Póda László–Urbán János
Fizika 10. c. tankönyv **(NT-17205)**
feladatainak megoldása

R. sz.: RE17205

OKTATÁSKUTATÓ ÉS FEJLESZTŐ INTÉZET

Tartalom

1. lecke Az elektromos állapot ... 3
2. lecke Coulomb törvénye ... 5
3. lecke Az elektromos mező ... 9
4. lecke Az elektromos erővonalak ... 12
5. lecke Az elektromos mező munkája, a feszültség ... 14
6. lecke Vezetők az elektrosztatikus térben ... 16
7. lecke Kapacitás, kondenzátorok ... 18
8. lecke Az elektromos áram, az áramerősség, az egyenáram ... 20
9. lecke Az elektromos ellenállás, Ohm törvénye ... 23
10. lecke Az áram hő-, és élettani hatása ... 27
11. lecke Fogyasztók kapcsolása ... 31
12. lecke Áram- és feszültségmérés. Az áram vegyi hatása. Feszültségforrások ... 35
13. lecke A mágneses mező ... 38
14. lecke Az áram mágneses mezője ... 41
15. lecke Erőhatások mágneses mezőben ... 44
17. lecke A hőmérséklet és a hőmennyiség ... 46
18. lecke A szilárd testek hőtágulása ... 49
19. lecke A folyadékok hőtágulása ... 54
20. lecke A gázok állapotváltozása állandó hőmérsékleten ... 58
21. lecke A gázok állapotváltozása állandó nyomáson ... 62
22. lecke A gázok állapotváltozása állandó térfogaton ... 66
23. lecke Egyesített gáztörvény, az ideális gáz állapotegyenlete ... 70
24. lecke Kinetikus gázelmélet, a gáz nyomása és hőmérséklete ... 74
25. lecke A gázok belső energiája. A hőtan I. főtétele ... 76
26. lecke A termodinamikai folyamatok energetikai vizsgálata ... 81
27. lecke A hőtan II. főtétele ... 85
28. lecke Körfolyamatok ... 87
29. lecke Olvadás, fagyás ... 91
30. lecke Párolgás, forrás, lecsapódás ... 95
33. lecke Hőtan az otthonunkban ... 102

1. lecke Az elektromos állapot

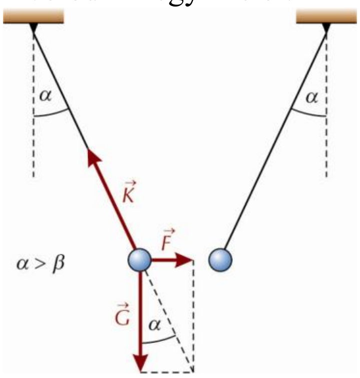
1. Az 5. kísérletben az ingák kitérésének távolság függését vizsgáltuk.

a. Mikor nagyobb az ingák fonalának a függőlegessel bezárt a szöge: az azonosan, vagy az ellentétes előjelűen töltött ingák esetén?
(Azonos nagyságú töltéseket feltételezünk, és az állványok távolsága is azonos)

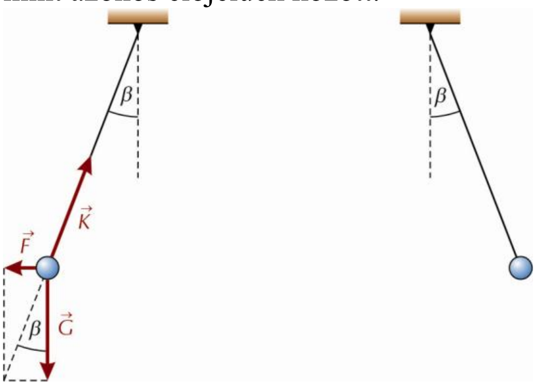
b. Hogyan befolyásolja az inga egyensúlyi helyzetében a fonál kitérésének mértékét a golyó tömege, ha adott a töltése?

c. Hogyan befolyásolja az inga kitérésének mértékét a golyó töltésének nagysága adott tömegű inga esetén?

Megoldás:
a) Az elektrosztatikus erő iránya a töltések előjelétől, nagysága pedig (adott töltések esetén) a töltések távolságától függ. Ellentétes előjelű töltések esetén a habszivacs golyók között fellépő *F* vonzóerő hatására az ingák közelednek, azonos előjelű töltések esetén pedig távolodnak egymástól.



Az ingák fonalának a függőlegessel bezárt szöge ellentétesen töltött ingák között nagyobb, mint azonos előjelűek között.



b), c)
Az inga tömegének növelése a G gravitációs erő nagyságát növeli, az inga töltésének növelése pedig az F erő nagyságát. Ezért a golyó tömegének növelése csökkenti az inga kitérésének mértékét, a töltés növelése pedig növeli.

2. Megváltozik-e a műanyag rúd tömege, ha szőrmével megdörzsölve negatív töltést kap?

Megoldás:
Negatív töltés esetén a rúdon elektrontöbblet van. A rúd tömege a rávitt elektronok tömegével megnő. (Elektrononként kb. 10^{-30} kg-mal.)

3. Ékszíjhajtás alkalmazásakor a forgódob felületét sokszor a szíjjal azonos anyagú bevonattal látják el. Mi lehet ennek az eljárásnak a célja?

Megoldás:
Azonos anyagok esetén nem lép fel a dörzsölés miatti feltöltődés, ezért nem keletkezik robbanásveszélyes szikra.

4. Az elektrosztatikai kísérletek gyakran jól sikerülnek az üres tantetemben, az egész osztály előtt bemutatva viszont kevésbé. Mi lehet ennek az oka?

Megoldás:
A zsúfolt teremben nagyobb a levegő páratartalma, és így a vezetőképessége is. Ilyenkor a feltöltött testekről töltések vezetődnek el. Az elektrosztatikai kísérletek sikerességét nagyban befolyásolja a levegő páratartalma.

5. Ha felfújt léggömbre töltéseket viszünk, a gömb mérete kissé megváltozik. Hogyan történik a változás és miért?

Megoldás:
Az azonos töltések egymást taszító hatása miatt a léggömb mérete kismértékben megnő.

2. lecke Coulomb törvénye

1. Láttuk, hogy 1 coulomb rendkívül nagy töltés, a valóságban csak a töredéke fordul elő. Könnyű utánaszámolni, hogy a leckenyitó kérdésbeli fémgömbökre vitt 1C töltés hatására a gömbök között irreálisan nagy ($4 \cdot 10^{7}$ N !) erő ébredne. Ha azonban a híd anyagát is figyelembe vesszük, rájöhetünk, hogy ezekre e gömbökre egyáltalán nem lehetne töltést vinni. Miért? A leckenyitó kérdésbeli fémgömbökre viszont egyáltalán nem lehetne töltést vinni. Miért?

Megoldás:
A leckenyitó kérdésbeli fémgömbök a Szabadság híd pillérjein találhatóak. A híd fémszerkezete leföldeli fémgömböket, így ezeket nem lehet feltölteni.

2. Mekkora töltés vonzza a vele megegyező nagyságú töltést 1 méter távolságból 10^{-3} N erővel?

Megoldás:
$F = 10^{-3}\,\mathrm{N}$
$r = 1\,\mathrm{m}$
Q=?

A Coulomb törvény szerint egyenlő nagyságú töltések között fellépő erő nagysága: $F = k \cdot \frac{Q^2}{r^2}$. Ebből $Q = r \cdot \sqrt{\frac{F}{k}} = 1\mathrm{m} \cdot \sqrt{\frac{10^{-3}\,\mathrm{N}}{9 \cdot 10^{9}\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}}} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$

1 méter távolságból 10^{-3} N nagyságú erővel $Q = \frac{1}{3} \cdot 10^{-6}$ C nagyságú töltések vonzzák egymást (ha ellentétes előjelűek).

3. Milyen távolságból taszítaná egymást 10 N erővel két darab 1 C nagyságú töltés?

Megoldás:
$Q_1 = Q_2 = Q = 1\mathrm{C}$
F= 10 N
r=?

A Coulomb törvény szerint egyenlő nagyságú töltések között fellépő erő nagysága: $F = k \cdot \frac{Q^2}{r^2}$. Ebből $r = Q \cdot \sqrt{\frac{k}{F}} = 1\mathrm{C} \cdot \sqrt{\frac{9 \cdot 10^{9}\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}}{10\mathrm{N}}} = 3 \cdot 10^{4}\,\mathrm{m}$ = 30 km (!)

Két egymástól 30 km távolságra lévő 1-1 C nagyságú töltés taszítaná egymást 10 N nagyságú erővel. (A feltételes mód használatát az indokolja, hogy a valóságban 1 C erő nem fordul elő.)

4. Két kisméretű golyó egymástól 20 cm. Mindkettő töltése $-2\cdot10^{-6}$ C.

a) Mekkora és milyen irányú a közöttük fellépő erő?
b) Hogyan változassuk meg a két golyó távolságát, ha azt szeretnénk, hogy a köztük fellépő erő fele akkora nagyságú legyen?

Megoldás:

$Q_1 = Q_2 = Q = -2\cdot10^{-6}$ C

r_1=0,2m

$F_2 = \dfrac{F_1}{2}$

a) F_1=?
b) r_2=?

a) A Coulomb törvény szerint egyenlő nagyságú töltések között fellépő erő nagysága: $F = k\cdot\dfrac{Q^2}{r^2} = 9\cdot10^9\,\dfrac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}\cdot\dfrac{4\cdot10^{-12}\,\mathrm{C}^2}{0,2^2\,\mathrm{m}^2} = 0,9\,\mathrm{N}$

b) A töltések közötti erő a távolság négyzetével fordítottan arányos, ezért fele akkora erő egymástól $\sqrt{2}$ -szer nagyobb távolságra lévő töltések között lép fel.

$r_2 = \sqrt{2}\cdot r_1 \approx 0,28\mathrm{m}$

A két töltés távolságát 20 cm-ről 28 cm-re kell növelni ahhoz, hogy a köztük fellépő erő fele akkora nagyságú legyen.

5. A nedves levegő kismertekben vezető. Két rögzített, elektromosan töltött, kicsiny fémgolyó a párássá vált levegőben töltésének 80%-at elveszíti. Hogyan változik a köztük fellépő elektrosztatikus erő?

Megoldás:

A golyók közt fellépő kezdeti $F = k\cdot\dfrac{Q^2}{r^2}$ erő az $F' = k\dfrac{(0,8\cdot Q)^2}{r^2} = k\dfrac{0,64\cdot Q^2}{r^2} = 0,64F$ összefüggés szerint a 64%-ára csökken.

6. Hogyan változna a torziós szál elcsavarodásának szöge a Coulomb-féle kísérletben, minden egyéb körülmény változatlansága esetén, ha megkétszereznénk

a) a torziós szál hosszát;
b) a torziós szál átmérőjét;
c) a torziós szál hosszát és átmérőjét?

Megoldás:

A Négyjegyű függvénytáblázatok *Rugalmas alakváltozások című* fejezetében található összefüggés szerint: az *R* sugarú, *l* hosszúságú, henger alakú, *G* torziós modulusú rúd végeire kifejtett *M* forgatónyomaték és a hatására létrejövő φ elcsavarodás közti kapcsolat:

$$M = \frac{\pi}{2} G \frac{R^4}{l} \varphi$$

a. Minden egyéb körülmény változatlansága esetén, a torziós szál φ elcsavarodása és l hosszúsága között egyenes arányosság van.. A szál hosszának megkétszerezése esetén tehát az elcsavarodás szöge is kétszereződik.
b. Minden egyéb körülmény változatlansága esetén, a torziós szál φ elcsavarodása és átmérőjének negyedik hatványa között fordított arányosság van.. Az átmérő megduplázása az elcsavarodás szögét a tizenhatod részére csökkenti.
c. Ha a torziós szál hosszát és átmérőjét is megkétszerezzük, akkor az elcsavarodás mértéke a nyolcad részére csökken.

Emelt szintű feladatok:

7. Két pontszerű töltés, -Q és +4Q egy szakasz két végpontjában van rögzítve. Hol kell elhelyezni egy q töltést ahhoz, hogy egyensúlyban legyen?

Megoldás:
A q töltés egyensúlya a két rögzített töltést összekötő egyenesnek a töltéseket összekötő l hosszúságú szakasz kívüli részén, a –Q töltéshez közelebb lehetséges. A –Q töltéstől való távolsága legyen x, a +4Q-tól $l+x$

Az erők egyensúlyát leíró összefüggés: $k\frac{q\cdot Q}{x^2} = k\frac{q\cdot 4Q}{(l+x)^2}$. Ebből $l = x$ adódik.

8. Mekkora erővel vonzza a hidrogénatomban az atommag az elektront? Mekkora az elektron sebessége? A hidrogénatom sugarat vegyük 0,05 nm-nek!

Megoldás:

Az erő Coulomb törvényével: $F = k\frac{e^2}{r^2} = 9\cdot 10^9\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}\,\frac{(1{,}6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C})^2}{(5\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m})^2}$ =$9{,}2\cdot 10^{-8}$ N

Az elektron sebességének kiszámítása: a Coulomb erő szolgáltatja a centripetális erőt:

$k\frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$. Ebből $v = e\sqrt{\frac{k}{rm}} = 1{,}6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\sqrt{\frac{9\cdot 10^9\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}}{5\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\,\mathrm{C}}} = 2{,}25\cdot 10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

9. Egy proton és egy elektron között egyszerre lep fel a gravitációs vonzóerő és a Coulomb-féle vonzóerő. Számítsuk ki a hidrogénatom elektronja és protonja közti elektrosztatikus és gravitációs erők arányát! A szükséges adatokat keressük ki a *Négyjegyű függvénytáblázatokból*!

Megoldás:
A proton és elektron közti Coulomb erő:

$$F_\mathrm{C} = k\frac{e^2}{r^2}$$

A proton és elektron közti gravitációs erő:

$$F_g = f\,\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Ezek aránya:

$$\frac{F_C}{F_g} = \frac{ke^2}{fm_1m_2} = \frac{9\cdot 10^9\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}(1,6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C})^2}{6,67\cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}\cdot 9,1\cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}\cdot 1,67\cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}} = 2,27\cdot 10^{39}$$

3. lecke Az elektromos mező

1. Mekkora és milyen irányú az elektromos térerősség a pontszerű 10^{-8} C töltéstől 1 m távolságban? Mekkora erő hat az ide elhelyezett $2\cdot10^{-8}$ C töltésre? Hol vannak azok a pontok, amelyekben a térerősség ugyanakkora?

Megoldás:
$Q=10^{-8}\,\mathrm{C}$
r=1m
$q=2\cdot10^{-8}\,\mathrm{C}$

E=?
F=?

Q ponttöltés terében a térerősség $E=k\cdot\frac{Q}{r^2}=9\cdot10^9\,\frac{\mathrm{Nm^2}}{\mathrm{C^2}}\cdot\frac{10^{-8}\,\mathrm{C}}{1\mathrm{m}^2}=90\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$

Az E térerősségű pontba helyezett q töltésre ható erő: $F=E\cdot q=90\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\cdot2\cdot10^{-8}\,\mathrm{C}=1{,}8\cdot10^{-6}\,\mathrm{N}$

Ponttöltés terében az elektromos térerősség nagyságát az $E=k\cdot\frac{Q}{r^2}$ adja. Az E térerősség nagysága állandó azon pontokban melyek a Q ponttöltéstől adott r távolságban vannak, vagyis egy r sugarú gömbfelületen, melynek középpontjában a Q töltés van.

2. Ha Q töltés a töltéstől r távolságban E térerősséget kelt, mekkora a térerősség
a) $2Q$ töltéstől $2r$ távolságban?
b) $2Q$ töltéstől $r/2$ távolságban?

Megoldás:
Q ponttöltés terében a töltéstől r távolságban a térerősség $E=k\cdot\frac{Q}{r^2}$ összefüggés szerint a Q töltéssel egyenesen, az r távolság négyzetével fordítottan arányos.
a) Ha a Q töltést és az r távolságot egyszerre kétszerezzük, akkor a térerősség egyszerre duplázódik és negyedelődik, vagyis feleződik.
b) Ha a Q töltést kétszerezzük az r távolságot pedig felezzük, akkor a térerősség egyszerre duplázódik és négyszereződik, vagyis nyolcszorozódik.

3. Egy 2 m hosszúságú szakasz végpontjaiban 10^{-6}C és -10^{-6}C nagyságú töltéseket helyezünk el. Mekkora és milyen irányú a térerősség a szakasz
a) F felezőpontjában
b) felezőmerőlegesének az F ponttól 1 m távolságra lévő X pontjában?
c) Van-e olyan pont, ahol a térerősség zérus?

Megoldás:
$2a$=2m

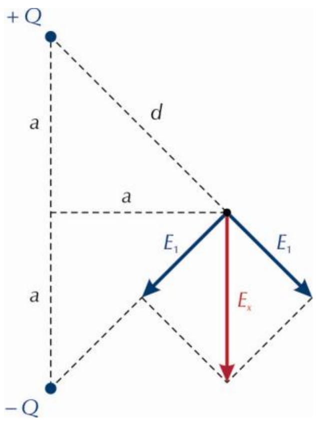
$\dfrac{Q = 10^{-6}\,\text{C}}{E = ?}$

a) A szakasz *F* felezőpontjában az egyes töltések által keltett $E_1 = k \cdot \dfrac{Q}{a^2}$ térerősség-vektorok nagysága és irány megegyezik. Az *F* pontbeli eredő térerősség:

$$E_\text{F} = 2 \cdot E_1 = 2k \cdot \frac{Q}{a^2} = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \,\frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{10^{-6}\,\text{C}}{1\text{m}^2} = 1{,}8 \cdot 10^4 \,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Az E_F vektor iránya párhuzamos a szakasszal, a pozitív előjelű töltéstől a negatív előjelű felé mutat.

b)



Az *X* pont *d* távolsága a szakasz két végpontjától egyenlő: $d = a \cdot \sqrt{2}$

Az egyes töltések által keltett térerősség-vektorok nagysága: $E_1 = k \cdot \dfrac{Q}{d^2} = k \cdot \dfrac{Q}{2a^2}$

Az *X* pont a szakasz két végpontjával derékszögű háromszöget alkot, ezért az eredő térerősség-vektor Pitagorasz-tétele szerint az E_1 nagyságának $\sqrt{2}$ - szerese.

$$E_\text{X} = \sqrt{2} \cdot E_1 = \sqrt{2} \cdot k \cdot \frac{Q}{2a^2} = 6{,}36 \cdot 10^3 \,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Az eredő térerősség-vektor a töltéseket összekötő szakasszal párhuzamos.

c) A térerősség nagysága csak a végtelen távoli pontban lesz zérus.

4. A következő ábra egy ponttöltés terében a töltéstől való *r* távolság függvényében ábrázolja az *E* térerősséget.

a) Mekkora a teret keltő ponttöltés?
b) Mekkora a térerősség a töltéstől 3 m távolságban?
c) Hol van az a pont, ahol a térerősség $9 \cdot 10^3 \,\dfrac{\text{N}}{\text{C}}$?

Megoldás:

a) A grafikonról leolvasható, hogy a töltéstől r=1m távolságban lévő pontban a térerősség nagysága $E_1 = 3,6\cdot 10^4\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$. Ponttöltés terében a térerősség távolságfüggését az $E = k\cdot\frac{Q}{r^2}$ összefüggés adja meg. Ebből $Q = \frac{E\cdot r^2}{k} = \frac{3,6\cdot 10^4\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\cdot 1\mathrm{m}^2}{9\cdot 10^9\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}} = 4\cdot 10^{-6}\mathrm{C}$

b) A térerősség nagysága a töltéstől 3 m távolságban 9-ed annyi, mint 1 m távolságban. Numerikusan: $\mathrm{E}_3 = \frac{\mathrm{E}_1}{9} = 4\cdot 10^3\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$

c) Az $E = k\cdot\frac{Q}{r^2}$ összefüggésből $r = \sqrt{\frac{k\cdot Q}{E}} = \sqrt{\frac{9\cdot 10^9\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}\cdot 4\cdot 10^{-6}\mathrm{C}}{9\cdot 10^3\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}}}$ =2 m

Emelt szintű feladatok:

4. d) Milyen felületen helyezkednek el azok a pontok, amelyekben a térerősség nagysága $9\cdot 10^3\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$?

Megoldás:

Egy olyan gömb felületén, melynek középpontjában van a mezőt keltő töltés, sugara pedig 2 m.

5. Homogén elektromos mezőben az elektromos térerősség nagysága $10^4\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$. Mekkora elektrosztatikus erő és mekkora gravitációs erő hat a mezőben levő $+2\cdot 10^{-6}\mathrm{C}$ töltésű, 2 g tömegű fémgolyóra? Mekkora lehet a golyóra ható erők eredője és a fémgolyó gyorsulása?

Megoldás:

Az elektrosztatikus erő nagysága: $F_e = EQ = 10^4\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\cdot 2\cdot 10^{-6}\mathrm{C} = 2\cdot 10^{-2}\mathrm{N}$

A gravitációs erő nagysága: $F_\mathrm{g} = mg = 2\cdot 10^{-3}\mathrm{kg}\cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 2\cdot 10^{-2}\mathrm{N}$

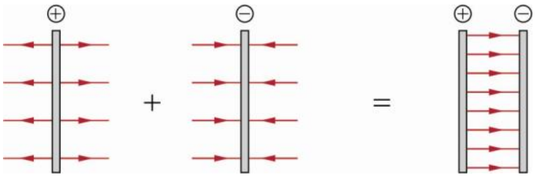
A golyóra ható erők eredője 0 és $4\cdot 10^{-2}\mathrm{N}$ között lehet.

A fémgolyó gyorsulása 0 és $\frac{4\cdot 10^{-2}\mathrm{N}}{2\cdot 10^{-3}\mathrm{kg}} = 20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ között lehet.

4. lecke Az elektromos erővonalak

1. Rajzoljuk meg az ellentétesen egyenlő töltésű fémlemezek közti elektromos mező erővonalábráját a pozitívan, illetve a negatívan töltött fémlemez erővonalábrájának ismeretében! Miért nincsenek erővonalak a két ellentétesen töltött lemezen kívüli térrészekben?

Megoldás:



A lemezeken kívüli térrészekben nincs elektromos mező, mert a két lemez által keltett térerősségek kioltják egymást

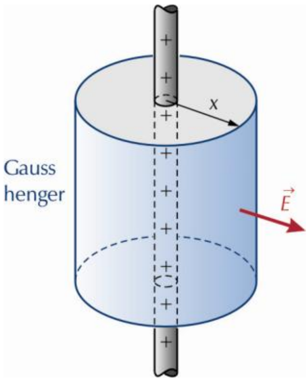
2. Az alábbi állításokról döntsd el, hogy igazak, vagy hamisak!

a) Az elektrosztatikus mező erővonalai önmagukba visszatérő görbék.
Megoldás: Hamis. Az elektrosztatikus erővonalak töltésen kezdődnek, és végződnek.

b) Ponttöltés mezőjében sűrűbben rajzoljuk az erővonalakat a töltés közelében, mint a töltéstől távol.
Megoldás: Igaz. Az erővonalak sűrűsége arányos a térerősség nagyságával.

Emelt szintű feladatok:
3. Nagy hosszúságú vezetőre töltést viszünk. Milyen lesz a kialakult tér erővonalrendszere? Milyen alakú az a felület, amely minden pontjában merőleges az erővonalakra? Hogyan változik az erővonalak sűrűsége a vezetőtől távolodva?

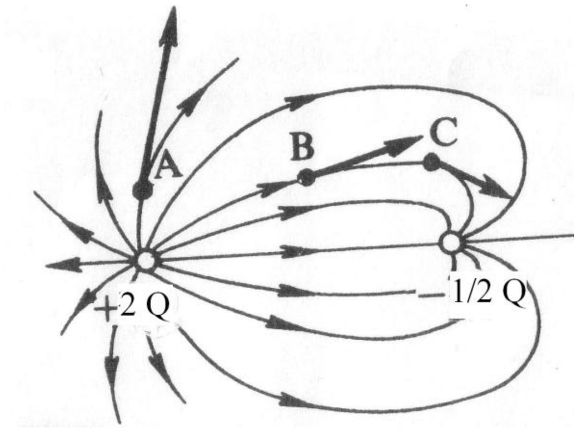
Megoldás:
Az erővonalak egyenesek, merőlegesek a vezetőre. A keresett felület egy olyan henger palástja, amelynek tengelye a vezető.



Az erővonalak sűrűsége a vezetőtől távolodva csökken.

4. Tegyük fel, hogy az elektromos dipólust alkotó +*Q* és –*Q* töltéseket +2*Q*-ra és -½ *Q*-ra módosítjuk. Rajzoljuk meg ennek a térnek az erővonalábráját!

Megoldás:



5. lecke Az elektromos mező munkája, a feszültség

1. Mennyivel nő egy elektron energiája, ha 1 V feszültségű pontok között gyorsul fel?

Megoldás:
$U = 1\ \text{V}$
$Q = e = 1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$

W=?

$W = U \cdot e = 1\text{V} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{J} = 1\ \text{eV}$

2. Mekkora gyorsító feszültség hatására lesz 500 eV mozgási energiája egy elektronnak? Mekkora a sebessége? Ez hány százaléka a fénysebességnek?

Megoldás:
$E_{\text{kin}} = 500\text{eV}$
$q = e = 1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$
$m = 9,1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$

U=?
v=?

Az eV fogalmából következik, hogy 500 eV mozgási energiája 500 V gyorsító feszültség hatására lesz.

Az $U \cdot e = \frac{1}{2} m v^2$ összefüggésből $v = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 500\text{V} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}}{9,1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}}} = 1,33 \cdot 10^{7}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Ez a fénysebességnek $\dfrac{1,33 \cdot 10^{7}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \cdot 10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4,4\%$ -a.

3. Egy töltés elektromos mezőben mozog. A mező munkavégzése nulla. Milyen felületen helyezkedik el a mozgás pályája, ha a mező

a) homogén
b) ponttöltés tere?

Megoldás:
Ha a mező munkavégzése nulla, akkor a $W = U \cdot Q$ összefüggés alapján a mozgás pályájának pontjai ekvipotenciális felület pontjai.

a) Homogén mezőben ekvipotenciális felületek az erővonalakra merőleges síkok.
b) Ponttöltés terében ekvipotenciális felületek olyan gömbfelületek, melyek középpontja a mezőt keltő töltés.

