás során a mechanikai energiák összege állandó,
 $\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} D y^2 = \text{áll} = E_{\text{össz}}$

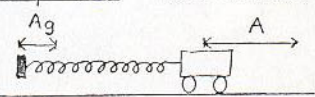
Az egyensúlyi helyzetben: $E_{\text{össz}} = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$

A szélső helyzetben: $E_{\text{össz}} = \frac{1}{2} D A^2 = \dots$

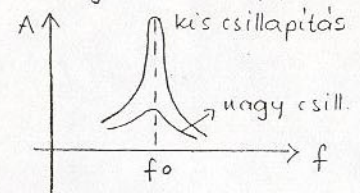
24. KÉNYSZERREZGÉS, REZONANCIA

Ha egy rezegni képes rendszert egy lökessel elindítunk és magára hagyjuk, akkor csillapodó rezgő mozgást végez. Az így létrejött rezgést sajátrezgésnek nevezzük. A sajátrezgés frekvenciáját, periódusidejét, amelyet a rezgő rendszer adatai egyértelműen meghatároznak sajátfrekvenciának ill. sajátrezgés-időnek nevezzük.

Ha egy rezgő rendszerre valamilyen periodikus gerjesztőerő hat, akkor a rendszer rezgésbe jön. Néhány rezgés után a rendszer periodikus mozgást végez a gerjesztőrezgés f frekvenciájával. Az így létrejött rezgést kényszerrezgésnek nevezzük. Az ábra szerinti összehelyezéssel tanulmányozhatjuk a jelenséget.



A gerjesztőrezgés A_g amplitúdóját változatlanul véve változtatjuk a gerjesztőrezgés frekvenciáját, amit f -fel jelölünk. A létrejött rezgés amplitúdója A . Ha az f - A koordináta rendszerben ábrázoljuk a gerjesztett amplitúdót a gerjesztőfrekvencia függvényében, az ún. rezonancia görbét kapjuk. Azt tapasztaljuk, hogy a gerjesztőfrekvencia függvényében vált a gerjesztett rezgés amplitúdója. A görbének maximuma van, ha a gerjesztőfrekvencia megegyezik a rendszer saját frekvenciájával. Azt a jelenséget, amikor a gerjesztett rendszer amplitúdója maximális, rezonanciának nevezzük. A rezonancia amplitúdó a gerjesztőrezgés amplitúdójának sokszorososa lehet.



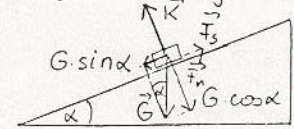
Ha az amplitúdó túl nagy, akkor a rendszer tönkre is mehet. Ez a rezonancia katasztrófa. Ilyen jelenségek jöhetnek létre hidaknál, épületeknél, ha erős szélben a leszakadó légáramok hatására rezgésbe jönnek.

A rezonancia magyarázata: A rendszerre három erő hat: a konzervatív rugóerő, a rendszer energiáját disszipáló csillapítóerő és a gerjesztőerő. Ha a gerjesztőerő frekvenciája megegyezik a sajátfrekvenciával, akkor a gerjesztőerő mindig pozitív munkát végez a rendszeren, tehát növeli a rendszer energiáját. Így az amplitúdó is nő egészen addig, míg az amplitúdónövekedés miatt energiavesztés el nem éri a gerjesztőerőtől egy rezgés alatt körölt energiát. Ha a rendszer csillapítása kicsi, akkor egészen nagy amplitúdójú rezgés jöhet létre.

25. KÉNYSZERMOZGÁS; LEJTŐ, INGÁ

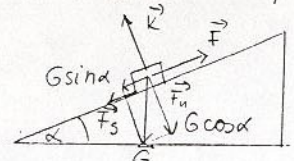
Az olyan mozgásokat, amelyeknek során a test mozgását valamilyen geometriai feltételek korlátozzák, kényszermozgásoknak nevezzük. Azokat az erőket, melyek a test mozgására vonatkozó kényszerfeltételeket biztosítják, kényszererőknek nevezzük. A kényszererő merőleges arra a felületre vagy pályára, amelyen a test kényszermozgását végzi. A testre ható szabaderők felületre merőleges komponensét \vec{F}_n -nel jelölve, a dinamika alaptörvénye szerint $\vec{k} + \vec{F}_n = m \cdot \vec{a}_n$. Nyugvó sík felületnél a felületre merőleges gyorsuláskomponens 0. Ekkor $\vec{k} = -\vec{F}_n$. Nyugvó, görbült felületnél $a_n = \frac{v^2}{r}$, ahol r a felület görbületi sugara. Itt \vec{k} csak akkor egyenlő $-\vec{F}_n$ -nel, ha $v=0$ vagy a pályának inflexiós pontja van.

A lejtő. A kényszerfelület a vízszintessel α szöget bezáró sík. A testre ható szabaderők a test súlya. Ezt felbontjuk lejtőirányú és a lejtőre merőleges komponensekre. A kényszererő: $\vec{k} = -\vec{F}_n$, $k = G \cdot \cos \alpha$. Az eredőerő lejtőirányú: $F_e = G \sin \alpha$.



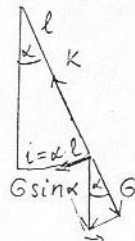
A test gyorsulása is lejtőirányú: $a = g \sin \alpha$. Sűrűdésos lejtő esetén $\vec{k} = -\vec{F}_n$, $k = G \cos \alpha$, $F_s = \mu F_n = \mu G \cos \alpha$, $F_{ered} = F_e - F_s = G \sin \alpha - \mu G \cos \alpha$, $a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$.

A lejtőt egyszerű gépként is használjuk, segítségével kis erővel emelnek fel testeket. Kiszámítjuk a test egyenes emeléséhez szükséges lejtőirányú \vec{F} erőt, ha a lejtő sűrűdésos. $\vec{k} = -\vec{F}_n$, $F_s = \mu F_n = \mu G \cos \alpha$.



A dinamika alaptörvénye szerint $F_e = m \cdot \vec{a} = 0$, tehát $F = G \sin \alpha + F_s$, azaz $F = G \sin \alpha + \mu G \cos \alpha$.

Az inga. A matematikai inga elhanyagolható tömegű fonalra függesztett pontszerű test. Kitérítve és elengedve a test vált sebességnél körmozgást végez. A dinamika alaptörvénye szerint $m \cdot a_{cp} = k - mg \cos \alpha$ és $m a_e = mg \sin \alpha$. / $a_{cp} = \frac{v^2}{l}$ változó! /



Ha $\alpha < 5^\circ$, akkor az α radiánban vett értéke és szinuszra körölt az eltérés kisebb, mint 1%. Ekkor $F_e = mg \alpha$ így $F_e = \frac{mg}{l} = 0$. Tehát az l v mentén történő mozgásra teljesül a harmonikus rezgőmozgás feltétele. A lengésidő így a $D = \frac{mg}{l}$ helyettesítéssel: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{mg}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$. Összefoglalva $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$.

26. Súrlódás

Ha egy test egy másik test felszínén csúszik, a testre ez a másik test a kénszererőn kívül egy a felülettel párhuzamos erőt is kifejt. Ez az erő a súrlódási erő. Az erő a felülethez viszonyított sebességgel ellentétes irányú. A súrlódási erő nagysága ugyanolyan nagyfokú minőségű és símaságú felületek között közelítőleg független az érintkező felületek nagyságától valamint a relatív sebességtől és egyenesen arányos a felületekre merőleges összenyomó erővel: $F_s = \mu F_{ny}$, ahol μ a súrlódási tényező. Dimenzió nélküli szám.

Tapadási súrlódási erő. A tapadási erő (F_t) egy másik test felszínén nyugvó test megmozdítását akadályozó erő. A tapadási erő maximális értéke független az érintkező felületek nagyságától, egyenesen arányos a felületekre merőleges összenyomó erővel és függ az érintkező felületek minőségétől, ezért $F_t \leq \mu_t F_{ny}$, ahol μ_t a tapadási súrlódási tényező. Ugyanazon felületpárok között többnyire $\mu_t > \mu$.
Csúszási és tapadási súrlódási tényezők:

súrlódó anyagok	μ	μ_t
acél acélon	0,15	0,14
fa fán	0,2-0,4	0,6
vas jegeen	0,014	
gumi aszfalton /árároz/	0,7-0,8	
gumi aszfalton /medves/	0,4-0,5	

A csúszási és tapadási súrlódási erő mozgást akadályozó erő abban az értelemben, hogy a felülethez viszonyított mozgást akadályozza. Ez nem jelenti azt, hogy a súrlódási erő nem növelheti egy test inerciarendszerbeli sebességét. Pl. a kipörgetett kerekkel induló autó kerekének alsó pontja a talajhoz képest hátrafelé mozog, ezért a súrlódási erő előre mutat és növeli az autó sebességét. A vízszintesen gyorsuló könnyűen lévő testet pedig a tapadási erő gyorsítja.

A tapadási valamint csúszási súrlódási erők felleptét annak tulajdoníthatjuk, hogy a test és a felület egyenetlen és ezek az egyenetlenségek egymásba illeszkednek. A molekuláris (adhéziós, kohéziós) erők szerepét mutatja az a tapasztalat, hogy a nagyon sima és tiszta felületek között nagy súrlódási erő működik.

27. MEREV TESTEK

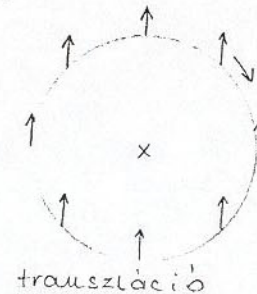
A merev test olyan test, amelynek pontjai a fellepő erők hatására egymáshoz képest csak elhanyagolható mértékben mozdulnak el, más szóval a test nem szenved alakváltozást.

A merev test helyzetét a térben teljesen meghatározza a merev test három tetszőleges, nem egy egyenesbe eső pontjának helyzete.

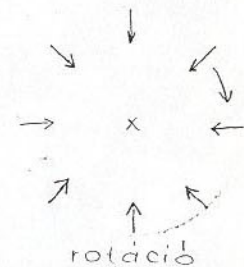
A merev test mozgásának egyik speciális esete a haladó mozgás vagy transzláció, amelynél a test minden pontja egyidejűleg egymással párhuzamos és egybevágó görbékkel /egyenes vonalú transzlációnál egyenes szakaszokat / ír le, tehát ugyanabban a pillanatban a test minden pontjának sebessége ugyanaz. Ezért haladó mozgásnál elegendő a test egyetlen pontjának mozgását ismernünk, a test térbeli irányítása nem vált meg. Haladó mozgást végeznek az ördöskerek fülkejének pontjai is, hiszen a felfüggesztési ponthoz képest nyugodalomban vannak.

A merev test mozgásának másik speciális esete a tengely körüli forgás vagy rotáció, amelynél egy meghatározott egyenesnek, a forgástengelynek a pontjai helyzetüket változatlanul megtartják, a test többi pontjának pályái pedig a forgástengelyre merőleges síkokban fekvő körívek. Ilyen mozgásnak felel meg pl. a körpályát leíró vasúti kocsi mozgása is.

A merev test legáltalánosabb mozgása összetételű: egyúds utáni elemi transzlációkból és rotációkból.



transzláció



rotáció

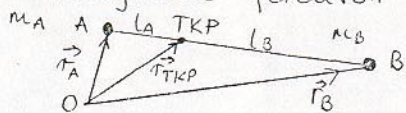
28. TÖMEG KÖZÉPPONT / súlypont /

Egy pontrendszer tömegközéppontján azt a pontot értjük, amelynek helyvektora:

$$\vec{r}_{TKP} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Pontrendszer tömegközéppontjának meghatározása:

Két tömegpontból álló rendszer tömegközéppontja a két tömegpontot összekötő egyenes szakaszán van és ezt a szakaszt a tömegekkel fordított arányban osztja.



$$\vec{r}_{TKP} - \vec{r}_A = \frac{m_A \vec{r}_A + m_B \vec{r}_B}{m_A + m_B} - \vec{r}_A = \frac{m_B (\vec{r}_B - \vec{r}_A)}{m_A + m_B}$$

$$\vec{r}_B - \vec{r}_{TKP} = \vec{r}_B - \frac{m_A \vec{r}_A + m_B \vec{r}_B}{m_A + m_B} = \frac{m_A (\vec{r}_B - \vec{r}_A)}{m_A + m_B}$$

} $|\vec{r}_{TKP} - \vec{r}_A| = l_A = \frac{m_B}{m_A + m_B} |\vec{r}_B - \vec{r}_A|$
} $|\vec{r}_B - \vec{r}_{TKP}| = l_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} |\vec{r}_B - \vec{r}_A|$

Kiterjedt testek tömegközéppontja: A kiterjedt testet felosztjuk igen kis ΔV_i térfogatelemekre. Az ezekben levő tömeg $\rho_i \Delta V_i$. A $\Delta m_i = \rho_i \Delta V_i$ pontszerű testdarabok pontrendszerül alkotják, mely tömegközéppontjának helyvektora:

$$\vec{r}_{TKP} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i \Delta V_i \vec{r}_i}{m}$$

Középpontján szimmetrikus testek és síkidomok tömegközéppontja a szimmetriacentrum

A tömegközéppont mozgása: A def. szerint a tömegközéppont sebessége:

$$\vec{v}_{TKP} = \frac{\Delta \vec{r}_{TKP}}{\Delta t} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{\Delta \vec{r}_i}{\Delta t}}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Zárt rendszer esetén az összes impulzus állandó, ezért zárt rendszer tömegközéppontja vagy nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez.

Az előző képlet alapján a tömegközéppont gyorsulása:

$$\vec{a}_{TKP} = \frac{\Delta \vec{v}_{TKP}}{\Delta t} = \frac{(\sum_{i=1}^n \vec{p}_i) / \Delta t}{\sum_{i=1}^n m_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

azaz a tömegközéppont gyorsulása egyenlő a külső erők eredőjének és a rendszer tömegének hányadosával. A tömegközéppont tehát úgy mozog, mintha a rendszer tömegét a tömegközéppontba gyűjtve, kapott pontszerű testre hatna a külső erők eredője. Ez a tömegközéppont mozgásának tekinthető.

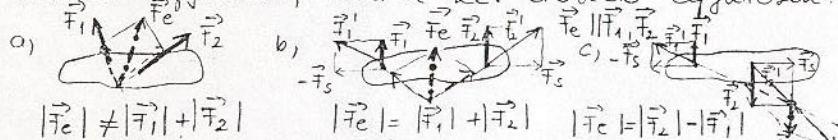
29. HEREV TESTEK EGYENSÚLYA

Ha a merev test nyugalomban van, akkor minden pontjának sebessége és gyorsulása is 0. Ehhez szükséges, hogy a merev test tömegközéppontjának gyorsulása és szöggyorsulása is 0 legyen: $\vec{a}_{TKP} = 0$, $\beta = 0$. A tömegközéppontra vonatkozó feltételt felírva: $\sum \vec{F}_i = 0$

A forgó mozgás alaptörvényét alkalmazva: $\sum M_i = 0$, a $\sum M_i = 0$ feltételt a $\sum \vec{F}_i = 0$ egyenlet teljesülése esetén bármely, az inerciarendszerben nyugvó pontra, ill. tengelyre felírhatjuk. Ezért a tengely tetszőlegesen választható. A továbbiakban egy síkban ható erőkkel foglalkozunk. Merev test egyensúlya két erő esetén: A merev test két erő hatására akkor van egyensúlyban, ha az erők egyenlő nagyságúak, ellentett irányúak és hatásvonaluk közös.

Merev test egyensúlya három, egy síkban ható erő esetén:

A merev testre ható két erő / az erőpár esetének kivételével / mindig helyettesíthető egyetlen erővel, melynek hatása ugyanaz, mint a két erőnek együttesen.



Az egyensúlyt tartó harmadik erőnek az eredő erővel egyenlő nagyságúnak, ellentett irányúnak és közös hatásvonalúnak kell lennie.

Részletesebben: -Ha a három erő között nincs két párhuzamos, akkor a három erő eredőjének nullának kell lennie, és hatásvonalainak egy pontban kell egymást metszeni. -Ha a három erő közül kettő párhuzamos, akkor a harmadik velük egyensúlyt tartó erő nagysága a két erő nagyságának összege vagy különbsége lesz aszerint, hogy a két erő egyező vagy ellentett értelmű. Iránya az összetevők irányával ill. a nagyobbik összetevő irányával ellentett. Hatásvonalát a két erő eredőjének hatásvonalát.

-Ha a merev testre ható erők közül két erő erőpárt alkot, akkor a merev test nem lehet egyensúlyban. Ennek oka, hogy az erőpár nem helyettesíthető egyetlen erővel.

30. MEREV TESTEK FORGÁSA

Rögzített tengely körül forgó merev test perdülete:

Osszuk fel a testet igen kis pontszerű Δm_i tömegű térfogat-elemekre! Legyen az i -edik térfogatelem forgástengelytől való távolsága l_i , az i -edik térfogatelem perdülete a forgástengelyre vonatkoztatva N_i . A merev test perdülete:

$$N = \sum_{i=1}^n N_i = \sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot l_i^2 \cdot \omega = \omega \sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot l_i^2$$

a $\sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot l_i^2$ skaláris mennyiség neve tehetetlenségi nyomaték. Jele Θ . Mértékegysége kgm^2 . Ezzel: $N = \Theta \cdot \omega$

Egy pontrendszer tehetetlenségi nyomatéka nem változik meg, ha pontjait a tengellyel párhuzamosan eltoljuk. Megváltozik viszont akkor, ha a tengelyt toljuk el önmagával párhuzamosan, de nem önmagában. Ha Θ_{TKP} a tömegközépponton átvevő tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték, ettől a tengelytől a távolságra levő, vele párhuzamos tengelyre: $\Theta = \Theta_{TKP} + m \cdot d^2$, ahol m a test tömege. Ez Steiner tétele.

A forgó mozgás alaptörvénye rögzített tengely körül forgó merev testre: A testet pontrendszernek feltelve a testre ható erő a pontrendszerre ható külső erő. Erre a pontrendszerre alkalmazva a perdület-tételt:

$$M = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{\Theta \cdot \omega_{későbbi} - \Theta \cdot \omega_{korábbi}}{\Delta t} = \Theta \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \text{ vagyis } M = \Theta \beta$$

tesztve a szöggyorsulást: $M = \Theta \beta$

Rögzített tengely körül forgó merev test mozgási energiája:

Osszuk fel a testet Δm_i tömegű pontszerű részekre!

$$\text{Ekkor } E_m = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \Delta m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{i=1}^n \Delta m_i l_i^2 = \frac{1}{2} \Theta \omega^2$$

Ezt a mozgási energiát forgási energiának is nevezik.

Síkmozgást végző merev test mozgási energiája

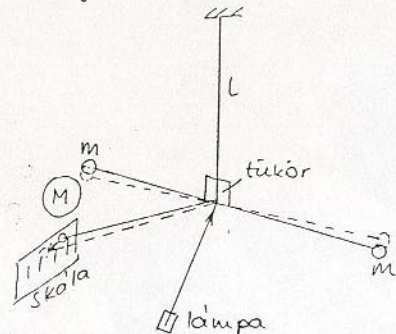
/síkmozgás: A test minden pontja egy adott síkkal párhuzamosan mozog./

$$E_m = \frac{1}{2} m v_{TKP}^2 + \frac{1}{2} \Theta_{TKP} \omega^2 \text{ vagyis a mozgási energia a haladó és a forgó mozgásból adódó mozgási energiák összege}$$

31. TÖMEGVONZÁS

Bármely két test vonzza egymást. Pontszerű testek esetén az erő nagysága egyenesen arányos a testek tömegének szorzatával és fordítottan arányos távolságuk négyzetével, azaz: $F = f \frac{m_1 m_2}{r^2}$, ahol f az általános gravitációs állandó. Értéke minden testre ugyanakkora: $f = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$. Az erők iránya a két testet összekötő egyenesben mutat egyik testtől a másik felé. A törvényt Newton fedezte fel 1666-ban, a hold gyorsulásának és a Föld felszínén levő gravitációs gyorsulásnak a vizsgálata alapján.

Cavendish később az általa szerkesztett, igen érzékeny torziós mérleggel meg tudta mérni a köznapinál kisebb tárgyak között fellépő igen kis gravitációs erőket. Az arányosságok kísérleti ellenőrzésén kívül az arányossági tényezőt, az általános gravitációs állandót is meghatározta.



A torziós mérleg igen kis erők kimutatására alkalmas eszköz.

A néhány század mm átmérőjű l fémhuzal (torziós szál) egyik végét

rögzítjük. A másik végre

kisméretű rudacskát erősítünk

A rud végein található az m tömegű testecskék. Ha az M tömegű testeket, az m tömegű

testek közelebbe hozzuk, akkor a fellépő igen kis erők hatására a torziós szál elcsavarodik. Az elcsavarodás szöge is igen kicsi. Úgy mérhetjük, hogy a rudacskára egy tükröt erősítünk, amelyet egy lámpával megvilágítunk. A távoli falon elhelyezett skálán a fénytölt elmozdulása sokszorosa az m tömegű test elmozdulásának. Így az elcsavarodási szög elég pontosan mérhető. Ebből következtetni lehet az erők nagyságára.

Eötvös Loránd 1:200 000 pontossággal bebizonyította, hogy a gravitációs vonzóerő a testek (pl. ütközésekben mért) „tehetetlen” tömegével arányos, és nem függ a testek anyagi minőségétől. A „túlós” és „tehetetlen” tömeg egyenlőségének tényét használta fel Einstein általános relativitáselméletében.

32. BOLYGÓHOZGÁS

Kepler törvények Kepler a bolygók mozgásának dem- zéséből tapasztalati úton három törvényt állapított meg:

- 1, A bolygók ellipszis alakú pályán keringenek, amely- nek egyik gyújtópontjában a Nap áll.
- 2, A Naptól a bolygóig húzott szakasz, a vezérsugár, egyenlő időközök alatt egyenlő területeket sűrol.
- 3, A bolygók keringési idejének négyzetét úgy arány- tadjuk egymáshoz, mint a Naptól vett közep-távolsá- guk köbei: $T_1^2 : T_2^2 : \dots = a_1^3 : a_2^3 : \dots$

Az aránypárokat átrendezve: $\frac{T^2}{a^3} = \text{állandó}$

közep-távolságon a Naptól vett legkisebb távolság (peri- helium) és a legnagyobb távolság (afélium) szántam közepét értjük

A Kepler törvények a gravitációs törvényből következ- hetők. Az első törvény a bolygók pályájának alakjára vonatkozik. A pálya a legtöbb bolygónál alig tér el a körtől. A második törvény a területi sebesség állandóságát mondja ki. Ez abból következik, hogy a gravitációs erő centripetális erő. A harmadik törvényt körpályára látjuk be. Mivel a kör- mozgás centripetális gyorsulását a gravitációs erő bizto- sítja, ezért $f \frac{Mm}{a^2} = ma\omega^2 = ma \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$ mielőtt $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$

A bolygó sebessége: $f \frac{Mm}{a^2} = m \frac{v^2}{a}$ -ből $v = \sqrt{\frac{GM}{a}}$

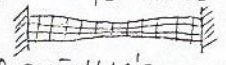
/Körsebesség/
A gravitációs erő konzervatív. Az energiamegmaradás elvét alkalmazva $-f \frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 = \text{állandó}$ körpályá- nál r és v állandó. Ha a körsebességnél kisebb sebesség- gel indítunk el egy testet M -től a távolságban, akkor a test ellipszispályán fog mozogni. Nagyobb sebesség esetén ellipszis, parabola vagy hiperbola pálya jön létre a sebesség nagyságától függően. Azt a minimális sebességet, amelyiknél az m tömegű test már nem tér vissza kiindulási pontjába /parabola, hiperbola pálya/ az M tömegű testhez és az a távolsághoz tartozó szökési sebességnek nevezzük. Ha a test éppen nem tér vissza, akkor a végtelen távoli pontban sebessége 0 lesz. Itt választva a potenciális energia vonatkoztatási pontját, az összenergia nulla lesz: $-f \frac{Mm}{a} + \frac{1}{2}mv^2 = 0$, ahon- nan $v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{a}} = \sqrt{2} v_I$. Ennél a sebességnél parabola pálya jön létre, ennél nagyobbánál hiperbola. A Földfelszín közelében v_{II} sebesség vagy első kozmikus seb. $\frac{v_{II}}{v_I} = \sqrt{2}$ -ből $v_I = 7,9 \frac{km}{s}$ a szökési seb. vagy 2. kozm. seb. $v_{II} = \sqrt{2} v_I = 11,2 \frac{km}{s}$.

33. RUGALMAS SZILÁRD TEST

Rugalmasnak nevezünk egy szilárd testet akkor, ha a test alakját megváltoztató külső erők hatására a testben olyan erők lépnek fel, amelyek a test eredeti alakját vissza igyekeznek állítani. Ilyen rugalmas erők jelentkeznek pl. csavarrugó és drót megnyújtásánál vagy elcsavarásánál, híd meghajlításánál, gumilabda összenyomásánál. Gyakran a testek a deformáló erők hatásának megszűnése után a közönséges megfigyelések sze- rint visszanyerik eredeti alakjukat. Olyan fökéletesen ru- galmas test, amelyre ez szigorúan érvényes, a valóságban nincs, de a tapasztalat szerint, ha a deformáló erők ele- gendően kicsik, akkor a szilárd testek tök. rugalmasnak tekinthetők. Ekkor rugalmas alakváltozóról beszélünk. A rugalmassági határon belül a külső és belső erők egyensúlyban vannak. E határon túl az egyensúly meg- billen, maradós alakváltozás jön létre. Bizonyos határon túl pedig a test elszakad ill. eltörik.

Az igénybevételek fajtái: 1, Húzó igénybevitel / a test hosszmerete nő, keresztmetszete csökken / 2, Nyomó igénybevitel / a hosszmerete csökken, a keresztmetszet nő / 3, Hajlító igénybevitel / a test egyes keresztmetszeti egy- másához képest elhajolnak / 4, Nyíró igénybevitel / a test párhuzamos rétegei egymáshoz képest eltolódnak / 5, Csavaró igénybevitel / a test párhuzamos rétegei egy- másához képest elcsavaródnak /

Homogén és inhomogén deformációk Osszuk fel a testet gondolatban kis, egybevágó térfogatelemekre pl. egybevágó kockákra. Ha a kis térfogatelemek a deformáció után is egybevágók maradnak, akkor homogén deformációról beszélünk, ellenkező esetben inhomogén deformációról. Pl. inhomogén deformáció a két végén befogott vastagrúd megnyújtása

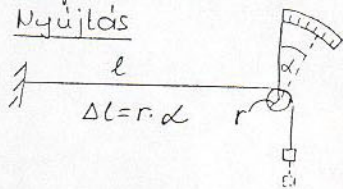


Mechanikai feszültség A külső, alakváltoztató erők hatá- sára a testben rugalmas reakcióerők ebrednek, melyek a defor- máló hatás ellen működnek. A ΔA nagyságú felületre ható ΔF erő általában nem merőleges a felületre. A felületre merőleges összetevőt nyomó- vagy húzóerőnek, a felülettel párhuzamos összetevőt nyíróerőnek nevezzük. Homogén de- formáció esetén mind a nyomóhúzó, mind a nyíróerő egyenesen arányos a felület nagyságával. Az arányossági tényezőt mech. feszültségnek nevezünk. Nyomófeszültség: $\sigma = \frac{\Delta F_{nyomó}}{\Delta A}$. Húzófeszültség: $\sigma = \frac{\Delta F_{húzó}}{\Delta A}$. Nyírófeszültség: $\tau = \frac{\Delta F_{nyíró}}{\Delta A}$.

34. HOOKE TÖRVÉNYE

Az alakváltozást rugalmasnak nevezük, ha az erőhatás megszűnte után a test visszanyeri eredeti alakját és energia disszipáció nem lép fel. Azt a rugalmas feszültséget, amelynél az alakváltozás még rugalmas, de ennél nagyobb feszültség hatására már nem az, rugalmas-sági határnak nevezük.

Nyújtás



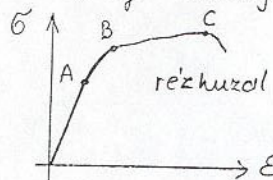
Az óbra szerinti összeállításban terheljük meg a kuzalt. A kuzal feszültségmentes hosszát l -lel, a megnyúlást Δl -lel, a keresztmetszetét A -val és a húzóerőt F -fel jelöljük.

A relatív megnyúlás $\epsilon = \Delta l / l$, a rugalmas feszültség $\sigma = F / A$. Nem túl nagy rugalmas feszültségnél σ egyenesen arányos ϵ -nal. Más típusú igénybevételekre is igaz Hooke törvénye: A test deformációja és az azt létrehozó erő közelítőleg egyenesen arányosak, ha az erő nem túl nagy.

Mivel σ egyenesen arányos ϵ -nal, ezért hányadosuk állandó. Az arányossági tényező, amely csak az anyagi minőségtől függ, a (nyújtási) rugalmassági modulus (régi nevén Young-modulus). Jele E , mértékegysége N/m^2 , mivel E dimenzió nélküli szám.

A nyújtásra vonatkozó Hooke törvény: $\sigma = E \cdot \epsilon$, vagy a kuzal adataival kifejezve: $\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{A}$.

Nyújtási diagram Szilárd testek viselkedése a Hooke törvény érvényességi határán kívül.



A kuzalt nyújtó erőt növelve az egyenes arányosság megszűnik. Az A-B részben a kuzal még visszanyeri eredeti alakját, a B után az alakváltozás maradandó. Ha a feszültség eléri a σ_B értéket, a folyáshatárt, akkor a feszültség további növelésekor a kuzal jelentősen megnyúlhat. Ez a folyás / képlekenység / jelensége. A folyási tartomány C pontján túl a kuzal keresztmetszete egy helyen csökken, a kuzal elszakad.

σ névelges feszültség
 $\sigma = \frac{F}{A}$, ahol A a kuzal feszültségmentes keresztmetszete.

35. HULLÁM MOZGÁS

A rugalmas közegben létrehozott deformáció a térben tovaterjed. Ezt a jelenséget nevezük mechanikai hullámnak. A hullámok a közeg kiterjedése szerint feloszthatók egykét- és háromdimenziós hullámokra / Egy dim: kötélen, két dim: vízhullámok, három dim: hanghullámok / A hullámforrás egy bizonyos rezgésállapota a hullámforrástól x távolságra levő pontban csak t idő múlva jelenik meg. Ennek a távolságnak és az időnek a hányadosa a terjedési sebesség. Jele c .

Periodikus hullám: a hullámforrás rezgése periodikus. Jellemző mennyiségei: amplitúdó $|A|$, adott helyen a közeg térfogatelemének részecskéjének legnagyobb kitérése. Acsillapítatlan egydimenziós hullámban a hullámforrás amplitúdójával egyezik meg. A hullám frekvenciája a közeghez képest nyugvó hullámforrás és megfigyelő esetén a hullámforrás frekvenciája / másodpercenkénti rezgések száma / Hullámhossz $|\lambda|$: a legközelebbi azonos rezgési állapotú pontok távolsága.

Harmonikus hullámok: A hullámforrás kitérése az idő bűnuszos függvénye. A hullámegyenlet megadja a hullámforrástól x távolságban levő részecske kitérését a t időpontban. Legyen a hullámforrás kitérés-idő függvénye $y = A \sin \omega t$. A hullámforrástól x távolságra azonban a t időpontban a hullámforrásnak az x/c idővel korábbi, $t - \frac{x}{c}$ időponthoz tartozó rezgési állapota ért csak el. Itt tehát a kitérés $y = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$. Átalakítva: $y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$, azaz $y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$.

A közeg egy részecskéjének rezgési állapotát az előbbi formulában a bűnusz függvény argumentuma $2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ határozza meg. Ez a fáziszög. A közeg két részecskéjének rezgési állapota akkor egyezik meg, ha fáziszögük egyenlő vagy egymástól 2π egész számú többszörösével tér el. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy a két részecske azonos fázisban van. A fázis terjedési sebessége a fázis sebesség.

36. LONGITUDINÁLIS ÉS TRANSZVERZÁLIS HULLÁM

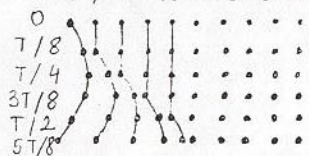
A hullámokat feloszthatjuk aszerint is, hogy a közeg részecskéi milyen irányú mozgást végeznek a hullám terjedési irányához képest. Longitudinálisnak nevezünk azokat a hullámokat, amelyeknél a közeg részecskéi a deformáció során a terjedési irányjal párhuzamosan, transzverzálisnak pedig azokat, amelyeknél a terjedési irányra merőlegesen történik ki.

Longitudinális hullámot állíthatunk elő egy hosszú rugón, amelynek egyik végét hosszirányban rángatjuk. Azt látjuk, hogy itt a rugó menetei sűrűsödnek ill. ritkulnak a rezgetés helyén. Ezek a sűrűsödések és ritkulások terjednek tovább a longitudinális hullámban. A részecskék, menetek egy egyensúlyi helyzet környezetében mozognak, a körül rezgéseket végeznek. A hullámban a rezgési állapot terjed tovább.

Transzverzális hullámokat állíthatunk elő egy rugalmas kötélen végelve a kötéltre merőleges irányú rángatásával.

Itt a részecskék a terjedés irányára merőlegesen végeznek egyensúlyi helyzetük körül rezgéseket.

Az ábrákon egy longitudinális és egy transzverzális hullámról készített pillanatképek sorozatát láthatjuk $T/8$ időközönként.

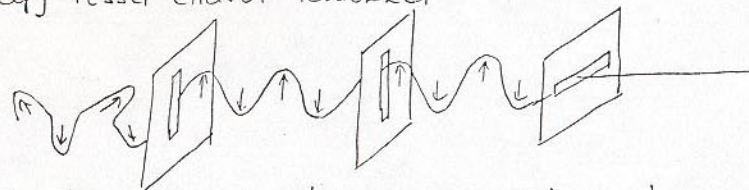


A longitudinális hullámban sűrűsödések és ritkulások terjednek, a transzverzális hullámban pedig hullámhegyek és hullámvölgyek. Az azonos fázisú frontidos pontok, pl. a sűrűsödési helyek ill. a hullámhegyek csúcsai. A hullámhegyek távolsága. Egy periódus alatt a hullámforrás pl. a transzverzális hullámban egy teljes hullámhegyet és hullámvölgyet bocsát ki. Egy adott fázisú rezgésállapot ezalatt $c \cdot t$ távolságban jelenik meg. Az azonos fázisú kitérések távolsága azonban éppen a hullámhossz.

$$\lambda = cT = \frac{c}{f}$$

37. POLARIZÁCIÓ

Ha a hullámforrás kitérései mindig ugyanazon egyenes mentén mennek végbe, akkor a hullámban a kitérések egy síkban, a rezgési síkban vannak. Ha a hullámban a közeg darabkájának rezgési síkja időben változatlan, akkor polarizált hullámról beszélünk. Kötélen terjedő hullámnál az időben változó rezgési síkú polarizálatlan hullámokat az ábra alapján polarizálhatjuk egy résszel ellátott lemezzel.

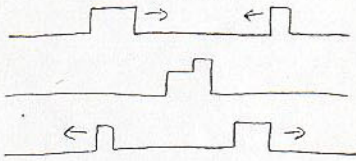


A rést csak a vele párhuzamos síkú hullámokat enged át változatlanul, a rá merőleges síkúakat teljesen kioltja, a körbelső rezgési síkúakat részben átengedi. A lemez után a hullám rezgési síkjai a réssel párhuzamosak. Az ilyen változó rezgési síkú hullámokból polarizált hullámokat előállító eszközt nevezzük polarizátornak. A polarizátor után újabb polarizátort elhelyezve azt tapasztaljuk, hogy párhuzamos állásnál átengedi a polarizált hullámot, míg a merőleges, keresztetett állásnál nem. Ha egy hullámnál ilyen jelenséget tapasztalunk, akkor az transzverzális hullám.

A kötélen végve a rezgési síkot egyenletesen körbeforgatva kapjuk a cirkulárisan polarizált hullámot. Ilyen hullámot egyező frekvenciájú, egyenlő amplitúdójú $\pi/2$ fáziseltéréssel, egymásra merőleges rezgési síkú harmonikus hullámok összetételként is kaphatunk. Ha a hullámok amplitúdója eltérő, akkor elliptikusan polarizált hullámot kapunk. Ilyenkor az amplitúdókat egy pontból felmérve ellipszist kapunk.

38. INTERFERENCIA

Rugalmas közél két végeről üditött hullámhegyek vagy hullámvölgyek zavartalanul áthaladnak egymáson. Találkozásuk pillanatában az eredő kitérés a két hullám által létrehozott kitérések vektori eredője lesz.



Általában is igaz: hullám találkozásnál az eredő kitérés mindenütt és minden pillanatban az egyedül jelenlévőnek gondolt egyik ill. másik hullám vektori eredője lesz.

által okozott kitérések hullámok találkozásánál interferenciának nevezzük.

Észlelhető interferencia jön létre egyező frekvenciájú, időben állandó fáziseltérésű hullámok szuperpozíciójakor. Az ilyen hullámokat koherens hullámoknak nev.

A közeg adott pontjában kialakuló rezgés fázisát és amplitúdóját az összetűző rezgések amplitúdóinak és a fáziseltérésnek az ismeretében lehet meghatározni. Az eredő rezgés amplitúdója akkor lesz maximális, azaz a két amplitúdó összege, ha a fáziseltérés $\Delta\varphi = 2k\pi$, k egész szám. Ez a maximális erősítés. Ha a fáziseltérés $(2k+1)\pi$, k egész szám, akkor az eredő amplitúdó a két amplitúdó különbségének abszolút értéke. Ez a maximális gyengítés. Ha a két hullám amplitúdója egyenlő, akkor maximális gyengítés esetén az eredő kitérés 0, ez a kioltás. Az eredő kitérés más fáziseltérések esetén a két amplitúdó összege és különbsége közé esik.

Azonos fázisú (együtt rezgő) hullámforrások interferenciája

Maximális erősítés: $\Delta\varphi = k \cdot 2\pi$, tehát a két hullám közötti útkülönbség: $\Delta s = k\lambda$, vagy $\Delta s = 2k \frac{\lambda}{2}$ / $k \in \mathbb{Z}$

Maximális gyengítés: $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$, tehát $\Delta s = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$ / $k \in \mathbb{Z}$.

Ellentett fázisú (ellenteten rezgő) hullámforrások interferenciája

Maximális erősítés: $\Delta\varphi = k \cdot 2\pi$, tehát $\Delta s = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$ / $k \in \mathbb{Z}$

Maximális gyengítés: $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$, tehát $\Delta s = 2k \frac{\lambda}{2}$ / $k \in \mathbb{Z}$

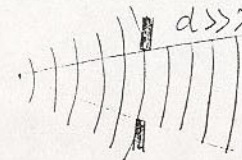
Az interferencia valamely jelenség, pl. sugárzás hullámtermészetének döntő bizonyítéka. Csak hullámok képesek arra, hogy gyengítsék vagy kioltassák egymást, korpuszularis mozgásnál kioltás nem jöhet létre.

39. ELHÁJLÁS

Homogén, izotrop közegben a hullám terjedési iránya nem változik, a hullám egyenes vonalban terjed. A hullám útjába a hullámhosszhoz képest nagy akadályt helyezve az akadály széle és a hullám terjedési iránya által meghatározott térrészben hullámzást nem tapasztalunk. A hullámzástól mentes tartomány az árnyékter.

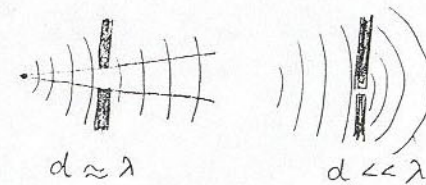


Hasonló jelenség lép fel a nyíláson áthaladó hullám esetén. Egyetlen hullámforrás esetén az árnyékter éles két hullámforrást véve van olyan tartomány, ahova csak az egyik forrásból jut hullám. Itt van hullám, de gyengébb. Ez a félárnyék.



kiterjedt hullámforrások által létrehozott árnyék határa elmosódott.