4. Milyen mozgást végez homogén elektromos mezőben egy +q töltéssel rendelkező, álló helyzetből induló, szabadon mozgó, m tömegű részecske? Milyen erő mozgatja? Hogyan alakul a sebessége?

Megoldás:
A töltött részecskét $F = Eq$ állandó nagyságú elektrosztatikus erő gyorsítja. Egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgást végez. Gyorsulása állandó: $a = \frac{F}{m} = \frac{Eq}{m}$.

Sebessége az idővel arányosan növekszik: $v = at = \frac{Eq}{m}t$

5. Milyen pályán és hogyan mozog az $\vec{E}$ térerősségű homogén elektromos mezőben $\vec{v_0}$ kezdősebességgel elindított, +q töltéssel és m tömeggel rendelkező, szabadon mozgó test, ha az $\vec{E}$ és $\vec{v_0}$ vektorok

a) azonos irányúak
b) ellentétes irányúak
c) merőlegesek egymásra?

Megoldás:
Mivel a töltés pozitív előjelű a térerősség-vektor előjele megegyezik a testre ható elektrosztatikus erő irányával

a) a test $a = \frac{F}{m} = \frac{Eq}{m}$ állandó gyorsulással egyenes vonalú pályán mozog.
Sebessége a $v = v_0 + at$ összefüggés szerint egyenletesen nő.
A mozgás időbeli alakulása olyan, mint a kinematikában tanult lefelé hajítás gravitációs térben.

b) A test egyenes vonalú mozgást végez. Egy ideig egyenletesen lassul, majd megáll, ezután egyenletesen gyorsul. A mozgás időbeli alakulása olyan, mint a függőleges hajítás fölfelé.

c) A mozgás pályájának alakja és időbeli lefolyása olyan, mint a vízszintesen elhajított testé: A pálya parabola alakú. A sebességvektor $\vec{E}$ irányú komponense egyenletesen nő, $\vec{v_0}$ irányú komponense időben állandó.

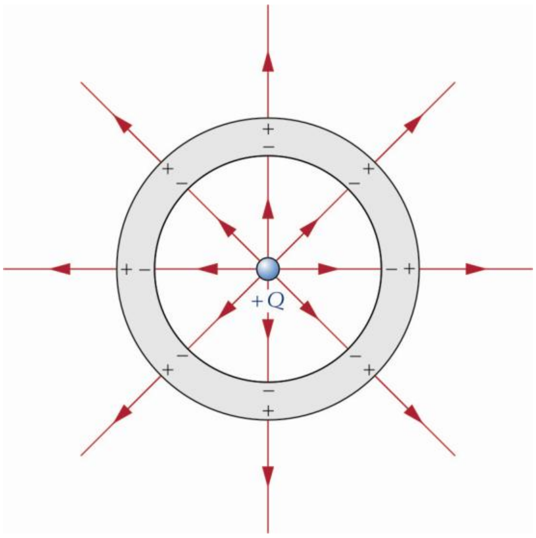
6. Milyen mozgást végez +Q rögzített töltés terében egy +q töltéssel rendelkező, álló helyzetből induló, szabadon mozgó test? Milyen erő mozgatja? Hogyan alakul a sebessége?

Megoldás:
Az azonos előjelű töltések között fellépő taszító Coulomb erő miatt erő miatt a rögzítetlen q töltés gyorsuló mozgással távolodik a rögzített Q töltéstől. A Coulomb erő a távolság növekedésével csökkenő, ezért a töltés csökkenő gyorsulással, de növekvő sebességgel távolodik a Q töltéstől.

6. lecke Vezetők az elektrosztatikus térben

1. A fémburkolattal bezárt üregbe nem hatol be a külső elektromos tér, mint ahogy egy elsötétített szobába sem jut be a napfény. A fény útját elzáró árnyékolás mindkét irányban akadályozza a fény terjedését. Vajon kétirányú-e az elektromos árnyékolás is? Vizsgájuk meg, hogy megvédi-e a gömbhéj a külső teret a fémburkolattal körülvett töltés elektromos mezőjétől!

Megoldás:

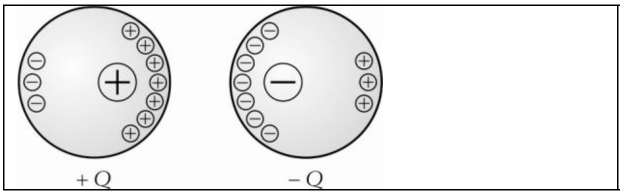


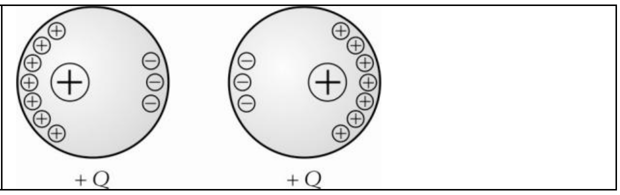
Az ábrán egy feltöltött testet vesz körbe egy töltetlen üreges fémtest. Az erővonal ábra szerint a burkoló fémen kívüli térrészben észlelhető erővonalkép ugyan olyan, mintha nem burkoltuk volna be a töltött fémtestet. Ezzel az eljárással tehát nem lehet a fémtesten belülre korlátozni az elektromos mezőt.

2. Rögzítsünk két fémgömböt a sugarukhoz képest nem nagy távolságban! Ha a gömbökre +*Q* és –*Q* töltést viszünk, akkor a köztük fellépő erő nagyobb, mintha mindkettőre azonos, például +*Q* töltést viszünk. Miért?

Megoldás:
Az ellentétesen, illetve az azonosan töltött fémgömbökön létrejövő kölcsönös megosztást az ábra szemlélteti. Az egymást vonzó ellentétes előjelű töltések (a. ábra) távolsága kisebb, mint az egymást taszító azonos előjelű töltések (b ábra) távolsága.

a) ábra b, ábra





3. Működne-e légüres térben a locsoló berendezéseknél használt vizes Segner-kerék? Működne-e légüres térben az elektromos Segner-kerék?

Megoldás:
A locsoló berendezéseknél használt Segner-kerék a hatás-ellenhatás elvén működik. Itt a kölcsönhatás a víz és a locsoló berendezés között valósul meg; tehát légüres térben is működne.
Az elektromos Segner-kerék szintén a hatás-ellenhatás elvét használja: a levegő molekuláinak vonzásával majd eltaszításával jön forgásba. Légüres térben tehát nem működik.

4. Néhány benzinkútnál árusítanak propán-bután gázt tartalmazó gázpalackot. Tárolásukat fémből készült, rácsos szerkezetű tárolókkal oldják meg. Miért?

Megoldás:
A villámcsapás elleni védelem céljából alkalmazott fémburkolat Faraday-kalitkaként működik.

7. lecke Kapacitás, kondenzátorok

1. Hogyan változik a lemezek közti térerősség és feszültség, valamint a kondenzátor kapacitása, töltése és energiája az elektromos haranggal végzett kísérlet során?

Megoldás:
Az egyszer feltöltött kondenzátor lemezei között pattogó golyó a lemezek között töltést szállít mindaddig, amíg a lemezek töltése ki nem egyenlítődik; a kondenzátor töltése tehát csökken.
A kapacitás a kondenzátor geometriai méreteitől függ; ez nem változik.
Mivel a töltés csökken, miközben a kapacitás állandó a kondenzátor feszültsége és energiája is csökken.

2. Mekkora töltés tölti fel a $20\,\mu\text{F}$ kapacitású kondenzátort 12V feszültségre?

Megoldás:
$C = 12\mu\text{F}$
$\underline{U=12\text{V}}$
Q=?

$$Q = C \cdot U = 20\mu\text{F} \cdot 12\text{V} = 2,4 \cdot 10^{-4}\text{C}$$

3. Két párhuzamos fémlemez töltése +*Q* és –*Q*. Kezdeti, közel nulla távolságukat a két lemez távolításával növeljük. A lemezek mozgatásához le kell győznünk a két lemez közti vonzóerőt, munkát kell végeznünk. Mire fordítódik ez a munka?

Megoldás:
A lemezek között homogén elektromos mező épül fel. A lemezek közti vonzóerő a lemezek távolítása közben állandó. (Nem csökken!) A vonzóerő és a lemezek elmozdulásának szorzata megadja a végzett munkát. A lemezek távolodásakor egyre nagyobb méretű és ezért egyre nagyobb energiájú az elektromos mező. Erre fordítódik a végzett munka.

Emelt szintű feladatok:
4. Mekkora a kapacitása két, egymástól 1 mm-re levő, 1 m^2 felületű párhuzamos lemez által alkotott kondenzátornak?

Megoldás:
$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \frac{1\text{m}^2}{10^{-3}\text{m}} = 8,85\text{nF}$$

5. Ha három különböző kapacitású kondenzátor összes kapcsolási kombinációját figyelembe vesszük, hány különböző eredő kapacitás állítható elő?

Megoldás:

Három sorosan kapcsolt kondenzátor	1-féleképpen
Kettő soros egy velük párhuzamos	3-féleképpen
Kettő párhuzamos egy soros	3-féleképpen
Három párhuzamos	1-féleképpen
Összesen	8-féleképpen

6. Két azonos kapacitású kondenzátor egyikét 12 V-ra, a másikat 6 V-ra töltjük fel. Mekkora lesz a kondenzátorok közös feszültsége, ha párhuzamosan kapcsoljuk őket

a) az azonos;
b) az ellentétes pólusaik összekötésével?

Megoldás:

A kondenzátorok töltése $Q_1 = CU_1$ és $Q_2 = CU_2$

a) Azonos pólusok összekötése esetén a kapcsolás összes töltése $Q = Q_1 + Q_2$, eredő kapacitása $C = C_1 + C_2 = 2C$. A kondenzátorok közös feszültsége:

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{CU_1 + CU_2}{2C} = \frac{U_1 + U_2}{2} = 9\text{V}$$

b) Ellentétes pólusok összekötése esetén a kapcsolás összes töltése $Q = |Q_1 - Q_2|$, eredő kapacitása $C = C_1 + C_2 = 2C$. A kondenzátorok közös feszültsége:

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{|CU_1 - CU_2|}{2C} = \frac{|U_1 - U_2|}{2} = 3\text{V}$$

8. lecke Az elektromos áram, az áramerősség, az egyenáram

1. Elektromos meghajtású vonatok, villamosok vontatási árama a felső vezetéken érkezik az áramszedőkhöz, és a kerekeken keresztül távozik a sínekbe. A Combino villamos legnagyobb áramfelvétele 1200 A. Hány elektron halad át ekkora áramerősség esetén az áramszedőkön másodpercenként?

Megoldás:

I=1200A

t=1s

$e=1,6\cdot10^{-19}\text{C}$

n=?

$I=\dfrac{Q}{t}=\dfrac{n\cdot e}{t}$. Ebből $n=\dfrac{I\cdot t}{e}=\dfrac{1200\text{A}\cdot1\text{s}}{1,610^{-19}\text{C}}$ $=7,5\cdot10^{21}$

2. $1\,\text{mm}^2$ keresztmetszetű szigetelt vörösréz vezeték legnagyobb megengedhető terhelése 11 A. Számítsuk ki ebben a vezetékben az elektronok átlagos rendezett haladási sebességét! (Atomonként egy vezetési elektront feltételezünk.)

Megoldás:

A = 1 mm^2

I = 11 A

M = 0,063 $\dfrac{\text{kg}}{\text{mol}}$ (A réz moláris tömege)

$\rho=8920\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (A réz sűrűsége)

$e=1,6\cdot10^{-19}\text{C}$

v=?

A térfogategységre jutó atomok száma: $n=\dfrac{N_A\cdot\rho}{M}=\dfrac{6\cdot10^{23}\,\dfrac{1}{\text{mol}}\cdot8920\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{0,063\dfrac{\text{kg}}{\text{mol}}}=8,5\cdot10^{28}\,\dfrac{1}{\text{m}^3}$

Ennyi a térfogategységre jutó vezetési elektronok száma is.

Az 1. kidolgozott feladat 160. oldali megoldása szerint az elektronok átlagos sebessége:

$v=\dfrac{I}{A\cdot n\cdot e}=\dfrac{11\text{A}}{10^{-6}\text{m}^2\cdot8,5\cdot10^{28}\,\dfrac{1}{\text{m}^3}\cdot1,6\cdot10^{-19}\text{C}}$ $=8\cdot10^{-4}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}=0,8\dfrac{\text{mm}}{\text{s}}$

3. Készítsük el az 56. oldalon látható egyszerű áramkör bővített változatait!

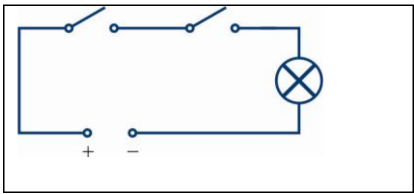
a) Kétkapcsolós ÉS kapcsolás: az izzó akkor világít, ha a két kapcsoló mindegyike zárva van!

b) Kétkapcsolós VAGY kapcsolós kapcsolás: az izzó akkor világít, ha a két kapcsoló közül legalább az egyik zárva van!

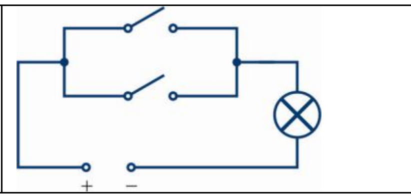
c) Alternatív kapcsolás: két kapcsolót tartalmazó áramkörben bármelyik kapcsoló állapotának az izzó állapotának megváltozását eredményezze! (Az áramkörben használjunk alternatív kapcsolót)

Megoldás:

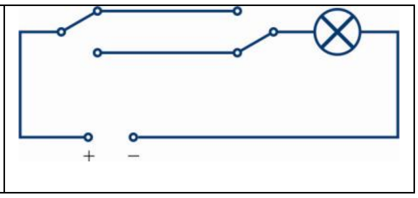
a.



b.



c.



4. Az első kidolgozott feladat eredménye szerint az elektronok néhány mm/h sebességgel vándorolnak a huzalban. Hogyan lehetséges az, hogy egy lámpa bekapcsolásakor az izzó azonnal kigyullad?

Megoldás:

A feszültség rákapcsolásának pillanatában minden elektron meglódul egy meghatározott irányban. Mindegyik elektron magával együtt lódítja a hozzá tartozó elektromos mezőt. Egy adott elektron lódulása és a hozzá tartozó mező lódulása azonnali hatással van a szomszéd elektronokra. Ez a hatás nagyon nagy sebességgel végigfut a vezetőn, miközben az egy irányba mozgó elektronok sebessége nagyon kicsi.

5. Számítsuk ki, hogy az első mintapélda szerinti 13 mA áramerősség eseten mennyi idő alatt halad át a huzal valamely keresztmetszetén Avogadro-számnyi elektron!

Megoldás:

Avogadro-számnyi elektron töltése: $Q = N_A \cdot e = 6 \cdot 10^{23} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} = 9{,}6 \cdot 10^4\,\mathrm{C}$

Ennyi töltés $t = \dfrac{Q}{I} = \dfrac{9{,}6 \cdot 10^4\,\mathrm{C}}{0{,}013\,\mathrm{A}} \approx 85{,}5\,\mathrm{nap}$ alatt halad át a vezetőn.

6. Az iskolai Van de Graaff -generátorral előállítható feszültség 100 kV is lehet, de körbeforgó gumiszalagja által szállított töltések áramerőssége mindössze néhány μA.
Számítsuk ki, hogy 1 μA áramerősség eseten a 25 cm széles, 20 cm/s sebességgel haladó gumiszalag négyzetméterenként hány coulomb töltést szállít!

Megoldás:

A gumiszalag felületi töltéssűrűsége $\sigma = \dfrac{I}{d \cdot v} = \dfrac{10^{-6}\,\mathrm{A}}{0{,}25\,\mathrm{m} \cdot 0{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 2 \cdot 10^{-5}\,\dfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^2}$

7. Akkumulátorokban tárolható maximális töltésmennyiséget Ah-ban szokták megadni, és az akkumulátor kapacitásának nevezik. Személyautónk akkumulátorának kapacitása 60 Ah. Egy bekapcsolva felejtett lámpával a teljes töltöttségének 60%-áig lemerítettük. 6 A erősségű töltőárammal mennyi idő alatt érjük el a teljes töltöttséget?

Megoldás:

$$t = \frac{Q}{I} = \frac{0,4 \cdot 60\mathrm{Ah}}{6\mathrm{A}} = 4\mathrm{h}$$

8. Az ábra egy zseblámpa izzóján átfolyó áramerősséget ábrázolja az idő függvényében.

a) Határozzuk meg az izzón percenként átáramló töltésmennyiséget!
b) Hogyan jelenik meg az I–t diagramban az átáramlott Q töltés?

Megoldás:

a) A percenként átáramló töltésmennyiség a másodpercenként átáramlónak a 60-szorosa, tehát 12 C.
b) Az *I-t* diagramban a grafikon alatti terület az átáramló töltés.

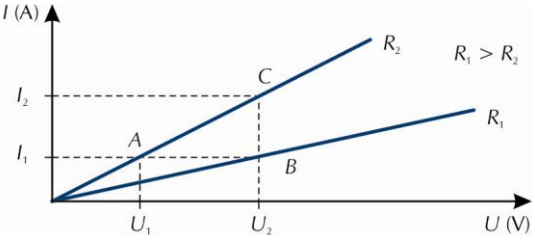
9. Elektronikus áramkörökben gyakran fordul elő un. négyszög-, háromszög- és fűrészfogrezgés. Határozzuk meg mindhárom esetben a percenként átáramló töltésmennyiséget!

Megoldás:

Mindhárom esetben ugyanannyi a grafikon alatti terület; percenként $6 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{C}$.

9. lecke Az elektromos ellenállás, Ohm törvénye

1. Hogyan jelenik meg a vezető ellenállása az alábbi *I-U* grafikonokban? Az ábra *A* és *B* pontjához azonos áramerősség-és különböző feszültségértékek, a *B* és *C* pontjához azonos feszültségérték- és különböző áramerősség-értékek tartoznak. Fogalmazzunk meg egy-egy mondatot ezen értékek összehasonlítására!



Megoldás:

Az ellenállást definiáló $R = \dfrac{U}{I}$ összefüggés szerint az *I-U* grafikon meredeksége $\dfrac{1}{R}$

Az *A* és *B* pontokat összehasonlító mondat: nagyobb ellenálláson nagyobb feszültség hajt át nagyobb áramot.

A *B* és *C* pontokat összehasonlító mondat: nagyobb ellenálláson ugyanakkora feszültség kisebb áramot hajt át.

2. Egy fémhuzal hossza rugalmas erő hatására 10%-kal megnőtt. Hogyan változott az ellenállása? (Feltételezzük, hogy sűrűsége nem változik.)

Megoldás:

$l_2 = 1{,}1 \cdot l_1$

$\rho_1 = \rho_2$ (ρ_1 és ρ_2 itt sűrűség)

$\dfrac{R_2}{R_1} = ?$

Adott anyagú ellenálláshuzalok esetén $\dfrac{R_2}{R_1} = \dfrac{\dfrac{l_2}{A_2}}{\dfrac{l_1}{A_1}} = \dfrac{l_2 \cdot A_1}{l_1 \cdot A_2}$

A sűrűség változatlanságából a térfogat állandósága is következik: $l_1 \cdot A_1 = l_2 \cdot A_2$

$l_2 = 1{,}1 \cdot l_1$-ből $A_2 = \dfrac{A_1}{1{,}1}$

Így $\dfrac{R_2}{R_1} = \dfrac{l_2 \cdot A_1}{l_1 \cdot A_2} = \dfrac{1{,}1 \cdot l_1}{l_1 \dfrac{A_1}{1{,}1}} = 1{,}21$

Az ellenállás értéke tehát 1,21-szeresére, azaz 21%-kal nő.

3. Egyik végüknél összeerősítünk két egyenlő hosszúságú és keresztmetszetű sárgaréz és acélhuzalt, majd a szabad végeikre 36V-os feszültségforrást kapcsolunk. Mekkora feszültség mérhető a sárgaréz, illetve az acélhuzal végpontjai között? A sárgaréz fajlagos ellenállása $10^{-7}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$, az acélé $8\cdot 10^{-7}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$.

Megoldás:

$l_1 = l_2$

$A_1 = A_2$

U=36V

$\rho_1 = 10^{-7}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$

$\rho_2 = 8\cdot 10^{-7}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$

$U_1 = ?$

$U_2 = ?$

Az azonos geometriai méretek miatt $\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1}{8}$ A két huzal-ellenálláson azonos áram folyik át, ezért feszültségeik aránya egyenlő a két ellenállás arányával: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$. Az áramforrás feszültsége a két ellenálláson oszlik el: $U_1 + U_2 = 36\mathrm{V}$ A két feszültség összegének és arányának ismeretében $U_1 = 4\mathrm{V}$ és $U_2 = 32\mathrm{V}$

4. Mekkorának kell választani a 3. feladatbeli huzalok hosszának arányát ahhoz, hogy a huzalokon eső feszültségek értéke egyenlő legyen? A huzalok keresztmetszete egyenlő marad.

Megoldás:

$A_1 = A_2$

$U_1 = U_2$

$\rho_1 = 10^{-7}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$

$\rho_2 = 8\cdot 10^{-7}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$

$\frac{l_1}{l_2} = ?$

A két huzal-ellenálláson azonos áram folyik át, ezért feszültségeik aránya egyenlő a két ellenállás arányával, ezért esetünkben $R_1 = R_2$ Az azonos keresztmetszetek miatt: $\rho_1 \cdot l_1 = \rho_2 \cdot l_2$. Ebből $\frac{l_1}{l_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = 8$. A rézhuzal hossza 8-szorosa az acélénak

5. Mekkorának kell választani a 3. feladatbeli huzalok keresztmetszetének arányát ahhoz, hogy a huzalokon eső feszültségek értéke egyenlő legyen? A huzalok hossza egyenlő marad.

Megoldás:

$l_1 = l_2$

$U_1 = U_2$

$\rho_1 = 10^{-7}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$

$\rho_2 = 8\cdot 10^{-7}\,\Omega\cdot\mathrm{m}$

$\frac{A_1}{A_2} = ?$

A két huzal-ellenálláson azonos áram folyik át, ezért feszültségeik aránya egyenlő a két ellenállás arányával, ezért esetünkben $R_1 = R_2$ Az azonos huzal-hosszak miatt:

$\frac{\rho_1}{A_1} = \frac{\rho_2}{A_2}$. Ebből $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{1}{8}$. A rézhuzal keresztmetszete 8-adrésze az acélénak

6. Egy tanya és egy város közti elektromos vezetéket rézről alumíniumra cserélik. Hogyan változik a vezeték tömege, ha az a feltétel, hogy az új vezeték ellenállása a régiével megegyező legyen?

Megoldás:

$l_1 = l_2$

$R_1 = R_2$

Sűrűségadatok: $\rho_{Al} = 2,7\ \mathrm{kg/dm^3}$ $\rho_{Cu} = 8,9\ \mathrm{kg/dm^3}$

Fajlagos ellenállás adatok. $\rho_{Al} = 2,67\cdot 10^{-8}\,\Omega\mathrm{m}$ $\rho_{Cu} = 1,69\cdot 10^{-8}\,\Omega\mathrm{m}$

$\frac{m_2}{m_1} = ?$

Az azonos ellenállások és hosszúságok miatt: $\frac{\rho_1}{A_1} = \frac{\rho_2}{A_2}$

Ebből $\frac{A_2}{A_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{2,67\cdot 10^{-8}\,\Omega\mathrm{m}}{1,69\cdot 10^{-8}\,\Omega\mathrm{m}} = 1,58$

A tömegek aránya: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho_2\cdot A_2}{\rho_1\cdot A_1} = \frac{2,7\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm^3}}}{8,9\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm^3}}}\cdot 1,58 = 0,48$. Az alumínium vezeték tömege Kb. fele az azonos hosszúságú és ellenállású rézvezetékének

Emelt szintű feladat:

7. Egy hagyományos izzólámpa szerkezetet mutatja az ábra. A volfrám izzószálhoz réz tartóhuzalok vezetik az áramot, a bennük folyó áram erőssége tehát megegyezik. Határozzuk meg, hogy az izzószálra jutó feszültség értéke hányszorosa a tartóhuzalra jutónak! A spirális izzószál igen vékony, és hosszú: keresztmetszete kb. 400-ad része a két tartóhuzalénak, hossza pedig 10-szer nagyobb. A fajlagos ellenállások értékét a *Négyjegyű függvénytáblázatokban* keressük meg!

Megoldás:
A fajlagos ellenállásértékek:
A volfrámé $\rho_1 = 5,4 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m}$, a rézé: $\rho_2 = 1,69 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m}$.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{\rho_1 \frac{l_1}{A_1}}{\rho_2 \frac{l_2}{A_2}} = \frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{l_1}{l_2}\frac{A_2}{A_1} = \frac{5,4 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m}}{1,69 \cdot 10^{-8}\,\Omega\text{m}} \cdot 10 \cdot 400 \approx 12800$$

10. lecke Az áram hő-, és élettani hatása

1. Egy 1800 W-os elektromos fűtőtest 230 V-os hálózatról üzemeltethető. Számítsuk ki a fűtőtest ellenállását és a felvett áramot!

Megoldás:
P= 1800W
U=230V
R=?
I=?

A $P=\frac{U^2}{R}$ összefüggésből $R=\frac{U^2}{P}=\frac{(230\text{V})^2}{1800\text{W}}\approx 30\Omega$

Ohm törvénye miatt: $I=\frac{U}{R}=\frac{230\text{V}}{30\Omega}=7{,}7\text{A}$

A fűtőtest ellenállása $30\,\Omega$, a felvett áram 7,7 A.

2. Egy mosógép ökoprogramja szerint 5,5 kg ruha mosását 150 perc alatt végzi el. Közben 1,5 kWh áramot fogyaszt, és 58 liter vizet használ, melyből 20 litert melegít fel 15 °C- ról 60 °C- ra.
a) Mennyibe kerül egy ilyen mosás?
b) Hány százalékát fordítja a víz melegítésére a felhasznált energiának?
(1 kWh elektromos energia árát vegyük 45 Ft-nak.)

Megoldás:
W = 1,5 kWh
V = 20 l víz
ΔT = 45 °C
$c_{\text{víz}}=4180\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$
1 kWh elektromos energia ára 45 Ft
Mosás ára?