Elhajlás. A hullámhosszal összemérhető nagyságú akadályokba ütköző vagy ilyen méretű nyíláson áthaladó hullám árnyékhatára még egyetlen pontszerű forrás esetén sem lesz éles. A hullámok olyan helyekre is eljutnak, ahol egyenesvonalú terjedés miatt különben nem lenne hullám. Ez az elhajlás jelensége. A hullámhossz nagyságrendjébe eső vagy annál kisebb akadályokat a hullám alig kerüli meg, mintegy körül folyja. A hullámhosszhoz képest kicsiny nyíláson áthaladó hullám teljesen széttérül. A nyílás után kialakuló kép olyan, mint ha a hullám egy, a nyílás helyén levő, pontszerű hullámforrásból kiinduló hullám lenne.



Mivel kisebb a rés, a hullám annál inkább széttérül.

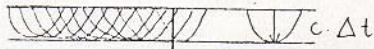
Elhajlás mindig van, a hullámhosszhoz képest nagy nyílások és akadályok szélein is. Az a tartomány, amelyben ilyenkor az elhajlási jelenségek számottevőek, a hullámhossz nagyságrendű. Ezeket nagy nyílásnál nem szemléljük.

40. HUYGENS-FRESNEL ELV

A Huygens-elv két tapasztalati tényezéből magyarázza a hullámok terjedési tulajdonságait: 1, A hullámfrontból egy szűk nyílással kivágott rész úgy viselkedik, mintha pontszerű hullámforrás lenne. 2, Pontszerű hullámforrások sorozata által kibocsátott kör ill. gömbhullámok a forrásoktól elég távol egyetlen hullámfronttá olvadnak össze. A Huygens-elv szerint a hullámfront pontjai elemi hullámok kiindulópontjainak tekinthetők. A továbbhaladó új hullámfront az elemi hullámok közös érintője vagy érintőfelülete. A Huygens-elv segítségével értelmezhetjük a hullámok egyenesvonalú terjedését, visszaverődését és törését.

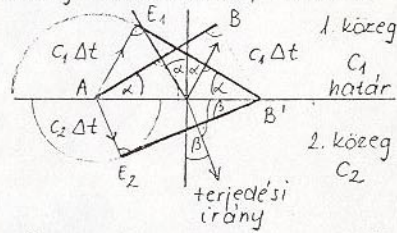
1, Egyenesvonalú terjedés:

Minden egyes hullámfrontdarabka, mint elemi hullámforrás egy adott időpontban elemi körhullámokat bocsát ki. Δt idő alatt ezek sugara $c \cdot \Delta t$ lesz közös érintőjük az eredeti hullámfronttal párhuzamos egy.



2, Visszaverődés és törés:

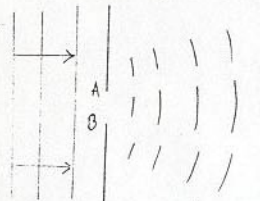
Erkezzen a hullám két olyan közeg határához, ahol a terjedési sebesség eltérő.



Tekintjük az AB hullámfrontot abban az időpontban, amikor A a két közeg határára van. Δt idő múlva érkezik B a határra. Az A pontból kibocsátott elemi hullámok a Δt idő alatt az 1. közegben $c_1 \Delta t$, a 2. közegben $c_2 \Delta t$ utat tesznek meg. Δt idő múlva a visszavert hullám hullámfrontja $E_1 B'$, a megtört hullámfrontja $E_2 B'$. Az $ABB'\Delta$ és a $B'E_1A\Delta$ egybevágósága alapján a beesési és a visszaverődési szög egyenlő. Az $ABB'\Delta$ -ből $\sin \alpha = \frac{c_1 \Delta t}{AB'}$. Az $E_2 B'A\Delta$ -ből $\sin \beta = \frac{c_2 \Delta t}{AB'}$. A két egyenletet elosztva kapjuk a törés törvényét: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2}$.

Az elhajlás jelenségének értelmezéséhez a Huygens-elv módosítását, kiegészítését, a Huygens-Fresnel elvet alkalmazzuk: A hullámterben felvett felület pontjai elemi hullámforrásoknak tekinthetők. A hullámter egy tetszőleges pontjának rezgési állapotát a felület pontjaiból ideérkező elemi hullámok interferenciája adja meg.

A Huygens-Fresnel elvben szereplő felületnek tekintsük a rés AB felületét. Az innen induló elemi hullámok interferenciája az árnyékter bizonyos helyein is erőteljesebb, az a fáziskülönbségtől ill. útkülönbségtől függően. A hullámok tehát az árnyékterbe is behatolnak. Ez az elhajlás jelensége.

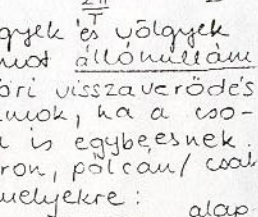


41. ÁLLÓHULLÁMOK

Egydimenziós hullámok visszaverődése szabad ill. rögzített végről. Kísérletileg kimutatható, hogy ha egy gumiszalag P_0 pontjában P_1 transzverzális rezgéseket keltünk, akkor P szabad végről / zsinog közbeiktatásával elérjük el / a hullám meggyengző fázisban verődik vissza. Ha a gumiszalag P_1 végét rögzítjük, akkor a hullám ellentétes fázisban verődik vissza. Ez a jelenség a rögzítésnél fellejő rugalmas erők visszaverítő hatásával magyarázható. Egydimenziós állóhullámok kialakulása. Egy l hosszúságú kötel P végét a falhoz rögzítjük. Másik P_0 végből szinuszhullámot indulunk el. A P_0 -ból folyamatosan w általott hullámok a kötel P_0 pontjától x távolságra levő X pontjában szuperponálódnak a P -ből ellentéti fázissal visszatert hullámokkal. Az X pontban a P_0 -ból induló w általott hullám kitérés-idő függvénye $y = A \sin w(t - \frac{x}{c})$, a visszavert hullámé pedig $y' = A \sin[w(t - \frac{2l-x}{c}) + \pi]$. A visszavert hullám által megteht út $l + (l-x)$, a π a rögzített végről való ellentéti fázisú visszaverés miatt szerepel. Az eredő amplitúdót a tekintett X pontban $y_e = y + y'$ adja. Trigonometriai azonosságok alapján a P_0 -tól x távolságra levő X pont kitérés-idő függvénye: $y_e = 2A \sin(w \frac{l-x}{c}) \cdot \cos[w(t - \frac{l}{c})]$. Az amplitúdó $2A \sin(w \frac{l-x}{c})$ függ az x távolságtól, de a tekintett X pontban időben állandó. Azokat a pontokat, ahol az amplitúdó 0, csomópontoknak, ahol maximális, duzzadóhelyeknek nevezzük. P_1 csomópont ott van, ahol $\sin(w \frac{l-x}{c}) = 0$, azaz $w \frac{l-x}{c} = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$), azaz $l-x = \frac{k\pi \cdot c}{w} = \frac{k\pi \cdot \lambda}{2\pi} = k \frac{\lambda}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$). A csomópontok távolsága $\frac{\lambda}{2}$.

A kialakult hullámokban tehát a hullámhegyek és völgyek nem futnak végig a kötelen, ezért a hullámot állóhullámnak nevezzük. A kötel végeiről való többszöri visszaverődés esetén csak akkor alakulnak ki állóhullámok, ha a csomópontok a többszöri visszaverődés után is egybeesnek. Ezért egy adott l hosszúságú pontsoron / híron, polcán / csónán olyan állóhullámok alakulhatnak ki amelyekre:

1, Ha mindkét vég rögzített: $l = k \frac{\lambda_k}{2}$, ill. $\lambda_k = \frac{2l}{k}$, $k \in \mathbb{N}^+$



2, Ha mindkét vég szabad: $l = k \frac{\lambda_k}{2}$, ill. $\lambda_k = \frac{2l}{k}$, $k \in \mathbb{N}^+$

3, Ha az egyik vég szabad, a másik rögzített: $l = (2k-1) \frac{\lambda_k}{4}$, ill. $\lambda_k = \frac{4l}{2k-1}$, $k \in \mathbb{N}^+$

Ha a kötelben a hullám terjedési sebessége c , akkor az állóhullámok frekvenciája $f_k = \frac{c}{\lambda_k}$, $k \in \mathbb{N}^+$. A $k=1$ esetben alapszögéről beszélünk, $k > 1$ esetén felsőrezgésekről.

ELEKTROMOSSÁGTAN

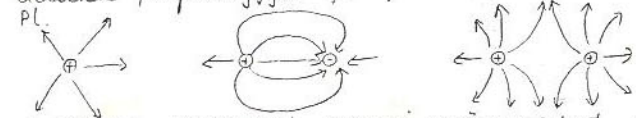
42. IDŐBEN ÁLLANDÓ ELEKTROMOS MEZŐ /ERŐTÉR/ ÉS JELLEMZŐ MENNYISÉGEI

JELLEMZŐ MENNYISÉGEI

Elektromos alapjelenségek: Már az ókorban megfigyelték, hogy megdörzsölés után a borostyánkő /görögül elektron/ és sok más test sajátos állapotot alakít ki maga körül: a környezetébe kerülő anyagokra vonzó vagy taszítóerő hat. Az ilyen testre azt mondjuk, hogy elektromos állapotban van. A testek elektromos állapotát az elektromos töltés okozza. Kétféle töltés van, obörrel dörzsölt üveg töltése pozitívának nevezzük. Az azonos /egynemű/ töltések között taszítóerők, az ellentétes /különnemű/ töltések között vonzóerők hatnak. Egyes anyagokban a töltés könnyen elmozdulhat. Ezeket vezetőknak nevezzük.

Az elektromos mező: Faraday elmélete szerint az elektromos állapotban levő test maga körül elektromos mezőt /erőteret/ kelt, amely a benne levő elektromosan töltött testekre erőt fejt ki. Az elektromos mezőt töltéssel ellátott próbatest segítségével vizsgálhatjuk: 1) A mezőnek ugyanabban a pontjában a különböző töltésű próbatestekre ható erő hatásvonala mindig ugyanaz, vagyis a mező minden pontjában van egy /a próbatesttől függetlenül/ jellemző irány, amelyet a mező által azon a helyen kifejtett erő jelöl ki. 2) A próbatestre ható erő egyenesen arányos a test töltésével és függ annak a mezőben elfoglalt helyétől. Egy vektoregyenletbe foglalva: $\vec{F} = Q \vec{E}$, vagyis a mező által kifejtett erő mindig két olyan tényező szorzataként írható fel, amelyek közül egyik csak a próbatestre, a másik csak a mezőre jellemző. A testet jellemző Q skaláris mennyiség a test töltése, az \vec{E} vektormennyiség a hely függvénye, neve térerősség. A térerősség tehát a mezőbe helyezett pontszerű teste ható elektromos erőnek és a test töltésének a hányadosa: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$. Q egysége az 1 coulomb, 1 C. 1 C az a töltés, amely egy pontszerű próbatesten felhalmazva egy másik ugyanakkora töltésű testre 1 m távolságból $9 \cdot 10^9$ N erőt fejt ki. E egysége így $\frac{1}{C} \frac{N}{m^2}$.

Erővonalak: Az elektromos mezőben húzható, folytonos görbék, melyek érintői az érintési pontban tartó térerősség vektorának tartóegyenesei. Az erővonalaknak irányítást adunk, nyílheggyel jelöljük a térerősség irányát.



Megállapodás szerint az erővonalakra merőlegesen felvett egységnyi területű felületen keresztül annyi erővonalat veszünk fel, amennyi az ottani térerősség nagysága. A merőlegesen felvett A területen át haladó erővonalak számát elektromos fluxusnak nevezzük. Jele Ψ .

$\Psi = E \cdot A$, így Ψ egysége $\frac{1}{C} \frac{N \cdot m^2}{C}$.
lásd még 43. : feszültség, potenciál /

43. COULOMB TÖRVÉNYE

Coulomb 1785-ben torziós mérleggel meghatározta, hogy két pontszerű töltés között ható erő egyenesen arányos mindkét töltés nagyságával és fordítottan arányos a köztük lévő távolság négyzetével: $F = k \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$. A k arányossági tényező értéke következik a töltés definíciójából, $k = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$. Az SI rendszerben a k helyett az $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8,8 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$ tényezőt használjuk. Neve a vákuum dielektromos állandója. Ezzel Coulomb törvénye: $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$. Az erő iránya a két töltés összeható egyenesébe esik.

1) Q pontszerű töltés keltekező teljes elektromos fluxusa. A tapasztalat szerint az erővonalak mindig töltésből indulnak ki és oda futnak be, sohasem kezdődnek vagy végződnek üres térben. Erőt mondjuk, hogy a töltésnek a merő forrásai. A forrás erősségére jellemző, hogy mekkora elektromos térerősséget gerjeszt, vagyis hány erővonal indul ki belőle. Vegyük körül a Q ponttöltést egy r sugarú koncentrikus gömbfelülettel. A gömbfelület mentén, vagyis a Q töltéstől r távolságra a térerősség: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$.

/Coulomb törvénye szerint/. A gömbfelületet metsző erővonalak sűrűsége pedig $\frac{\Psi_{össz}}{4r^2}$. Megállapodásunk szerint elegendő a térerősséggel, azaz $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} = \frac{\Psi_{össz}}{4r^2}$. Innen a Q töltésből kiinduló összes erővonalak száma: $\Psi_{össz} = \frac{1}{\epsilon_0} Q$.

Forráserősség, Gauss tetele

A töltésből kiinduló összes erővonalak számát általában forráserősségnek nevezzük. Jele N_E . $N_E = \Psi_{össz}$ egys. $N \cdot \frac{m^2}{C}$.
Pontszerű Q töltés forráserőssége: $N_E = \frac{1}{\epsilon_0} Q$.

Egy V térfogat forráserősségén a térfogatot végleg elhagyó erővonalak számát értjük. Ha a térfogat pozitív és negatív töltéseket egyaránt tartalmaz, a forráserősséget e töltések algebrai összegének $\frac{1}{\epsilon_0}$ -szorosá adja meg: $N_E(V) = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q$.
Ez Gauss tetele.

Az elektromos mező munkája. A feszültség.

A nyugvó töltelosítás elektromos mezőjének munkája független a pályagörbétől, csak a kezdő és végpont helyzetétől függ. Az elektrostatikus mező munkája tehát bármely zárt görbe mentén zérus. Az elektrostatikus mező konzervatív. Az A pontnak a B ponthoz viszonyított feszültsége az elektrostatikus mező által az A -ból B -be mozgó testre végzett munkának és a test töltésének hányadosát értjük: $U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q}$.

A feszültség egysége $1 J/C = 1 V$ (volt).
Homogén mezőben: $U_{AB} = F \cdot d = \frac{E \cdot Q \cdot d}{Q} = E \cdot d$, ahol $d = \overline{AB}$.

Ponttöltés mezőjében: $U_{AB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$, ahol $r_A = \overline{AQ}$, $r_B = \overline{BQ}$.

Az A pont potenciálja: $U_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_A} = |U_{A\infty}|$. $U_{AB} = U_A - U_B$.

44. KAPACITÁS, KONDEZÁTOROK

vezetők az elektrosztatikus mezőben. Ha fémes vezető körül elektromos mezőbe, abba a mező behatol. Ezért a semleges vezető belsejében levő pozitív és negatív töltésekre ellentétes irányú erő hat. A könnyen mozgó elektronok elmozdulnak. A töltésmozgás addig tart, míg az elmozduló töltések miatt keletkezett mező a fémben behatoló mezőt ki nem oltja. Ekkor egyensúlyi állapot alakul ki. A semleges vezető töltéseinek külső mező hatására való átváltozást elektromos megosztásnak nevezzük.

A kialakuló egyensúlyi állapotban a fémben belsejében a térerősség zérus, ezért a potenciál a fémben egész térfogatában és így a katód felületén is állandó. A fémben felület felület ekvipotenciális felület. Mivel az erővonalak az ekvipotenciális felületekre mindig merőlegesek, a katód felületre is azok. Ha fémes vezetőt feltöltünk, a többlettöltés kizárólag a vezető külső felületén helyezkedik el a Coulomb törvény következményeként /viszérletileg kimutatható/, hogy a vezető nagy görbületű helyein nagyobb a töltéssűrűség, mint a kisebb görbületűeken. Fémszöcsökön igen nagy lehet /viszérletileg/.

Kapacitás: A fémben vitt pozitív többlettöltés növeli a fémben potenciálját. A potenciál a fémben vitt töltéssel egyenesen arányos: $Q/U = \text{áll.}$ Ezt a fémben jellemző, alakja és mérete által meghatározott állandót a fémben kapacitásának nevezik. $C = Q/U$. Némileg kétféleképpen a kapacitást megadja, hogy a vezető mekkora töltést képes befogadni egységnyi potenciál emelkedés kíséretében. Egysége 1 C/V . Neve farad. Jele F . $1 \mu F = 10^{-6} F$, $1 nF = 10^{-9} F$, $1 pF = 10^{-12} F$.

Kondezátorkok. A kondenzátorok /sűrítők/ általában arra szolgálnak, hogy minél több töltést tároljanak minél kisebb feszültségen, vagyis minél nagyobb legyen a kapacitásuk. Ha egy fémlémezhez igen közel viszünk egy vele párhuzamos, leföldelt fémlémezt, akkor potenciálja lecsökken. Az ellentétesen sikkondenzátornak nevezik. A földeletlen lemez Q töltése a másik lemezen megosztással $-Q$ töltést hoz létre /a földből/. A lemezek között homogén mező alakul ki: $\oplus \rightarrow \ominus$. A térerősség $E = \frac{U}{d}$, ahol d a lemeztáv. Másrészt a térerősség az erővonal sűrűséggel egyenlő $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$, ahol A a lemezterület Gauss tétele szerint $\Psi = \frac{Q}{\epsilon_0}$, tehát $E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$. Innen $U = Ed = \frac{Q}{\epsilon_0 A} d$. A sikkondenzátor kapacitása a $C = \frac{Q}{U}$ értelmezés szerint $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$.

Ha a kondenzátor lemezek közé szigetelőanyagot teszünk, a kapacitás ϵ_r -szeresére nő. ϵ_r a szigetelő relatív dielektromos állandója, dimenzió nélküli szám. Papírnál 2-3, üvegél 6-12.

Kondezátorkok kapcsolása. 1. Párhuzamos kapcs. $U_1 = U_2 = U$. $Q = Q_1 + Q_2$. $CU = C_1 U + C_2 U$. $C = C_1 + C_2$.
A rendszerre adott Q töltés úgy oszlik Q_1, Q_2 részekre, hogy az összekötött lemezek azonos potenciálú legyenek.

2. Soros kapcs. A szelős kond. szabad lemezeire adott Q töltés megosztással minden lemezen Q abszolútértékű töltést hoz létre.

A kondenzátor energiája $W = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} C U^2$.

A kondenzátor kapacitása $C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{1}{\epsilon_0} E d} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$. Energiatartalmának $W = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 V$, energiatartalmának $W = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 V$.

45. ELEKTROMOS ÁRAM

Töltéshordozók sokaságának rendezett mozgását elektromos áramnak nevezzük. A fémben könnyen elmozduló töltéshordozókat tartalmaznak /vezetési vagy szabad elektronok/. Ha egy fémtut két pontja között potenciálkülönbséget tartunk fenn, töltési nem maradnak egyensúlyban, a két pont között, elektromos áram jön létre.

Az áram irányán a pozitív töltéshordozók irányát értjük. Fémben esetében felát az elektronok mechanikai mozgásával ellentétes irányt. Az áram erősségét a vezeték keresztmetszetén időegység alatt átáramló töltéssel mérjük:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Az áramerősség egysége $1 \frac{C}{s} = 1 \text{ A}$ [amper]. Az áram erősség egységének korszerűbb definíciója: két egymással párhuzamos egyenes, végtelen hosszúságú és elhanyagolhatóan kicsi kör keresztmetszetű vezetőben, amelyek vákuumban egymástól 1 m távolságban helyezkednek el, akkor folyik 1 A erősségű áram, ha ennek hatására $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ erő hat rájuk. /Az $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r}$ erő-törvény alapján/.

Ha az áramerősség időben nem változik, stacionárius vagy egyenáramról beszélünk. Az időben változó áram pillanatnyi erősségét az $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ hányaddal értelmezzük.