Hány százalékát fordítja a víz melegítésére a felhasznált energiának?
1,5 kWh elektromos energia ára: 1,5· 45 Ft = 67,5 Ft
A víz melegítésére fordított energia:

$Q=c_{\text{víz}}\cdot m\cdot\Delta T=\ 4180\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\cdot 20\text{kg}\cdot 45^{\text{O}}\text{C}=\ 3{,}76\cdot 10^6\text{J}$

A felhasznált energia:
W=1,5kWh=$1{,}5\cdot 3{,}6\cdot 10^6\text{J}=\ 5{,}76\cdot 10^6\text{J}$

Ennek $\frac{3{,}76\cdot 10^6\text{J}}{5{,}76\cdot 10^6\text{J}}=0{,}65$ =65%-át fordítja a mosógép a víz melegítésére.

3. Ha egy fogyasztó feszültségét növeljük, akkor nő a teljesítménye és az általa – adott idő alatt - elfogyasztott elektromos energia is. Hány százalékkal nő a fogyasztás, ha a feszültségnövekedés 4,5%-os?
1999-ben a hálózati feszültség értékét 4,5%-kal növelték:220V-ról 230V-ra. A villanyszámlákon megjelenő fogyasztás százalékos növekedése azonban lényegesen elmaradt az előző kérdésre adott, helyes válasz értékétől. Miért?

Megoldás:

$U_2 = 1,045 \cdot U_1$

$\frac{W_2}{W_1} = ?$

Azonos ellenállások és azonos idejű fogyasztásokat feltételezve:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 = 1,045^2 = 1,09$$

Azonos ellenálláson ugyanannyi idő alatt a fogyasztás 9%-kal nő,
A hálózati feszültség 4,5%-os növelése nem okoz a fenti feladat alapján várt 9%-os fogyasztásnövekedést. Az előbb feltételeztük, hogy azonos ideig használjuk a megemelt feszültségű hálózatot. A felhasznált elektromos energiának melegítésre (fűtés, vasalás, vízmelegítés) fordított hányada nem változik. Az elektromos vízmelegítő például rövidebb ideig üzemel magasabb feszültség esetén.

4. Egy háztartásban személyenként és naponta átlagosan 40 liter 40°C-os meleg vízre van szükség. Mennyi idő alatt és milyen költséggel állíthatjuk ezt elő 1,8kW teljesítményű vízmelegítőnkkel, ha a melegítés hatásfoka 80%? Ez a melegvíz-igény 20 liter víz 60°C-osra melegítésével és hideg vízzel való keverésével is kielégíthető. Ekkor azonban a nagyobb hőveszteség miatt a melegítés hatásfoka csak 60%. Melyik megoldás olcsóbb?
(A hideg csapvíz 18°C-os, az elektromos energia ára 45 Ft/kWh)

Megoldás:

$V_1 =$ 40 l víz

P=1,8 kW

$c_{\text{víz}} = 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

$\eta_1 = 0,8$

$T_1 = 18°\text{C},\ T_2 = 40°\text{C},\ T_3 = 60°\text{C}$

$V_2 =$ 20 l

$\eta_2 = 0,6$

---

t_1 =?, W_1 =?

t_2 =?, W_2 =?

$$W_1 = \frac{c \cdot m_1 \cdot \Delta T}{\eta_1} = \frac{4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 40\text{kg} \cdot 22^{\text{O}}\text{C}}{0,8} = 4,6 \cdot 10^6\ \text{J} = 1,27\ \text{kWh}.$$

Ennek ára 57 Ft.

A melegítés ideje: $t_1 = \frac{W_1}{P} = \frac{1,27\text{kWh}}{1,8\text{kW}} = 0,7\text{h} = 42\,\text{min}$

$$W_2 = \frac{c \cdot m_2 \cdot \Delta T}{\eta_1} = \frac{4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 20\text{kg} \cdot 42^{\text{O}}\text{C}}{0,6} = 5,85 \cdot 10^6\,\text{J} = 1,62\ \text{kWh}\ .$$

Ennek ára 73 Ft.

A melegítés ideje: $t_2 = \frac{W_2}{P} = \frac{1,62\text{kWh}}{1,8\text{kW}} = 0,9\text{h} = 54\,\text{min}$

5. Egy hagyományos, 60 watt teljesítményű izzólámpa átlagos élettartama 1000 óra, ára 66 Ft. Egy 12 wattos kompakt izzó hasonló fényerőt biztosít, üzemideje 8000 óra, ára 2100 Ft. A kompakt izzó élettartama alatt tehát átlagosan 8 db hagyományos izzót használunk el. Hasonlítsuk össze a két fényforrás beszerzési és üzemeltetési költségeit ez alatt a 8000 óra alatt! Határozzuk meg –grafikusan vagy számításokkal- azt az üzemidőt, amely után már megtakarítást jelent a kompakt izzó használata!
(1 kWh elektromos energia árát vegyük 45 Ft-nak.)

Megoldás:

$P_1 = 60\text{W}$, $P_2 = 12\text{W}$

a_1 = 66 Ft, a_2 =2100 Ft

$\underline{t = 8000\ \text{h}}$

A hagyományos izzó fogyasztása 8000 óra alatt:

$W_1 = P_1 \cdot t = 60\text{W} \cdot 8000\text{h} = 480\text{kWh}$

Ez 480 · 45 Ft = 21 600 Ft-ba kerül.
8000 óra alatt 8 db izzót használunk el, ezek ára $8 \cdot 66\text{Ft} = 528\text{Ft}$.
A hagyományos izzókkal kapcsolatos összes költség tehát 21 600 Ft+528 Ft=22 128 Ft.

A kompakt izzó teljesítménye és ezért fogyasztása is ötöde a hagyományos izzóénak: 96 kWh, ára 4320 Ft.
Beszerzési költségével együtt 4320 Ft + 2100 Ft = 6420 Ft.

Emelt szintű feladatok:

6. Egy erőmű 600 kW elektromos teljesítményt szolgáltat egy távoli fogyasztó számára. A fogyasztóhoz vezető hosszú távvezetéket melegíti a benne folyó áram. Ez a szállítás vesztesége. Mikor kisebb ez a veszteség: 60 kV vagy 120 kV feszültségen történő energiaszállítás esetén? Mennyi a két veszteség aránya? (Az elektromos energia szállítás feszültségét a valóságban is meg lehet választani. A módszerről a következő tanévben a váltakozó feszültség témakörben lesz szó.)

Megoldás:

R ellenállású vezeték esetén a veszteség $P = I^2 R$. A veszteségek aránya tehát $\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2$.

A továbbított teljesítmények egyenlőségéből a veszteségek aránya:

$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2$ =0,25. Kétszeres feszültég esetén a veszteség a negyedére csökken

7. A LED-izzókat tartalmazó világítóeszközök energiatakarékos fényforrások. A LED-„izzó” ugyanis nem izzik, ezért nem jelentkezik a hagyományos fényforrásoknál kb. 90%-os veszteséget okozó melegedés. Két azonos fényerejű fényszóró közül az egyik egy 2000 óra élettartamú 35 W-os halogén izzóval, a másik 3 db egyenként 1 W-os, 30 000 óra élettartamú LED-izzóval működik. A halogén izzó ára 1000 Ft, a 3 db LED izzóé összesen 3750 Ft. Számítsuk ki a kétféle fényforrásnak a LED-es lámpa közel három és fél éves élettartama alatti költségeit! Az eredmény értékelésekor vegyük figyelembe, hogy a lámpát nem használjuk három és fél éven át folyamatosan. Lehet, hogy átlagosan csak napi két órát üzemel.

Megoldás:

	Halogén fényszóró	LED-es fényszóró
Beszerzési ár	$\frac{30\text{ezer óra}}{2\text{ezer óra}} 1000\text{Ft} = 15\text{ezer Ft}$	3750 FT
Teljesítmény	35W	3W
Fogyasztás 30 ezer óra alatt	1050 kWh 36750Ft*	90 kWh 3150Ft*
Összes költség	51750Ft*	6900Ft*

*Változatlan áramárral számított, akár 40 év alatt jelentkező költségek

11. lecke Fogyasztók kapcsolása

1. Számítsuk ki az első kidolgozott feladat háromszögében az *A* és *C*, valamint a *B* és *C* pontok közti eredő ellenállást!

Megoldás:

$R_1 = 10\Omega$

$R_2 = 20\Omega$

$R_3 = 30\Omega$

$R_{AC} = ?, \quad R_{BC} = ?$

A kidolgozott feladat megoldását követve:

$$R_{AC} = \frac{R_{2,3} \cdot R_1}{R_{2,3} + R_1} = \frac{(R_2 + R_3)R_1}{R_2 + R_3 + R_1} = \frac{(20\Omega + 30\Omega) \cdot 10\Omega}{20\Omega + 30\Omega + 10\Omega} = 8,3\Omega$$

$$R_{BC} = \frac{R_{1,3} \cdot R_2}{R_{1,3} + R_2} = \frac{(R_1 + R_3)R_2}{R_1 + R_3 + R_2} = \frac{(10\Omega + 30\Omega) \cdot 20\Omega}{10\Omega + 30\Omega + 20\Omega} = 13,3\Omega$$

2. 9 V feszültségű áramforrásra egy 60 Ω-os és egy 30 Ω-os fogyasztót kapcsolunk párhuzamosan. Mekkorák a mellékágak áramai?

Megoldás:

$U = 9V$

$R_1 = 60\Omega$

$R_2 = 30\Omega$

$I_1 = ? \quad I_2 = ?$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{9V}{60\Omega} = 0,15A$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{9V}{30\Omega} = 0,3A$$

3. A második kidolgozott feladat szerinti kapcsolásban cseréljük ki a feszültségforrást! Az ellenállások értéke továbbra is $R_1 = 60$ Ω, $R_2 = 20$ Ω és $R_3 = 30$ Ω. Az árammérő által jelzett érték $I_2 = 0,45$ A.

a) Milyen értéket jelez a feszültségmérő?

b) Mekkora a főág árama és az R_3 ellenálláson átfolyó áram?

c) Mekkora a telep feszültsége?

Megoldás:
$R_1 = 60\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 30\ \Omega$
$\underline{I_2 = 0{,}45\ \text{A}}$
$U_1 = ?$, $I_0 = ?$, $I_3 = ?$, U=?
Az R_2 ellenálláson eső feszültség $U_2 = I_2 \cdot R_2 = 20\Omega \cdot 0{,}45\text{A} = 9\text{V}$.
Ugyanekkora az R_3 ellenállás feszültsége is. Az R_3 ellenálláson átfolyó áram erőssége:
$I_3 = \dfrac{U_3}{R_3} = \dfrac{9\text{V}}{30\Omega}$ =0,3A
A főág árama két mellékág áramának összege: $I_0 = I_2 + I_3$=0,45A+0,3A=0,75
A feszültségmérő a főágban lévő ellenállás feszültségét méri: $U_1 = R_1 \cdot I_0 = 60\Omega \cdot 0{,}75\text{A} = 45\text{V}$
A telep feszültsége U= $U_1 + U_2$ =45V+9V=54V

4. Két fogyasztó közül az egyik 1 kΩ ellenállású és 40 W névleges teljesítményű, a másik 6 kΩ-os és 60 W névleges teljesítményű.
a) Határozzuk meg az egyes fogyasztók névleges feszültségét és áramerősségét!
b) Mekkora feszültséget kapcsolhatunk a rendszer sarkaira, ha a két fogyasztót sorosan kapcsoljuk?
c) Mekkora áram folyhat át a rendszeren, ha a két fogyasztót párhuzamosan kapcsoljuk?

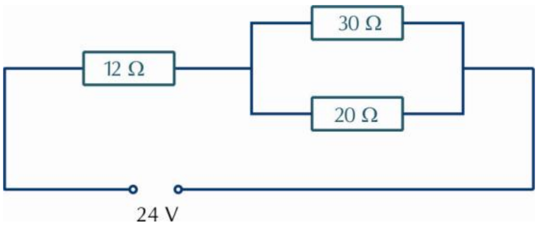
Megoldás:
$R_1 = 1\text{k}\Omega$
$P_1 = 40\text{W}$
$R_2 = 6\text{k}\Omega$
$\underline{P_2 = 60\text{W}}$
$U_1 = ?$
$U_2 = ?$
$I_1 = ?$
$I_2 = ?$
$U_{max} = ?$
$I_{max} = ?$

A $P = \dfrac{U^2}{R}$ összefüggésből a névleges feszültségek: $U_1 = \sqrt{P_1 \cdot R_1} = \sqrt{40\text{W} \cdot 1000\Omega} = 200\text{V}$ és
$U_2 = \sqrt{P_2 \cdot R_2} = \sqrt{60\text{W} \cdot 6000\Omega} = 600\text{V}$
A $P = I^2 \cdot R$ összefüggésből $I_1 = \sqrt{\dfrac{P_1}{R_1}} = \sqrt{\dfrac{40\text{W}}{1000\Omega}} = 0{,}2\text{A}$ és $I_2 = \sqrt{\dfrac{P_2}{R_2}} = \sqrt{\dfrac{60\text{W}}{6000\Omega}} = 0{,}1\text{A}$
A fogyasztók soros kapcsolása esetén közös az áramerősségük, ezért a két névleges áramerősségből kiválasztjuk a kisebbet: $I_2 = 0{,}1\text{A}$ A sorosan kapcsolt fogyasztók ellenállása összeadódik: $R_e = R_1 + R_2 = 7\text{k}\Omega$. A fogyasztókra kapcsolható maximális feszültség:
$U_{max} = I_2 \cdot R_e = 0{,}1\text{A} \cdot 7000\Omega = 700\text{V}$

A fogyasztók párhuzamos kapcsolása esetén közös a feszültségük, ezért a két névleges feszültségből kiválasztjuk a kisebbet: $U_1 = 200V$ A párhuzamosan kapcsolt fogyasztók ellenállása: $R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 0.857k\Omega$. A fogyasztókra kapcsolható maximális áramerősség:

$$I_{max} = \frac{U_1}{R_e} = \frac{200V}{857\Omega} = 0,233A$$

5. Számítsuk ki a telep által szolgáltatott teljesítményt az ábra szerinti áramkörben!



Megoldás:
U=24V
$R_1 = 12\ \Omega$,
$R_2 = 20\ \Omega$
$\underline{R_3 = 30\ \Omega}$
P=?

Az áramkör eredő ellenállása: $R_e = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 12\Omega + \frac{20\Omega \cdot 30\Omega}{20\Omega + 30\Omega} = 24\Omega$

Az áramkör teljesítménye: $P = \frac{U^2}{R_e} = \frac{(24V)^2}{24\Omega} = 24W$

6. Gépkocsiban használt 12 V-os izzók közül az egyik 60 W-os, a másik 20 W-os. Tudva, hogy a sorba kapcsolt fogyasztók feszültsége összeadódik, a két izzót sorosan kapcsoljuk, és egy 24 V feszültségű áramforrással akarjuk üzemeltetni. Az egyik izzó azonban igen gyorsan kiég. Melyik és miért?

Megoldás:
$U_1 = U_2 = 12V = 12V$
$P_1 = 60W$
$P_2 = 20W$
$\underline{U = 24V}$

Az izzók ellenállása: $R_1 = \frac{U^2}{P_1} = \frac{(12V)^2}{60W} = 2,4\Omega$ és $R_2 = \frac{U^2}{P_2} = \frac{(12V)^2}{20W} = 7,2\Omega$

Sorba kötve őket az eredő ellenállás:

$R_e = R_1 + R_2 = 9,6\Omega$

Az izzókon átfolyó áram erőssége:

$I = \frac{U}{R} = \frac{24V}{9,6\Omega} = 2,5A$

Az egyes izzókra eső feszültség:

$U_1 = I \cdot R_1 = 2,5A \cdot 2,4\Omega = 6V$ és $U_2 = I \cdot R_2 = 2,5A \cdot 7,2\Omega = 18V$

A 24 V-os feszültség tehát nem 12 V - 12 V arányban esik az ellenállásokon, hanem 6 V - 18 V arányban. A 20 W-os izzó kiég.

7. Oldjuk meg a 3. kidolgozott feladatot úgy, hogy az egyes izzok ellenállása különböző, 10 Ω, 20 Ω és 30 Ω! Figyeljünk arra, hogy a különböző nagyságú ellenállások miatt a két kapcsolót meg kell különböztetni, és ezért négy esetet kell vizsgálni!

Megoldás:

Eredő ellenállás és főágbeli áramerősség értékek

	1. kapcsoló nyitva		1. kapcsoló zárva	
2. kapcsoló nyitva	60 Ω	0,2A	36,7 Ω	0,32A
2. kapcsoló zárva	22 Ω	0,54A	5,45 Ω	2,18A

12. lecke Áram- és feszültségmérés. Az áram vegyi hatása. Feszültségforrások

2. Figyeljük meg, hogy az elemtartóba helyezett ceruzaelemek pólusai hogyan vannak kapcsolva! Mekkora a két darab ceruzaelemből összeállított telep feszültsége?

Megoldás:
A két ceruzaelem feszültsége összeadódik.

3. Egy U_{max} = 10 V méréshatású voltmérő belső ellenállása R_V = 2 kΩ. A műszerrel sorosan kapcsolunk egy R_e = 18 kΩ nagyságú ellenállást.
a) Mekkora áram folyik át a műszeren, amikor 10 V feszültséget jelez?
b) Mekkora a feszültség az R_e ellenállás sarkain (U_{BC}) az előző áramerősség esetén? Hányszorosa ez a műszerre eső U_{AB} feszültségnek?
c) Mekkora az U_{AC} feszültség? Hányszorosa ez a műszer által jelzett feszültségnek?
d) Hogyan változik ez az arány akkor, ha a műszer 8 V feszültséget jelez?
e) A műszer elé kapcsolt ellenállás neve *előtét-ellenállás* (R_e). Alkalmazásával U_{AC} nagyságúra növeltük a műszer U_{AB} = 10 V méréshatárát. Hányszoros méréshatár-növelést jelent ez?
f) Mekkora előtét-ellenállást alkalmazzunk egy adott R_V ellenállású feszültségmérő méréshatárának *n*-szeresre növeléséhez?

Megoldás:
U_{max} = 10 V
R_V = 2 kΩ
$\underline{R_e = 18\ \text{k}\Omega}$

a) $I = \frac{U}{R} = \frac{10V}{2k\Omega} = 5mA$

b) $U_{BC} = I \cdot R_e = 5mA \cdot 18k\Omega = 90V$

Ez a műszer által jelzett érték 9-szerese.

c) $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = 100V$

Ez a műszer által jelzett érték 10-szerese.

d) Ha műszerre kisebb feszültség jut, akkor a műszeren átfolyó áram is arányosan kisebb lesz. Az előtét ellenállás feszültsége is arányosan kisebb lesz. Az U_{AC} érték most is tízszerese a műszerre jutó feszültségnek.

e) 10-szeres méréshatár növekedést.

f) $R_e = (n-1) \cdot R_V$

4. Terjesszük ki az ampermérő méréshatárát is! Egy I_{max} = 10 mA méréshatárú ampermérő belső ellenállása R_A = 450 Ω. A műszer méréshatárát úgy növeljük, hogy párhuzamosan kapcsolunk egy R_s = 50 Ω nagyságú ellenállást; az e célból párhuzamosan kapcsolt ellenállást *söntellenállásnak* nevezzük (R_s).

a) Hányadrésze a műszer ellenállásának a söntellenállás értéke?
b) Hányszor nagyobb áram folyik át a söntellenálláson, mint a műszeren?
c) Hányszorosa a főág I_0 áramerőssége a műszeren átfolyónak?
d) Mekkora a főág áramerőssége, ha a műszer 6 mA erősségű áramot jelez?
e) Mekkora söntellenállást alkalmazzunk egy adott R_A ellenállású áramerősség-mérő méréshatárának *n*-szeresre növelése céljából?

Megoldás:
I_{max} = 10 mA
R_A = 450 Ω
$\underline{R_s = 50\ \Omega}$

a) A söntellenállás $\dfrac{450\Omega}{50\Omega} = 9$ -ed része a műszer ellenállásának.
b) A 9-szer kisebb söntellenállás árama a műszer áramának 9-szerese.
c) A főág árama a műszer és a sönt áramának összege, ezért a főág árama 10-szerese a műszer áramának. Ezt az arányt műszer és a sönt ellenállása határozza meg.
d) A főág áramerőssége 10-szerese a műszerének.
e) $R_s = \dfrac{R_A}{n-1}$

5. 24 V elektromotoros erejű telepre kapcsolt 45 Ω ellenálláson 0,5 A áram folyik át. Mekkora a telep belső ellenállása?

Megoldás:
U_0 = 10 mA
R = 45 Ω
$\underline{I = 0{,}5\ \text{A}}$
r = ?

Az $I = \dfrac{U_0}{R+r}$ összefüggésből:

$$r = \frac{U_0}{I} - R = \frac{24\text{V}}{0{,}5\text{A}} - 45\Omega = 3\Omega .$$

6. Milyen elektromotoros erejű es belső ellenállású telepet kapunk, ha 4 db 1,5 V feszültségű, 0,4 Ω belső ellenállású elemet

a) sorba kapcsolunk;
b) gondolatban párhuzamosan kapcsolunk;
c) kettőt-kettőt párhuzamosan és ezeket sorba kapcsoljuk?

Mekkora az egyes telepek rövidzárási árama?

Megoldás:
a**)** Sorba kapcsolt elemek elektromotoros ereje és belső ellenállása összeadódik.
A kapott telep elektromotoros ereje $4 \cdot 1{,}5\text{V} = 6\text{V}$, belső ellenállása $4 \cdot 0{,}4\Omega = 1{,}6\Omega$

A telep rövidzárási árama: $I_{rz} = \dfrac{U_0}{r} = \dfrac{6\text{V}}{1{,}6\Omega} = 3{,}75\text{A}$

b) A párhuzamosan kapcsolt telepek elektromotoros ereje 1,5V, belső ellenállása

$r = \frac{0,4\Omega}{4} = 0,1\Omega$. A rövidzárási áram $I_{rz} = \frac{U_0}{r} = \frac{1,5\text{V}}{0,1\Omega} = 15\text{A}$

c) A két sorosan kapcsolt elem elektromotoros ereje összeadódik: 3V
A két párhuzamos belső ellenállás eredője 0,2 Ω, két ekkora soros ellenállás eredője 0,4 Ω.

A rövidzárási áram:

$$I_{rz} = \frac{U_0}{r} = \frac{3\text{V}}{0,4\Omega} = 7,5\text{A}$$

Emelt szintű feladat:
7. Feszültségforrás kapocsfeszültsége 3,9 V, ha a terhelőáram értéke 400 mA. Ha a terhelés 600 mA-re nő, a kapocsfeszültség 3,6 V-ra csökken. Mekkora a telep elektromotoros ereje és belső ellenállása? Mekkora a rövidzárlati áram?

Megoldás:
$U_k = U_0 - Ir$ összefüggést alkalmazva:

$3,9\text{V} = U_0 - 0,4\text{A} \cdot r$

$3,6\text{V} = U_0 - 0,6\text{A} \cdot r$

Az egyenletrendszer megoldása: $U_0 = 4,5\text{V}$ $r = 1,5\Omega$

A rövidzárlati áram: $I_{rz} = \frac{U_0}{r} = \frac{4,5\text{V}}{1,5\Omega} = 3\text{A}$

13. lecke A mágneses mező

1. Két, látszólag egyforma fémrúdról milyen kísérlettel lehetne megállapítani, hogy melyik a mágnes és melyik a vasrúd?

Megoldás:
A mágnesrúd középső tartománya nem fejt ki vonzó vagy taszító hatást, így az a rúd, amelyik nem képes a másik rúd középső részét vonzani, lesz a vasrúd.

2. A mágnesség meghatározásához speciális eszközöket, eljárásokat alkalmazunk. Miért vasreszeléket használunk a mágneses mező kimutatására? Miért lapos tekercset használunk magnetométernek? Miért nem rögzítjük az iránytű tűjét a tengelyhez, hanem csak egy hegyes végre illesztjük?

Megoldás:
A vas mágnesezhető anyag, részt vesz a mágneses kölcsönhatásokban. A kis méretű vasreszelék darabkák könnyen mozdulnak, rendeződnek a kölcsönhatás következtében. A darabkák hosszúkás alakja olyan, mint egy iránytűé, ez is segít a szemléltetésben. A magnetométer vagy más néven próbamágnes a mágneses mező erősségét mutatja a tér egy adott helyén. Mint ahogy a próbatöltést is pontszerűnek választottuk, a próbamágnest is célszerű minél kisebb méretűnek választani. Mivel a keresztmetszet a kölcsönhatás erősségét befolyásolja, ezért a tekercs hosszát rövidítik le. Az iránytű a mágneses indukcióvektor irányába áll be, azonban ez az irány nem feltétlenül vízszintes, így az iránytű függőleges irányba is eltérülhet, és ez az eltérülés is fontos adat lehet.

3. Gyűjtsünk a környezetünkben olyan berendezéseket, amelyekben elektromágnes van!

Megoldás:
Elektromágnes található az elektromotorban, így számtalan elektromos motorral hajtott konyhai és háztartási készülék felsorolható.

4. Hasonlítsuk össze az elektromos erővonalakat a mágneses indukcióvonalakkal!

Megoldás:
Az E-vonalak és a *B*-vonalak alapvetően nagyon hasonlítanak egymásra. Míg az E-vonalak a pozitív töltéstől a negatív felé irányulnak, addig a *B*-vonalak az északi pólustól a déli felé. Az erővonalak meghatározása mindkét esetben ugyanaz, az erővonalak sűrűsége jelzi a mező erősségét. Mindkét erővonalra értelmezhető a fluxus. (A későbbiekben majd látni fogjuk, hogy a *B*-vonalak tulajdonképpen önmagukba záródó görbék.)

5. Mekkora annak a mágnesrúdnak a mágneses indukcióvektora, amely az 5 menetes 4 cm^2 területű magnetométert, melyben 300 mA áram folyik, éppen kimozdítja? A kimozdításhoz legalább 0,0001 Nm forgatónyomaték szükséges.