Az egyenáramot a fémben belsejében fenntartott, időben állandó elektromos mező hozza létre és tartja fenn. A fémben kristályrácsa ugyanis a rácshelyek és a rácshelyek miatt nem elegendi teljesen akadálytalanul mozogni a vezetési elektronokat, ezért azok egyirányú rendezett /mozgásának fenntartásához vezetékirányú erőre van szükség.

Elektromos áram felpédekkekben. Sokak, sok, bázisok vizes oldatait /elektrolitok/ vezeték az elektromos áramot. Ennek magyarázata, hogy oldódáskor a sók, valamint az erős savak és bázisok ionokból álló kristályrácsa szétesik, és az oldatban ionok keletkeznek /disszociáció/. Az áramforrás felkötésének hatására a pozitív ionok /kationok/ a pozitív pólus /katód/, a negatív ionok /anionok/ pedig a pozitív pólus /anód/ felé mozognak. Ezután az ionok kiválnak az egyes elektrodákon /elsőbleges folyamat/, sok esetben azonban a kiváló ionok molekulává alakulnak, vagy az oldószerrel, vagy az elektrodák anyagával vegyi reakcióba lépnek /másodlagos folyamat/. Faraday I. törvénye: Az elektrolitból kiváló anyag m tömege arányos az áramerősséggel és az elektrolízis idejével: $m = k \cdot I \cdot t$, ahol k arányossági tényező az elektrokémiai egyenérték. Faraday II. törvénye: Az elektrokémiai egyenérték a kémiai egyenérték hányadosával /arányos/. Az arányossági tényező a Faraday-állandó: $1 \text{ molnyi } 1 \text{ vegyértékű anyag kiválasztásához szükséges töltésmennyiség: } 96500 \text{ C}$. A Faraday-törvényekből következik, hogy az elektromos megkötött elemi részecskékből áll. Az elemi elektromos töltés a Faraday-állandó és az Avogadro-szám hányadosa: $e = \frac{96500 \text{ C}}{6.02 \cdot 10^{23}} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

46 OHM-TÖRVÉNY

A fémes vezetéknek a benne levő töltések mozgásával szemben mutatott, a közegellenálláshoz hasonlítható viselkedését a fém elektromos ellenállásának nevezzük.

Ohm állapította meg kísérletileg, hogy az áramerősség a vezeték két rögzített pontja között mérhető feszültséggel egyenesen arányos, vagyis $\frac{U}{I}$ állandó, látható, hogy ez az állandó érték a vezeték szakaszának az árammal szemben kifejtett ellenállása jellemzésére. Így tehát az AB vezeték szakasz R_{AB} ellenállása (rezisztencia) az ezen a szakaszon mérhető U_{AB} feszültség és a katódsára létrejövő áram erősségének a hányadosa: $R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I}$. Az ellenállás egysége a $\frac{V}{A}$, neve ohm, jelé: Ω .

Héreléskből következik, hogy egy adott keresztmetszetű, homogén anyagi fémes vezeték l hosszúságú szakaszának ellenállása egyenesen arányos a vezeték hosszával és fordítottan arányos a vezeték keresztmetszetével: $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$, ahol a ρ arányossági tényező a vezeték anyagára jellemző ún. fajlagos ellenállás (rezisztivitás): $\rho = \frac{RA}{l}$, amelynek mértékegysége az egységnyi keresztmetszetű, egységnyi hosszúságú vezeték ellenállásának hámszázalékával egyenlő. A fajlagos ellenállás SI-egysége az $1 \frac{\Omega \cdot m^2}{m} = 1 \Omega m$, azonban ez túl nagy egység, a gyakorlatban az $1 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$ egységet használjuk.

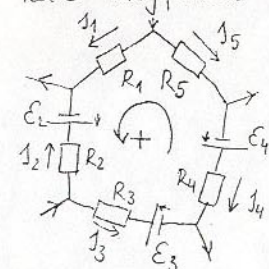
A fajlagos ellenállás függ a hőmérséklettől is, az alábbi függvény szerint: $\rho = \rho_{20} (1 + \alpha_{20} \Delta t)$, ahol α_{20} a $20^\circ C$ -hoz tartozó hőmérsékleti együttható (hőfoktényező) és $\Delta t = t - 20^\circ C$.

A technikában gyakran használatos még az ellenállás reciproka: $G = \frac{1}{R}$, amit vezetésnek, és a fajlagos ellenállás reciproka: $\sigma = \frac{1}{\rho}$, amit fajlagos vezetésnek nevezünk.

47. KIRCHHOFF-TÖRVÉNYEK

A Gauss-tételből következik, hogy egy fémes vezető belsejében töltések nem halmozódhatnak fel. Ennek az elektromos áramokra nézve fontos következménye van: a vezeték bármely keresztmetszetén azonos az áramerősség értéke. Ennek az áramlághozásokról különösen fontos szerepe van. Ha az áramkörben elágazások is vannak, összetett áramkörökről beszélünk. Kirchhoff I. törvénye, a csomóponttörvény kimondja, hogy bármely elágazási pontba befolyó áramok erősségének összege egyenlő az onnan kifolyó áramok erősségének összegével, vagyis $\sum I_{be} = \sum I_{ki}$.

A vezeték belsejében időben állandó töltéseloszlás által keltett, tehát konzervatív elektromos mező van, ezért bármely zárt görbére rámutatva a mező munkavégzése zérus. Kirchhoff II. törvénye, a huroktörvény zárt áramkörökre vonatkozik: Stacionárius árammal (egyenárammal) átjárt hálózat bármely zárt áramkörében az egyes szakaszokhoz tartozó $I_k R_k$ feszültségesések összege egyenlő az áramkörben ható E_k elektromotoros erők összegével, ha az I_k áramokat és az E_k elektromotoros erőket a választott körüljárási iránynak megfelelő előjellel látjuk el. Az E_k elektromotoros erő iránya az áram forrás negatív sarkától a pozitív felé mutat, vagyis annak az áramnak az iránya, melyet E_k létrehozna!



Az ábra szerinti áramkörre a huroktörvény $I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 - I_4 R_4 - I_5 R_5 = E_2 - E_3 - E_4$ ha a megfelelő előjeleket megadjuk, az I_2 -kba és E_k -kba beleértjük, akkor a huroktörvény általános alakja: $\sum I_k R_k = \sum E_k$

Ellenállások soros kapcsolása: $\begin{matrix} R_1, U_1 & R_2, U_2 \\ \Rightarrow & R, U \end{matrix} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Ellenállások párhuzamos kapcs.: $\begin{matrix} R_1, U & R_2, U \\ \Rightarrow & R, U \end{matrix} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

$I_1 + I_2 = I$	$\frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = \frac{U}{R}$	$U_1 + U_2 = U$
$\frac{U}{R_1} = \frac{U}{R_2}$	$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R}$	$I R_1 + I R_2 = I R$
$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_2}$		$R_1 + R_2 = R$

48. JOULE-TÖRVÉNY

Ha Q töltésű $+est$ U feszültségű pontok között elmozdul, akkor a mező rajta $W = Q \cdot U$ munkát végez. Ez a munka valamilyen $\frac{1}{2} m v^2$ mozgási energiáját növeli. Nyugalomból indulva így $v = \sqrt{2 \frac{q}{m} U}$ sebességre tesz át. Ha viszont a töltéshordozók fémekben vannak, azok "redukált" sebessége rendkívül kicsiny marad (nagy-
ságszámrendben 10^{-2} mm/s). Az áramló töltéshordozók te-
kint a mezőből folyamatosan felvett energiát folyama-
tosan le is adják a fém ionrácsának, aminek hő-
vezetékében a fém felmelegszik, vagyis a belső ener-
giája megnö. Ezt az energia-növekedést nevezünk
Joule-hőnek. A Joule-hőt megkapjuk, ha meghatá-
rozzuk azt a munkát, amelyet a mező a vezeték
visszafelé hirtelen t idő alatt végez, ha a végpontok
között U a feszültség, és a vezetékben I erősségű á-
ram folyik: $W = Q \cdot U = I \cdot t \cdot U$, tehát a Joule hő:

$$W = I \cdot U \cdot t \quad \text{Ohm törvényének felhasználásával a}$$

$$\text{munka még így is írható: } W = I \cdot U \cdot t = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t$$

Az R ellenállású vezetéknek a leadott energia
egyszeresen arányos a szakas ellenállásával, az áramerős-
ség négyzetével és az eltelt idővel. Ez Joule törvénye.

Az áramkör részeinek (pl az izzólámpának) a hőmérés-
lete nem növekszik korlátlanul, mert folyamatos hőm-
egyensúlyt a környezetük adja át a felvett energiát.

A vezeték és környezet között dinamikus hőegyensúly
alakul ki: a felvett és kisugárzott energia megegyezik.

Gyakorlati fontossága van a fogyasztók időegység alatt
felvett energiájának, más szóval a felvett (a vezető által
leadott) teljesítmény ismeretének. A $P = \frac{W}{t}$ értelmezés

$$\text{szerint } P = I \cdot U = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

Sorba kapcsolt vezetéknek közül azon fejlődik
több hő, amelynek nagyobb az ellenállása $I_1 = I_2$
Párhuzamosan kapcsolt vezetéknek körül azon
fejlődik több hő, amelynek kisebb az ellenállása
 $U_1 = U_2$

49. IDŐBEN ÁLLANDÓ MÁGNESES MEZŐ (ERŐTÉR)

Első kísérlet: Ha két egymás mellett lárdu felfüggesztett
hajlékony vezetékben áramot indítunk, a két vezeték össze-
rándul vagy elhajlik egymástól attól függően, hogy
azonos vagy ellentétes a bennük folyó áram iránya.
Mivel némiképp többlettöltés az áramvezetőkön nem hal-
mozódik fel, nyilvánvaló, hogy az elektrosztatikai kölcsön-
hatásaitól eltérő jellegű jelenséggel állunk szembe. Az áramjárta
vezeték kölcsönhatását egy újfajta mező leírhatóval
írhatjuk le, amelyet morgó töltések keltenek és amely
nyugvó töltésre nem, csak morgó töltésekre fejt ki erőt

Második kísérlet: Ha hosszú egyenes vezetőket kifeszítünk
pl $E-D$ irányba és alatta irányított helyezünk el, akkor
az irányított kitérül eredeti helyzetéből, minthelyt áramot
bocsátunk a kifeszített vezetékbe. Vagyis az áramok
a körülükben lévő mágneses anyagokra erőt fejtenek
ki. Ezért felteszünk, hogy az áramvezetők körül kiala-
kuló mező ugyanolyan eredetű, mint a mágnesek körül
kialakuló és az áramok közötti kölcsönhatást mág-
neses kölcsönhatásnak nevezünk. Az olyan mezőt,
amelyet morgó töltések keltenek, és amely csak morgó
töltésekre fejt ki erőt, mágneses mezőnek nevezünk.

A mágneses mező tulajdonságainak vizsgálata alkalmat
nyújt egy köráram, melynek erősségét és mé-
reteit változtatni tudjuk. Ezt az eszközt magnetométer-
nek nevezünk. Tapasztalatok: A mágneses mező a

magnetométer forgatónyomatától gyáborol, amelynek
magnúsága függ a helytől és a magnetométer síkjának
helyzetétől is. A mező bármely pontjában van egy
és csakis egy irány, amelybe a magnetométer tengelye
beáll, akár az irányított. A mező adott pontjában
mérhető maximális forgatónyomatok egyszeresen arányos
a magnetométer áramának erősségével, a vezeték által
körül határolt területtel és független a keret alakjától:

$$M_{max} = B \cdot I_m \cdot A_m \quad \text{A } B \text{ mennyiség a mező pontjait}$$

jellemezi, mágneses indukcióval nevezünk. Egysége
 $\frac{Vs}{m^2}$, neve tesla, jele T. A mágneses mező induk-
ciójának nagysága tehát: $B = \frac{M_{max}}{I_m \cdot A_m}$. Irányja az e -
gyensúlyi helyzetbe álló magnetométer tengelyével
parhuzamosan a jobbkéz szabály szerint: $I \rightarrow B$

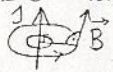
50. INDUKCIÓVEKTOR

A mágneses indukcióvektor a mágneses mező pontjait jellemző vektormennyiség. A mágneses mező bármely pontjában meghatározhatjuk az indukció nagyságát és irányát is magnetowéttel segítségével /ld. 49. fejelet/

A mágneses mező azon vonalait, amelyek érintői az érintési pontbeli mágneses indukció \vec{B} vektordnak tartóegyenesei, a mágneses mező indukcióvonalainak nevezzük.

Az A területen merőlegesen áthaladó indukcióvonalak számát mágneses fluxusnak nevezzük / területegységként Φ db indukcióvonalat rajzolunk /. Jele Φ .
 $\Phi = B \cdot A$, egysége $1 \text{ Vs} = 1 \text{ W}$ (weber)


Ha a legkülönbözőbb alakú és erősségű áramok által keltett mágneses mező indukcióvonalait magnetowéttel meghatározzuk, azt tapasztaljuk, hogy a vonalak hurokszerűen körülveszik az áramokat, vagyis az indukcióvonalak nemcsak zártak, hanem az áramokat meg is kerülik, az áramok örvényes mezőt keltenek.

 Az indukcióvonalakat a jobbkézszabály szerint kell megrajzolni

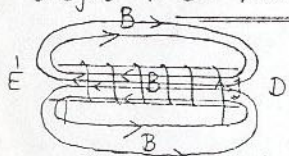
Speciális áramelrendezések mágneses mezője

Végtelen hosszú egyenes áramvezető mágneses tere:

Az I árammal áthárt vezetőn R távolságban az indukcióvektor nagysága $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$, μ_0 a vákuum mágneses permeabilitása.

$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$
 B irányát a jobbkézszabály szerint kapjuk... /ld. fejt/
Körvezető Az I árammal áthárt R sugarú körvezető középpontjában a mágneses indukcióvektor nagysága $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$, irányát a jobbkézszabály szerint: 

Hosszú egyenes tekercs Az I árammal áthárt, N menetes, l hosszúságú egyenes tekercs belsejében homogén mágneses mező alakul ki, melynek indukciója: $B = \mu_0 \frac{NI}{l}$. Irányát a jobbkézszabály adja meg.




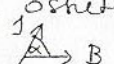
Az áramjárta tekercs úgy viselkedik, mint egy kétpólusú mágnes. /Vizsgálva a mező a tekercs belsejében is folytatódik! /

Körtekercs (toroid): Toroid középköre mentén a mágneses indukció nagysága: $B = \mu_0 \frac{NI}{2Rk\pi}$, ahol R_k a középkör sugara.

Ha a mágneses mező valamilyen anyag /pl vasmag/ tölti ki, az indukció: $B = \mu_r B_0$. μ_r : relatív permeabilitás

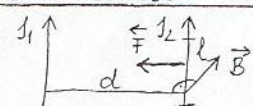
51. LORENTZ-ERŐ

Az áramjárta vezetőre ható erő. Az áramjárta vezetőre a mágneses mező erőt fejt ki. Hércekk alapján a homogén, \vec{B} indukciójú mágneses mező a benne lévő az indukcióvonalakra merőleges, I erősségű áram által áthárt vezető l hosszúságú szakasára az áramerősséggel és a vezetőszakasz hosszával arányos erőt fejt ki. Az erő nagysága: $F = B \cdot I \cdot l$. Iránya a vezetőre és a \vec{B} -re is merőleges a jobbkézszabály szerint: 

Ha az indukció nem merőleges a vezetőre, akkor az indukció vezetőre merőleges östetevőjével kell számolni: $F = B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha$ 

Mozgó töltésre ható erő Mozgó töltésre a mágneses mező erőt fejt ki. Az előzőek szerint, ha egy Q töltésű test Δt idő alatt a \vec{B} indukcióra merőleges \vec{v} sebességgel haladva megtesz $l = v \Delta t$ utat, akkor az $F = B \cdot I \cdot l$ törvény alapján $F = B \cdot \frac{Q}{\Delta t} \cdot v \Delta t = B \cdot v \cdot Q$ erő hat a testre. Ha az indukcióvektor és a sebesség α szöget zár be, akkor a mozgó töltésre ható erő nagysága $F = B \cdot v \cdot Q \cdot \sin \alpha$, iránya a sebességre és a mágneses indukcióra is merőleges a jobbkézszabály szerint. A mágneses mező révéről a mozgó töltésre ható erőt Lorentz-erőnek nevezzük.

A mozgó töltés pályája mágneses mezőben. Homogén a pontszerű töltés homogén mágneses mezőben az indukcióvonalakra merőleges \vec{v} sebességgel. Ekkor a Lorentz-erő $F = B \cdot v \cdot Q$ nagyságú és minden pillanatban merőleges a sebességre. Mivel ez az erő nem végez munkát /merőleges lévén a mozgás irányára/, a sebesség abszolút értéke és így az erő nagysága is állandó. A Lorentz erő csak a sebesség irányát változtatja meg. A test pályája így kör lesz. A mozgás egyenletét szerint $F = m \frac{v^2}{R}$. A Lorentz-erőtörvény alapján $F = B \cdot v \cdot Q$. Így $B \cdot v \cdot Q = m \frac{v^2}{R}$, ahonnan $R = \frac{mv}{BQ}$. $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{BQ}$.
 Ha a test sebessége és az indukció α szöget zár be, akkor a mozgás pályája egyenletes emelkedésű csavarvonal. Párhuzamos áramvezetők között ható erő



Az I_1 áram a második vezető helyén $B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$ indukciót kelt. Erő a második vezető l szakaszára ható erő: $F = B \cdot I_2 \cdot l = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$

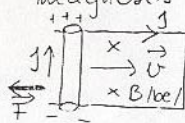
52. ELEKTROMÁGNESES INDUKCIÓ

Mozgási indukció Ha mozgassunk fémes vezetőt mágneses mezőben, ha a sebesség nem párhuzamos az indukció vonalakkal,

akkor a Lorentz-erő hatására a vönny mozgó elektronok a fémbe belül elmozdulnak, így a fém kötését bizonyos mértékig elválják. A névadás addig tart, míg az így keletkező elektromotorkus mező a fémbe belül egyensúlyt nem hoz létre a mágneses Lorentz erővel. Az egyensúlyi töltés elválásaira fordított munkát indukált elektronmotoros erőnek nevezünk jele \mathcal{E}_i .

Az indukált feszültség kiánulása legyen a vezető merőleges az indukcióra, a sebesség pedig mindkettőre. A vezető belsejében levő töltésre ható Lorentz erő: $F = e \cdot v \cdot B$. Az ezzel egyensúlyt tartó elektrosztatikai erő $F = e \cdot E$. Így $e \cdot v \cdot B = e \cdot E$, tehát $E = v \cdot B$. A feszültség az l hosszúságú vezető két vége között $U = E \cdot l$. Az indukált feszültség tehát a vezető két vége között $U_i = B \cdot v \cdot l$ Ha a v sebesség és a B indukció \times közt zár be, akkor $U_i = B \cdot v \cdot l \cdot \sin \alpha$. /Az indukált e.m.e. ellentétes irányú/

Indukált áram Ha a mozgó vezetőket fémbe zárt áramkörre egészítjük ki /sínre csatlakoztatjuk/, akkor a körben áram indul meg. Abban a pillanatban azokban, amikor a mozgó vezetőket I erősségű áram folyik, újabb mágneses erő lép fel, $F = B \cdot I \cdot l$ nagyságú. Ennek az erőnek az iránya a jobb kéz szabály szerint a vezető sebességével ellentétes, így a vezető mozgását /az indukciót létrehozó hatást/ akadályozza. Ez Lenz törvénye, ami az



energia megmaradás törvényének felel meg.

Nyugalmi indukció Kapcsoljuk ki-be egy tekercs áramkört. Ha ennek közelébe egy másik tekercset helyezünk, a vele sorba kapcsolt középpólású ampermérő mutatója minden kapcsolásnál jobbra-balra kitér. Ez a nyugalmi indukció Hagyarázata: Az első tekercs változó mágneses

mezője maga körül elektromos mezőt hoz létre, amely elér egészen a második tekercsig és abban a töltéseket "megragadva" áramot indít. Ezt a mezőt tehát közvetlenül nem töltések hozzák létre, hanem változó mágneses mezők. Most is érvényes Lenz törvénye: az indukált elektromos mező a zárt vezető körben olyan irányú áramot kelt, mely mágneses mezőjével az őt keltő hatást akadályozza.

Faraday-féle indukciós törvény: Zárt vezetőben indukált feszültség arányos a vezető által körülhatárolt indukció-fluxus időegységre: jutó megváltozásával, de független a vezető kör akj. és területétől: $U_i = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$, tekercsre: $U_i = - N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$

53. ÖNINDUKCIÓ

Ha egy tekercsben áram indul meg, vagy az áram erőssége megváltozik, akkor a tekercsben változik a mágneses fluxus is, így a tekercsben indukált feszültség keletkezik. Ez az önindukció. A tekercs önmagával való csatlakódásának sűrűségét fejezi ki az önindukciós együttható, amelyet a következő egyenlet definiál: $U_{oi} = - L \frac{\Delta I}{\Delta t}$. Az induktivitás egysége $1 \frac{Vs}{A}$, neve henry, jele H.

1 H az induktivitása annak a vezetőrendszernek, melyben 1 s alatt végbemenő 1 A egyenletes áramerősség-változás hatására 1 V indukált feszültség keletkezik.

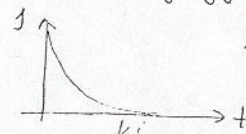
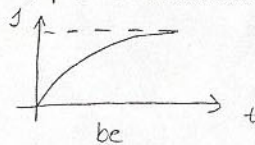
Mivel egyrészt $U_{oi} = - N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$, másrészt $U_{oi} = - L \frac{\Delta I}{\Delta t}$,

a két kifejezés össze hasonlításából következik az L induktivitás és az $N \Phi$ tekercsfluxus közötti kapcsolatot: $N \Phi = LI$. /ugyanis, ha $I = 0$, akkor $\Phi = 0$ /.

Hosszú egyenes tekercs induktivitása: $N \Phi = LI$ alapján

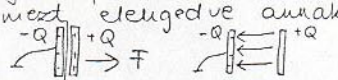
$$N B A = LI, \quad N \mu_0 \frac{NI}{l} A = LI, \quad \text{tehát } L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l}$$

Az önindukció jelenségének fontos szerepe van tekercset tartalmazó áramkörök be és kikapcsolásakor. Bekapcsoláskor késik az áram maximális erősségre a tokmenetű, vasmagos tekercsben a bekapcsolás pillanatához képest, kikapcsoláskor pedig az áram sikra formájában még tovább tart. Ha az áramforrást rövidrezárással iktatjuk ki, az áram lassan cseng le. Ezek Lenz törvényének a következő mélyei: bekapcsoláskor az indukált feszültség ellenkező irányú, mint a növekvő áram, kikapcsoláskor pedig a már kialakult árammal egyirányú, mert annak csökkenését, vagyis az őt létrehozó változást akadályozza. Indukciós tekercsek kikapcsolásánál igen nagy önindukciós feszültségek lephetnek fel, amelyek károsíthatják a vezető kigetelését. Bekapcsoláskor és kikapcsoláskor az áramerősség exponenciálisan változik az idő függvényében.



54. ENERGIASŰRŰSÉGEK

A feltöltött kondenzátor energiája építsünk fel elektromos mezőt oly módon, hogy két ellentétes töltésű, egymásra simuló felületet egymástól d távolságra húzzunk. Az egyik lemezt mozgatva, állandó $F = E \cdot Q$ erővel d úton végzünk munkát. A lemezt elégszörve annak ugyanekkora energiája lesz.



A lemezek közötti összes erővonal fele az egyik, fele a másik lemez töltésétől származik.

Az általunk végzett munka: $W = Fd = EQd$, ahol Q az egyik lemez töltése és E a másik lemeztől származó térerősség, ami a lemezek közötti térerősség fele (lásd fent).
 $E = \frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{A}$, tehát $W = \frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q}{A} Qd = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$. Így a feltöltött kondenzátor elektromos energiája: $W_{el} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2$

Ez az összefüggés nemcsak síkkondenzátorra, hanem bármilyen C kapacitású rendszerre is igaz.

Az elektromos mező energiája és energiasűrűsége. Már Faraday is úgy gondolta, hogy a kondenzátor energiája nem a lemezekre van töltésben, hanem a lemezek közötti elektromos mezőben halmozódik fel. A mező energiája: $W = \frac{1}{2} CU^2$, ahol $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ és $U = Ed$, így $W = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{A}{d} E^2 d^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 Ad E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 V$, ahol V a homogén mező térfogata.

Homogén elektromos mező teljes energiája arányos a térerősség négyzetével és a mező által kitöltött térfogattal. Ha a mező inhomogén, akkor a térerősség pontról pontra változik. Ezért célszerű a térfogat egység energiáját kifejező energiasűrűséget bevezetni a következő értelmezéssel:

$w_{el} = \frac{\Delta W}{\Delta V}$ Az elektromos mező energiasűrűsége ezek alapján $w_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$. Az inhomogén mező energiája

a tér kis, homogénnek tekintett tartományokra való osztásával az energiasűrűségből összegezéssel számítható: $W = \sum \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \Delta V$.

Megfontolásainkból következik, hogy ahol elektromos mező van, ott mindig van energia is!

Az elektromos mezőnek tehát fontos anyagi tulajdonsága van: energiát hordoz.

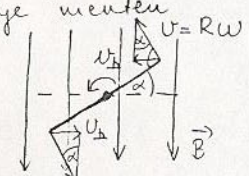
Tekeres mágneses mezőjének energiája egyenlő az azal a munkával, melyet az áramforrás végez ahhoz, hogy létrehozza a vezeték áramához tartozó \vec{B} indukciója — mágneses mezőt. A számítások szerint $W_{mág} = \frac{1}{2} LI^2$. Fejezzük ki ezt a mező jellemzőivel. Mivel

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{2l} \text{ és } I = \frac{B l}{\mu_0 N}, \text{ így } W_{mág} = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2 A}{2l} \frac{B^2 l^2}{\mu_0^2 N^2} = \frac{1}{4\mu_0} B^2 A l, \text{ azaz}$$

$$W_{mág} = \frac{1}{2\mu_0} B^2 V \text{ A mező energiasűrűsége } w_{mág} = \frac{1}{2\mu_0} B^2.$$

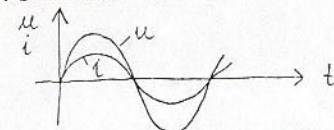
55. VÁLTA KOZÓ ÁRAM

Váltakozó áram előállítása: A mozgási indukció jelenségét a galvanetekmel kapcsolatos áramforrások létrehozására használhatjuk fel. Állandó mágnes közelítőleg kör alakú vezetőkeretet az indukcióra merőleges tengely mentén.



A vezeték mindegyik hosszúsági részében $E_i = B l v \sin \alpha$ töltésszállító elektromotoros erő indukálódik, a keretben keletkező teljes e.m.e nagysága

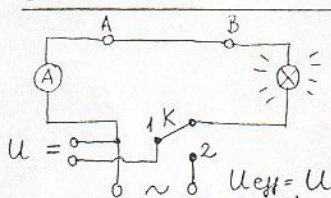
$E_i = B l v \sin \alpha$, ahol l a B -re merőleges forgástengellyel párhuzamos vezetékdarab hossza. A másik két vezetékdarabban hosszirányú e.m.e nem keletkezik. Az indukált elektromotoros erő értéke a idő függvényében változik. Pillanatérték az idő függvényében is kifejezhető, ha az $\alpha = \omega t$ összefüggést felhasználjuk: $E_i = B l v \sin \omega t$ Ha a keret kivezetései nem zártak, végpontjaik között ugyanekkora indukált feszültség is keletkezik: $U_i = B l v \sin \omega t$. Ez a feszültség csúscsúcsértékét $\sin \omega t = 1$ esetén veszi fel, vagyis $U_m = B l v$. Így tehát az időben sinuszoidan változó, ún. váltakozó feszültséget kapunk: $U = U_m \sin \omega t$. Ha a forgató keret kivezetéseit /pl. csúszó érintkezők útján/ álló fogyasztóhoz vezetjük, abban időben változó elektromos áram folyik. Ohm törvénye szerint: $i = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = i_m \sin \omega t$ vagyis a feszültséggel azonos fázisban váltakozó áram keletkezik.



A váltakozóáram effektív értékei. A mérőműszer általában a pillanatnyi értékek helyett az áram hőhatásával értelmezett ún. effektív (hatásos) értéket mér.

A váltakozóáram effektív feszültségén ill. áramerősségén, annak az egyenáramnak a feszültségét ill. áramerősségét értjük, amely ugyanabban a vezetőben /tehát ugyanabban a ellenálláson ugyanannyi idő alatt ugyanannyi hőt fejleszt, mint az adott váltakozó áram.
 $U_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ és $I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$. Az áram effektív munkája ill. teljesítménye tehát ugyanannyi, mint az egyenáramoknál: $W = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot t = I_{eff}^2 R \cdot t = \frac{U_{eff}^2}{R} t$.
 $P = U_{eff} I_{eff} = I_{eff}^2 R = \frac{U_{eff}^2}{R}$.

56. VÁLTAKOZÓ ÁRAMÚ ELLENÁLLÁSOK



Az A és B pontok közé felváltva beiktathatunk

- nagy ellenállású egyenes vezeték
- az előbbivel azonos ellenállású, sokmenetű vasmagos tekercset,
- kondenzátort.

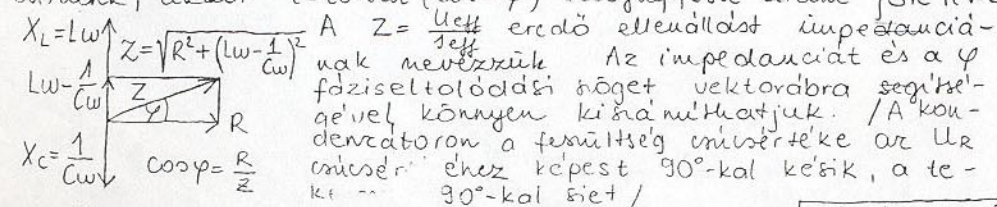
Ohmikus ellenállás kapcsoljuk először az egyenes vezeték egyenáramú áramforrásra. A lámpa világít, a műszer áramot jelez. Változó feszültségre kapcsolva $U_{eff} = U$ ugyanazt tapasztaljuk, mint az előbb, tehát az egyenes vezeték ellenállása azonos egyen és váltakozóárammal szemben $R = \frac{U}{I}$. Ezt ohmikus ellenállásnak /rezisztenciának/ nevezik. Mivel Ohm törvénye a pillanatnyi értékekre fennáll, ezért a értékekre is, tehát az effektív értékekre is.

Induktív ellenállás kapcsoljuk az AB pontok közé a tekercset. Egyen feszültség esetén az áramerősség és az izzó világlátása változatlan. Ha viszont váltófeszültségre kapcsoljuk, az áramerősség jóval kisebb lesz, az izzó alig világít. Ha a vasmagot bejuttatjuk, tehát a tekercs induktivitását növeljük, akkor az áramerősség tovább csökken. Ha a váltóáram frekvenciáját növeljük, az áramerősség akkor is csökken. A tekercsnek a váltóárammal szemben tanúsított többletellenállása az önindukció következménye. Induktív ellenállásnak

nevezzük, jele X_L . Egysége 1 ohm. Ideális tekercs esetén $R=0$ a tekercsre kapcsolt $u = U_0 \sin \omega t$ feszültség abban $i = i_0 \sin(\omega t - 90^\circ)$ időfüggésű áramot hoz létre, vagyis az áram 90° -kal késik a kapocsfeszültséghez képest. A tekercs induktív ellenállása $X_L = L \cdot \omega$.

Kapacitív ellenállás kapcsoljuk az AB pontok közé a kondenzátort. Egyen feszültségűnél nyilván nem folyik áram, viszont váltakozó feszültségűnél igen. Az áram erőssége nő, ha növeljük a kapacitást és a frekvenciát. A kondenzátorra kapcsolt $u = U_0 \sin \omega t$ feszültség a körben $i = i_0 \sin(\omega t + 90^\circ)$ időfüggésű áramot hoz létre, vagyis az áram 90° -kal vezet a kapocsfeszültséghez képest. A kondenzátor kapacitív ellenállása $X_C = \frac{1}{C \cdot \omega}$.

Soros RLC kör Ha ellenállást, tekercset és kondenzátort sorba kapcsolunk és a rendszerre $u = U_0 \sin \omega t$ feszültséget kapcsoltunk, akkor $i = i_0 \sin(\omega t - \varphi)$ időfüggésű áram jön létre.

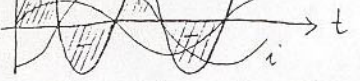


Ell. értékek $U_0 = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$

57. A VÁLTAKOZÓ ÁRAMÚ TELJESÍTMÉNY

Az ohmikus ellenállással (rezisztenciával) rendelkező áramkörti elemnél a váltakozóáram $P = U_{eff} \cdot I_{eff} = I_{eff}^2 \cdot R = \frac{U_{eff}^2}{R}$ teljesítményt ad le. Ennek megfelelően az R ellenálláson leadott energia ("az áram munkája") t idő alatt:

$W = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot t = I_{eff}^2 \cdot R \cdot t = \frac{U_{eff}^2}{R} \cdot t$. Ez a munka végzés nyugodt vezeték esetén teljes egészében a vezeték belső energiáját növeli /Joule hő/. Ha azonban az áramerősség és a feszültség nincs fázisban, vagyis az áramkörti elemnek nemcsak ohmikus ellenállása van, a pillanatnyi feszültség és áramerősség momentánus grafikonja /a pillanatnyi teljesítmény görbe) értékei pozitív és negatív értékeket egyaránt felvesznek. Így a végzett munka előjele is, egyes intervallumokban pozitív, másokban negatív. A pozitív munkák jelentik az ellenálláson leadott és az elektromos és mágneses mezők felépítésére fordított energiák összegét, a negatív munkák pedig a felépült mezők megszűnése során a közegbe visszatáplált energiát. A két érték különbsége a hatóságos munka, ami a fogyasztó R ellenállásán hővé alakul /vagy esetleg mechanikai munkát fedez pl. motorokban/. A pozitív periódusban, az áramkör fogyasztóként, a negatívban áramforrásként működik. Ha a fáziskülönbség az áram és a kapocsfeszültség között $+90^\circ$ vagy -90° , akkor a teljesítménygörbe alatti terület negatív és pozitív részek egyenlőek. Az áram munkája ekkor minden befejezett periódusra zérus. Az ilyen áramot méddő /watt nélküli/ áramnak nevezzük.

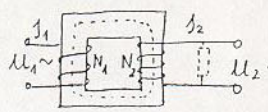


Ha a fáziskülönbség tetszőleges φ ($-90^\circ \leq \varphi \leq +90^\circ$), a hatóságos (vagy wattos) teljesítmény $P = I_{eff}^2 \cdot R$ ez kifejezhető a kapocsfeszültséggel is, figyelembe véve a fázistolódás szögét. Mivel $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$ és $Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$, ezért $P = I_{eff}^2 \cdot Z \cdot \cos \varphi = I_{eff} \cdot \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \cdot \cos \varphi = I_{eff} \cdot U_{eff} \cdot \cos \varphi$

Ennek megfelelően a leadott energia (munka): $W = I_{eff} \cdot U_{eff} \cdot t \cdot \cos \varphi$. A $\cos \varphi$ értéket teljesítménytényezőnek nevezzük. Az $I_{eff} \cdot U_{eff}$ szorzatot a váltakozóáram látványlagos teljesítményének nevezzük. Ez az adott feszültség és ohmikus ellenállás esetén elérhető legnagyobb teljesítmény $\varphi=0$. Az elektronos gépeknél a látványlagos teljesítményt sokszor megadják, mivel a vezetékkel max. áramerősségre és teljesítményre kell számítani. Ezzel a VA /voltamper

58. TRANSZFORMÁTOR

A transzformátor feladata a váltakozófeszültségek amplitúdójának az átalakítása. A kölcsönös indukció elvéen működik.



Az elektronos energiát felvevő tekercset primer, a leadó tekercset szekunder tekercsnek nevezzük. A két tekercs közös, zárt, lemezes vasmagra van csévelve, ezért a szórt mágneses fluxus elhanyagolható.

A vasmag lemezei egymástól elvannak szigetelve, hogy megakadályozzák a melegeledést, energiavesztéseket okozó örvényáramok keletkezését.

Legyen a primer tekercs ellenállása R_1 , a szekunderé R_2 . Ha a primer tekercset váltakozóáramú áramforrásra kapcsoljuk, mindkét tekercsben áram indul meg, ugyanis, ha az első tekercs Φ_1 időben változó fluxust hoz létre, az a második tekercsben feszültséget indukál, amely az R_2 ellenállású zárt körben áramot indít. A primer tekercs létrehoz Φ_1 , a szekunder a Leuz-törvény értelmében azt lerontó $-\Phi_2$ fluxust. Így mindkét tekercsben azonos $\Phi_0 = \Phi_1 - \Phi_2$ fluxus megy át. Kirchhoff-törvényt alkalmazzuk a primer körre: $u_1 - \frac{\Delta \Phi_0}{\Delta t} N_1 = i_1 R_1$. Mivel a szekunder kör nem tartalmaz áramforrást, arra: $-\frac{\Delta \Phi_0}{\Delta t} N_2 = i_2 R_2$.

Ha a primer tekercs ohmikus ellenállása az impedancia mellett elhanyagolható, akkor $u_1 = \frac{\Delta \Phi_0}{\Delta t} N_1$, és ha ugyanakkor a szekunder kört nem terheljük, abban nem folyik áram, a kapacitív megjelölt áresjárás feszültség $u_2 = \frac{\Delta \Phi_0}{\Delta t} N_2$.

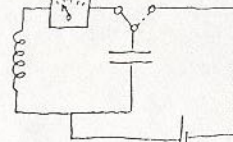
A két egyenletet elosztva $\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2}$. Egyenletünk az effektív feszültségekkel: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$, vagyis a terheletlen transzformátor primer és szekunder feszültségei úgy aránylanak egymáshoz, mint a menetszámok.

A melegtérások arányát áttekinthetnek nevezzük. Jó hatásfokú transzformátoroknál a primer tekercs által felvett teljesítmény megegyezik a szekunder tekercs által leadott teljesítménnyel. Ekkor $U_1 I_1 \cos \varphi_1 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$. A transzformátorok úgy vannak méretezve, hogy ha a névleges árammal terheljük, akkor $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2$ így: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$, azaz a primer és szekunder tekercs áramerőssége fordítottan arányos a menetszámokkal.

Energiaátvitel. Állandó generátorteljesítmény esetén /ak ohmikus ellenállású fogyasztót feltételezve/ $P = I \cdot U$. A távvezetékben Joule-törvényében elvesző energia teljesítménye $P_v = I^2 R_v$, ahol R_v a távvezeték ellenállása. Mivel $I = \frac{P}{U}$, így $P_v = \left(\frac{P}{U}\right)^2 R_v$, vagyis a távvezetékre kapcsolt feszültség növekedésével arányosan csökken a veszteség. Tehát az energia távvezetéken való szállítása akkor gazdaságos, ha nagyfeszültségen történik. Az elektronos energiát az erőművek néhány kV feszültségre 120-700 kV-os feszültségre transzformálják fel, majd a fogyasztókat letranszformálják.

59. REZGŐKÖR

Töltsünk fel egy nagy kapacitású kondenzátort majd zárjuk rövidre egy kis ohmikus ellenállással, vagy induktivitású tekercsel! Ha erőteljes, középállású ampermérőt kapcsolunk a körbe, vagy a kondenzátorról egy oszcilloszkóphoz csatlakozunk azt tapasztaljuk, hogy a kondenzátor rövidre zárdását nem pillanatszerű áramlöket kíséri, hanem váltakozóáram indul meg a körben, amelynek amplitúdója fokozatosan csökken.