Megoldás:
Adatok: $\mathrm{N = 5, A = 4cm^2, A = 300mA, M_{max} = 0,0001Nm}$
Az indukcióvektor, a menetszám, a terület és az áramerősség szorzatának legalább 0,0001 Nm nagyságúnak kell lennie.

$$M_{max} \le B \cdot N \cdot A \cdot I \quad \text{azaz} \quad B \ge \frac{M_{max}}{N \cdot A \cdot I} = \frac{0{,}0001 Nm}{5 \cdot 4 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 0{,}3A} = 0{,}167T = 167mT$$

6. Melyik magnetométert érdemesebb használni, amelyik 10 menetes, 2 cm^2 területű és 450 mA folyik rajta, vagy amelyik 4 menetes 4,5 cm^2 területű és árama 400 mA?

Megoldás:
Az az érzékenyebb magnetométer, amelyikre ugyanaz a mágneses mező nagyobb forgató hatást gyakorol. Azonos mágneses mezőnél a nagyobb *N·A·I* szorzat eredményez nagyobb forgatónyomatékot.
Az első: $N \cdot A \cdot I = 10 \cdot 2 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 0{,}45A = 9 \cdot 10^{-4} Am^2$
A második: $N \cdot A \cdot I = 4 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 0{,}4A = 7{,}2 \cdot 10^{-4} Am^2$
Tehát az elsőt érdemesebb használni, az érzékenyebb.

7. Egy magnetométerre 0,0008 Nm maximális forgatónyomaték hatott, amikor egy elektromágnes mágneses mezejét vizsgáltuk. A 20 menetes magnetométer fluxusa, az egyensúly beállta után, 0,0004 Wb. Mekkora a magnetométer áramerőssége?

Megoldás:
Adatok: $\mathrm{M_{max} = 0,0008Nm, N = 20, \Phi = 0,0004Wb}$
Mivel a fluxust a BA szorzattal számolhatjuk ki, ezért mágneses kölcsönhatás képletében N-nel és I-vel megszorozva a maximális forgatónyomatékot kapjuk. Ebből az áramerősség:

$$I = \frac{M_{max}}{N \cdot B \cdot A} = \frac{0{,}0008 Nm}{20 \cdot 0{,}0004 Wb} = 0{,}1T = 100mT$$

Emelt szintű feladatok:
8. A mágneses mezőnek forgató hatása van. Miért mozdulnak el mégis a vasreszelék-darabkák a pólus irányába?

Megoldás:
A darabkák, bármilyen kicsik is, apró iránytűkké válnak, melynek azonos pólusa távolabb, ellentétes pólusa közelebb fog kerülni a mágnes pólusához. Így, ha kevéssel is, a vonzó hatás valamivel erősebb a taszító hatásnál, végeredményben gyenge vonzást érzékel. (Ezt a hatást a nem homogén mágneses mezőben érzékelhetjük.)

9. A NASA Pioneer űrszondái az 1960-as években megmérték a Nap mágneses mezőjét, melynek értéke 0,2 mT-nak adódott. Mekkora volt a magnetométer áramforrásának feszültsége, ha a 100 menetes 4 cm^2 területű, 20 ohmos magnetométer 0,000005 Nm maximális forgatónyomatékot mért?

Megoldás:
Adatok: B = 0,2 mT, N = 100, A = 4 cm^2, R = 20 Ω, M_{max} = 0,000005 Nm.
A magnetométer áramerőssége:

$$I = \frac{M_{max}}{N \cdot B \cdot A} = \frac{0{,}000005 Nm}{100 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3} T \cdot 4 \cdot 10^{-4} m^2} = 0{,}625 A = 625 mA$$

Ohm törvénye szerint az áramforrás feszültsége:

$$U = R \cdot I = 20\Omega \cdot 0{,}625 A = 12{,}5 V$$

14. lecke Az áram mágneses mezője

1. Melyik erősebb mágneses mező az alábbiak közül?
a) Amely egy 25 menetes, 5 cm^2 területű és 200 mA-rel átjárt lapos tekercsre 0,0004 Nm maximális forgatónyomatékkal hat.
b) Amely egy 400 menetes, 7 cm hosszú tekercs belsejében alakul ki 1,5 A esetén.

Megoldás:

a) $B = \frac{M_{max}}{N \cdot A \cdot I} = \frac{0,0004Nm}{25 \cdot 5 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 0,2A} = 0,16T = 160mT$

b) $B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} = 12,56 \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot \frac{400 \cdot 1,5A}{0,07m} = 0,01T = 10mT$

Az első erősebb mágneses mező.

2. Mekkora áramot folyassunk egy 300 menetes 5 cm hosszú egyenes tekercsben, hogy abban a mágneses mezőjének erőssége a Föld mágneses mezőjének erősségét kioltsa? (A Föld mágneses mezőjének erősségét tekintsük 0,05 mT-nak.)

Megoldás:

Adatok: N = 300, ℓ = 5cm, B = 0,05mT

A tekercs mágneses mezőjének erőssége is 0,05mT nagyságú kell legyen.

$$I = \frac{B \cdot l}{\mu_0 \cdot N} = \frac{0,05 \cdot 10^{-3} T \cdot 0,05m}{12,56 \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot 300} = 6,63 \cdot 10^{-3} A = 6,63mA$$

3. Rezgő rugóba egyenáramot vezetünk. Milyen mágneses mező alakul ki a rugó belsejében?

Megoldás:

A rezgő rugó folyamatosan változtatja hosszát, így a benne kialakuló mágneses mező erőssége is folyamatosan változni fog. Bár a *B*-vonalak egymással párhuzamosak, sűrűségük periodikusan változik, ezért a kialakult mező nem homogén.

4. Mekkora mágneses mező alakul ki egy 50 ohmos merülőforraló 5 menetes, 10 cm hosszú tekercsében, ha az vízbe merül? A merülőforralót ebben az esetben 120 V-os egyenfeszültségre kapcsoltuk.

Megoldás:

Adatok: R = 50Ω, N = 50, ℓ = 10cm, *U* = 120 V.

A 120 V-os hálózatra kapcsolt 50 ohmos merülőforralón $I = \frac{U}{R} = \frac{120V}{50\Omega} = 2,4A$ erősségű áram folyik. A mágneses mező erőssége:

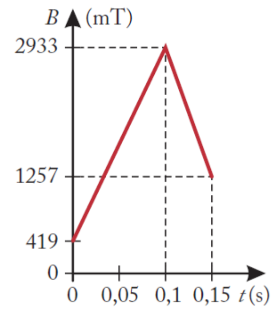
$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} = 0,999991 \cdot 12,56 \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot \frac{5 \cdot 2,4A}{0,1m} = 0,15107mT$$

5. A fülhallgató 50 menetes 1,5 cm hosszú tekercse acélra van felcsévélve. Ábrázoljuk a mágneses mező erősségének változását az idő függvényében, ha az áramerősség 0,1 s alatt 50 mA-ről 350 mA-re nő, majd 0,05 s alatt 150 mA-re csökken! Az acél mágneses adatát a *Négyjegyű függvénytáblázatokból* keressük ki!

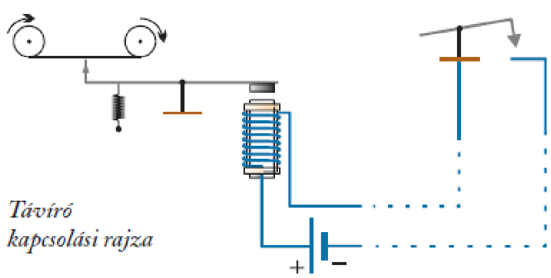
Megoldás:
Az acél relatív permeabilitása 200 és 2000 közötti érték lehet. 2000-rel számolva kezdetben a mágneses mező erőssége

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} = 2000 \cdot 12,56 \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot \frac{50 \cdot 0,05A}{0,015m} = 0,419T = 419mT .$$

0,1 s múlva az áramerősség és így a B értéke is 7-szeresére nő, azaz B = 2933 mT. Újabb 0,05 s múlva az áramerősség és így a B értéke is a 7/3 részére csökken, így
B = 1257 mT.



6. Magyarázzuk meg az alábbi ábra alapján a távíró működését!



Megoldás:
Az ábra jobb oldalán látható Morse-kapcsolót (adó) lenyomva az áramkört zárjuk, ezáltal a másik állomáson (vevő) lévő elektromágnes magához vonzza a fölötte lévő vaslapot. A lebillenő vaslap felemeli a tűt, amely a tű fölé helyezett papírcsíkot átlyukasztja. A Morse-kapcsoló hosszabb nyomva tartásával elérhető, hogy a tű hosszabb ideig felemelt állapotban legyen, ezzel a mozgó papírcsíkon rést vág. Így lehet a hosszú morzejelet (tá) előállítani.

Emelt szintű feladatok:
7. Mekkora erősségű mágneses mező alakul ki a villámlástól 20 m-re? A villám áramerőssége 30 kA nagyságú.

Megoldás:
Adatok: r = 20 m, I = 30 kA
A villámot, mint hosszú egyenes vezetéket tekintve:

$$B=\mu_0\cdot\frac{I}{2r\cdot\pi}=12{,}56\cdot10^{-7}\,\frac{Vs}{Am}\cdot\frac{30000A}{2\cdot20m\cdot3{,}14}=3\cdot10^{-4}T=0{,}3mT$$

8. Egy körtekercs középpontján át, a tekercs középkörére merőlegesen egy hosszú egyenes vezeték halad. Mekkora áramot folyassunk ebben a vezetékben, ha a 8 cm sugarú középkörrel rendelkező 600 menetes, 500 mA-es körtekercs mágneses mezőjét ki szeretnénk vele oltani?

Megoldás:
Adatok: R_K = 20 m, I = 500 mA, N = 600.
A körtekercs mágneses mezője:

$$B=\mu_0\cdot\frac{N\cdot I}{2R_k\cdot\pi}=12{,}56\cdot10^{-7}\,\frac{Vs}{Am}\cdot\frac{600\cdot0{,}5A}{2\cdot0{,}08m\cdot3{,}14}=7{,}5\cdot10^{-4}T=0{,}75mT$$

Az egyenes vezető, tőle 8 cm-re ugyanekkora nagyságú mágneses mezőt kell létrehozzon:

$$I=\frac{B\cdot2r\cdot\pi}{\mu_0}=\frac{7{,}5\cdot10^{-4}T\cdot2\cdot0{,}08m\cdot3{,}14}{12{,}56\cdot10^{-7}\,\frac{Vs}{Am}}=300A$$

9. Egy forgótekercses ampermérő mágneses indukcióvektora 500 mT. A 150 menetes forgótekercs keresztmetszete egy 2 cm oldalú négyzet. A műszer végkitérésekor a csavarrugó $3\cdot10^{-5}$ Nm forgatónyomatékkal hat. Mekkora a műszer méréshatára?

Megoldás:
Adatok: B = 500 mT, N = 150, a = 2 cm, M_{max} = $3\cdot10^{-5}$ Nm.
A tekercs keresztmetszete A = 4 cm^2 = 0,0004 m^2. A tekercsben folyó áram

$I=\frac{M_{max}}{N\cdot B\cdot A}=\frac{0{,}00003Nm}{150\cdot0{,}5T\cdot4\cdot10^{-4}m^2}=0{,}001A=1mA$. Ez a műszer méréshatára.

10. Nikkelkorong a rá merőleges tengelye körül szabadon foroghat. A korong egyik szélét lángba tartjuk, mialatt ettől negyedfordulatnyira, oldalról a koronghoz egy mágnessel közelítünk. Melyik irányba fordul el a korong? Miért?

Megoldás:
A nikkel ferromágneses anyag. Ha az egyik részét lángba tartjuk, – mivel a nikkel Curie-pontja 358 °C – paramágnessé válik, és arra a részre a mágnes nem lesz hatással. Ezért a korong úgy fordul el, hogy a felmelegített rész távolodik a mágnestől. A folyamat nem áll meg, hiszen a lángba a korong újabb része fordul, ami szintén paramágnessé válik, míg a korábbi rész lehűlve újra ferromágneses lesz.

15. lecke Erőhatások mágneses mezőben

1. Homogén mágneses mező indukcióvonalaira merőlegesen szabálytalan alakú áramjárta vezetőhurkot helyezünk. Milyen alakzatot vesz fel a vezetőhurok?

Megoldás:
A vezetékre ható Lorentz-erő merőleges a *B*-vonalakra és a vezetékre is. A vezetőhurok bármely két átellenes pontján az áram iránya ellentétes, tehát a rájuk ható Lorentz-erő is ellentétes irányú lesz. Ezek az ellentétes irányú erőpárok a vezetőhurkot szabályos körré feszítik ki.

2. Mekkora erősségű és milyen irányú homogén mágneses mezőt kell alkalmazni ahhoz a 20 g tömegű, 80 cm hosszú 2,5 A-es egyenes vezetékhez, hogy a levegőben lebegjen?

Megoldás:
A 20 g tömegű vezeték súlya 0,2 N. A Lorentz-erő nagyságának is ekkorának kell lennie:
$B = \frac{F_L}{I \cdot l} = \frac{0{,}2N}{2{,}5A \cdot 0{,}8m} = 0{,}1T = 100mT$. A Lorentz-erőnek függőlegesen felfele kell mutatnia, ezért a mágneses indukcióvektor vízszintes irányú és merőleges a vezetékre.

3. A fénysebesség tizedével száguldó elektronok a Föld mágneses mezőjébe kerülve körpályára kényszerülnek. Mekkora a körpálya sugara, ha a Föld mágneses mezőjének erőssége 0,01 mT?

Megoldás:
Adatok: $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31} kg, v = \frac{c}{10}, Q = -1{,}6 \cdot 10^{-19} C, B = 0{,}01 mT$

$$r = \frac{m \cdot v}{Q \cdot B} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} kg \cdot 3 \cdot 10^{7} \frac{m}{s}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 0{,}01 \cdot 10^{-3} T} = 17{,}0625m \approx 17m$$

4. Mekkora és milyen irányú erő hat a kelet-nyugati irányú trolibusz felsővezeték 10 m hosszú darabjára a Föld mágneses mezője miatt, ha benne 180 A nagyságú egyenáram folyik? A Föld mágneses mezője legyen 0,05 mT.

Megoldás:
Adatok: $\ell = 10m, I = 180A, B = 0{,}05mT$

$F_L = I \cdot B \cdot l = 180A \cdot 0{,}05 \cdot 10^{-3} T \cdot 10m = 0{,}09N = 90mN$. Iránya függőleges.

5. Carl *Anderson* (1905-1991) Nobel-díjas kísérleti fizikus 1932-ben egy új részecskét fedezett fel, mely a protonokkal azonos töltésű. A fénysebesség tizedével mozgó részecske a 10 mT erősségű mágneses mezőben 17 mm sugarú körívet írt le. Milyen részecskét fedezett fel Anderson?

Megoldás:

Adatok: $\mathrm{v} = \dfrac{\mathrm{c}}{10}, \mathrm{B} = 10\mathrm{mT}, \mathrm{r} = 17\mathrm{mm}, \mathrm{Q} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}$

$m = \dfrac{r \cdot Q \cdot B}{v} = \dfrac{17 \cdot 10^{-3} m \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 0{,}01T}{3 \cdot 10^{7}\,\frac{m}{s}} = 9{,}07 \cdot 10^{-31} kg$. Ez a részecske a pozitron, mely minden tulajdonságában megegyezik az elektronnal, csak a töltése pozitív.

Emelt szintű feladatok:

6. Két egyforma rugón, melynek rugóállandója 3 N/m, 20 g tömegű 15 cm hosszú fémrúd függ vízszintes helyzetben. A fémrúd homogén mágneses mezőbe lóg, melynek iránya szintén vízszintes és merőleges a rúdra, nagysága 500 mT. Mekkora a rugók megnyúlása, ha a fémrúdban 4 A erősségű áram folyik?

Megoldás:

Adatok: D = 3 N/m, m = 20 g, l = 15 cm, B = 500 mT, I = 4 A.

A rúdra ható Lorentz-erő: $F_L = I \cdot B \cdot l = 4A \cdot 0{,}5T \cdot 0{,}15m = 0{,}3N$. A rúd súlya 0,2 N. A Lorentz-erő az áram irányától függően azonos és ellentétes irányú is lehet a súlyerővel. Ha azonos irányú, akkor a 0,5 N erőt a két rugó 0,25 N erővel kompenzálja, és ekkor a megnyúlás $\Delta l = \dfrac{F}{D} = \dfrac{0{,}25N}{3\,\frac{N}{m}} = 0{,}083m = 8{,}3cm$. Ha ellentétes irányú, akkor az eredő erő felfelé mutat és 0,1 N, amit a két rugó 0,05 N erővel tart egyensúlyban. Ilyenkor a rugók összenyomódnak, melynek mértéke: $\Delta l = \dfrac{F}{D} = \dfrac{0{,}05N}{3\,\frac{N}{m}} = 0{,}017m = 1{,}7cm$.

7. Azonos sebességgel lövünk be egyszeresen pozitív $^{12}C^{+}$ és $^{14}C^{+}$ ionokat a 950 mT nagyságú homogén mágneses mezőbe. Mekkora ez a sebesség, ha az ionok pályasugarának eltérése 0,3 mm? Melyik ion tesz meg nagyobb körívet? Használjuk a Négyjegyű függvénytáblázatokat!

Megoldás:

Adatok: B = 950 mT, Δr = 4 A.

A pályasugarat a $r = \dfrac{m \cdot v}{Q \cdot B}$ képlettel számolhatjuk ki. A két pályasugarat egymásból kivonva, majd az azonos mennyiségeket kiemelve kapjuk: $\Delta r = \dfrac{\Delta m \cdot v}{Q \cdot B}$.

A tömegkülönbség a két ion között két darab neutron tömege. Ebből:

$$v = \frac{\Delta r \cdot Q \cdot B}{\Delta m} = \frac{0{,}3 \cdot 10^{-3} m \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 0{,}95T}{2 \cdot 1{,}675 \cdot 10^{-27} kg} = 13612\,\frac{m}{s} \approx 49000\,\frac{km}{h}$$

17. lecke A hőmérséklet és a hőmennyiség

1. Hogyan befolyásolja a hőmérő tömege és hőmérséklete az 1 dl víz hőmérsékletének mérését?

Megoldás:
Attól függ, hogy mekkora a tömege és hőmérséklete a hőmérőnek. Mivel az 1 dl víz tömege viszonylag kicsi egy nagy tömegű hőmérő, amelynek a hőmérséklete is nagyon eltér a víz hőmérsékletétől teljesen hibás mérést eredményez.

2. A Celsius-skála és a Kelvin-skála közötti összefüggés: $T(K) = T(^0C) + 273$
a) Hány K a 41 ^0C ; (- 23 ^0C) ; 128 ^0C hőmérséklet?
b) Hány ^0C a 236 K ; 418 K hőmérséklet?

Megoldás:
Alkalmazzuk: $T(K) = T(^0C) + 273$!
a) 41 ^0C = 314 K
(-23 ^0C) = 250 K
b) 236 K = (-37 ^0C)
418 K = 145 ^0C

3. A Réaumur-skála és a Celsius-skála közötti összefüggés: $x\ ^0C = 0{,}8 \cdot x\ ^0R$.
a) 30 ^0C hőmérséklet, hány ^0R?
b) 150 ^0R hőmérséklet, hány ^0C?
c) A fotón látható hőmérőn melyik beosztás a Cesius- és melyik a Réaumur-skála?

Megoldás:
Alkalmazzuk: $x\ ^0C = 0{,}8 \cdot x\ ^0R$.
a) 30 ^0C = 24 ^0R
b) 150 ^0R = 187,5 ^0C
c) A bal oldalon van a Réaumur-, jobb oldalon a Celsius-skála.

4. A Fahrenheit-skála és a Celsius-skála közötti összefüggés: $x\ ^0C = (1{,}8 \cdot x + 32)\ ^0F$.
a) Hány ^0F a 20 ^0C hőmérséklet?
b) Hány ^0C a 180 ^0F hőmérséklet?
c) Hány fok volt a fotók készítésekor?

Megoldás:
Alkalmazzuk: $x\ ^0C = (1{,}8 \cdot x + 32)\ ^0F$.
a) 20 ^0C = $(20 \cdot 1{,}8 + 32) = 68\ ^0F$
b) 180 ^0F = $(180 – 32) :1{,}8 = 82{,}2\ ^0C$
c) A felső fotón: 32 ^0C = 90 ^0F, az alsó fotón: -2^0C = 29 ^0F.

5. A képen egy hét időjárásának előrejelzése látható.
a) Számítsuk ki minden napra a naponta előre jelzett maximum és minimum hőmérsékletek átlagát!
b) Ábrázoljuk oszlopdiagramon a napi átlaghőmérsékleteket!

Megoldás:
a)
A maximum és minimum hőmérsékletek átlaga

Vasárnap	Hétfő	Kedd	Szerda	Csütörtök	Péntek	Szombat
23,5°C	23°C	22,5°C	21,5°C	20,5°C	20°C	20.5°C

6. A következő grafikonokon három napon keresztül 7 órakor, 13 órakor és 19 órakor mért hőmérsékleteket ábrázoltak.
a) Számítsuk ki minden napra a reggel és este mért hőmérsékletek átlagát!
b) Ábrázoljuk oszlopdiagramon a grafikonról leolvasható, naponta 7 órakor, 13 órakor es 19 órakor mért hőmérsékleteket!

Megoldás:
a.

	Ma	Holnap	Holnapután
A reggeli és esti hőmérséklet átlaga	23°C	21°C	21,5°C

7. A képen öt nap időjárásának előrejelzését tanulmányozhatjuk.
a) Számítsuk ki a reggeli és a délutáni átlaghőmérsékleteket minden napra!
b) Ábrázoljuk a reggeli és a délutáni átlaghőmérsékleteket közös grafikonon a napok függvényében!

Megoldás:
a.

	vasárnap	hétfő	kedd	szerda	csütörtök
Reggeli átlaghőmérséklet	17°C	17,5°C	16.5°C	16°C	17°C
Délutáni átlaghőmérséklet	29,5°C	28,5°C	29,5°C	31°C	30°C

8. A következő grafikonok egy hét naponta mért legalacsonyabb és legmagasabb hőmérsékleteit ábrázolják.
a) Olvassuk le a grafikonokról a hetente mert napi legmagasabb és legalacsonyabb hőmérsékleteket!
b) A felső grafikonról olvassuk le a naponta mert legalacsonyabb hőmérsékleteket, és számítsuk ki az átlagukat!
c) Az alsó grafikonról olvassuk le a naponta mert legmagasabb hőmérsékleteket, és számítsuk ki az átlagukat!

Megoldás:
első grafikon

	H	K	SZ	Cs	P	Sz	V	átlag
max. hőmérséklet	25°C	28°C	30°C	31°C	36°C	35°C	33°C	31,1°C
max. hőmérséklet	15°C	17°C	20°C	22°C	25°C	23°C	22°C	20,6°C

második grafikon

	H	K	SZ	Cs	P	Sz	V	átlag
max. hőmérséklet	30°C	28°C	25°C	27°C	30°C	33°C	37°C	30°C
max. hőmérséklet	20°C	18°C	15°C	16°C	20°C	22°C	25°C	19,4°C

18. lecke A szilárd testek hőtágulása

1. Egy alumíniumból készült elektromos távvezeték hossza 80 km. 20 ^{0}C volt a hőmérséklet, amikor építették. Milyen hosszú lesz nyáron 42 ^{0}C hőmérsékleten, illetve télen –20 ^{0}C-on?
($\alpha = 2{,}4\cdot10^{-5}\frac{1}{K}$)

Megoldás:
l_0 = 80 km = 80000 m
$\alpha = 2{,}4\cdot10^{-5}\frac{1}{{}^0C}$

l_{42} = ?
$l_{(-20)}$ = ?

Alkalmazzuk az $\ell = \ell_0 (1 + \alpha \cdot \Delta T)$ összefüggést!
$l_{42} = l_0\cdot(1 + \alpha\cdot\Delta T) = 80004{,}2$ m
$l_{(-20)} = = l_0\cdot(1 + \alpha\cdot\Delta T) = 79923{,}2$m
Nyáron a vezeték 80004,2 m, télen 79923,2 m hosszú lesz.

2. Egy rézből készült téglatest méretei 5 °C-on 10 cm, 20 cm es 30 cm. A réz hőtágulási együtthatója $1{,}6 \cdot10^{-5}\frac{1}{K}$. Mennyivel változnak meg az élei, a felszíne es a térfogata, ha 30 °C-ra nő a hőmérséklete?

Megoldás:
Alkalmazzuk a $\Delta l = l_0\cdot\alpha\cdot\Delta T$, a $\Delta A = A_0\cdot2\alpha\cdot\Delta T$ és a $\Delta V = V_0\cdot3\alpha\cdot\Delta T$ összefüggéseket!

$\Delta a= a_0\cdot\alpha\cdot\Delta T=10\text{cm}\cdot1{,}6\cdot10^{-5}\frac{1}{\text{K}}\cdot25\text{K} =4\cdot10^{-3}\text{cm}$

$\Delta b= b_0\cdot\alpha\cdot\Delta T=20\text{cm}\cdot1{,}6\cdot10^{-5}\frac{1}{\text{K}}\cdot25\text{K} =8\cdot10^{-3}\text{cm}$

$\Delta c= c_0\cdot\alpha\cdot\Delta T=30\text{cm}\cdot1{,}6\cdot10^{-5}\frac{1}{\text{K}}\cdot25\text{K} =12\cdot10^{-3}\text{cm}$

A téglatest felszíne: $A_0 = 2(ab+ac+bc) =2200\text{cm}^2$

$\Delta A = A_0\cdot2\alpha\cdot\Delta T =2200\text{cm}^2\cdot2\cdot1{,}6\cdot10^{-5}\frac{1}{\text{K}}\cdot25\text{K} =1{,}76\text{cm}^2$

A téglatest térfogata: $V_0 =abc=6000\text{cm}^3$

$\Delta V = V_0\cdot3\alpha\cdot\Delta T=6000\text{cm}^3\cdot3\cdot1{,}6\cdot10^{-5}\frac{1}{\text{K}}\cdot25\text{K} =7{,}2\text{cm}^3$

3. Az Eiffel torony 320 m magas 20 ^{0}C hőmérsékleten. Szegecseléssel úgy szerelték össze, hogy még 32 cm magasságnövekedést is kibír. Mekkora hőmérséklet-változást tervezett Eiffel mérnök? ($\alpha = 1{,}17\cdot10^{-5}\,\frac{1}{K}$)

Megoldás:

$l_0 = 320$ m

$\Delta l = 32$ cm $= 0{,}32$ m

$\alpha = 1{,}17\cdot10^{-5}\,\frac{1}{^0C}$

$\Delta T = ?$

Alkalmazzuk a $\Delta l = l_0\cdot\alpha\cdot\Delta T$ összefüggést!