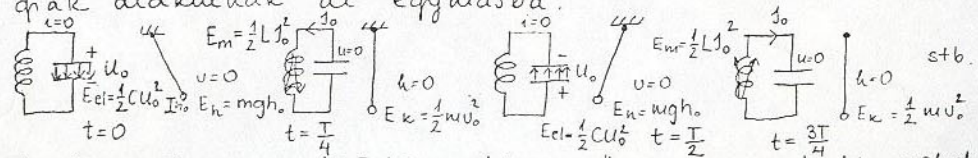


A jelenség okát az indukciós tekercs és a kondenzátor energiaátviteli képességében és a mágneses mező

teljesítményében találjuk meg. Az áram nem tűnik meg a kondenzátor töltéseinek elvesztése után, hanem tovább folyik, miközben az előzővel ellenkező töltéssel látja el a kondenzátor lemezeit. A kezdőpillanatban a kondenzátornak $E_{cl} = \frac{1}{2} C U_0^2$ energiája van. Amikor zárjuk az áramkört, a tekercsben áram folyik keresztül, ami mágneses mezőt létesít. A kondenzátor energiája fokozatosan a tekercs mágneses energiájába megy át. Az $R=0$ ideális esetben, amikor a kondenzátor elveszti töltését, a tekercs maximális energiája $E_{m\dot{a}g} = \frac{1}{2} L I_0^2$ egyenlő a kondenzátor kezdeti energiájával.

Ahogy a mágneses fluxus nem keletkezhet pillanatszerűen, nem is képes azonnal eltűnni. A Leuz-törvény értelmében a fellejő önindukciós elektromotoros erő a gyengülő áramerősséget fenntartani igyekszik, tehát a kondenzátor teljes kitöltése után a tekercs energiaforrása válik. Az áram tovább folyik míg a kondenzátor ellentétesen fel nem töltődik. Ezután a folyamat az előző időbeli fűkörképe lesz.

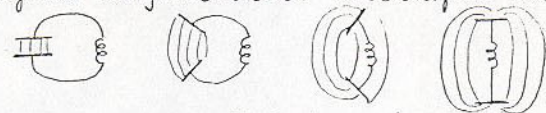
A kondenzátorból és tekercsből álló zárt körű elektronos rezgőkörnek nevezzük. Ideális rezgőkörben $R=0$ pillayida van harmonikus rezgés alakul ki. A rezgőkör mechanikai megfelelője az ingamozgás, ott a helyzet és mozgási energiák alakulnak át egymásba.



Az áramnak a rezgőkörben végbenülő olyan rezgéseit, melyek külső, kényszerítő energiaforrás nélkül jönnek létre, szabad elektromágneses rezgéseknek nevezzük, a kialakuló frekvenciát pedig saját frekvenciának. Ideális rezgőkörben az energiamegmaradás szerint $\frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} L I_0^2$. Ohm-törvénye szerint $U_0 = \frac{I_0}{C \omega}$, így $\frac{1}{2} C \frac{I_0^2}{C^2 \omega^2} = \frac{1}{2} L I_0^2$, ahonnan $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, tehát a saját frekvencia: $f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$, a rezgésidő: $T = 2\pi \sqrt{LC}$. /Thomson-képlet,

60. ELEKTROMÁGNES HULLÁMOK

Az elektromágneses mezőnek a térkörtől leváló, azoktól függetlenül tovaterjedő változatát elektromágneses sugárzásnak vagy elektromágneses hullámnak nevezzük. Az elektromágneses hullám terjedését legegyszerűbben nyitott rezgőkörökkel oldhatjuk meg. Az ábra mutatja:



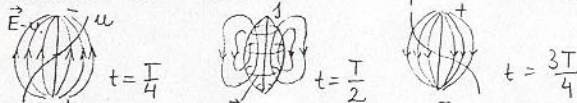
ugyanan kell elképzelni a zárt rezgőkör fokozatos nyitásával

a nyitott rezgőkört, más néven dipólantennát. Ennek kapacitását is, induktivitását is ugyan a vezetékdarabok képviselik. Mindkét érték igen kicsiny, ami a nagyfrekvenciára való hangolást lehetővé teszi. / A Thomson-képlet alapján ugyanis $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. / Az antennát induktív csatlakozással nagyfrekvenciás generátorral táplálják. Dipólantennában keltünk nagyfrekvenciás váltóáramot!



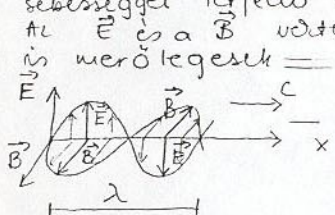
Induljunk ki abból, hogy a $t=0$ pillanattól a dipóluson nincs töltés: $E=0$. $T/4$ idő múlva a felső felén pl. a

negatív töltés, az alsón a pozitív töltés maximális, ekkor E maximális. Az erővonalak közben, fokozatosan terjednek ki a térben, a dipólus mentén befűződnek és zárt erővonalak képződnek. Közben azonban a kialakuló mágneses tér B -vonalait az indukciós törvénynek megfelelően E -vonalak veszik körül. A második negyedrezgés alatt a dipólus töltése és az E -vonalak náha fokozatosan csökken és a $T/2$ időben az E -vonalak lerakadása befejeződik és a zárt erővonal a térben kiterjed. Ezután a jelenség for-



dított irányban és értelemben folyik tovább.

A dipólustól nagyobb távolságra az E -vonalak a dipóluson átfektetett síkba eső zárt vonalakra, a B -vonalak pedig a dipólusra merőleges síkokban fekvő koncentrikus körök. Ez az egymást átlukoló E - B -erővonalrendszer az időben láguló gömbként $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ sebességgel terjedő elektromágneses hullám.



Elektrómágneses hullámokra is érvényesek a visszaverődés, törés törvényei.

FÉNYTAN

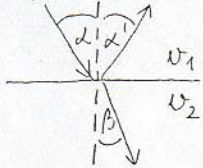
61. A FÉNY, HINT ELEKTROMÁGNES HULLÁM

Maxwell elektromágneses hullámokra alkotott elmélete nemcsak az elektromos és mágneses jelenségeket értelmezte, hanem az elektromosságtant és a fényt is belső egységbe foglalta össze. Az elméletet alátámasztották Hertz kísérletei is. Hertz kimutatta, hogy az elektromágneses hullámok és a fényhullámok hasonló tulajdonságúak. 1, Mind a fény, mind az elektromágneses hullám közvetítő közeg nélkül terjed /vákuumban is! / 2, A terjedési sebességük egyaránt $c = 300\,000 \text{ km/s}$ / A Maxwell-elmélet szerint a terjedési sebesség vákuumban $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 299\,792\,458 \text{ m/s}$ 3, Fémfelületekről mind a fény, mind az elektromágneses hullám visszaverődik. 4, Szigetelőanyagokon, az elektromágneses hullámok áthatolnak. Mindkét fajta hullám számára „átlátszó” anyagokon áthatolva a ritkább közegből a sűrűbb közegbe való belépéskor a beesési merőlegeshöz törnek. / A törés oka az, hogy különböző közegekben a hullámok terjedési sebessége különböző, a Maxwell-elmélet szerint egy ϵ_r relatív dielektromos állandójú és μ_r relatív mágneses permeabilitású közegben $v = 1/\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}$. A közeg abszolút törésmutatója $n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$. Átlátszó anyagokban $\mu_r \approx 1$, így $n \approx \sqrt{\epsilon_r}$ / 5, Mindkét hullámmal kimutatható az interferencia és az elhajlás jelensége 6, A mikrohullámok (10^{-1} m -től 10^{-5} m -ig) még fokozottabban követik a fényhullámok tulajdonságait. Még szorosabb kapcsolatot mutatnak ki a fény és az elektromágneses hullámok között Faraday Stark és Zeeman. Vizsgálataik szerint az elektromos és mágneses tér hatással van a fényre is. 1, Faraday kísérlete szerint a a poláros fény rezgési síkja mágneses térben elfordul. 2, Zeeman a hidrogén vonalasszinképet vizsgálta, melyet kisülési csővel előlított elő. A fényt erős mágneses térben vezette át; a szinképek egy vonalra a mágneses térben több részre bomlottak szét. 3, Stark vizsgálatai szerint a szinképvonalak akkor is felbomlanak, ha a fénytugór erős elektromos térben halad keresztül. Mindkét fajta fények igazolták Maxwell elektromágneses fényelméletét; a fény sugarakban az elektromos és mágneses tér energiája terjed tovább, a fény is elektromágneses hullám.

A teljes elektromágneses szinkép Az elektromágneses hullámok lényegileg csak a hullámhosszban ill. frekvenciában különböznek egymástól, de az egyes hullám tartományoknak eltérő a keltési módja, terjedési tulajdonságai, a kémiai anyaggal való kölcsönhatása. A rádióhullámokat ($6000 \text{ km} > \lambda > 0,1 \text{ mm}$) rezgőkörökben állítják elő és antennával sugározzák ki. Az infravörös fény ($1 \text{ mm} > \lambda > 760 \text{ nm}$) szemmel nem látható hősugárzás. Látható fényt ($760 \text{ nm} > \lambda > 380 \text{ nm}$) bocsátanak ki pl. izzólámpák vagy gázkisülési csövek. Ultravibolya sugárzást ($400 \text{ nm} > \lambda > 10 \text{ nm}$) bocsát ki pl. a Nap és a higanygőzlámpa. Rákos tejfehérjéket okozhat! Röntgen fényt 10^{-8} m -től 10^{-11} m -ig a róla elnevezett röntgensugárzást ($60 \text{ nm} > \lambda > 0,006 \text{ nm}$). Előállítására röntgen csővel töltőnik; gyors elektronok fénynek átközve lefekeződnek és elektromágneses sugárzást bocsátanak ki (felkérésű sugárzás). Anyaghibák felismerésére és a gyógyászatban használják γ -sugárzást ($10^{-11} \text{ m} > \lambda > 10^{-13} \text{ m}$) az atommagok bocsátanak ki

62. A FÉNY VISSZAUERŐDÉSE, TÖRÉSE, TELJES VISSZAUERŐDÉS

Ha a fény két különböző közeg határfelületéhez érkezik, akkor ott részben visszaverődik , részben megtörik . A határon három hullám jelenik meg: a beeső, a visszavert és a megtört hullám. E három hullám terjedési irányát jól szemlélteti a beeső, visszavert és megtört fényugár. / Fényugárnak nevezzük a geometriai optikában a fényforrásból kiáramló fény lehatárolásával nyírt éles



katharvonalú fénynyaláb igen keskeny változatát. / A terjedési irányok és a terjedési sebességek közötti kapcsolatot a sugároptikával nem, csak a hullámoptika módszereivel tudjuk igazolni. A fény esetében a legfontosabbak: A beeső sugár és a beesési merőleges közötti α beesési szög egyenlő a beesési merőleges és a visszavert sugár α' visszaverődési szögével: $\alpha = \alpha'$. A beeső sugár, a beesési merőleges és a visszavert sugár egy síkban vannak. A beesési szög sinusának és a törési szög (β) sinusának aránya a közegekben mért terjedési sebességek arányával egyenlő:

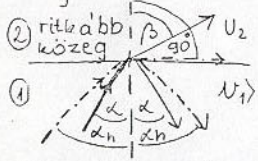
$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$. A $\frac{v_1}{v_2}$ hányadost a második közeg első közegre vonatkoztatott relatív törésmutatójának nevezzük és n_{21} -gyel jelöljük. Így $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21} (= \frac{n_2}{n_1})$. Ez a Snellius-Descartes-törvény.

$\frac{n_2}{n_1} = \frac{c}{v_2} : \frac{c}{v_1} = \frac{v_1}{v_2}$. A beeső sugár, a beesési merőleges és a megtört sugár egy síkban vannak.

Ha egy közeg abszolút törésmutatója kisebb a másikéval, akkor optikailag ritkább közegnek nevezzük. Amikor fény optikailag sűrűbb közegből halad optikailag ritkább közegbe,

akkor a törési szög nagyobb a beesési szögnél. Zérusról növelve a szöget, a fény energiájának egyre nagyobb hányada áramlik a visszavert hullámban. Elérve egy úgynevezett α_n határshöget, amelyhez 90° -os törési szög tartozik, már minden energia visszaverődik a közeghatárról. Az $\alpha > \alpha_n$ beesési szögek esetén teljes visszaverődés /totalis reflexió/ jön létre. A határ-

szög értelmezése szerint $\frac{\sin \alpha_n}{\sin 90^\circ} = n_{21}$, vagyis a határshög sinusa egyenlő a ritkább közegnek a sűrűbb közegre vonatkoztatott törésmutatójával: $\sin \alpha_n = n_{21}$. Ha a fény az n abszolút törésmutatójú közegből vákuumba /vagy levegőbe/ érkezik, akkor a határshög: $\sin \alpha_n = \frac{1}{n}$.



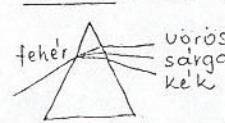
63. INTERFERENCIA, ELHÁJLÁS, DISZPERZÍÓ, SZÍNEK

Ha két, azonos síkban polarizált hullám a tér különböző pontjaiban időben azonos fáziskülönbséggel találkozik, a szuperpozíció eredménye időben állandó intenzitáseloszlású eredő hullám lesz. Ezt a feltételt az azonos frekvenciájú monokromatikus hullámok teljesítik /koherens hullámok/. A szuperpozíciónak ezt az esetét interferenciának nevezzük. Az interferáló hullámok terében lesznek olyan helyek, ahol a hullámok erősítik egymást, más helyeken pedig gyengítik. Maximális erősítés ott lesz, ahol $\Delta \varphi = 0$, maximális gyengítés $\Delta \varphi = \pi$ -nél. Egyenlőtől független fényforrásokból kisugárzott természetes fénynél nem teljesülnek az interferencia feltételei. Fényinterferenciát úgy tudunk legegyszerűbben létrehozni, hogy egy pontszerű fényforrásból kis nyílásszögben kiinduló fénynyalábot két részre bontunk és /töréssel vagy tükrözéssel/ különböző hosszúságú utakon végigfuttatva újra egyesítjük. A maximális erősítés feltétele, hogy $s_1 - s_2 = 2k \frac{\lambda}{2}$ ($k \in \mathbb{N}$), a maximális gyengítésé, hogy $s_1 - s_2 = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$ ($k \in \mathbb{N}$) legyen.

A fény elhajlása /diffrakció/. A mechanikai hullámokhoz hasonlóan az elektromágneses hullámokra is érvényes a Huygens-Fresnel-elv és ennek következménye, a hullámok elhajlása akadályok szélén, keskeny résekben. A nagyszámú, egyenlő szélességű, egymást egyenlő távolságra követő párhuzamos rések összességét optikai rácsnak nevezzük. Egy rést egy barázdát együttes távolságra a rácsállandó d , $d \approx 1 \mu\text{m}$. A résekből azonos fázisban induló hullámok maximális erősítést adnak, ha $\Delta s = d \sin \alpha = 2k \frac{\lambda}{2}$, ($k \in \mathbb{N}$) ill. max. gyengítést, ha $d \sin \alpha = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$, ($k \in \mathbb{N}$). Az $\alpha = 0$ irányban kapjuk a nulladrendű maximumot, a $k = 1, 2, 3, \dots$ -hoz tartozó α_k irányokban az első-, második-, harmadrendű maximumok alakulnak ki. A fehér fénytel megvilágított rács a különböző hullámhosszú sugarakat különbözőképpen kéntheti. Az egyes hullámhosszaknak vagyis a színeknek más és más α irányba eső éles vonalak felelnek meg, azaz a rács homogén színekre bontja a fehér fényt. Az így kapott kénképzet rács-kénképnek vagy diffrakciós kénképnek nevezzük.

Diszperzió. A különböző hullámhosszú fényugarak ugyanabban az anyagi közegben különböző sebességgel terjednek. Ezt a jelenséget a fény diszperziójának /fényszórás, színszórás/ nevezzük. A diszperzió miatt egy anyag abszolút törésmutatója $n = \frac{c}{v}$ függ a fény hullámhosszától, ezért azt egy meghatározott hullámhosszra szokták megadni.

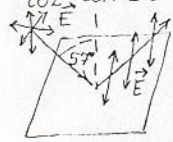
Színek. Ha keskeny fehér fénynyalábot ejtünk prizma-ra, akkor a nyaláb a prizma mindkét lapján megfőrik. A kilépő nyaláb útjába helyezett kartonlapon a fényfoltban a vöröstől az ibolyáig minden szín megjelenik. A fehér fény tehát sokféle színű fény keveréke. A jelenséget a diszperzióval magyarázhatjuk. A kapott kénképzet diszperziós kénképnek nevezzük. A hat homogen szín, a főszínek: vörös, narancs, sárga, zöld, kék, ibolya.



64 A FÉNY POLARIZÁCIÓJA

Polarizáció visszaverődéssel Az elektromágneses dipólisugárzás síkban polarizált, vagyis a hullámban rezgő \vec{E} vektorok mindenütt párhuzamos egyenesek mentén rezegnek. Természetes vagy polarizálatlan fénynek nevezzük az olyan fényt, amelyben egyenlő értékben található minden irányban rezgő \vec{E} és \vec{B} vektorok. Mivel egyetlen atom által egyaktásban kisugárzott hullámvonulat síkban polarizált, a természetes fény igen sok atom spontán, rendezetlen hullámkibocsátásának eredménye, így minden rezgésirány megtalálható benne.

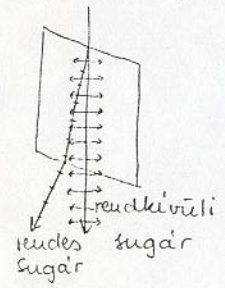
Ha üveglapra kb. 57° -os beesési szögben fényvonalat ejtünk, az arról visszaverődő fényvonal síkban polarizáltá válik.



A visszavert fényben az \vec{E} elektromos térerősségek-
torok az üveglemez felületével párhuzamos egyeme-
sek mentén rezegnek. A visszavert fény síkban
polaris voltáról úgy győződhetünk meg, hogy ennek
útjába egy második üveglemezt (anulizátor/ he-
lyezünk, amelyre ismét 57° -os beesési szögben érkezik a fény-
sugár. Ha ez az újabb lemez párhuzamos az első üvegle-
mezzel (polarizátor), akkor a róla visszavert fény erőssége
megegyezik a beesővel. Ha azonban a második lemezt a
beeső sugár mint tengely körül forgatjuk, akkor a róla víz-
szelvet fényvonal fokozatosan halványodik, majd ismét erő-
södik. 90° -nál és 270° -nál 0-ra csökken, 180° -nál és 360° -nál
maximális. Ez az az igazolható, hogy a második üvegle-
mezre már polarizált fény érkezik, és az teljesen kioltja a vissza-
vert fényt, ha annak polarizációs síkja merőleges az analízá-
tor által polarizált fény polarizációs síkjára.

A polarizáció mértéke függ a beesési szögtől. A visszavert sugár
teljesen polaris lesz, ha a visszavert, valamint a közegbe beha-
toló megtört sugár egymásra merőleges (Brewster törvénye).
Er a felület üvegre 57° -nál teljesül.

Polarizáció kettőstöréssel Tapasztalati tény, hogy a mészpát-
(kalcit-) kristály a ráeső fényvonalakat két részre bontja
(kettőstörés). Az egyik sugár követi a fénytörés törvényeit
(reales vagy ordinárius sugár), míg a másik
nem / rendeltlenes vagy extraordinárius sugár /
mindkét sugár polarizált, és analízátorral
kimutatható, hogy polarizációs síkjuk egy-
másra merőlegesek. Mivel a két féle sugár ter-
jedési sebessége különböző, tehát törésmutatójuk
eltérő, a két sugár plámparalel kristályból való
kilépés után egymáshoz viszonyítva eltolódik.

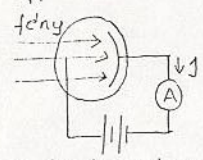


A Reales sugárra $n = 1,66$, a rendeltlenesre $n = 1,49$.

ATOMFIZIKA

65 FÉNYELEKTROMOS JELENSÉG

A XIX. század második felében fedezték fel, hogy fényből,
megvilágítás hatására elektronok lépnek ki. A jelenséget fény-
elektromos hatásnak vagy fotoeffektusnak nevezzük. A foto-
effektus részletesen magyarázható a fotocella segítségével.



A fotocella két elektródot tartalmazó megvilágított
cső. Az egyik elektródot alkalmasan megvilágított
fényből vagy felületére képezik ki és az áram-
forrás negatív sarkával kötik össze. Ez a foto-
katód, ezt világitjuk meg. A másik vékony fény-
drótból készült elektród, az anód. Sötétben az ampermérő nem
jelöl áramot, de ha a fotokatódot fény éri, a fény hatá-
sára elektronok lépnek ki a fényből és átrepülnek a pozitív
feszültségű anódra. Ekkor a körben áram folyik. A részletes
kísérleti vizsgálatok szerint azonban a megvilágított fotoka-
tódból csak akkor lépnek ki elektronok, ha a megvilágító
fény frekvenciája meghalad egy a fény anyagára jellemző ν_0
küszöbfrekvenciát. A kilépő elektronok maximális kinetikus energiá-
ja (sebessége) a megvilágító fény frekvenciájával lineárisan nö-
vekszik, viszont független a megvilágítás erősségétől. Ez utóbbitól a
kilépő elektronok száma függ, ha a megvilágító fény frekvenciája
meghaladja a ν_0 küszöbfrekvenciát, akkor az elektronok kilépése a
megvilágításnál egy időben, azonnal bekövetkezik, akár milyen
kis a megvilágító fény intenzitása. A fotoeffektus kísérleti
tapasztalatait /Planck kvantumhipotézisét felhasználva/
Einstein értelmezte 1905-ben. Feltehetően, hogy a fény

$E = h \cdot \nu$ energiájú részecskékből áll, amiket fotonoknak nevezett
/h a Planck-állandó, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js/. Egy foton csak akkor
képes kilépni egy elektródot a fényből, ha energiája megha-
ladja az elektrón kilépéséhez szükséges W kilépési munkát, va-
gyis frekvenciája meghaladja a $\nu_0 = W/h$ küszöbfrekvenciát.
Ekkor a kilépő elektrón kinetikus energiája $E_k = h\nu - W$. Ez az
Einstein fényelektronos egyenlete.
A foton jellemzése A foton fénysebességgel halad, nyugvó foton
máris. Energiája $E = h\nu$. Tömege az $E = mc^2$ egyenlet alapján
 $m = h\nu/c^2$. Impulzusa $p = mc = h\nu/c = h/\lambda$.

Compton-effektus A fény részecské természetét támasztja alá a
röntgensugárak szórási vizsgálatára. Lényege: ha
 λ hullámhosszú röntgensugárzás esik kis grafít vagy paraffin
darabra, akkor a rönt sugárzás λ hullámhossza nagyobb lesz,
mint a megvilágító röntgenfény λ hullámhossza. A jelenség
az elektromágneses hullámok segítségével nem magyarázható,
viszont jól értelmezhető, ha két részecske, a foton és az
elektron egymás ütközésének fogjuk fel.
Egyszerűen látnánk, egy foton centrálisan ütközik egy
nyugalomban álló elektronnal. Ekkor az energia megmaradás tör-
vénye szerint $h\nu = h\nu' + mv^2/2$. Az impulzus megmaradás
törvénye szerint $h\nu/c = -h\nu'/c + mv$. Az egyenletrendszer meg-
oldva kapjuk, hogy $\nu' < \nu$, illetve $\lambda' > \lambda$.

66. AZ ELEKTRON TÖLTÉSE, TÖMEGE, HULLÁMHOSSZA

Katódsugarak Ha egy gáz légmentesen lezárt üvegsöbe helyezünk és a söbe nyitó két fémlektrod közé megfelelően nagy feszültséget kapcsolunk, akkor az elektrodok közt áram indul meg. Ez a gázkisülés, amit jellemzős fényjelenség kísér. A gáz nyomásának növekedésével a kisülést kísérő fényjelenség eltűnik, majd egészen kicsi, néhány Pa nyomáson a negatív elektrodról láthatatlan sugárzás, az ún. katódsugárzás lép ki és kalad a pozitív elektrod felé. Hatására az üvegső fala a katóddal szemben zöldes fényvel villog. Megállapították, hogy a katódsugár a katódtól lép ki, egyenes vonalban terjed, elektromos és mágneses térben eltérül, az eltérést iránya negatív töltésnek felel meg; több anyagot fluoreszcenciát okoz; energiát hordoz és impulzusa van. J.J. Thomson angol fizikus a katódsugarak tulajdonságait úgy értelmezte, hogy a sugárzást negatív elemi töltésű, parányi részecskékből álló áram alkotja. Ezeket a részecskéket nevezték elektronoknak. Az elektronok töltését Millikan határozta meg 1909-ben. Vízszintesen elhelyezett kondenzátor lemezeire egyenfeszültséget kapcsol, majd a lemezek közé finom cseppekké porlasztott olajat juttatott. Az olajcseppek dörzslektromos hatás révén negatívra válnak. A mozgásukat a nehézségi erő, az elektromos erő, a levegő felkajtoereje és a közegellenállás hatja meg. A négyerő hatására a cseppek egy idő után egyenletesen emelkednek. A kondenzátor kisütése után pedig az elektromos erő hatályaiban egyenletesen süllyednek mindkét esetre felőve az erők egyenlőséget, meghatározható a cseppek töltése. Sok mérés alapján ezek a töltések, az elemi töltés, $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ többszöröse.

Az elektronok fajlagos töltését meghatározhatjuk a katódsugarak elektromos térrel és mágneses térrel történő eltérítésével. Az eltérések nagyságát a fluoreszkáló ernyőn megmérve az elektronok fajlagos töltést meghatározható. A töltés numerikusan úgy az elektron tömege is meghatározható $Q = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Az elektron hullámhossza Louis de Broglie francia fizikus 1924-ben feltételezte, hogy nemcsak a fény rendelkezik hullám-részecske kettősséggel, hanem az a kettősség az anyagi világ általános sajátossága. Minden részecskehez /elektron, proton, stb./ hullámot rendelt. Az m tömegű, v sebességű részecske de Broglie hullámhossza $\lambda = \frac{h}{mv}$ / $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ /

Az elektron hullámtermészetét Davison és Germer igazolta interferencia kísérlettel. A kísérlet lényege: katódsugárzóban a felgyorsított elektronok útjába vékony grafitkristályt helyeztünk. A szabályosan rendeződött atomokon az elektronnyaláb elhajlik és a fluoreszkáló ernyőn koncentrikus gyűrűkből álló interferenciaképet hoz létre. Az elektron hullámhossza az interferencia maximumok távolságának mérésével meghatározható. A mérésekkel a $\lambda = \frac{h}{mv}$ összefüggés igazolható.

67. A H-ATOM SZINKÉPE, ALAPÁLLAPOTA, ENERGIASZINTJEI

Az atomi folyamatokat legegyszerűbben a gőzkisülésekben vizsgálhatjuk. Nagy feszültség hatására a gőzben eleve meglevő ionok anyagra felgyorsulnak, hogy ütközéskor a semleges gázatomokat is ionizálják, önfenntartó gázkisülés jön létre. Ennek látványos kísérője a fénykibocsátás. A kibocsátott fény hullámhossz szerinti összetételét vizsgálva megállapítható, hogy a világító gőzök által kibocsátott fény csak kevés, jól meghatározható hullámhosszú sínképvonalat tartalmaz. A sínképvonalak sorozata jellemző a fényt kibocsátó gőz anyagi minőségére. A XIX. században Balmer a hidrogén látható sínképet vizsgálva megállapította, hogy a sínképvonalak hullámhossza a $\lambda = 364,56 \frac{n^2}{n^2-4}$ (nm) képlettel adható meg, ahol $n = 3, 4, 5, 6$. Ez a Balmer-formula / $n=3$: $\lambda = 656 \text{ nm}$, piros; $n=4$: $\lambda = 486 \text{ nm}$, zöldeskék; $n=5$: $\lambda = 434 \text{ nm}$, kék; $n=6$: $\lambda = 404 \text{ nm}$, lila / A későbbiek során kiderült, hogy a hidrogén a látható fényenél kisebb ill. nagyobb frekvenciatarományban is sugároz. A teljes elektronágnéses spektrum leírását Rydberg foglalta össze: $f = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$, ahol $n > m$ termékek, R a Rydberg állandó: $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$.

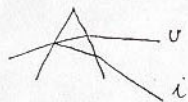
A Rydberg-formula $n=2$ esetben a Balmer-formulát adja meg. A vonalas sínképek keletkezését először a Bohr-elvvel magyarázta meg. Ez két önkényes feltételre, a pályafeltételre és a frekvenciafeltételre épült. Pályafeltétel: A megengedett elektronpályákon az elektron perdülete csak $\frac{h}{2\pi}$ egész számú többszöröse lehet, azaz $m \cdot v \cdot r = n \frac{h}{2\pi} = n \cdot \hbar$. A feltételből /figyelembe véve, hogy az elektron centripetális gyorsulását a Coulomb-vonzás biztosítja/ kiszámítható az elektron pályasugara: $r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{k \cdot m e^2}$ és energiája: $E_n = -\frac{k^2 e^4 m}{2 \hbar^2 n^2}$, ahol

$k = 1/4\pi\epsilon_0$, m az elektron tömege, e a töltés. Az elektron energiája tehát a pályát jellemző n főkvantumszám függvénye. A negatív előjel mutatja, hogy az elektron kötött állapotban van. Frekvenciafeltétel: Az atomok által kibocsátott energiát adóító elektronágnéses hullám frekvenciája $f = \frac{E_n - E_m}{h}$, ahol $E_n - E_m$ két kötsz. elektronpálya energiakülönbsége.

A frekvenciafeltétellel értelmezhetjük a gőzök vonalas sínképet. A hidrogén esetében a számított és mért értékek egyenlők. A Bohr-moddal azonban a magasabb rendszámú elemek sínképet és a sínképek finomszerkezetét nem sikerült értelmezni. Schrödinger dolgozta ki a hullámmechanikát, amely a részecskéket rendelt de Broglie-hullámokat veszi tekintetbe. Schrödinger hullámegyenletének segítségével meghatározható az atomban kötött elektronok hullámfüggvénye. A hidrogénatom alapállapotában /a főkvantumszám értéke: $n=1$ / az elektron hulláma gömbszimmetrikusan veszi körül a magot, a gerjesztett állapotokban a hullámokban csomópontok találkoznak /az $n > 1$ főkvantumszám gerjesztett állapotban $n-1$ db/ Bohr nyomán a hullámmechanika valószínűségi jelentése van.

68. SZÍNKÉPELENZÉS

Ha keskeny fehér fénycsugárat ejtünk prizma vagy optikai rácsra és a kilépő fény útjába erényöt helyezünk, a fénycsőben a vöröstől az ibolyáig a szivárvány minden színe megjelenik. Az erényön felfogott sárga sáv a nínkép vagy spektrum. A prizmával és a ráccsal előállított nínkép különböző egymástól. A prizma esetében a fehér fény a diszperzió /szórás/ miatt bomlik összetevőire. A fény terjedési sebessége a prizmaóban, tehát a prizma törésmutatója is függ a fény hullámhosszától. Így a különböző színű, azaz különböző hullámhosszú fénycsöveket a prizma különbözőképpen téríti el. Az így nyert nínképet diszperziós nínképnek nevezzük. A rács esetében az erényhöz irányított függnek a fény hullámhosszától: $\sin \alpha_k = \frac{d}{\lambda} \cdot k$ / $k=1,2,\dots$ / ahol d a rácsállandó. Az egyes hullámhosszaknak más és más irányba eső éles vonalak felelnek meg. A középső képtől balra és jobbra kapjuk a különböző k értékeknek megfelelő egyre gyengébb fényerőjű első-, második-, ... rendű elhajlást vagy diffrakciós nínképet. A rácsnínképben az eltérés a hullámhosszal egyenesen arányos, ezért a rácsnínképet normál nínképnek nevezzük. Kiválóan alkalmas a fényhullámhossz mérésére.



A nínképlemezis eljárás hullámhosszkalával ellátott spektrumkódot alkalmaznak a spektrumok rögzítésére alkalmasak a spektrográfok

Optikai nínképek A nínképek a fényt kibocsátó anyagra jellemző szerkezetűek. Emissziós nínképek: valamely anyag által kibocsátott elektromágneses hullámok nínképe ilyen minden izzó anyag vagy hőtegenmagázó gáz nínképe.

Abszorpciós nínképek: azoknak az elektromágneses hullámok, melyeket egy anyag elnyel. Kirchhoff törvénye szerint minden gáz azokat a hullámhosszakat nyeli el, amelyeket izzó állapotban maga is kibocsát. Ha egy anyag (pl. izzó fém) emissziós nínképet előállítunk és az anyag által kibocsátott fényt pl. gázon átvezetjük, az emissziós nínképből hiányoznak bizonyos sávok /sávok/ vonalakat /látnak/, mégpedig azok, amelyeket a gáz elnyel. Pl. a Nap nínképében talált sötét Fraunhofer-féle vonalak a Napot körülvevő gázok abszorpciós nínképvonalai.

Folytonos, vonalas és sávos nínképek. A folytonos nínkép olyan monokromatikus hullámok keverékéből tevődik össze, amelyekben minden frekvencia előfordul két érték között. Ilyen nínképet bocsátanak ki pl. az izzó fémek, folyadékok. A vonalas nínképet adó fény néhány adott hullámhosszú monokromatikus hullám keveréke. Ilyen az izzó gázok nínképe. Sávos nínképről beszélünk, ha a nínképvonalak különböző csoportokba, sávokba rendeződnek.

A spektrumok értelmezésének kiindulópontja a Bohr-féle frekvencia feltétel, mely szerint a' atom, ion vagy molekula által két állapot közötti átmenet során kibocsátott ill. elnyelt fényfrekvenciája $f = \frac{\Delta E}{h}$.

69. AZ ATOMMAG ÖSSZETÉTELE. PROTON, NEUTRON

Az atommag felfedezése A Rutherford-kísérlet. Rutherford α -részecskék /héliumatommagok/ általadósát vizsgálta különböző anyagokon, pl. vékony fémfóliákon. A magázást szcintillációs erényen fogta fel, amely a becsapódó részecskék halására felvillan. A magázás döntő része akadálytalanul haladt át a fólián, néhány részecske azonban kisebb-nagyobb szögben eltért eredeti irányától. Különösen érdekes volt a néhány eset, amikor a becsapódó részecske látszólag visszafelé a fóliáról. Rutherford értelmezése: 1, Az atom pozitív töltése az atom közepén kicsiny magban helyezkedik el. 2, A mag és az α -rész közötti kölcsönhatás a Coulomb-taszítás. 3, A magban koncentráldódik az atom csaknem teljes tömege.

Az atommag összetétele 1932-ben fedezték fel a neutron. Azóta tudjuk, hogy az atommagok protonokból és neutronokból /közös néven nukleonokból/ állnak. A proton és a neutron az elektronnal mintegy kétszereszer nehezebb / $m_p = 1,672648 \cdot 10^{-27}$ kg / $m_n = 1,674953 \cdot 10^{-27}$ kg / A proton egységnyi pozitív töltésű, a neutron pedig semleges. Az atommagokban levő protonok számát Z , a neutronok számát N , együttes számukat A betűvel jelöljük. A neve: tömegszám: $A = Z + N$. Az atom magok elektronos töltése $Q = Ze$, ahol e az elemi töltés / $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C/. Az atommag Z rendszáma kezdőbetűre meg az atomnak a periódusos rendszerben elfoglalt helyét. Az azonos protonszámú / Z /, de különböző neutron számú / N / atommagok az izotópok. Az izotópmagokat tartalmazó atomok a periódusos rendszerben azonos helyen vannak, kémiai tulajdonságaik megegyeznek. Az atommagok jelölése: A_Z vegyjel. Pl.: $^{22}_{10}\text{Ne}$ jelöli a neon 22 tömegszámú izotópját, és azt jelenti, hogy a neonatom mag 22 részecskéje közül 10 proton és 12 neutron.

Az atommag jellemzői Az atommag mérete. Méretek szerint az atommagok térfogata egyenesen arányos a bennük levő nukleonok számával, azaz az atommagok sűrűsége állandó: $V \sim A$, azaz $\frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi}{3} r_0^3 A$, ahol r_0 egyetlen nukleon sugara. Köbgyököt vonva: $R = r_0 \sqrt[3]{A}$, $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15}$ m.

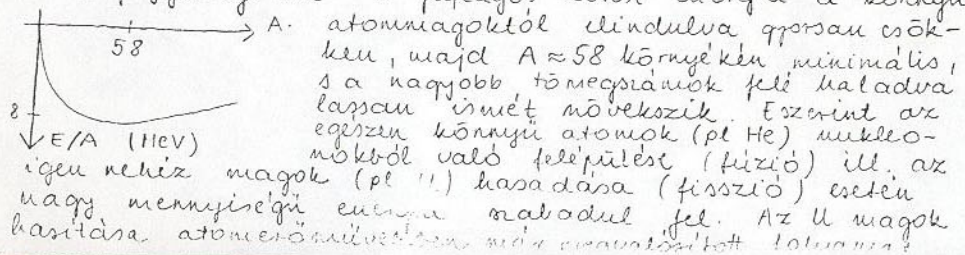
Az atommag tömege Az atommagok tömegének leírására az A tömegszám nem alkalmas. Helyette az AH relatív atomtömeg fogalmát használjuk. Ez megmutatja, hogy az atom tömege hányszor nagyobb, mint a semleges $^{12}_6\text{C}$ atom tömegeinek 12-ed része. Ez utóbbit atomi tömegegységnek / A TE/ nevezik. AH / A -val ellentétben/ általában nem egész szám. Az atomok tömegének pontos meghatározásával a tömegspektroszkópia foglalkozik. $m(\text{proton}) = 1,007276$ ATE. $m(\text{neutron}) = 1,008665$ ATE /

70. TÖMEGHIANÝ. EGY NUKLEONRA JUTÓ KÖTÉSI ENERGIA

Tömeghiány A ${}^4_2\text{He}$ atommagjában 2 proton és 2 neutron van. Ezért azt várjuk, hogy tömege az alkotórészek tömegeinek összege legyen, azaz $M({}^4_2\text{He}) = M(2,4) = 2 \cdot 1,007276 \text{ ATE} + 2 \cdot 1,008665 \text{ ATE} = 4,031882 \text{ ATE}$. A mérések alapján azonban a ${}^4_2\text{He}$ -atommag tömege nem ennyi, hanem $M(2,4) = 4,001506 \text{ ATE}$. Ez a tömeg majdnem 1%-kal kisebb, mint az alkotórészek tömegeinek összege. Ez a tömeghiány / tömegdefektus / jelensége. Magyarázata csak az energia és a tömeg egyenértékűségének alapján $E = mc^2$ adható meg. A ${}^4_2\text{He}$ atommag protonokra és neutronokra történő felbontásához energia szükséges. Ez a ${}^4_2\text{He}$ atommag kötési energiája. Párrel az energiával egyenértékű tömeg fedezik a tömeghiányt, amikor az atommagot részre bontjuk. Az atommagok egyes nukleonokra történő szétbontásához energia befektetése szükséges. A kötési energia annak a két összenergiának a különbsége, amellyel az A számú nukleon rendelkezik az alapállapotú magban, ill. egymástól nagy távolságban nyugalmi állapotban. Egy (Z,A) összetételű, M(Z,A) tömegű atommag kötési energiája tehát $E = [M(Z,A) - Z \cdot M(1,1) - (A-Z)M(0,1)] \cdot c^2$, ahol M(1,1) a proton tömege (Z=1, A=1), M(0,1) a neutron tömege (Z=0, A=1), c pedig a fénysebesség. Pl. a ${}^4_2\text{He}$ -atommag kötési energiája $(4,001506 \text{ ATE} - 2 \cdot 1,007276 \text{ ATE} - 2 \cdot 1,008665 \text{ ATE}) \cdot c^2 = -4,533 \text{ pJ}$.

Magterők Az atommagokban lévő protonok pozitív elektromos kölcsönhatással rendelkeznek egymással, amit a semleges neutronok elektromosan nem befolyásolhatnak. Az atommagok kötési energiáját tehát csak más kölcsönhatással magyarázhatjuk. Ez a nukleáris vagy erős kölcsönhatás, más szóval magterő. A magterők tulajdonságai: 1, rövid hatótávolságúak (10^{-15} m), 2, A hatótávolságon belül erősen vonzóak, 3, Töltésfüggetlenek.