Fejezzük ki a ΔT-t, majd az ismert adatokat helyettesítsük be:

$$\Delta T = \frac{\Delta l}{l_0\cdot\alpha} = \frac{0{,}32m}{320m\cdot1{,}17\cdot10^{-5}\,\frac{1}{^0C}} = 85{,}47\,^0C$$

A tervezett hőmérséklet-változás 85,47 ^{0}C.

4. Télen a raktárban tárolt rézcsövek sűrűsége 0 ^{0}C hőmérsékleten 8920 $\frac{kg}{m^3}$. Mennyi lesz a sűrűségük, ha 250 ^{0}C-ra melegítjük a csöveket? ($\alpha = 1{,}6\cdot10^{-5}\,\frac{1}{K}$)

Megoldás:

$\rho_0 = 8920\,\frac{kg}{m^3}$

$\Delta T = 250\,^0C$

$\alpha = 1{,}6\cdot10^{-5}\,\frac{1}{K}$

$\beta = 3\cdot\alpha = 4{,}8\cdot10^{-5}\,\frac{1}{K}$

$\rho_{250} = ?$

$\rho_0 = \frac{m}{V_0}$ és $\rho_{250} = \frac{m}{V_{250}}$

Osszuk el egymással a két egyenletet!

Alkalmazzuk a $V = V_0\,(1 + \beta\cdot\Delta T)$ összefüggést!

$$\frac{\rho_{250}}{\rho_0} = \frac{V_0}{V_{250}} = \frac{V_0}{V_0\cdot(1+\beta\cdot\Delta T)}$$

Fejezzük ki ρ_{250}-t, majd helyettesítsük be az ismert mennyiségeket!

$$\rho_{250} = \frac{\rho_0}{1+\beta\cdot\Delta T} = \frac{8920\frac{kg}{m^3}}{1+4{,}8\cdot10^{-5}\frac{1}{^0C}\cdot 250\,^0C} = 8814\frac{kg}{m^3}$$

A csövek sűrűsége 8814 $\frac{kg}{m^3}$ lesz.

5. Nyáron nagy melegben a villamos-, illetve vasúti sínek elhajlanak, felpúposodnak a hőtágulás következtében. Vízzel kell hűteni a sínszálakat, hogy ne történjen baleset. Hajnalban 12 ^{0}C-on pontosan 1,4 km hosszú volt a sínszál. Mekkora volt az acélsín hőmérséklete a nap legmelegebb órájában, amikor 1400,5 méter hosszúnak mérték a sínszálat? ($\alpha = 1{,}17\cdot10^{-5}\frac{1}{K}$)

Megoldás:
l_0=1400 m
l_T=1400,5 m
T_1=12 ^{0}C
$\underline{\alpha = 1{,}17\cdot10^{-5}\frac{1}{K}}$

T_2 = ?

Számítsuk ki a Δl-t!
Δl = 14000,5m – 1400m = 0,5 m

Alkalmazzuk a $\Delta l = l_0\cdot\alpha\cdot\Delta T$ összefüggést! Fejezzük ki a ΔT-t, helyettesítsük be az ismert adatokat. $\Delta T = \frac{\Delta l}{l_0\cdot\alpha} = \frac{0{,}5m}{1{,}17\cdot10^{-5}\frac{1}{^0C}\cdot1400m} = 30{,}5^0C$

A nap legmelegebb órájában 42,5 ^{0}C volt a hőmérséklet.

6. Építkezésnél használt gerenda hosszúságának megváltozása 60 ^{0}C hőmérséklet-változás hatására 0,078 % lesz. Mekkora anyagának a hőtágulási együtthatója? Milyen anyagból készülhetett a gerenda? (Használjunk a *Négyjegyű függvénytáblázatokat!*)

Megoldás:
ΔT = 60 ^{0}C
$\Delta l = l_0\cdot\frac{0{,}078}{100}$
α = ?
Alkalmazzuk a $\Delta l = l_0\cdot\alpha\cdot\Delta T$ összefüggést!

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \alpha \cdot \Delta T = \frac{0{,}078}{100}$$

Fejezzük ki az α-t, majd helyettesítsük be az ismert mennyiségeket!

$$\alpha = \frac{0{,}078}{100 \cdot 60^0C} = 1{,}3 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^0C}$$

A gerenda betonból készült.

7. Gépelemek egymáshoz való rögzítésénél mélyhűtéses eljárást is alkalmaznak. Az eljárás lényege az, hogy a szegecsek átmérője kicsit nagyobb, mint a furatoké. A szegecseket ezért le kell hűteni, hogy illeszthetők legyenek a furatokba. Egy acélszegecs átmérője 22 ^{0}C-on 80 mm. Minimum hány ^{0}C-ra kell lehűteni, ha 79,8 mm átmérőjű furatba kell belehelyezni?

($\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}$)

Megoldás:

$T_1 = 22\ ^0C$

$d_1 = 80\ mm = 0{,}08\ m$

$d_2 = 79{,}8\ mm = 0{,}0798\ m$

$\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^0C}$

$T_2 = ?$

A szegecs az átmérője mentén lineárisan tágul!

Alkalmazzuk az $l_t = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$ összefüggést! Helyettesítsük be az ismert mennyiségeket!

$$79{,}8\ mm = 80\ mm \cdot \left(1 + 1{,}2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^0C} \cdot \Delta T\right)$$

Számítsuk ki a ΔT értékét!

$\Delta T = -\ 208{,}3\ ^0C$

$\Delta T = T_2 - T_1$ összefüggésből: $T_2 = -\ 186{,}3\ ^0C$

A szegecset $-186{,}3\ ^0$C-ra kell lehűteni.

8. A grafikon 300 m hosszúságú huzal hosszváltozását mutatja a hőmérséklet-változás függvényében. Számítsuk ki a huzal lineáris hőtágulási együtthatóját!

Megoldás:

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T} = \frac{43 \cdot 10^{-3} m}{300 m \cdot 8 K} = 1{,}8 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}$$

9. Vékony alumíniumlemez területe a 14 °C-os raktárban 2,5 m^2. Mekkora lesz a területe, ha szállítás közben, a tűző napon 35 °C-ra melegszik?

Megoldás:

$$A = A_0(1+2\alpha\Delta T) = 2{,}5m^2(1+2\cdot 2{,}4\cdot 10^{-5}\frac{1}{K}21K) = 2{,}503m^2$$

Emelt szintű feladat:

10. Két tanuló azon vitatkozott, hogy azonos hőmérséklet-változás hatására a testeknek a felszíne vagy a térfogata változik-e meg nagyobb arányban. A kérdést számítással célszerű eldönteni. Melegítés hatására egy test felszíne 1,4%-kal nőtt. Hány százalékkal nőtt a test térfogata?

Megoldás:

Felhasználjuk a $\Delta A = A_0 \cdot 2\alpha \cdot \Delta T$ és a $\Delta V = V_0 \cdot 3\alpha \cdot \Delta T$ összefüggéseket.

$\frac{\Delta V / V_0}{\Delta A / A_0} = \frac{3}{2}$. A térfogat százalékos növekedése 1,5-szerese a felszínének, tehát 2,1%-os.

19. lecke A folyadékok hőtágulása

1. A gyógyszertár raktárában 10 ^{0}C-on 2 liter glicerint öntöttek egy tartályba. Mekkora lesz a glicerin térfogata a 22 ^{0}C-os laboratóriumban? Ne vegyük figyelembe a tartály térfogatának megváltozását!

Megoldás:
$T_1 = 10\ ^0C$
$T_2 = 22\ ^0C$
$V_0 = 2$ liter
$\beta = 5\cdot 10^{-4}\frac{1}{^0C}$

$V = ?$

Alkalmazzuk a $V = V_0\,(1 + \beta\cdot\Delta T)$ összefüggést!

$\mathbf{V} = V_0\cdot(1+\beta\cdot\Delta T) = 2\ l\cdot(1 + 5\cdot 10^{-4}\frac{1}{^0C}\cdot 12\ ^0C) =$ **2,012 l**

A glicerin térfogata 2,012 liter lesz.

2. Üvegpalackba 24 ^{0}C-os hőmérsékleten benzint töltünk. Mekkora hőmérsékleten lesz a térfogata 3 %-kal kisebb? Az üveg hőtágulását ne vegyük figyelembe!

Megoldás:
$T_1 = 24\ ^0C$
Használjuk a $V = V_0\cdot(1 + \beta\cdot\Delta T)$ összefüggést.
$V_1 = 0{,}97\ V_0$
Helyettesítsük be az adatokat.
$\beta = 1\cdot 10^{-3}\ \frac{1}{^0C}$

$0{,}97\cdot V_0 = V_0\cdot(1 + \beta\cdot\Delta T)$
$\beta\cdot\Delta T = -\,0{,}03$
$1\cdot 10^{-3}\ \frac{1}{^0C}\cdot\Delta T = 0{,}03$

$\Delta T = -30^0C$
$T_2 = ?$

A ΔT ismeretében a T_2 könnyen kiszámítható:
$T_2 = 24\ ^0C - 30\ ^0C =$ **(-6) ^{0}C**
A benzin hőmérséklete -6 ^{0}C-on lesz 3%-kal kisebb.

3. Ismeretlen folyadék hőtágulási együtthatóját szeretnénk meghatározni. Ezért az anyagból 200 ml-t töltünk 5 ^{0}C hőmérsékleten egy mérőhengerbe.
Ha 40 ^{0}C – ra melegítjük, a térfogata 210 ml lesz. Számítsuk ki, hogy mekkora a folyadék hőtágulási együtthatója! A mérőhenger hőtágulását ne vegyük figyelembe! Keressük meg a folyadék nevét a *Négyjegyű függvénytáblázatok* segítségével!

Megoldás:
V_0 = 200 ml
T_1 = 5 ^{0}C
T_2 = 40 ^{0}C
β = ?

Alkalmazzuk a $V = V_0\,(1 + \beta \cdot \Delta T)$ összefüggést!
Helyettesítsük be az ismert adatokat!

210 ml = 200 ml (1 + β · 35^{0}C)

a β az egyenlet rendezése után: $\beta = 1{,}428 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{^0C}$

A folyadék az aceton.

4. A Fertő tó átlagos vízmélységét tekintsük 2,5 m-nek. Jelentősen változik-e a vízszintje, ha a napi hőmérséklet-ingadozás 6 ^{0}C?

Megoldás:
h = 2,5 m
ΔT = 6 ^{0}C
Δh = ?

Alkalmazzuk a $\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T$ képletet!
Jelöljük A-val tó felületét!
Térfogata: $V_0 = A \cdot h$
$\Delta V = A \cdot \Delta h$
$\beta = 1{,}3 \cdot 10^{-4}\ \frac{1}{^0C}$

$A \cdot \Delta h = \beta \cdot A \cdot h \cdot \Delta T$
$\Delta h = 1{,}3 \cdot 10^{-4}\ \frac{1}{^0C} \cdot 2{,}5\ m \cdot 6\ ^0C$

$\Delta h = 1{,}95 \cdot 10^{-3}$ m

A vízszint ingadozása 1,95 mm, amely nem tekinthető jelentősnek.

5. A tanulók kémia órán a sósav sűrűségét 18 ^{0}C-on 1190 $\frac{kg}{m^3}$-nek mérték. Mekkora lesz a sűrűsége 80 ^{0}C-on?

Megoldás:
$T_1 = 18\ ^0C$
$T_2 = 80\ ^0C$
$\rho_1 = 1190 \frac{kg}{m^3}$
$\beta = 3 \cdot 10^{-4} \frac{1}{^0C}$

ρ_2 =?

Alkalmazzuk a $V_2 = V_1 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)$ összefüggést!
A sűrűség kiszámítása: $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$
Táguláskor a sósav tömege nem változik.
$m = \rho_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot V_2 = \rho_2 \cdot V_1 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)$ fejezzük ki ρ_2-t !

Helyettesítsük be az ismert adatokat!

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1+\beta \cdot \Delta T} = \frac{1190 \frac{kg}{m^3}}{1+3\cdot 10^{-4} \frac{1}{^0C} \cdot 62^0C} = 1168{,}27 \frac{kg}{m^3}$$

A sósav sűrűsége 1168,27 $\frac{kg}{m^3}$ lesz.

Emelt szintű feladatok:
6. Egy 0,4 literes sárgarézből készült kupát teletöltünk vízzel 20 ^{0}C-os hőmérsékleten. Mennyi víz folyik ki a kupából, ha 70 ^{0}C-ra melegítjük? A réz hőtágulását is vegyük figyelembe!

Megoldás:
V_0 =0,4 liter = 400ml
$T_1 = 20\ ^0C$
$T_2 = 70\ ^0C$
$\beta_{víz} = 1{,}3 \cdot 10^{-4} \frac{1}{^0C}$

$\beta_{réz} = 3 \cdot \alpha_{réz} = 5{,}4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^0C}$

$\alpha_{réz} = 1{,}8 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^0C}$

$\Delta V_{víz}$=?

Alkalmazzuk a $\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$ képletet!
A víz tágulása: $\Delta V_{víz} = V_0 \cdot \beta_{víz} \cdot \Delta T$ =2,6 ml

A réz tágulása: $\Delta V_{réz} = V_0 \cdot \beta_{réz} \cdot \Delta T$ =1,08 ml
A kifolyt víz a két anyag tágulásának különbsége: $\Delta V_{víz}$ =1,52 ml
A kupából 1,52 ml víz folyt ki.

7. A 16 literes vasból készült fazék 80^0C-os hőmérsékleten tele van vízzel. Mennyi vizet tölthetünk bele, ha 10^0 C-ra lehűl?

Megoldás:
$V_0 = 16$ l
$T_1 = 80\ ^0C$
$T_2 = 10\ ^0C$
$\beta_{víz} = 1{,}3 \cdot 10^{-4} \frac{1}{^0C}$
$\underline{\beta_{vas} = 3{,}6 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^0C}}$
$V_{víz}$=?

Alkalmazzuk a $\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$ összefüggést a víz és a fazék összehúzódásának kiszámítására.

$\Delta V_{víz} = 16\ l \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-4} \frac{1}{^0C} \cdot 70\ ^0C = 0{,}1456\ l$

$\Delta V_{vas} = 16\ l \cdot 3{,}6 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^0C} \cdot 70\ ^0C = 0{,}04\ l$

A betölthető víz a két térfogatváltozás különbsége: 0,1056 l, kerekítve 1dl.

20. lecke A gázok állapotváltozása állandó hőmérsékleten

1. Kompresszor 100 m^3 normál nyomású levegőt 100 kPa) 8 m^3-es tartályba sűrít. Mekkora a nyomás a tartályban, ha a hőmérsékletet állandónak tekintjük?

Megoldás:
$V_1 = 100\ m^3$
$V_2 = 8\ m^3$
T = állandó, izoterm állapotváltozás.
$\underline{p_1 = 100\ kPa}$
$p_2 = ?$

Alkalmazzuk a $p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1$ összefüggést! Fejezzük ki a p_2 –t!

$$p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} = \frac{100\,kPa \cdot 100\,m^3}{8\,m^3} = 1250\ \text{kPa}$$

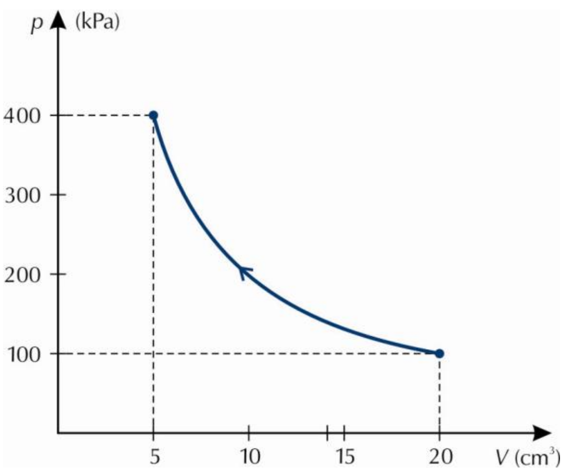
A tartályban 1250 kPa a nyomás.

2. Orvosi fecskendő dugattyúját a 20 cm^3-es jelhez állítottuk. A végét gumidugóval lezárjuk. A dugattyú lassú lenyomásával a térfogatot 5 cm^3-re nyomjuk össze. A kezdeti nyomást vegyük 100 kPa-nak. Ábrázoljuk a folyamatot nyomás – térfogat grafikonon, ha a hőmérséklete nem változik!

Megoldás:
$V_1 = 20\ cm^3$
$V_2 = 5\ cm^3$
T = állandó, izoterm állapotváltozás.
$\underline{p_1 = 100\ kPa}$
$p_2 = ?$

Az ábrázoláshoz számítsuk ki a p_2 –t!
Alkalmazzuk a $p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1$ összefüggést!

$$p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} = \frac{100\,\text{kPa} \cdot 20\,\text{cm}^3}{5\,\text{cm}^3} = 400\ \text{kPa}$$



3. Nyomásmérővel ellátott autóspumpában 500 cm^3 levegő van. Pumpáláskor a szelep 180 kPa nyomásnál nyit. Mekkora ebben az esetben a pumpában levő levegő térfogata? (A hőmérséklet legyen állandó, a kezdeti nyomás 100 kPa.)

Megoldás:
T = állandó, izoterm állapotváltozás.
$V_1 = 500\ cm^3$
$p_1 = 100\ kPa$
$\underline{p_2 = 180\ kPa}$
$V_2 = ?$

Alkalmazzuk a $p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1$ összefüggést!
Fejezzük ki a V_2-t! Helyettesítsük be az ismert adatokat!

$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} = \frac{100\,kPa \cdot 500\,cm^3}{180\,kPa} = 277{,}78\ cm^3$$

A pumpában lévő levegő térfogata 277,78 cm^3.

4. Orvosi fecskendőt gumicsővel nyomásmérőhöz csatlakoztatunk. A dugattyú kihúzásával a levegő térfogatát 20 %-kal megnöveljük. Hány %-kal csökken, vagy nő a nyomása, ha a hőmérséklet állandó?

Megoldás:
T = állandó, izoterm állapotváltozás.
$\underline{V_2 = 1{,}2 \cdot V_1}$
$p_2 = ?$

Alkalmazzuk a $p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1$ összefüggést! Fejezzük ki a p_2 –t!

$$p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} = 0{,}83 \cdot p_1$$

A nyomás 17 %-kal csökken.

5. Egyik végén zárt, 35 cm^2 keresztmetszetű hengerben könnyen mozgó dugattyú 40 cm hosszú 100 kPa nyomású levegőoszlopot zár be. A dugattyúra ható 120 N erővel lassan, állandó hőmérsékleten összenyomjuk a levegőt. Milyen hosszú lesz a levegőoszlop?

Megoldás:
$A = 35\ cm^2$
$l = 40\ cm$
$F = 120\ N$
$p_1 = 100\ kPa$
<u>Izoterm állapotváltozás.</u>
$l_2 = ?$

Először a dugattyú által létrehozott nyomást számítjuk ki:

$p = \dfrac{F}{A}$ = 34,28 kPa

p_2 = 134,28 kPa

Alkalmazzuk a $p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1$ összefüggést!

A térfogatot $V = A \cdot l$ –lel számítjuk: $p_2 \cdot A \cdot l_2 = p_1 \cdot A \cdot l_1$

Fejezzük ki az l_2 –t, helyettesítsük be az ismert adatokat!

$$l_2 = \frac{p_1 \cdot l_1}{p_2} = \frac{100\,kPa \cdot 40\,cm}{134{,}28\,kPa} = 29{,}79 \text{ cm}$$

A levegőoszlop 29,79 cm hosszú.

6. A tó alján 8 m mélységben dolgozik egy búvár. Az általa kibocsátott légbuborék térfogata hányszorosára nő, amikor felérkezik a víz felszínére? A külső légnyomás 100 kPa, a víz sűrűsége 1000 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, hőmérsékletét tekintsük állandónak!

Megoldás:

$\rho_{víz} = 1000\ \frac{kg}{m^3}$

p_2 =100 kPa

h = 8 m

g =10 $\frac{m}{s^2}$

V_2 = ?

A tó alján a buborékra ható nyomás a légnyomás és a víz hidrosztatikai nyomásának összege:

p_1 =100 kPa + $p_{víz}$

A hidrosztatikai nyomás kiszámítása:

$p_{víz} = \rho_{víz} \cdot g \cdot h$ = 80 kPa

Alkalmazzuk a $p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1$ összefüggést! Fejezzük ki a V_2 -t!

$$V_2 = \frac{p_1}{p_2} \cdot V_1 = \frac{180\,kPa \cdot V_1}{100\,kPa} \qquad V_2 = 1{,}8 \cdot V_1$$

A buborék térfogata 1,8- szeresére nő.

Emelt szintű feladatok:

7. Az 1,5 dm^2 keresztmetszetű hengert könnyen mozgó, kezdetben rögzített dugattyú két részre osztja. A 2 dm^3 térfogatú részben 300 kPa nyomású, a 3 dm^3 részben 200 kPa nyomású azonos minőségű és hőmérsékletű gáz van. Ha a dugattyú rögzítését megszüntetjük, akkor mennyit mozdul el? A hőmérséklet közben állandó maradt.

Megoldás:

Jelöljük a dugattyú elmozdulását *x*-szel. A dugattyú a 3 dm^3-es rész felé mozdul el, hiszen ott kisebb a nyomás.

V_1= 2 dm^3

V_2= 3 dm^3

p_1= 300 kPa
p_2= 200 kPa
A = 1,5 dm^2
x=?

Alkalmazzuk a $p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1$ összefüggést mindkettő részre!
A dugattyú elmozdulása után a nyomások egyenlők lesznek, jelöljük p-vel.
A térfogat változása: $\Delta V = A \cdot x$
$p_1 \cdot V_1 = p \cdot (V_1 + A \cdot x)$ illetve $p_2 \cdot V_2 = p \cdot (V_2 - A \cdot x)$

Mindkét egyenletből fejezzük ki a p nyomást, helyettesítsük be az adatokat!

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{V_1 + A \cdot x} = \frac{p_2 \cdot V_2}{V_2 - A \cdot x}$$

$$\frac{300\,\text{kPa} \cdot 2\text{dm}^3}{2\text{dm}^3 + 1{,}5\text{dm}^2 \cdot x\text{dm}} = \frac{200\,\text{kPa} \cdot 3\text{dm}^3}{3\text{dm}^3 - 1{,}5\text{dm}^2 \cdot x\text{dm}}$$

Az egyszerűsítések után az x könnyen kiszámítható: x = 0,333 dm = 3,3 cm.
A dugattyú elmozdulása 3,3 cm.

21. lecke A gázok állapotváltozása állandó nyomáson

1. Egy szoba vagy tanterem fűtésekor a levegő hőmérséklete emelkedik, a térfogata nő. A „plusz” térfogat (térfogatváltozás) a nyílászárókon távozik a helyiségből.
A szoba alapterülete 5 m x 6 m, magassága 3 m. Mekkora térfogatú levegő távozott a szabadba, ha 10 ^{0}C-ról 22 ^{0}C-ra melegítettük? A levegő nyomása nem változik.

Megoldás:
p = állandó, izobár állapotváltozás.
T_1 = 10 ^{0}C $\rightarrow$ T_1 = 283 K
T_2 = 22 ^{0}C $\rightarrow$ T_2 = 295 K
V_1 = 5 m x 6 m x 3 m = 90 m^3
ΔV = ?

Alkalmazzuk a $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$ összefüggést!

Fejezzük ki a V_2-t: $V_2 = \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1} = \frac{90m^3 \cdot 295K}{283K} = 93{,}8\ \text{m}^3$

$\Delta V = V_2 - V_1 = 3{,}8\ \text{m}^3$
3,8 m^3 levegő távozott a szobából.

2. Egy léggömbben lévő levegő hőmérséklete kelvinben mérve, állandó nyomáson, 40 %- kal csökkent. Mekkora lett a térfogata, ha kezdetben 3,2 dm^3 volt?

Megoldás:
p = állandó, izobár állapotváltozás.
V_1 = 3,2 dm^3
$T_2 = 0{,}6\ T_1$
V_2 = ?

Alkalmazzuk a $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$ összefüggést!

Fejezzük ki a V_2-t, helyettesítsük be az adatokat!

$V_2 = \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1} = \frac{3{,}2dm^3 \cdot 0{,}6 \cdot T_1}{T_1} = 1{,}92\ \text{dm}^3$

A léggömb térfogata 1,92 dm^3 lett.

3. A félig megtöltött műanyag palack a hűtőszekrényben behorpad. A jelenség magyarázata, hogy a palackban lévő levegő lehűl, a nyomása csökken. Mivel a palack nem szilárd anyagból készült, ezért a külső, nagyobb nyomás behorpasztja. A 20 ^{0}C-os raktárban 25 literes, műanyagból készült palackokat tároltak. Télen szállításkor azt tapasztalták, hogy behorpadtak és térfogatuk 10%-kal csökkent. Mekkora volt a hőmérséklet szállítás közben?

Megoldás:
p = állandó, izobár állapotváltozás.
$T_1 = 20\ ^0C \rightarrow T_1 = 293$ K
$\underline{V_1 = 25\ l}$
T_2=?

Alkalmazzuk a $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$ összefüggést!
Fejezzük ki a T_2-t, helyettesítsük be az adatokat!

$T_2 = \frac{V_2 \cdot T_1}{V_1} = 263{,}7$ K

$V_2 = \frac{9}{10} \cdot 25\ l = 22{,}5\ l$ $\qquad T_2 = 263{,}7\ K - 273 = -\ 9{,}3\ ^0C$

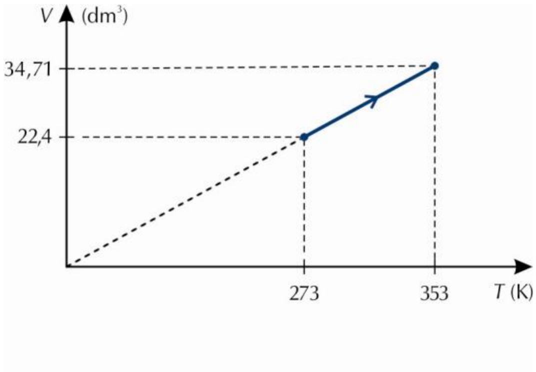
Szállítás közben a hőmérséklet: - 9,3 ^{0}C volt.