Egy nukleonra jutó kötési energia Ha a különböző atomok kötési energiáját az A tömegszám függvényében ábrázoljuk, a kapott adatok közelítőleg egy egyenest mutatnak. Sokkal jellemzőbb adat az egy nukleonra vonatkoztatott, fajlagos kötési energia (E/A) a tömegszám függvényében. A fajlagos kötési energia a könnyű



71. RADIOAKTIVITÁS

1896-ban Becquerel megállapította, hogy az uránszurokerc nagy áthatoló képességű sugárzást bocsát ki, mely pl. a fénypérezőlemez megfektetése két évvel később a Curie-hőzaspárnak híkerült az uránércből az uránnal milliónál erősebben sugárzó anyagot, a rádiumot kiválasztani. Később megállapították, hogy ilyen ún. természetes radioaktív sugárzást még sok más elem is kibocsát. Ezek az anyagok minden külső behatás nélkül önmagukban sugároznak. A radioaktív sugárzást elektromos és mágneses térben vezethetjük keresztül. Az eltérülések alapján háromféle sugárzást különböztettek meg: α , β , γ -sugárzást. E sugárzásokról később a következőket állapították meg:

Az α -sugárzás alkalmával az atommagból egy α -rész, héliumatommag repül ki. Ennek következtében a rendszám 2-vel, a tömegszám 4-gyel csökken. Pl.: ${}^{226}_{88}\text{Ra} = {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^4_2\text{He}$. A rádiumból egy másik elem, a radon nevű nemesgáz keletkezik, közben az α -részek elektronhéjat szereznek és héliumgáz keletkezik. Az α -részek áthatoló képessége csekély. Mivel pozitív töltésűek, elektromos és mágneses térben eltérülnek.

A β -sugárzás alkalmával az atommagban először egy neutron átalakul proton és elektron /elektron kívül antineutrino/ öszszegévé, azután az elektron /és az antineutrino/ nagy sebességgel kirepül az atommagból. Végeredményben a rendszám 1-gyel növekszik, a tömegszám változatlan marad. Pl.:

${}^{210}_{83}\text{Bi} = {}^{210}_{84}\text{Po} + \text{elektron} + \text{antineutrino}$. A β -sugarak áthatoló képessége elég nagy. Mivel negatív töltésűek, elektromos és mágneses térben, az α -részekkel ellentétesen térülnek el.

A γ -sugárzás rövid hullámhosszú elektromágneses hullám. Bizonyos esetekben a radioaktív elemek atommagja belül átrendeződik és az energiakülönbséget egy foton alakjában kisugározza. Közben sem a rendszám, sem a tömegszám nem változik. Áthatoló képessége a legnagyobb, elektromos ill. mágneses térben nem térül el.

A radioaktív bomlások közös oka: az anyag a radioaktív átalakulás során legmennyibb energiájú állapotai felé igyekszik. Sokszor a bomláskor keletkező elem maga is radioaktív, így alakulnak ki a bomlási sorok.

A radioaktív átalakulás időbeli lefolyása. A bomlási tényező

(λ) megadja annak a valószínűséget, hogy 1 atommag 1 s alatt átalakul. Ha a vizsgált anyagban N atommag van, akkor 1 s alatt $C = \lambda \cdot N$ bomlás történik. C az aktivitás, egysége 1 becquerel /Bq/. A radioaktív bomlás folyamata a radioaktív elem mennyisége /és aktivitása/ az idő függvényében exponenciálisan csökken. $m = m_0 \cdot e^{-\lambda t}$, $C = C_0 \cdot e^{-\lambda t}$.

Jellemző a radioaktív elemre az az idő, amely alatt mennyisége felére csökken. Ez a felbontási idő T. Ezzel $\frac{m}{2} = m_0 \cdot e^{-\lambda T}$, ahonnan $\lambda T = \ln 2 \approx 0,693$. Ebből $m = m_0 \cdot e^{-\frac{\ln 2}{T} t}$, azaz $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$. Az összefüggés alkalmas radioaktív bomlásra, 100 radioaktív szemmel /

42. MAGREAKCIÓK

Az első mesterséges atommagátalakítást Rutherford végezte el 1919-ben. A kísérletek során nitrogénnel töltött Wilson-kamrában megfigyelték, hogy az α -részecskék nyomvonalai között van olyan, amelynek a folytatása villa alakú. A villa egyik ága vastagabb és rövidebb, mint az α -részecskék szokásos kódfonala. A másik ág vékonyabb és jóval hosszabb. Mivel az α -részecskék pályája megszünt, arra következtettek, hogy az α -részecskék eltalált egy nitrogénatomot, amely azt befogadta. Az eltalált mag ugyanakkor kisebb, ionizáló részecskéket lökött ki magából, miközben új atommag keletkezett.

Elektronos és mágneses térben való elterelési kísérletekkel megállapították, hogy a kilökött részecske hidrogénatommag (proton), míg az atom a 17-es tömegszámú oxigénizotóp.

$${}^1_7\text{N} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{17}_8\text{O} + {}^1_1\text{H}$$

A jelenség neve: magreakció. A magreakció során a tömegszámok és a rendszámok összege állandó marad.

Rutherford megfigyelése után egész sor más elem α -részecskéi reakciójából sikerült hidrogénatommagot /protont/ létrehozni. Ezek a kísérletek bizonyították, hogy 1, az atommagban lehet mesterségesen változást előidézni, egyik elem atommagja átalakítható egy másik elem atommagjává; 2, valamennyi elem atommagjának egyik alkotórésze a hidrogénatommag, a proton.

1932-ben Chadwick kimutatta, hogy berillium és α -részecske magreakciója közben a protonnal kb. azonos tömegű, de semleges részecskékből, neutronokból álló sugárzás jön létre. A neutronsugárzás elektromos és mágneses térben nem térül el. Több dm vastag ólomtömbön is áthatol, de vízben aránylag könnyen elnyelődik. A berillium és az α -részecske reakciója:

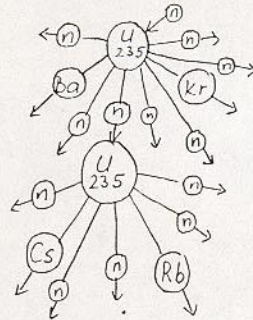
$${}^9_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{12}_6\text{C} + {}^1_0\text{n}$$

További magreakciókkal szintén létrehozhatók neutronsugárzást, amiből arra következtettek, hogy az elemek atommagjainak a proton mellett a másik fontos alkotórésze a neutron.

Mesterséges radioaktivitás. Célja valamely elem atommagjának mesterséges átalakítása. Az atommagba nagy sebességű elektront, protont, neutronot, deuteronot, α -részecskéket, stb. ütköztetnek. Sok esetben a mekiütkező részecske benn marad az atommagban, és valamilyen más részecske lép ki belőle. Pl. ${}^{23}_{11}\text{Na} + {}^2_1\text{d} \rightarrow {}^{24}_{11}\text{Na} + {}^1_0\text{n}$. Az utóbbi évtizedekben nagy mennyiségben állítanak elő 92-nél nagyobb tömegszámú elemeket, a transzuranokat. Pl. ${}^{238}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{239}_{93}\text{Np} + \text{elektron}$. Eddig Z=102-ig jutottak

43. LÁNCREAKCIÓ

Neutronnal a legnehezebb elemek atommagjainak az átalakítása is lehetővé vált. Hahn, Meißner és Strassmann német fizikusok 1938-ban az urán atommagjának neutronnal való bombázása közben észrevették, hogy a ${}^{235}_{92}\text{U}$ izotóp lassú neutron hatására két közel egyenlő tömegszámú, közepesen nehéz magra hasadt szét. A szó szóértelmében maghasadás lépett fel. A vizsgálatok kimutatták, hogy az urán hasadása közben két-három neutron is keletkezik, melyek további uránatomok hasadására alkalmasak. Ezzel megszületett a láncreakció gondolata.



A hasadási termékek (kripton, bórrium, cézium, rubídium, stb.) a periódusos rendszer közepe táján levő atommagok, melyeknek legmélyebb a költési energiájuk. A keletkezett másodlagos neutronok újabb atommagokat hasíthatnak, így egyetlen neutron a maghasadások hosszú folyamatát idézheti elő. Az uránmag hasításakor kb. 200 MeV energia szabadul fel, amely zömmel a

hasadási termékek kinetikus energiájában jelentkezik (a 200 MeV-ből kb. 170 MeV). A felszabaduló energia áram a környező közeg melegszik. A valóságban a láncreakció létrejöttét több körülmény gátolja:

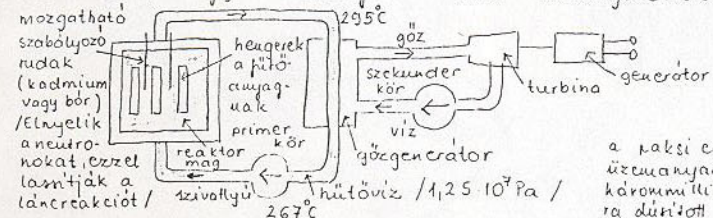
1, Igen sok másodlagos neutron az urántömbből maghasítás nélkül távozik, mert a természetes urán csak kb. 0,7%-ban tartalmaz ${}^{235}\text{-ös}$ izotópot. Hasadás csak a ${}^{235}\text{-ös}$ tömegszámú izotópban történik, a ${}^{238}\text{-as}$ tömegszámú 99,3%-os gyakoriságú izotóp befogadja a neutronot, nem hasad. 2.) Az uránban levő szennyeződések elnyelik a neutronokat. 3.) Maghasadást a ${}^{235}\text{-ös}$ izotópban is számottevő módon csak lassú neutronok hoznak létre. A láncreakció fenntartása ${}^{235}\text{-ös}$ uránatomokban feldúsított urántömbben lehetséges, amelyben a keletkező gyors neutronokat lelassítjuk arra alkalmas anyaggal (grafit, nehézvíz, stb). Szükséges továbbá, hogy a feldúsított anyag több legyen az ún. kritikus tömegnél. Ha nincs meg a kritikus tömeg, akkor még a feldúsított anyag atomjai között is sok felszabaduló neutron halad át anélkül, hogy a hasadó ${}^{235}\text{-ös}$ magot eltalolná, és elhagyja a reaktort. A láncreakció szabályozható és lassú az atomreaktorokban, szabályozhatatlan és igen gyors az atombombában.

74. AZ ATOMENERGIA FELSZABADÍTÁSA

A kis tömegszámú magok közepesekké való összeolvadása /magfúzió/ ill a nagy tömegszámú magok közepesekre való széthasadása /fisszió/ egyaránt melyik az egy nukleonra jutó átlagos kötési energiát, vagyis mindkét esetben energia szabadul fel. A környezetbe kinyugrázódott α -részecskék, ill. a magalkatrészek (töredékanyagok) kinetikus energiája hasznosítható. A természetben található atommagok e két lehetőség ellentéte sűrűnek a legnépesebb energiájú (vas) állapotban. A neutronoknak és protonoknak a korai Univerzumban való magokká szerveződése a megmaradási törvényeknek, a kvantummozgások, a nukleáris és elektromos kölcsönhatásoknak, valamint a Pauli-elvnek eléget sevő folyamatokban, különböző hőmérsékleteken ment végbe, ezek végtermékei a feljes periódusos rendszerhez tartozóak. További átalakulások a tápláló és ezért fokozatosan kihűlő Univerzumban (mai állapotban) csak viszonylag nagy aktiválási energia befektetésével hajthatók végre, amelyek lehetnek termikus eredetűek (atomai hőmozgás a csillagok sűrűségében), vagy más elemi részecskék magba birt energiájából származóak. Erre különösen alkalmas a semleges neutron, amely el nem emel potenciálgátot a Coulomb-kölcsönhatás miatt. A nukleáris energia felszabadítás elemi folyamataiban /egyetlen maghasadás, ill egyetlen fizióis folyamat/ felszabaduló energia több milliószor akkora, mint egyetlen kémiai reakció során keletkezett energia, makroszkopikus szempontból azonban ez még nagyon kicsi, néhány százszor 10^{-12} J. A makroszkopikus mértékű hasznosításhoz az kell, hogy rövid idő alatt nagyon sok elemi folyamat jöjjön létre. Ennek jelleme ismét, egyetlen megvalósítási lehetőség a láncreakció. A láncreakció létrejöttéhez az szükséges, hogy a reakciónak legyen olyan terméke, amely segíti a további reakciók létrejöttét. A további reakciók létrejöttéhez aktiválási energia befektetése szükséges. A fizióhoz két atommag szükséges, melyek nagy sebességgel mozognak egymás felé. Makroszkopikus mértékű, láncreakcióra alkalmas módon történő mozgás csak hőmozgással hűnik megvalósítható. A fizióis energiatermelés egyedüli járható útja jelenleg a termikus aktiválás, amihez azonban tízmillió K hőmérséklet szükséges. Az aktiválás másik módja a neutronos aktiválás. A nagy tömegszámú, nehéz atommagokban a neutronok aránya nagyobb, mint a közepesekben, így amikor a nehéz atommag kettéhasad, felkeltlenül maradnak fel az egyes neutronok. Egyes nehéz atommagok / ^{235}U / a befutó neutronok felszabaduló kötési energiáját

75. ATOMERŐMŰVEK

Az atomerőművek olyan berendezések, melyek szabályozott láncreakcióval folyamatosan energiát termelnek. Alapvetően két fő típus lehetősége, a maghasadást és a magfúziót hasznosító reaktor (az utóbbit még nem fejlesztették ki). A maghasadást hasznosító reaktorban a két atommaghasadás közötti időközönként két fő típusát használják, a termikus reaktor és a gyorsreaktor. Mindkettőben (általában ^{235}U -tel dúsított) urán a fűtőanyag, amelyet a reaktor központi magjában lévő hengerkékben tartanak. A láncreakció mérleket, és így az energiatermelést szabályozó rudakkal állítják be.



Az ábra egy nyomóvízes, termikus reaktor működési elvét mutatja. A reaktor magjában a fűtőanyagot tartó hengerkék láncreakciót hoz létre. A hűtővíz a reaktor magjában felmelegszik, majd a gőzgenerátorban gőzt termel, amely a turbina hajtásához szükséges. A turbina a generátor forgatására szolgál. A gőzt a kondenzátorban hűtik le, majd a szivattyú visszajuttatja a reaktor magjához. A reaktor magjában a hűtővíz hőmérséklete 267°C, a kondenzátorban 295°C.

Az atomreaktorok típusai

I. Termikus reaktor Ebben a fűtőanyagot tartalmazó hengerkékben a fűtőanyag, moderátor veszi körül. Ez olyan anyag lehet, melynek könnyű az atommagja, pl. grafit vagy víz. A gyors neutronokat a moderátor elnyeli. Ezért helyezik az urán vékony rudak formájában a reaktor magjába, így a gyors neutronok a rudakból kilépve a fűtőanyagban lassulnak le kb. 2200 m/s sebességre. Visszajutva a hengerkékbe, most már csak a ^{235}U -izotóppal lépnek reakcióba.

A termikus reaktor típusai:
 1. Nagynyomású vízzel hűtött reaktor, melyben a hűtővíz nagynyomású víz, amely moderátorként is szolgál. Ennek működését mutatja a fenti ábra.
 2. Fejlett, gőzhűtéses reaktor, amelyben a hűtőközeg nyomás alatt álló szén-dioxid, mely a gőzgenerátorban gőzt fejleszt. A fűtőanyag grafit.

II. Gyorsreaktor vagy tenyésztőreaktor Olyan atomreaktor, melyben a maghasadást gyors neutronok hozzák létre, sebességük kb. $2 \cdot 10^7 \text{ m/s}$. A felhasznált fűtőanyagot itt is dúsítják ^{235}U -val és ^{239}Pu -val (239 -es tömegszámú plutónium-izotóppal), amelyek könnyen hasadnak a gyors neutronoktól is, ellentétben a ^{238}U -al, mely a gyors neutronot befogja és ^{239}U -izotóppal lesz belőle, amely radioaktív elem. Ennek a bomlásnak a végterméke ^{239}Pu . Ez a folyamat a fűtőanyagot körülvevő ^{238}U -palástban zajlik le. Így több fűtőanyag termelődik és tárolódik, ezért nevezik ezt a reaktort tenyésztőreaktornak. A gyorsreaktorok hatásfoka nagyobb a termikus reaktorénál, mert a fűtőanyag jobban hasznosítható, mivel még szennyeződéssel is. A gyorsreaktornál moderátorra nincs szükség, a hűtőközeg nátrium.

Ha a magfúziós reaktor sikerülne megalkotni, az energia termelési egységnyi fűtőanyagra kétszeres lenne, mint a maghasadást hasznosító reaktoré. Ezek kivétel a deuterium bővegesen áll az emberiség rendelkezésére, jelenleg a deuterium és a tritium magfúziójával próbálkoznak D-T reakció.

A PERIÓDUSOS RENDSZER felépítése

$$n=1,2,3,4,5,6,7,\dots$$

$$l=0,1,2,\dots,n-1$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

$$s = \pm \frac{1}{2}$$

Adott n esetén
lehetséges állapotok
száma: $2 \cdot \sum_{l=0}^{n-1} (2 \cdot l + 1) = 2 \cdot n^2$

n	l=0 (s)		l=1 (p)						l=2 (d)																					
			m=0		m=1		m=-1		m=2		m=-2																			
1 (K)	1 2 H He		s: $\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2}$																											
2 (L)	3 4 Li Be		5 8 B O		6 9 C F		7 10 N Ne		*:A következő héj s alhéjáról ide lépett elektron.																					
3 (M)	11 12 Na Mg		13 16 Al S		14 17 Si Cl		15 18 P Ar		21 26 Sc Fe		22 27 Ti Co		23 28 V Ni		24* 29* 25 30															
4 (N)	19 20 K Ca		31 34 Ga Se		32 35 Ge Br		33 36 As Kr		39 Y		40 44* Zr Ru		45-s Rh		41* Nb		42* 46** 43 47* 48													
5 (O)	37 38 Rb Sr		49 52 In Te		50 53 Sn I		51 54 Sb Xe		57 76 La Os		72 77 Hf Ir		73 Ta		74 78* W Pt		75 79* Re 80		58-d 65-d Ce Tb		59-d 66-d Pr Dy		60-d 67-d Nd Ho		61-d 68-d Pm Er		62-d 69-d Sm Tm		63-d 70-d 64 71	
6 (P)	55 56 Cs Ba		81 84 Tl Po		82 85 Pb At		83 86 Bi Rn		89 Ac		90 Th								91* 97** Pa Bk		92* 98** U Cf		93* 99** Np Es		100* Fm		94** 101** Pu Md		95** 102** 96* 103* 104	
7 (Q)	87 88 Fr Ra		Az n főkvantumszám az elektron energiáját, ill. az elektronhullám csomófelületeinek számát határozza meg. Az l mellékvantumszám a csomófelületek alakját szabja meg, l>0 esetén nem gömbszimmetrikus. Ilyenkor a mágneses térbe helyezett atom különbözőképpen helyezkedhet el a mezőhöz viszonyítva, amit az m mágneses kvantumszám jellemez. A három kvantumszám által meghatározott atompályán két ellentétes spinquantumszámú elektron tartózkodhat.																											

Alapelvek:

Energiaminimum elve:

Az alapállapotú atom energiája a lehető legkisebb lesz.

Pauli-elv:

Nem lehet az atomban két olyan elektron, melynek mind a négy kvantumszáma megegyezik.

Hund-szabály:

Adott l mellékvantumszám esetén először a pozitív spinű állapotok töltődnek be (párosítatlan elektronok).

l=3 (f) *:A következő héj d alhéjáról ide lépett elektron.

	58-d	65-d	59-d	66-d	60-d	67-d	61-d	68-d	62-d	69-d	63-d	70-d
	Ce	Tb	Pr	Dy	Nd	Ho	Pm	Er	Sm	Tm	64	71
	91*	97**	92*	98**	93*	99**	100*	94**	101**	95**	102**	
	Pa	Bk	U	Cf	Np	Es	Fm	Pu	Md	96*	103*	

24:Cr, 25:Mn, 29:Cu, 30:Zn, 42:Mo, 43:Tc, 46:Pd, 47:Ag, 48:Cd
63:Eu, 64:Gd, 70:Yb, 71:Lu, 79:Au, 80:Hg
95:Am, 96:Cm, 102:No, 103:Lr, 104:Ku