4. Állandó nyomáson a normál állapotú gázt 150 ^{0}C-ra melegítjük. Ábrázoljuk a folyamatot térfogat – hőmérséklet grafikonon!

Megoldás:
p = állandó, izobár állapotváltozás.
$T_1 = 273$ K
$T_2 = 423$ K
$\underline{V_1 = 22{,}4\ dm^3}$
V_2 = ?

Alkalmazzuk a $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$ összefüggést!
Az ábrázoláshoz számítsuk ki a V_2-t:

$V_2 = \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1} = 34{,}71\ dm^3$



5. Vízszintes, egyik végén zárt hengerben könnyen mozgó dugattyú levegőt zár be. Ha hűtjük, azt tapasztaljuk, hogy a Kelvinben mért hőmérséklete 0,82-szorosára változik. A térfogata 0,46 literrel csökken. Mekkora volt a levegő térfogata a hűtés előtt?

Megoldás:
p = állandó, izobár állapotváltozás.
$T_2 = 0,82 \cdot T_1$
$V_1 = ?$

Alkalmazzuk a $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$ összefüggést!

$\Delta V = 0,46\ l = V_1 - V_2$
$V_1 = 0,46 + V_2$
Helyettesítsük be V_1-t:
$\frac{V_2}{T_2} = \frac{0,46 + V_2}{T_1}$!

$\frac{V_2}{0,82 \cdot T_1} = \frac{0,46 + V_2}{T_1}$ Egyszerűsítsünk T_1-gyel!
$V_2 = 2,09555\ l$

$V_1 = 0,46 + V_2 = 2,55\ l$
A levegő térfogata 2,55 liter volt.

Emelt szintű feladat:
6. A 16 g tömegű normálállapotú hélium hőmérsékletét állandó nyomáson 80 ^{0}C-ra növeljük.
a) Mekkora lesz a térfogata?
b) Mennyivel változik meg a sűrűsége?
c) Ábrázoljuk a folyamatot térfogat – hőmérséklet grafikonon!
d) Ábrázoljuk a folyamatot nyomás – térfogat grafikonon!

Megoldás:
m = 16 g
p = áll.
Az 1 mol normálállapotú hélium térfogata 22,4 dm^3.
$T_1 = 273\ K$, $T_2 = 353\ K$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{16g}{4\frac{g}{mol}} = 4\,mol$$

$V_1 = 4 \cdot 22,4\ dm^3 = 89,6\ dm^3$
a) $V_2 = ?$

Alkalmazzuk a $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$ összefüggést, fejezzük ki a V_2 – t!

$$V_2 = \frac{V_1 \cdot T_2}{T_1} = \frac{89,6dm^3 \cdot 353K}{273K} = 115,86\,dm^3$$

A hélium térfogata 115,86 dm^3 lett.

b) Δρ=?

A sűrűség $\rho = \dfrac{m}{V}$ képletéből fejezzük ki a térfogatot $V = \dfrac{m}{\rho}$!

Helyettesítsük be a $\dfrac{V_2}{T_2} = \dfrac{V_1}{T_1}$ összefüggésbe! A gáz térfogata nem változik!

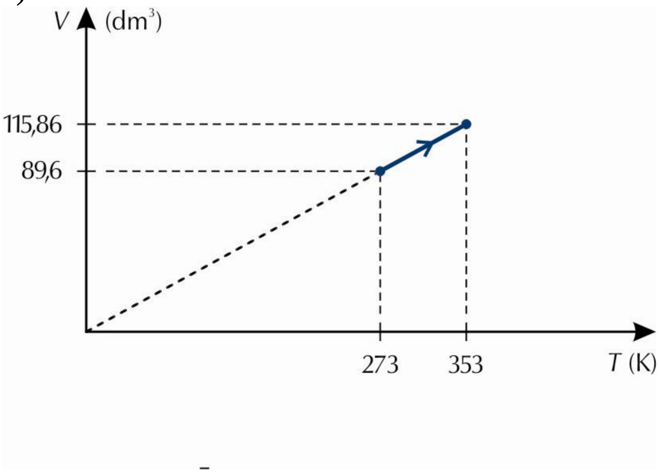
$$\frac{m}{\rho_1 \cdot T_1} = \frac{m}{\rho_2 \cdot T_2}$$

Fejezzük ki a sűrűségek arányát!

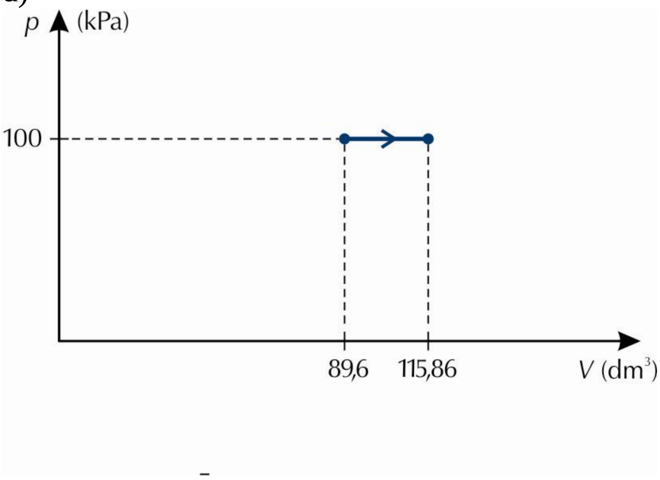
$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{273K}{353K} = 0{,}77$$

A hélium sűrűsége 23 %-kal csökken.

c)



d)



22. lecke A gázok állapotváltozása állandó térfogaton

1. Egy szagtalanító anyagot tartalmazó hajtógázzal működő palackot reggel 7 ^{0}C-on kint hagytunk a kerti asztalon. Napközben a tűző napra került, a hőmérséklete 40 ^{0}C lett. Mennyi lett a palackban a nyomás, ha kezdetben 100 kPa volt?

Megoldás:
V = állandó, izochor állapotváltozás.
p_1 = 100 kPa
T_1 = 280 K
$\underline{T_2 = 313\text{ K}}$
p_2 = ?

Alkalmazzuk a $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$ összefüggést!
Fejezzük ki a p_2–t, helyettesítsük be az adatokat!
$p_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{T_1} = \frac{100kPa \cdot 313K}{280K} = 111{,}79\,kPa$
A palackban a nyomás 111,79 kPa lett.

2. Zárt gázpalackot télen a 27 ^{0}C-os lakásból kivisszük a szabadba. A nyomásmérő azt mutatja, hogy a nyomás $2{,}4 \cdot 10^5$ Pa-ról $2{,}08 \cdot 10^5$ Pa-ra csökkent. Mennyi volt a külső hőmérséklet?

Megoldás:
V = állandó, izochor állapotváltozás.
T_1 = 300 K
$p_1 = 2{,}4 \cdot 10^5$ Pa
$\underline{p_2 = 2{,}08 \cdot 10^5\text{ Pa}}$
T_2 = ?

Alkalmazzuk a $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$ összefüggést!
Fejezzük ki a T_2 , helyettesítsük be az adatokat!
$T_2 = \frac{p_2 \cdot T_1}{p_1} = \frac{2{,}08 \cdot 10^5\,Pa \cdot 300K}{2{,}4 \cdot 10^5\,Pa} = 260\text{ K}$
T_2 = 260 K – 273 = -13 ^{0}C
A külső hőmérséklet -13 ^{0}C volt.

3. Gázpalackot biztonsági szeleppel szereltek fel. 10 ^{0}C-on a túlnyomás 160 kPa. Mekkora nyomásértékre tervezték a biztonsági szelepet, ha az 80 ^{0}C-on nyit?
(A levegő nyomása 100 kPa.)

Megoldás:
V = állandó, izochor állapotváltozás.
T_1 = 283 K
T_2 = 353 K
$\underline{p_1 = 100 \text{ kPa} + 160 \text{ kPa} = 260 \text{ kPa}}$
p_2 = ?

Alkalmazzuk a $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$ összefüggést!
Fejezzük ki a p_2 –t, helyettesítsük be az adatokat!

$p_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{T_1} = \frac{260kPa \cdot 353K}{283K}$ = 324,31 kPa
A szelepet 324,31 kPa nyomásra tervezték.

Emelt szintű feladatok:
4. A munkások azt tapasztalták, hogy a gáztartályban a nyomás 30 %-kal csökkent. Mekkora lett a hőmérséklete, ha kezdetben 12 ^{0}C volt és jól szigetelt kamrában volt?

Megoldás:
V = állandó, izochor állapotváltozás.
$p_2 = 0{,}7 \cdot p_1$
$\underline{T_1 = 285 \text{ K}}$
T_2 = ?

Alkalmazzuk a $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$ összefüggést!
Fejezzük ki a T_2 -t, helyettesítsük be az adatokat!

$T_2 = \frac{p_2 \cdot T_1}{p_1} = \frac{0{,}7 \cdot p_1 \cdot 285K}{p_1}$ = 199,5 K

T_2 = 199,5 K - 273 = -73,5 ^{0}C

A tartály hőmérséklet -73,5 ^{0}C lett.

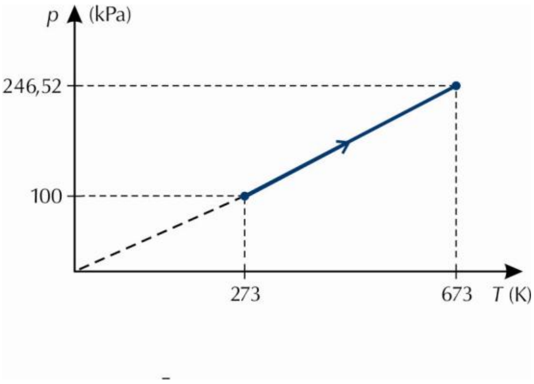
5. Egy tartályban lévő normál állapotú gázt 400 ^{0}C-ra melegítünk. Ábrázoljuk a folyamatot nyomás – hőmérséklet grafikonon!

Megoldás:
V = állandó, izochor állapotváltozás.
T_1 = 273 K
T_2 = 673 K

p_1 = 100 kPa
p_2 = ?

Alkalmazzuk a $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$ összefüggést!
Az ábrázoláshoz számítsuk ki a p_2 -t!

$$p_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{T_1} = \frac{100\text{kPa} \cdot 673\text{K}}{273\text{K}} = 246{,}52 \text{ kPa}$$



6. Egy gáztartályt dugattyúval ellátott henger zár le. A henger keresztmetszetének területe 40 cm^2, a dugattyú tömege 150 g. A külső nyomás 100 kPa, a hőmérséklete 10^{0}C. Mekkora a tartályban lévő gáz nyomása? Hány °C hőmérsékletre melegíthetjük a gázt, ha a dugattyúra helyezett 4 kg tömegű test megakadályozza az elmozdulást?

Megoldás:
A = 40 cm^2
V = állandó
m = 150 g
M = 4 kg
T_1= 283 K
g = 10 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
p_0 = 100 kPa
p_1 =?
T_2 = ?

Számítsuk ki a dugattyú által kifejtett nyomást:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{1{,}5\,\text{N}}{40 \cdot 10^{-4}\text{m}^2} = 375\,\text{Pa}$$

P_1= 100 kPa +0,375 kPa =100,375 kPa

Számítsuk ki a dugattyú és a test által kifejtett nyomást:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{(m+M) \cdot g}{A} = \frac{41{,}5\,N}{40 \cdot 10^{-4}\,m^2} = 10{,}375\,kPa$$

p_2 = 100 kPa +10,375 kPa =110,375 kPa

Alkalmazzuk a $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$ összefüggést! Fejezzük ki a T_2 -t, helyettesítsük be az adatokat!

$$T_2 = \frac{p_2 \cdot T_1}{p_1} = \frac{110,375\text{kPa} \cdot 283\text{K}}{100,375\text{kPa}} = 311\text{K}$$

A gázt 311 K=38°C -ra melegíthetjük.

23. lecke Egyesített gáztörvény, az ideális gáz állapotegyenlete

1. Egy tartályról leesett a térfogatot jelző címke. A fizika szakkör tanulói azt a feladatot kapták, hogy határozzák meg a térfogatát! Tudták, hogy 1,4 kg nitrogén van benne, a hőmérsékletét 27 ^{0}C-nak, a nyomását 3 MPa-nak mérték. Mekkora a tartály térfogata?

Megoldás:
m = 1,4 kg

Nitrogén: M = 28 $\frac{g}{mol}$

T = 300 K

R = 8,314 $\frac{J}{mol \cdot K}$

<u>p = 3 MPa</u>

V = ?

Számítsuk ki a mólok számát: n = $\frac{m}{M}$ = 50 mol

Alkalmazzuk az állapotegyenletet: p · V =n · R · T!

Fejezzük ki a térfogatot, helyettesítsük be az ismert adatokat!

$$V = \frac{n \cdot R \cdot T}{p} = \frac{50 mol \cdot 8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 300 K}{3 \cdot 10^6 \frac{N}{m_2}} = 41{,}57 \text{ dm}^3$$

A tartály térfogata 41,57 dm^3.

2. Állandó tömegű ideális gáz térfogata 15%-kal csökken, nyomása 20%-kal nő. Mekkora lesz a hőmérséklete, ha eredetileg 16 ^{0}C volt?

Megoldás:
T_1 = 289 K

$p_2 = 1{,}2 \cdot p_1$

<u>$V_2 = 0{,}85 \cdot V_1$</u>

T_2 = ?

Alkalmazzuk az egyesített gáztörvényt: $\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$!

Fejezzük ki a T_2 –t, helyettesítsük be az ismert adatokat!

$$T_2 = \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1} = \frac{1{,}2 \cdot p_1 \cdot 0{,}85 \cdot V_1 \cdot 289 K}{p_1 \cdot V_1} = 294{,}78 \text{ K} = 21{,}78\ ^0\text{C}$$

A gáz hőmérséklete 21,78 ^{0}C lesz.

3. A motorkerékpár tömlőjében a reggel 12 ^{0}C-on mért nyomás 160 kPa. Tulajdonosa a forró aszfaltúton hagyta, ahol a hőmérséklet 48 ^{0}C. A gumitömlőben mért nyomás 170 kPa. Hány százalékkal nőtt meg a térfogata?

Megoldás:
T_1 = 285 K
p_1 = 160 kPa
T_2 = 321 K
p_2 = 170 kPa
$\frac{V_2}{V_1} \cdot 100\ \% = ?$

Alkalmazzuk az egyesített gáztörvényt: $\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$!
Fejezzük ki a térfogatok arányát, helyettesítsük be az ismert adatokat!

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1 \cdot T_2}{p_2 \cdot T_1} = \frac{160 kPa \cdot 321 K}{170 kPa \cdot 285 K} = 1{,}06 \quad \text{azaz } 106\ \%$$

A térfogata 6 %-kal nőtt.

4. A 30 l-es oxigénpalackon lévő nyomásmérő elromlott. A helyiség hőmérséklete 20 ^{0}C, az oxigén tömege 0,4 kg. Számítsuk ki a nyomását!

Megoldás:
V = 30 l = 30 dm^3 = $3 \cdot 10^{-2}$ m^3
Oxigén: M = $32 \frac{g}{mol}$
T_1 = 293 K
R = $8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K}$
m = 0,4 kg = 400 g
p = ?

Számítsuk ki a mólok számát: n = $\frac{m}{M}$ = 12,5mol !
Alkalmazzuk az állapotegyenletet: p · V =n · R · T!
Fejezzük ki a nyomást, helyettesítsük be az ismert adatokat!

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} = \frac{12{,}5 mol \cdot 8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 293 K}{3 \cdot 10^{-2} m^3} = 1015 \text{ kPa}$$

Az oxigén nyomása 1015 kPa.

5. Meteorológiai vizsgálatokhoz használt rugalmas hőlégballont héliummal töltöttek meg. Nagy magasságban lévő felhőben haladva, ahol a hőmérséklet –30 ^{0}C, térfogata 6 m^3, a hélium nyomása $1{,}4 \cdot 10^4$ Pa. Mekkora a térfogata a Földre való visszatéréskor, ha a hőmérséklet 24 ^{0}C, a nyomás pedig 10^5 Pa?

Megoldás:
T_1 = 243 K
V_1 = 6 m^3
$p_1 = 1{,}4 \cdot 10^4$Pa
$p_2 = 10^5$ Pa
T_2 = 297 K
V_2 = ?

Alkalmazzuk az egyesített gáztörvényt: $\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$!

Fejezzük ki a V_2 térfogatot, helyettesítsük be az ismert adatokat!

$$V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{p_2 \cdot T_1} = \frac{1{,}4 \cdot 10^4 \, Pa \cdot 6m^3 \cdot 297K}{10^5 \, Pa \cdot 243K} = 1{,}027 \text{ m}^3$$

A hőlégballon térfogata 1,027 m^3.

Emelt szintű feladat:

6. A gázgyárban az 50 dm^3-es palackokba 10 kg gázt töltöttek, a gáz nyomása $1{,}54 \cdot 10^7$ Pa.

a) Mekkora hőmérsékleten történt a töltés?

b) A palackból 2 kg gázt elhasználtunk 22 ^{0}C hőmérsékleten. Mekkora lesz a palackban az oxigén nyomása?

Megoldás:
a) V = 50 dm^3 = $5 \cdot 10^{-2}$ m^3

R = $8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K}$

m = 10 kg = 10000 g

Oxigén: M = $32 \frac{g}{mol}$

Számítsuk ki a mólok számát: n = $\frac{m}{M}$ = 312,5 mol

$p = 1{,}54 \cdot 10^7$ Pa
T = ?

Alkalmazzuk az állapotegyenletet: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$!

Fejezzük ki a hőmérsékletet, helyettesítsük be az ismert adatokat!

$$T = \frac{p \cdot V}{n \cdot R} = \frac{1{,}54 \cdot 10^{7} \frac{N}{m_2} \cdot 5 \cdot 10^{-2} m^{3}}{312{,}5 mol \cdot 8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K}} = 296{,}37\ \text{K} = 23{,}37\ ^{0}\text{C}$$

A töltés 23, 37 ^{0}C-on történt.

b) Δm = 2 kg
m_1 = 10 kg
m_2 = 8 kg,
T_1 = 296,37 K
T_2 = 295 K,
$p_1 = 1{,}54 \cdot 10^7$ Pa,
<u>V = állandó</u>
p_2 = ?

Alkalmazzuk $\frac{p_1 \cdot V_1}{m_1 \cdot T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{m_2 \cdot T_2}$ összefüggést!

Egyszerűsítsünk a térfogattal, fejezzük ki a p_2-t, írjuk be az adatokat!

$$p_2 = \frac{p_1 \cdot m_2 \cdot T_2}{m_1 \cdot T_2} = \frac{1{,}54 \cdot 10^{7}\, Pa \cdot 8 kg \cdot 295 K}{10 kg \cdot 296{,}37 K} = 1{,}23 \cdot 10^{7}\ \text{Pa}$$

Az oxigén nyomása $1{,}23 \cdot 10^7$ Pa lesz.

24. lecke Kinetikus gázelmélet, a gáz nyomása és hőmérséklete

1. A kémiaszertárban azt hitték, hogy az egyik gázpalack teljesen kiürült. Pontos mérések után kiderült, hogy még 6 g héliumot tartalmaz.
a) Mennyi a gáz anyagmennyisége?
b) Hány atom van a palackban?

Megoldás:

A hélium moláris tömege: $M = 4\,\frac{g}{mol}$

$m = 6$ g

$N_A = A = 6 \cdot 10^{23}\,\frac{1}{mol}$

a) $n = ?$; b) $N = ?$

a) A mólok száma: $n = \frac{m}{M} = 1{,}5$ mol

A gáz anyagmennyisége 1,5 mol.

b) Használjuk fel az Avogadro számot!
$N = n \cdot N_A = 9 \cdot 10^{23}$ db atom
A palackban $9 \cdot 10^{23}$ db atom van.

2. A fizikaszakkörön a tanulók kiszámították, hogy egy oxigén tartályban $3{,}8 \cdot 10^{26}$ db molekula van. Mekkora a gáz tömege?

Megoldás:

Az oxigén moláris tömege: $M = 32\,\frac{g}{mol}$.

$N = 3{,}8 \cdot 10^{26}$ db molekula

$N_A = 6 \cdot 10^{23}\,\frac{1}{mol}$

$m = ?$

Használjuk fel az Avogadro számot! $N = n \cdot N_A$
Fejezzük ki az n-t!

$n = \frac{N}{N_A}$ továbbá $n = \frac{m}{M}$, ezért: $\frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$.

Fejezzük ki a tömeget, helyettesítsük be az adatokat!

$$m = M \cdot \frac{N}{N_A} = 32\,\frac{g}{mol} \cdot \frac{3{,}8 \cdot 10^{26}}{6 \cdot 10^{23}\,\frac{1}{mol}} = 20{,}27 \text{ kg}$$

A gáz tömege 20,27 kg.

3. Az Avogadro-szám ismerete érdekes feladatok megoldását teszi lehetővé. Hogyan lehet kiszámítani a héliumatom tömegét? (Vegyünk 1 mol héliumot!)

Megoldás:

A hélium atomtömege: M = 4 $\frac{g}{mol}$

Vegyünk 1 mol héliumot! 1 mol hélium tömege 4 g, mert m = n · M!
1 molban, azaz 4 g héliumban 6 · 10^{23} atom van (Avogadro szám).
Jelöljük m_0-lal 1hélium atom tömegét!

$m_0 = \frac{4g}{6\cdot 10^{23}}$ = 6,67 · 10^{-24} g = 6,67 · 10^{-27} kg egy hélium atom tömege.

4. A hegesztőműhelyben használt 15 literes gázpalackban 8 kg tömegű gázt tárolnak. A palackra szerelt nyomásmérő 1,8 MPa nyomást mutat.
a. Mekkora a részecskék átlagos sebessége?
b. Hány darab részecske van a palackban, ha a hőmérséklet 18 °C?

Megoldás:

a. A $pV = \frac{1}{3}mv^2$ összefüggésből $v = \sqrt{\frac{3pV}{m}} = \sqrt{\frac{3\cdot 1{,}8\cdot 10^6\text{Pa}\cdot 15\cdot 10^{-3}\text{m}^3}{8\text{kg}}} = 100{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

b. A $pV = NkT$ állapotegyenletből $N = \frac{pV}{kT} = \frac{1{,}8\cdot 10^6\text{Pa}\cdot 15\cdot 10^{-3}\text{m}^3}{1{,}38\cdot 10^{-23}\,\frac{\text{J}}{\text{K}}\cdot 291\text{K}} = 6{,}7\cdot 10^{24}$

5. Élelmiszerek tartósításánál gyakran alkalmazzak a vákuumcsomagolást. A darált kávé, felvágott, tőkehús csomagolásakor a dobozból vagy zacskóból kiszívják a levegő nagy részét. Az ételek, élelmiszerek eltarthatóságának idejét ugyanis nagyban csökkenti az oxigén. Hús csomagolásakor a 100 kPa nyomást a csomagológép 10 kPa-ra csökkentette a levegő kiszívásával. A tasak térfogata 20%-kal csökkent. A levegőmolekulák száma hány százalékkal csökkent, ha csomagolás közben a húst lehűtették 15 °C-ról 4 °C-ra?

Megoldás:

A $pV = NkT$ állapotegyenletből $N = \frac{pV}{kT}$.

Ebből $\frac{N_2}{N_1} = \frac{p_2V_2T_1}{T_2p_1V_1} = \frac{10\text{kPa}\cdot 0{,}8\text{V}_1\cdot 288\text{K}}{100\text{kPa}\cdot \text{V}_1\cdot 277\text{K}} = 0{,}083$

A levegőmolekulák száma kb. 92%-kal csökkent

25. lecke A gázok belső energiája. A hőtan I. főtétele

1. Hogyan működnek a képeken látható „örökmozgók”?
Milyen fizikai jelenségekkel lehet indokolni, hogy csak „látszólag” örökmozgók?

Megoldás:
A képeken bemutatott örökmozgók működése a helyzeti és mozgási energia ciklikus egymásba alakulásának elvén alapul. Azért nem örökmozgók, mert minden ilyen mechanikai szerkezet működése közben súrlódás, légellenállás miatt hő keletkezik, amit környezetének lead, ezért mozgása leáll.

2. Mekkora a hőmérséklete 60 g héliumnak, ha belső energiája 45 kJ?

Megoldás:
m = 60 g

A hélium atomtömege: $M = 4\ \frac{g}{mol}$. Szabadsági fokok száma: 3

Számítsuk ki az anyagmennyiséget! $n = \frac{m}{M} = 15$ mol

$R = 8{,}314 \frac{J}{molK}$

$E_b = 45$ kJ = 45000 J

T = ?

Alkalmazzuk a belső energia kiszámítására kapott összefüggést!

$E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot T = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$

Fejezzük ki a hőmérsékletet, helyettesítsük be az adatokat!

$T = \frac{2 \cdot E_b}{3 \cdot n \cdot R} = \frac{2 \cdot 45000J}{3 \cdot 15mol \cdot 8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K}} = 240{,}56\ K - 273 = -32{,}44\ ^0C$

A hélium hőmérséklete -32,44 ^{0}C.

3. A búvárok oxigénpalackjában 4 kg 17 ^{0}C-os gáz van. Mekkora a belső energiája?

Megoldás:

Az oxigén moláris tömege: $M = 32\ \frac{g}{mol}$

f = 5

$R = 8{,}314 \frac{J}{molK}$

m = 4 kg = 4000 g

Számítsuk ki az anyagmennyiséget! $n = \frac{m}{M} = 125$ mol

$T = 290$ K
$E_b = ?$

Alkalmazzuk a belső energia kiszámítására kapott összefüggést!

$E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot T = \frac{5}{2} \cdot 125 \text{ mol} \cdot 8{,}314 \frac{J}{molK} \cdot 290 \text{ K} = 753{,}46 \text{ kJ}$

Az oxigén belső energiája 753,46 kJ.

4. A tanulók - a fizikaszakkörön - kísérletezéskor azt tapasztalták, hogy a 2 kg nitrogént tartalmazó palack belső energiája hűtés közben 5%-kal csökkent. Mekkora a gáz belső energiája a hűtés megkezdésekor? Mekkora lett a nitrogén hőmérséklete a hűtés után, ha előtte 22 ^{0}C-volt?

Megoldás:
$E_{b2}=0{,}95\ E_{b1}$
A nitrogénmolekulák szabadsági foka: f = 5
m = 2 kg

A nitrogén moláris tömege: $M = 28\ \frac{g}{mol}$

$R = 8{,}31 \frac{J}{molK}$

Számítsuk ki az anyagmennyiséget: $n = \frac{m}{M} = \frac{2kg}{28g} mol = 71{,}43$ mol

$T_1 = 293$ K
$\Delta E_{b1} = ?;\ T_2 = ?$

Alkalmazzuk a $\Delta E_{b1} = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_1$ összefüggést! Helyettesítsünk be az ismert adatokat!

$\Delta E_{b1} = \frac{5}{2} \cdot 71{,}43 mol \cdot 8{,}31 \frac{J}{molK} \cdot 293 K = 434{,}8$ kJ

A nitrogén belső energiája 434,8 kJ volt a hűtés kezdetekor.

A belső energia változása és a Kelvinben mért hőmérséklet változása között egyenes arányosság van, ha a gáz tömege állandó.
$T_2 = 0{,}95 \cdot T_1 = 278{,}35 \text{ K} = 5{,}3\ ^0\text{C}$
A hűtés után a hőmérséklet 5,3 ^{0}C lett.

5. Egy súrlódásmentes dugattyúval elzárt hengerben ideális gáz van, nyomása 120 kPa. Állandó nyomáson 800 cm^3 térfogatról 200 cm^3-re összenyomjuk. A folyamat közben a gáz 1400 J hőt ad át a környezetének.
a) Mennyi a térfogati munka értéke?
b) Mennyivel változott meg a gáz belső energiája?

Megoldás:
p = 120 kPa = állandó
V_1 = 800 cm^3
V_2 = 200 cm^3
<u>Q = 1400 J</u>
a)W = ?; b) ΔE_b = ?

a)
$\Delta V = V_2 - V_1 = -600\ cm^3 = -6 \cdot 10^{-4}\ m^3$
Alkalmazzuk a térfogati munka kiszámítására kapott képletet!

$$W = -p \cdot \Delta V = (-1{,}2) \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \cdot (-6) \cdot 10^{-4}\ m^3 = 72\ J$$

A térfogati munka 72 J.

b)
Alkalmazzuk a hőtan I. főtételét!
$\Delta E_b = -Q + W = -1328\ J$

A gáz belső energiájának változása -1328 J.

6. Az ábrán kétatomos molekulákból álló gáz állapotváltozása látható. A gáz hőmérséklete az (1) állapotban 300 K. Számítsuk ki, hogy
a) mennyivel változik a belső energiája?
b) mennyi hőt vett fel a környezetéből?

Megoldás:
Izochor állapotváltozás, V = állandó
Kétatomos gáz: f = 5

$$R = 8{,}31 \frac{J}{molK}$$

A grafikonról leolvasható adatok: p_1 = 100kPa; T_1 = 300 K; p_2 = 200 kPa V=6m^3

Alkalmazzuk Gay-Lussac II. törvényét: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}$!

<u>Ebből T_2 = 600 K</u>
a)ΔE_b = ?; b) Q = ?

a) Az $E = \frac{f}{2} pV$ összefüggést felhasználva $\Delta E = \frac{f}{2} V \Delta p = \frac{5}{2} 6m^3 100kPa = 1500kJ$

b) Alkalmazzuk a hőtan I. főtételét!
$\Delta E_b = Q - p \cdot \Delta V$
Mivel V = állandó $\rightarrow$ $\Delta V = 0$!
Q = ΔE_b = 15 000 kJ
A környezettől felvett hő 15 000 kJ.

Emelt szintű feladatok:

7. A grafikonon a nitrogén állapotváltozása látható.
a) Milyen állapotváltozás figyelhető meg a grafikonon?
b) Mennyi hőt vett fel a környezetéből, ha az A állapotban a nyomás 140 kPa ?

Megoldás:
a) Izochor állapotváltozás, V = állandó.

b) $T_A = 200$ K
$T_B = 400$ K
$p_A = 140$ kPa
<u>V = 2 m^3; f= 5</u>
Q = ?

Alkalmazzuk az állapotegyenletet az *A* állapotra!
$p_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A$
Fejezzük ki az n · R szorzatot, helyettesítsük be az adatokat!

$$n \cdot R = \frac{140 kPa \cdot 2m^3}{200K} = 1400\frac{J}{K}$$

Alkalmazzuk a hőtan I. főtételét! $\Delta E_b = Q + W$
A térfogati munka nulla, mert V = állandó, ezért $\Delta E_b = Q$.
Helyettesítsük be az adatokat! $Q = \Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = 2{,}5 \cdot 1400\ \frac{J}{K} \cdot 200\text{ K} = 700\text{ kJ}$
A környezetből felvett hő 700 kJ.

8. Súrlódásmentes dugattyúval lezárt hengerben 120 g, 20 ^{0}C hőmérsékletű hélium van. A hőmérsékletet 140 kPa állandó nyomáson 60 ^{0}C-ra növeljük. A térfogata 3 dm^3-ről 6 dm^3-re nő.
a) Mennyivel változott meg a belső energiája?
b) Mekkora a térfogati munka?
c) Mennyi hőt vett fel a környezetéből?

Megoldás:
m= 120 g

$$M = 4\frac{g}{mol}$$

f= 3

$$n = \frac{m}{M} = \frac{120g}{4\frac{g}{mol}} = 30\,mol$$

$T_1 = 293$ K; $T_2 = 333$ K
$V_1 = 3$ dm^3; $V_2 = 6$ dm^3
<u>p=állandó=140 kPa</u>
a) ΔE_b=?; b) W=?; c) Q = ?

a)Alkalmazzuk a belső energia összefüggést! Helyettesítsünk be az ismert adatokat!

$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = 1{,}5 \cdot 30 mol \cdot 8{,}31 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 40 K = 14958 J$

A belső energia megváltozása 14958 J.

b) Helyettesítsünk be a térfogati munka képletébe!

$W = - p \cdot \Delta V = -140 \cdot 10^3 \frac{N}{m^2} \cdot 3 \cdot 10^{-3} m^3 = -420 J$

A térfogati munka -420 J.

c) Alkalmazzuk a hőtan I. főtételét!

$\Delta E_b = Q - p \cdot \Delta V$

Ebből: $Q = \Delta E_b + p \cdot \Delta V$.

Helyettesítsük be az adatokat!

Q = 14958 J + 420 J = 15378 J

A környezetből felvett hő 15378 J.

26. lecke A termodinamikai folyamatok energetikai vizsgálata

1. Súrlódásmentesen mozgó dugattyúval hengerbe zárt oxigén tömege 80 g. Melegítés hatására hőmérséklete 20 ^{0}C-ról 80 ^{0}C-ra nő. Az oxigén fajhője állandó nyomáson 920 $\frac{J}{kg^0C}$.

a) Mekkora hőmennyiséget vett fel az oxigén a környezetétől?
b) Mennyi a belső energia megváltozása?
c) Mekkora a térfogati munka?

Megoldás:
$m = 80\ g = 8 \cdot 10^{-2}\ kg$
$\Delta T = 60\ ^0C$
$C_p = 920\ \frac{J}{kg \cdot ^0C}$
p = állandó

a) $Q = ?$
Alkalmazzuk a hőmennyiség kiszámítására kapott összefüggést!
$Q = C_p \cdot m \cdot \Delta T = 920\ \frac{J}{kg \cdot ^0C} \cdot 0{,}08\ kg \cdot 60\ ^0C = 4416\ J$
Az oxigén 4416 J hőmennyiséget vett fel.

b) $M = 32\ \frac{g}{mol}$
$R = 8{,}314 \frac{J}{molK}$
$f = 5$
$\Delta E_b = ?$

Számítsuk ki az anyagmennyiséget: $n = \frac{m}{M} = 2{,}5\ mol$!
Alkalmazzuk a belső energia kiszámítására kapott összefüggést!
$\Delta E_b = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = 2{,}5 \cdot 2{,}5\ mol \cdot 8{,}314 \frac{J}{molK} \cdot 60^0C = 3117{,}75\ J$
A belső energia változása 3117,75 J.

c) $W = ?$
Alkalmazzuk a hőtan I. főtételét: $\Delta E_b = Q - p \cdot \Delta V = Q + W$!
Fejezzük ki a munkát, helyettesítsük be az ismert adatokat!
$W = \Delta E_b - Q = -\ 1298{,}25\ J$
A térfogati munka -1298,25 J.

2. A 100 g tömegű 17 ^{0}C-os hidrogéngáz adiabatikus összenyomásakor 40 kJ munkát végeztünk.
a) Mekkora a belső energia megváltozása?
b) Mekkora a hőmérséklet az új állapotban?

Megoldás:
m = 100 g
A hidrogén moláris tömege: $M = 2\ \frac{g}{mol}$
$T_1 = 17\ ^0C$
W = 40 kJ
Adiabatikus állapotváltozás: Q = 0 !

a) ΔE_b = ?
$\Delta E_b = W = 40$ kJ

b) f = 5
$R = 8{,}314 \frac{J}{molK}$
T_2 = ?
Számítsuk ki az anyagmennyiséget!
$n = \frac{m}{M} = 50$ mol
Alkalmazzuk a belső energia kiszámítására kapott összefüggést!
$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$
Fejezzük ki a hőmérsékletet-változást! Írjuk be az ismert adatokat!
$$\Delta T = \frac{2 \cdot \Delta E_b}{5 \cdot n \cdot R} = \frac{80kJ}{5 \cdot 50mol \cdot 8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K}} = 38{,}49\ K = 38{,}49\ ^0C$$
$\Delta T = T_2 - T_1$
$T_2 - 17\ ^0C = 38{,}49\ ^0C$
$T_2 = 55{,}49\ ^0C$
Az új állapotban a hőmérséklet 55,49 ^{0}C.

3. Zárt tartályban 15 kg neongáz van. Szállítás közben a hőmérséklete megemelkedett. A neon állandó térfogaton mért fajhője $620 \frac{J}{kg^0C}$. A hiányzó adatokat olvassuk le a grafikonról!
a) Mennyi hőt közöltünk a gázzal melegítés közben?
b) Mennyivel nőtt a neon belső energiája?

Megoldás:
m = 15 kg
$T_1 = 22\ ^0C$
$T_2 = 40\ ^0C$
$\Delta T = 18\ ^0C$

V = állandó

$C_V = 620\ \frac{J}{kg \cdot {}^0C}$

a) Q = ?

Alkalmazzuk a hőmennyiség kiszámítására kapott összefüggést!

$Q = C_V \cdot m \cdot \Delta T = 620\ \frac{J}{kg \cdot {}^0C} \cdot 15\ kg \cdot 18\ {}^0C = 167{,}4\ kJ$

A gázzal 167,4 kJ hőt közöltünk.

b) ΔE_b = ?

V = állandó $\rightarrow$ $\Delta V = 0$ $\rightarrow$ A térfogati munka nulla.

$\Delta E_b = Q = 167{,}4\ kJ$

A belső energia 167,4 kJ-al nőtt.

4. Jól hőszigetelt falú hengerben 2 kg 17 ^{0}C-os levegő van. Adiabatikus folyamatban a hőmérséklete –17 ^{0}C-ra csökken. A levegő fajhője állandó térfogaton $710\frac{J}{kg^0C}$.

a) Mekkora a belső energia megváltozása?

b) Mekkora a munkavégzés?

Megoldás:

m = 2 kg

$T_1 = 17\ {}^0C$

$\Delta T = 34\ {}^0C$

$T_2 = -17\ {}^0C$

$C_V = 710\ \frac{J}{kg \cdot {}^0C}$

a) ΔE_b = ?

Alkalmazzuk a belső energia kiszámítására kapott összefüggést!

Helyettesítsük be az adatokat!

$\Delta E_b = c_V \cdot m \cdot \Delta T = 710\ \frac{J}{kg \cdot {}^0C} \cdot 2\ kg \cdot 34\ {}^0C = 48{,}28\ kJ$

A belső energia változása 48,28 kJ.

b) W = ?

Adiabatikus állapotváltozás: Q = 0.

$\Delta E_b = W = 48{,}28 kJ$

A munkavégzés 48,28 kJ.

5. Ideális gáz izoterm folyamat közben 12 kJ hőmennyiséget adott át környezetének.

a) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása?

b) Hogyan változott a térfogata?

c) Hogyan változott a nyomása?

Megoldás:
T = állandó
Q_{le} = 12 kJ

a) $\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = 0$, mert T = állandó $\rightarrow$ $\Delta T = 0$.
A gáz belső energiája nem változik!

b) ΔV = ?
Izoterm összenyomás történt, W >0, mert Q<0.
$\Delta E_b = Q + W = 0$
A térfogat csökken!

c) $p \cdot V$ = állandó, mert izoterm állapotváltozás.
Ha a térfogat csökken, akkor a nyomás nő.

Emelt szintű feladat:
6. Az ábrán kétatomos molekulákból álló gáz állapotváltozása figyelhető meg.
a) Milyen típusú az állapotváltozás?
b) Mekkora a gáz által végzett munka?
c) Hogyan változott a gáz belső energiája, ha az A állapotban a hőmérséklete 7 ^{0}C volt?
d) Mennyi hőt vett fel a gáz a környezetétől?

Megoldás:

a) Izobár állapotváltozás

b) Alkalmazzuk a térfogati munka kiszámítására kapott összefüggést!
$W = p \cdot \Delta V = 2 \cdot 10^3 \frac{N}{m^2} \cdot 8 \text{ m}^3 = 16 \text{ kJ}$
A gáz által végzett munka 16 kJ.

c) ΔE_b = ?
$\Delta E = \frac{f}{2} p \Delta V = \frac{5}{2} \cdot 2 \cdot 10^3 \text{Pa} \cdot 8 \text{m}^3 = 40 \text{kJ}$
A gáz belső energiája 40 kJ-lal nőtt.

d) Q = ?
Alkalmazzuk a hőtan I. főtételét:
$\Delta E_b = Q - p \cdot \Delta V \Rightarrow \mathbf{Q} = \Delta E_b + p \cdot \Delta V = 56 \text{ kJ}$
A gáz 56 kJ hőt vett fel a környezetétől.

27. lecke A hőtan II. főtétele

1. Mondjunk példákat reverzibilis folyamatokra. Indokoljuk választásunkat!

Megoldás:
I. Fonalinga lengése légüres térben. A lengést végző test helyzeti energiája mozgási energiává alakul, majd a mozgási energia visszaalakul helyzeti energiává. Az energia átalakulásának folyamata megfordítható.

II. Golyók rugalmas ütközése. A golyók mozgási energiája rugalmas energiává alakul, majd a rugalmas energia visszaalakul mozgási energiává. A folyamat megfordítható.
A példák nem tökéletesek, hiszen a végtelenségig nem ismételhetők a jelenségek. Az energiaveszteség teljesen nem küszöbölhető ki.

2. Mondjunk példákat irreverzibilis folyamatokra. Indokoljuk választásunkat!

Megoldás:
I. Golyók rugalmatlan ütközése. A mozgási energia egy része, bizonyos esetekben az egész, arra fordítódik, hogy deformálódnak a golyók. A folyamat nem fordítható meg.

II. Olyan folyamatok, amikor a mozgási energia hővé alakul a súrlódás következtében. A mozgó vonat fékez, majd megáll. A vonat energiája hővé alakul. A keletkezett hőt elnyeli a környezet, nem alakítható vissza a vonat energiájává.

3. A meleg tenger vizének hőmérséklete a felszín közelében 27 ^{0}C, a mélyebb részen 7 ^{0}C. Számítsuk ki, mekkora lenne a tengervíz hőjét hasznosító hőerőgép hatásfoka!

Megoldás:
$T_1 = 300$ K
$\underline{T_2 = 280\ \text{K}}$
$\eta = ?$

Használjuk a hőerőgépek hatásfokára kapott összefüggést!

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{300K - 280K}{300K} = 0{,}067$$

A hőerőgép hatásfoka 6,7% lenne.

4. Egy hőerőgép hidegebb tartályának hőmérséklete 300 K. A magasabb hőmérsékletű tartály hőmérsékletének 25%-os növelésekor a hatásfok 15%-kal nő. Mekkora a nagyobb hőmérsékletű tartály hőmérséklete. Mennyi volt a gép eredeti hatásfoka?

Megoldás:
T_2 = 300 K
$\eta \rightarrow 1{,}15\cdot\eta$
$T_1 \rightarrow 1{,}25\cdot T_1$
T_1 = ?
η =?

Alkalmazzuk a hőerőgép hatásfokának kiszámítására kapott összefüggést!

(1) $\eta = \dfrac{T_1 - 300K}{T_1}$ és (2) $1{,}15 \cdot \eta = \dfrac{1{,}25 \cdot T_1 - 300K}{1{,}25 \cdot T_1}$

Osszuk el egymással a két egyenletet!

$$1{,}15 = \frac{1{,}25 \cdot T_1 - 300K}{1{,}25 \cdot (T_1 - 300K)}$$

Az egyenlet megoldása: T_1 = 700 K, a nagyobb hőmérsékletű tartály hőmérséklete.

A 700 K hőmérsékletet helyettesítsük be az (1) egyenletbe, kiszámíthatjuk a hatásfokot.

$$\eta = \frac{700K - 300K}{700K} = 0{,}57$$

A hőerőgép hatásfoka 57%.

5. A 20 ^{0}C hőmérsékletű tantermet a 0 ^{0}C-os külső levegővel szeretnénk fűteni. Elektromotorral működtetett hűtőgépet használunk. Mekkora a hűtőgép jósági tényezője? Miért nem terjedt el a mindennapi életben ez az elméletileg nagyon gazdaságos fűtés?

Megoldás:
T_1= 293 K
T_2 = 273 K
η=?

Alkalmazzuk a hatásfok kiszámítására kapott képletet!

$$\eta = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{273K}{293K - 273K} = 13{,}65$$

A hűtőgép hatásfoka 13,65.
Jelenleg még drágák és nagyméretűek az ilyen gépek, ezért nem terjedtek el.

28. lecke   Körfolyamatok

1. Az ábrán nitrogéngázzal végzett körfolyamatot láthatunk. A nitrogén állandó térfogaton mért fajhője 740 $\frac{J}{kg^0C}$. Az *A* pontban a gáz hőmérséklete 340 K.

a) Mekkora a nitrogén hőmérséklete a B és C állapotokban?
b) Mekkora az energiaváltozás a B →C folyamatban?
c) Mekkora az A→B szakaszon a hőfelvétel?
d) Mekkora és milyen előjelű a munka a C→A szakaszon?

Megoldás:

A nitrogén moláris tömege: M = 28 $\frac{g}{mol}$

T_A = 340 K
p_A= 100 kPa
p_B= 400 kPa
V_A=1 dm^3
V_C= 4 dm^3
c_V = 740 $\frac{J}{kg\cdot{}^0C}$

a) T_B = ?

A → B izochor folyamat, alkalmazzuk Gay-Lussac II. törvényét! $\frac{T_B}{T_A} = \frac{p_B}{p_A}$

Fejezzük ki a hőmérsékletet, helyettesítsük be az adatokat!

$T_B = \frac{p_B \cdot T_A}{p_A}$ =1360 K

A *B* állapotban a hőmérséklet 1360 K.

T_C = ?

A → C izobár folyamat, alkalmazzuk Gay-Lussac I. törvényét
Fejezzük ki a hőmérsékletet, helyettesítsük be az adatokat!

$T_C = \frac{V_C \cdot T_A}{V_A} = \frac{4dm^3 \cdot 340K}{1dm^3}$ = 1360 K

A *C* állapotban a hőmérséklet 1360 K.

b) B → C szakasz izoterm folyamat, T = állandó, ΔT = 0.

Alkalmazzuk a belső energia kiszámítására kapott összefüggést!

$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = 0$

A belső energia nem változik: ΔE_b =0.

c.) Q = ?

A → B szakasz izochor folyamat, V = állandó.

$R = 8{,}314 \frac{J}{molK}$, $\Delta T = 1020$ K

A hőmennyiséget a fajhő segítségével számítjuk ki.
Az *A* állapotra írjuk fel az állapotegyenletet!

$p_A \cdot V_A = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T_A$

Fejezzük ki a tömeget!

$$m = \frac{p_A \cdot V_A \cdot M}{R \cdot T_A} = \frac{10^5 \frac{N}{m^2} \cdot 10^{-3} m^3 \cdot 28 \frac{g}{mol}}{8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 340 K} = 0{,}99 \text{ g}$$

Helyettesítsük be az adatokat:

$$Q = c_V \cdot m \cdot \Delta T = 740 \frac{J}{kg \cdot {}^0C} \cdot 0{,}99 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 1020\ {}^0\text{C} = 747{,}25 \text{ J}$$

A hőfelvétel az A → B szakaszon 747,25 J.

d) W = ?

C → A szakaszon a nyomás állandó. $\Delta V = -3$ dm^3.
Alkalmazzuk a térfogati munka kiszámítására kapott összefüggést!
Helyettesítsük be az adatokat!

$$W = - p \cdot \Delta V = - 10^5 \frac{N}{m^2} \cdot (-3 \cdot 10^{-3} m^3) = 300 \text{ J}$$

A munka 300 J, és pozitív előjelű.

2. Az ábrán látható körfolyamatot 1,2 mol neonnal végeztük.

a) Mekkora a gáz hőmérséklete az A, B és C állapotban?

b) Számítsuk ki a körfolyamat termikus hatásfokát!

Megoldás:

n = 1,2 mol

$R = 8{,}314 \frac{J}{molK}$

p_A= 400 kPa

V_A= 1 dm^3

a) Az *A* állapotra írjuk fel az állapotegyenletet:

$p_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A$!

Fejezzük ki a hőmérsékletet, helyettesítsük be az adatokat!

$$T_A = \frac{p_A \cdot V_A}{n \cdot R}$$

$$T_A = \frac{4 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \cdot 10^{-3} m^3}{8,314 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 1,2 mol} = 40K$$

Az *A* állapotban a hőmérséklet 40 K.

$A \rightarrow B$ izobár állapotváltozás, használjuk fel Gay-Lussac I. törvényét!

$$\frac{T_B}{T_A} = \frac{V_B}{V_A}$$

Fejezzük ki a hőmérsékletet, helyettesítsük be az adatokat!

$$T_B = \frac{T_A \cdot V_B}{V_A} = \frac{40K \cdot 5dm^3}{1dm^3} = 200\ K$$

A *B* állapotban a hőmérséklet 200 K.

$B \rightarrow C$ izochor állapotváltozás, használjuk fel Gay-Lussac II. törvényét!

$$\frac{T_C}{T_B} = \frac{p_C}{p_B}$$

Fejezzük ki a hőmérsékletet, helyettesítsük be az adatokat!

$$T_C = \frac{T_B \cdot p_C}{p_B} = \frac{200K \cdot 100kPa}{400kPa} = 50\ K$$

A *C* állapotban a hőmérséklet 50 K.

b.) $\eta = ?$

Alkalmazzuk a hatásfok kiszámítására kapott összefüggést!

$$\eta = \frac{\text{ABC háromszög területe}}{\text{bevitt hő}}$$

Az ABC háromszög területe $\frac{300 \cdot 4}{2}$ J=600J

Hőt az AB állapot változás során viszünk be.

$$Q_{AB} = \Delta E_{AB} - W_{AB} = \frac{f}{2}\ V_B - V_A\ \ p_A + p_A\ \ V_B - V_A\ = \frac{f+2}{2} p_A\ \ V_B - V_A\ =$$

$$\frac{5}{2} \cdot 400 \cdot 4J = 4000J$$

Így $\eta = \frac{600J}{4000J} = 0{,}15 = 15\%$

3. Az ábrán látható körfolyamatban oxigént alkalmaztunk. Az *A* állapotban a gáz hőmérséklete 17 ^{0} C.

a) Mekkora hőt vesz fel az oxigén az $A \rightarrow B$ állapotváltozás közben?

b) Mekkora és milyen előjelű a munkavégzés a $B \rightarrow C$ szakaszon?

c) Számítsuk ki a körfolyamat termikus hatásfokát!

Megodás:
Az oxigén molekulák szabadsági foka: f = 5.

$R = 8{,}314\,\frac{J}{molK}$

T_A = 290 K
p_A=100 kPa
V_A= 2 dm^3
p_B= 300 kPa

a) $Q_{AB} = ?$

Mivel a térfogat állandó, a tágulási munka 0. Így $Q_{AB} = \Delta E_{AB} = \frac{f}{2} V\Delta p = \frac{5}{2}\cdot 2\cdot 200J = 1000J$

b) $W_{BC} = ?$

$W_{BC} = -p\Delta V = -300\cdot 6J = -1800J$

c) $\eta = ?$

$$\eta = \frac{W_{hasznos}}{Q_{be}}$$

$W_{hasznos} = \text{téglalap területe} = 6\cdot 200J = 1200J$

Hőbevitel két részletben történik: $Q_{be} = Q_{AB} + Q_{BC}$

$$Q_{AB} = \Delta E_{AB} = \frac{f}{2} V\Delta p = \frac{5}{2}\cdot 2\cdot 200J = 1000J$$

$$Q_{BC} = \Delta E_{BC} + p\Delta V == \frac{f}{2} p\Delta V + p\Delta V = \frac{f+2}{2} p\Delta V = \frac{7}{2}\cdot 300\cdot 6J = 6300J$$

$$Q_{be} = Q_{AB} + Q_{BC} = 1000J + 6300J = 7300J$$

$$\eta = \frac{W_{hasznos}}{Q_{be}} = \frac{1200J}{7300J} = 0{,}164 = 16{,}4\%$$

29. lecke Olvadás, fagyás

1. Mennyi 0 °C-os jeget kell beledobni 3 dl 22 °C-os üdítőbe, hogy 8 °C hőmérsékletű italt kapjunk?

$L_o=334\frac{kJ}{kg}$; $c_{jég}=2100\frac{J}{kg^0C}$; $c_{víz}=4200\frac{J}{kg^0C}$.

Megoldás:

$T_{jég} = 0\ ^0C$
$m_{víz} = 0{,}3$ kg (3dl víz)
$T_k = 8\ ^0C$
$\underline{T_{víz} = 22\ ^0C}$
$m_{jég} = ?$

Az üdítő által leadott hőt a jég felveszi. $Q_{le} = Q_{fel}$
A jég az olvadásponton megolvad.
$c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot (T_{víz} - T_k) = L_0 \cdot m_{jég} + c_{víz} \cdot m_{jég} \cdot T_k$
$m_{jég} \cdot (L_0 + c_{víz} \cdot T_k) = c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot (T_{víz} - T_k)$
Fejezzük ki a jég tömegét, írjuk be az ismert adatokat!

$$m_{jég} = \frac{c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot (T_{víz} - T_k)}{L_0 + c_{víz} \cdot T_k} = \frac{4200\frac{J}{kg\cdot^0C} \cdot 0{,}3kg \cdot 14^0C}{334\frac{kJ}{kg} + 4200\frac{J}{kg\cdot^0C} \cdot 8^0C} = 47{,}99 \text{ g} \approx 48\text{g}$$

Az üdítőbe 48 g jeget kell dobni.

2. Egy termoszban 4 kg –12 ^{0}C-os jég van. Melegedés közben 2000 kJ hőt vesz fel a környezetéből. Elolvad-e a jég? Ha elolvad, mekkora lesz a víz hőmérséklete?

$L_o=334\frac{kJ}{kg}$; $c_{jég}=2100\frac{J}{kg^0C}$; $c_{víz}=4200\frac{J}{kg^0C}$.

Megoldás:
$m_{jég} = 4$ kg; $T_{jég} = -12\ ^0C$
$\underline{Q = 2000 \text{ kJ}}$
$T_{víz} = ?$

$Q_{fel} = c_{jég} \cdot m_{jég} \cdot \Delta t + L_0 \cdot m_{jég} = 1436{,}8$ kJ
Az összes jég felmelegszik az olvadáspontra, elolvad és marad még 563,2 kJ hő. Ez a hőmennyiség felmelegíti a 0 ^{0}C-os vizet.
$563{,}2 \text{ kJ} = c_{víz} \cdot m_{jég} \cdot t_x$
Fejezzük ki a hőmérsékletet!

$$T_{víz} = \frac{563{,}2kJ}{c_{víz} \cdot m_{jég}} = \frac{563{,}2kJ}{4200\frac{J}{kg\cdot^0C} \cdot 4kg} = 33{,}52\ ^0C$$

33,52 ^{0}C-os víz lesz a termoszban.

3. Mekkora tömegű vizet hűt le 30 ^{0}C-ról 12 ^{0}C-ra 2 db 30 g-os, 0 ^{0}C-os jégkocka?
$L_o=334\frac{kJ}{kg}$; $c_{víz} = 4200\frac{J}{kg^0C}$.

Megoldás:
$T_{víz}$ =30 ^{0}C
T_k = 12 ^{0}C
ΔT = 18 ^{0}C
$m_{jég}$ = 60 g = $6 \cdot 10^{-2}$ kg
$T_{jég}$ = 0 ^{0}C
$m_{víz}$ =?

A víz által leadott hőt a jég felveszi és megolvad! $Q_{le} = Q_{fel}$
Helyettesítsük be a fajhőt és olvadáshőt!
$c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot 18\ ^0C = L_0 \cdot m_{jég} + c_{víz} \cdot m_{jég} \cdot 12\ ^0C$
Fejezzük ki a tömeget!

$$m_{víz} = \frac{m_{jég}\left(L_0 + c_{víz}\cdot 12^0C\right)}{c_{víz}\cdot 18^0C} = \frac{0{,}06kg\cdot(334\frac{kj}{kg} + 4200\frac{J}{kg\cdot^0C}\cdot 12^0C)}{4200\frac{J}{kg\cdot^0C}\cdot 18^0C} = 0{,}305\ kg = 305\ g$$

A jégkocka 305 g tömegű vizet hűt le.

4. Egy termoszban 1,5 liter 10 ^{0}C hőmérsékletű víz van. Beledobunk 300 g tömegű, –8 ^{0}C-os jégdarabot. Mi történik a folyamat során?
$L_o=334\frac{kJ}{kg}$; $c_{jég}= 2100\frac{J}{kg^0C}$; $c_{víz}=4200\frac{J}{kg^0C}$.

Megoldás:
$m_{víz}$ =1,5 kg; $T_{víz}$ = 10 ^{0}C
$m_{jég}$ =300 g = 0,3 kg
$T_{jég}$ = - 8 ^{0}C
Mi történik?

Készítsünk energiamérleget!

A jeget felmelegítjük az olvadáspontra:

A felvett hőmennyiség	Leadott hőmennyiség
A jeget próbáljuk megolvasztani	A víz lehűl 0 ^{0}C-ra
$Q_1 = c_{jég} \cdot m_{jég} \cdot \Delta t = 5040$ J	$Q_1 = c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot \Delta t = 63000$ J
$Q_2 = L_0 \cdot m_{jég} = 100200$ J	

Az összes jég nem olvad meg

Az összes jég felmelegszik az olvadáspontra és marad 63000 J – 5040 J = 57960 J

Ez a hőmennyiség a 0^{0}C-os jég egy részét megolvasztja:

$57960J = L_0 \cdot m_x$ $\qquad m_x = \frac{57960J}{334000\frac{J}{kg}} = 173{,}5$ g

A termoszban 1,673 kg 0 ^{0}C-os víz és 0,126 kg 0 ^{0}C-os jég lesz!

5. Mennyi hőt kell közölnünk 380 g, –18 ^{0}C-os jéggel, ha azt szeretnénk, hogy az olvadás után 28 ^{0}C-os víz keletkezzen?

$L_o=334\frac{kJ}{kg}$; $c_{jég}= 2100\frac{J}{kg^0C}$; $c_{víz}=4200\frac{J}{kg^0C}$.

Megoldások

$m_{jég}$ =380 g = 0,38kg
$T_{víz}$ = 28 ^{0}C
$T_{jég}$ = - 18 ^{0}C
Q = ?

A jeget fel kell melegíteni az olvadáspontra, meg kell olvasztani, majd a 0 ^{0}C-os vizet melegíteni kell 28 ^{0}C-ra! Helyettesítsük be a fajhőket és az olvadáshőt!

$Q = c_{jég} \cdot m_{jég} \cdot \Delta T_{jég} + L_0 \cdot m_{jég} + c_{víz} \cdot m_{jég} \cdot \Delta T_{víz}$

$Q = 2100\frac{J}{kg^0C} \cdot 0{,}38\ kg \cdot 18\ ^0C + 334\frac{kJ}{kg} \cdot 0{,}38\ kg + 4200\frac{J}{kg^0C} \cdot 0{,}38\ kg \cdot 28\ ^0C = 185{,}97\ kJ$

A jéggel 185,97 kJ hőt kell közölni.

Emelt szintű feladatok:

6. A 250 g tömegű ólomgolyó szabadon esik, majd rugalmatlanul ütközik a jól szigetelt asztalhoz. Milyen magasról esett, ha a hőmérséklete 3,5 ^{0}C-kal emelkedett? Az összes helyzeti energia 25%-a a környezetet melegítette. Az ólom fajhője 130 $\frac{J}{kg \cdot {}^0C}$.

Megoldás:

m = 250 g
$\Delta T = 3{,}5\ ^0C$
$C_{ólom}= 130\ \frac{J}{kg \cdot {}^0C}$
$g = 10\ \frac{m}{s^2}$
h = ?

A helyzeti energia 75 %-a melegíti az asztalt.

$0{,}75 \cdot m \cdot g \cdot h = c \cdot m \cdot \Delta T$

Egyszerűsítsünk a tömeggel, fejezzük ki a magasságot (h)!
Helyettesítsük be az adatokat!

$$h = \frac{c \cdot \Delta T}{g \cdot 0{,}75} = \frac{130\frac{J}{kg \cdot {}^0C} \cdot 3{,}5^0C}{7{,}5\frac{m}{s^2}} = 60{,}67m$$

A golyó 60,67 m magasról esett le.

7. Hogyan lehet a réz fajhőjének ismeretében kiszámítani a mólhőjét? Vegyünk 1 molt, használjuk fel a hőkapacitás fogalmát!

Megoldás:

A réz fajhője: c = 385 $\frac{J}{kg \cdot {}^0C}$. A réz moláris tömege: M = 63,46 $\frac{g}{mol}$.

Vegyünk 1 mol rézt, n = 1 mol.

$c = \frac{C}{m}$ ebből a hőkapacitás C = c·m = 385 $\frac{J}{kg \cdot {}^0C}$ · 63,46 · 10^{-3}kg = 63,46 $\frac{J}{{}^0C}$

A réz mólhője : c_M = $\frac{C}{n} = \frac{24{,}43\frac{J}{{}^0C}}{1mol} = 24.43\frac{J}{mol \cdot {}^0C}$

30. lecke Párolgás, forrás, lecsapódás

1. Hány gramm 100 °C-os vízgőzt kell a 35 °C-os 1,5 dl térfogatú kávéban lecsapatni, hogy 60 °C-os forró kávét kapjunk?

$c_{víz}=4200\,\frac{J}{kg\,^0C}$; $c_{gőz}=1900\,\frac{J}{kg\,^0C}$; $L_f=2256\,\frac{kJ}{kg}$; $c_{jég}=2100\,\frac{J}{kg\,^0C}$; $L_o=334\,\frac{kJ}{kg}$

Megoldás:

$c_{víz}=4200\,\frac{J}{kg\,^0C}$; $c_{gőz}=1900\,\frac{J}{kg\,^0C}$; $L_f=2256\,\frac{kJ}{kg}$; $c_{jég}=2100\,\frac{J}{kg\,^0C}$; $L_o=334\,\frac{kJ}{kg}$

$m_{víz}$ = 0,15 kg
$T_{víz}$ = 35 ^{0}C
$T_{gőz}$ = 100 ^{0}C
$\underline{T_k = 60\ ^0C}$
$m_{gőz}$ = ?

A vízgőz lecsapódik, lehűl, hőt ad le, amit a kávé felvesz.
A víz felmelegszik $\Delta T_{víz}$ = 25 ^{0}C, a gőz lehűl $\Delta T_{gőz}$= 40 ^{0}C.
$Q_{le} = Q_{fel}$
Helyettesítsük be a forráshőt és a fajhőt!
$L_f \cdot m_{gőz} + c_{víz} \cdot m_{gőz} \cdot \Delta T_{gőz} = c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot \Delta T_{víz}$
Fejezzük ki a gőz tömegét! Helyettesítsük be az adatokat!

$$m_{gőz} = \frac{c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot \Delta T_{víz}}{L_f + c_{víz} \cdot \Delta T_{gőő}} = \frac{4200\,\frac{J}{kg \cdot {}^0C} \cdot 0{,}15kg \cdot 25^0C}{2256\,\frac{kJ}{kg} + 4200\,\frac{J}{kg \cdot {}^0C} \cdot 40^0C} = 6{,}5\ \text{g}$$

A kávéban 6,5 g vízgőzt kell lecsapatni.

2. Mekkora tömegű vizet párologtat el egy 60 kg-os tanuló, hogy testhőmérséklete 0,8 ^{0}C-kal csökkenjen? A megoldásnál vegyük figyelembe, hogy az emberi test nagyrészt vízből áll, és testhőmérsékleten a víz párolgáshője 2400 $\frac{kJ}{kg}$. $c_{víz}=4200\,\frac{J}{kg\,^0C}$

Megoldás:

M = 60 kg
ΔT = 0,8 ^{0}C
$L_p = 2400\ \frac{kJ}{kg}$
$\underline{c_{víz} = 4200\,\frac{J}{kg\,^0C}}$
m = ?

Az elpárolgó víz hőt von el a környezettől, a tanuló testétől.
$c_{víz} \cdot M \cdot \Delta T = L_p \cdot m$
Fejezzük ki a tömeget! Helyettesítsük be az adatokat!

$$m = \frac{c_{víz} \cdot M \cdot \Delta T}{L_p} = \frac{4200 \frac{J}{kg \cdot {}^0C} \cdot 60 kg \cdot 0{,}8^0 C}{2400000 \frac{J}{kg}} = 84 \text{ g}$$

A tanuló 84 g vizet párologtat el.

3. A 8 m x 6 m x 3 m-es terem levegőjének hőmérsékletét 6 ^{0}C-kal emeljük gőzfűtéses fűtőtesttel. A fűtőtestbe vezetett 100 °C-os vízgőz 50 °C-ra hűl le. A felszabaduló hőmennyiség 30%-a melegíti a levegőt. Számítsuk ki, mekkora tömegű gőzre van szükség!

$L_f = 2256 \frac{kJ}{kg}$; $c_{víz} = 4200 \frac{J}{kg^0C}$; $\rho_{levegő} = 1{,}29 \frac{kg}{m^3}$.

A levegő állandó nyomáson mért fajhője: $997 \frac{J}{kg^0C}$.

Megoldás:

$\rho_{levegő} = 1{,}29 \frac{kg}{m^3}$
$T_{gőz} = 100\ {}^0C$
$\eta = 30\ \% = 0{,}3$
$c_p = 997 \frac{J}{kg^0C}$
$\Delta T = 6\ {}^0C$
$\underline{\Delta T_{víz} = 50^0C}$
$m_{gőz} = ?$

Számítsuk ki a térfogatot!
$V = 8\ m \times 6\ m \times 3\ m = 144\ m^3$
A sűrűség felhasználásával kiszámítjuk a levegő tömegét!

$\rho_{levegő} = \frac{m}{V} \quad \Rightarrow \quad m_{levegő} = \rho \cdot V = 185{,}76$ kg

A vízgőz lecsapódik, lehűl és közben hőt ad át a környezetének!
$Q_{fel} = 0{,}3 \cdot Q_{le}$
$c_p \cdot m_{levegő} \cdot \Delta T = 0{,}3 \cdot (L_f \cdot m_{gőz} + c_{víz} \cdot m_{gőz} \cdot \Delta T_{víz})$
Fejezzük ki a tömeget! Helyettesítsük be az adatokat!

$$m_{gőz} = \frac{c_p \cdot m_{levegő} \cdot \Delta T}{0{,}3 \cdot (L_f + c_{víz} \cdot \Delta T_{víz})} = \frac{997 \frac{J}{kg \cdot {}^0C} \cdot 185{,}76 kg \cdot 6^0 C}{0{,}3 \cdot (2256000 \frac{J}{kg} + 4200 \frac{J}{kg \cdot {}^0C} 50^0 C} = 1{,}5 \text{ kg}$$

A fűtéshez 1,5 kg gőzre lesz szükség.

4. A 120 g tömegű 80 °C-os vízzel 300 kJ hőmennyiséget közlünk állandó nyomáson, jól szigetelt tartályban. Mi történik? Ábrázoljuk a folyamatot hőmérséklet-hőmennyiség grafikonon!

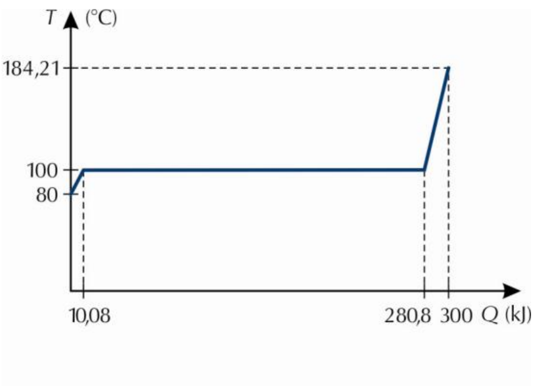
Megoldás:
$m_{víz}$ =120 g = 0,12 kg
$T_{víz}$ = 80 ^{0}C
Q = 300 kJ
$c_{víz} = 4200 \dfrac{J}{kg^0C}$
$L_f = 2256 \dfrac{kJ}{kg}$
$c_{gőz} = 1900 \dfrac{J}{kg^0C}$

A víz felmelegszik 100 ^{0}C-ra.
$Q_1 = c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot 20\ ^0C$ = 10,08kJ
A 100 ^{0}C-os vízből 100 ^{0}C-os vízgőz lesz.
$Q_2 = L_f \cdot m_{víz}$ =270,72 kJ
Marad: (300 – 10,08 – 270,72)kJ = 19,2 kJ

Ez a hőmennyiség felmelegíti a vízgőzt.
$c_{gőz} \cdot m_{víz} \cdot \Delta T$ = 19 200J

Fejezzük ki a hőmérséklet megváltozását!
Helyettesítsük be az adatokat! $\Delta T = \dfrac{19200J}{c_g \cdot m_{víz}} = \dfrac{19200J}{1900\dfrac{J}{kg \cdot ^0C} \cdot 0{,}12kg}$ = 84,21 ^{0}C

A kaloriméterben 120 g 184,21^{0}C-os gőz lesz.



5. A desztilláló berendezésbe 3 kg 100 °C-os vízgőzt vezettünk. A desztillált víz hőmérséklete 35 °C. Hány kg 15 °C-os hűtővizet használtunk fel, ha az 35 °C-ra melegedett fel?

Megoldás:
$m_{gőz} = 3$ kg
$T_{gőz} = 100\ {}^0C$
$T_1 = 15\ {}^0C$
$T_2 = 35\ {}^0C = t_{deszt}$
$L_f = 2256\,\frac{kJ}{kg}$
$c_{víz} = 4200\,\frac{J}{kg^0C}$
$m_{hűtő} = ?$

A gőz lecsapódik, majd lehűl. A felszabaduló hőt a hűtővíz veszi fel.
$Q_{fel} = Q_{le}$
$c_{víz} \cdot m_{hűtő} \cdot 20\ {}^0C = L_f \cdot m_{gőz} + c_{víz} \cdot m_{gőz} \cdot 65\ {}^0C$

Fejezzük ki a hűtővíz tömegét! Helyettesítsük be az adatokat!

$$m_{hűtő} = \frac{m_g\,(L_f + c_{víz} \cdot 65^0C)}{c_{víz} \cdot 20^0C} = \frac{3kg \cdot (2256000\,\frac{J}{kg} + 4200\,\frac{J}{kg \cdot {}^0C} \cdot 65^0C)}{4200\,\frac{J}{kg \cdot {}^0C} \cdot 20^0C} = 90{,}3 \text{ kg}$$

A hűtővíz tömege 90,3 kg.

6. Hány kg 80 °C-os termálvizet kell töltenünk 40 kg 10 °C-os vízhez, ha azt szeretnénk, hogy a közös hőmérséklet 28 °C legyen? A környezettel való hőcserétől eltekintünk.

Megoldás:
$T_1 = 80\ {}^0C$
$T_2 = 10\ {}^0C$
$m_2 = 40$ kg
$\underline{T_k = 28\ {}^0C}$
$m_1 = ?$

Alkalmazzuk a kalorimetria egyenletét: $Q_{fel} = Q_{le}$
$c \cdot m_1 \cdot \Delta t_1 = c \cdot m_2 \cdot \Delta t_2$
Egyszerűsítsünk a fajhővel!
$m_1 \cdot 52\ {}^0C = 40\ kg \cdot 18\ {}^0C$
Fejezzük ki a tömeget!
$m_1 = 13{,}85$ kg
A termálvíz tömege 13,85 kg.

7. A fizikaszakkörön az egyik tanuló 40 g-os rézgolyót melegített gázlánggal. Az izzó golyót fél liter 18 °C-os vízbe tette. A közös hőmérséklet 20 °C lett. Mekkora volt a gázláng hőmérséklete?

$c_{víz}=4200\,\frac{J}{kg^0C}$ $\quad\quad$ $c_{réz}=385\,\frac{J}{kg^0C}$

Megoldás:
$m_{réz}$ = 40 g = 0,04 kg
$m_{víz}$ = 0,5 kg
$T_{víz}$ = 18 ^{0}C
T_k = 20 ^{0}C
$\Delta T_{víz}$= 2 ^{0}C
T_x = ?

A gázláng hőmérséklete egyenlő a rézgolyó hőmérsékletével.
Alkalmazzuk a kalorimetria egyenletét: $Q_{fel} = Q_{le}$!
Helyettesítsük be az adatokat!
$c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot \Delta T_{víz} = c_{réz} \cdot m_{réz} \cdot (T_x\text{-}20\ ^0C)$
$4200 = 15{,}4 \cdot (T_x - 20)$
Fejezzük ki a hőmérsékletet!
T_x = 292,7 ^{0}C
A gázláng hőmérséklete 292,7 ^{0}C volt.

8. Kaloriméterben lévő 3 liter 8 °C-os vízbe 355 g tömegű 400 °C-os fémkockát teszünk, a közös hőmérséklet 17,6 °C lesz. Számítsuk ki a fémkocka fajhőjét! Keressük meg a *Négyjegyű függvénytáblázatokból*, milyen fémből készült a kocka!

Megoldás:
$m_{víz}$ = 3 kg
$c_{víz} = 4200\,\frac{J}{kg^0C}$
$T_{víz}$ = 8 ^{0}C
m_x = 355g = 0,355 kg
T_x = 400 ^{0}C
T_k = 17,6 ^{0}C
c_x = ?

Alkalmazzuk a kalorimetria egyenletét: $Q_{fel} = Q_{le}$
$c_x \cdot m_x \cdot \Delta T_x = c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot \Delta T_{víz}$
Fejezzük ki az ismeretlen fajhőt! Helyettesítsük be az adatokat!

$$c_x = \frac{c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot \Delta T_{víz}}{m_x \cdot \Delta T_x} = \frac{4200\frac{J}{kg\cdot^0C}\cdot 3kg \cdot 9{,}6^0C}{0{,}355kg \cdot 382{,}4^0C} = 891\ \frac{J}{kg^0C}$$

$\Delta T_{víz}$= 9,6 ^{0}C
ΔT_x=382,4 ^{0}C

Alumíniumból készült a kocka.

9. A jól szigetelt tartályban összekeverünk 500 g 100 °C-os alumíniumport és 200 g 20 °C-os vasreszeléket. Mekkora lesz a közös hőmérséklet?

$c_{Al} = 900\,\frac{J}{kg^0C}$; $c_{Fe} = 465\,\frac{J}{kg^0C}$.

Megoldás:

$m_{Al} = 0{,}5$ kg
$T_{Al} = 100\ ^0C$
$m_{Fe} = 0{,}2$kg
$T_{Fe} = 20\ ^0C$
$T_k = ?$

Alkalmazzuk a kalorimetria egyenletét: $Q_{fel} = Q_{le}$
Az alumíniumpor hőt ad le, a vasreszelék hőt vesz fel.
$c_{Al} \cdot m_{Al} \cdot \Delta T_{Al} = c_{Fe} \cdot m_{Fe} \cdot \Delta T_{Fe}$
Helyettesítsük be az adatokat!
$450\,(100 - T_k) = 93 \cdot (T_k - 20)$
Fejezzük ki a hőmérsékletet!
$T_k = 86{,}3\ ^0C$
A közös hőmérséklet 86,3 ^0C lesz.

10. A kaloriméterben 180 g 25 °C-os víz van. Beletöltünk 80 g 85 °C-os vizet. A közös hőmérséklet 32 °C lesz. Számítsuk ki a kaloriméter hőkapacitását!

Megoldás:

$m_1 = 180$ g = 0,18 kg
$T_1 = 25\ ^0C$
$m_2 = 80$g = 0,08 kg
$T_2 = 80\ ^0C$
$T_k = 32\ ^0C$
$\Delta T_1 = 7\ ^0C$
$\Delta T_2 = 48\ ^0C$
$c_{víz} = 4200\,\frac{J}{kg^0C}$
$C_k = ?$

Alkalmazzuk a kalorimetria egyenletét: $Q_{fel} = Q_{le}$!
$(C_k + c_{víz} \cdot m_1) \cdot \Delta T_1 = c_{víz} \cdot m_2 \cdot \Delta T_2$
Fejezzük ki a kaloriméter kapacitását! Helyettesítsük be az adatokat!

$$C_k = \frac{c_{víz} \cdot m_2 \cdot \Delta T_2}{\Delta T_1} - c_{víz} \cdot m_1 = \frac{4200\,\frac{J}{kg \cdot {}^0C} \cdot 0{,}08kg \cdot 53^0\,C}{7^0C} - 4200\,\frac{J}{kg \cdot {}^0C} \cdot 0{,}18kg$$

$C_k = 1788\ \frac{J}{{}^0C}$ a kaloriméter hőkapacitása

11. Hasonlítsuk össze a vízerőmű és a hőerőmű működését! Hogyan történik az energia átalakítása?

Megoldás:

A **vízerőmű** (duzzasztómű) olyan erőmű, mely a vízienergiát hasznosítja. Egy gáttal elrekesztett folyó vagy patak vizét felduzzasztják. A felduzzasztott és magasból leeső víz vízturbinát hajt meg, ez pedig elektromos generátort. A hasznosított energia mennyisége az átömlő víz mennyiségétől és a víz forrása és a víz kilépése helyének magasságkülönbségétől függ. Ezt a magasságkülönbséget esésnek nevezik. A potenciális energia egyenesen arányos az eséssel.

A **hőerőmű** olyan erőmű, melyben fosszilis tüzelőanyaggal (szén, kőolaj, gáz) gőzkazánt fűtenek. Az ezekben termelt gőz gőzturbinát, rajta keresztül villamos generátort hajt meg, és így szolgáltat villamosenergiát. Az ilyen erőműveket általában nagy teljesítményekre építik és többnyire állandó üzem tartására tervezik.

33. lecke Hőtan az otthonunkban

1. Az ábrán egy lakóház tetőtere látható. A tetőtérbe napkollektort építettek. Tanulmányozzuk az ábrát és magyarázzuk meg, hogyan oldottak meg a helyiségek fűtését!

Megoldás:
A napkollektor olyan épületgépészeti berendezés, napenergia felhasználásával állít elő fűtésre, vízmelegítésre használható hőenergiát. Hőközvetítő közege folyadék, mely egy hőcserélő segítségével adja át a hőt a fűtésrendszernek. Az ábrán látható fűtésrendszer a napkollektorban előmelegített vizet a valószínűleg gázzal működtetett cirkogejzírbe vezeti; tehát a napkollektor napsütéses napokon rásegít a fűtésre

2. Az ábrán egy lakóház fűtésének tervrajza tanulmányozható. Magyarázzuk meg, hogyan működik a fűtés!

Megoldás:
Az ábrán egy gravitációs melegvíz-fűtőberendezés vázlata látható. Működése a különböző hőmérsékletű víz sűrűségének különbségén alapszik. A magasan elhelyezett fűtőtestben lévő víz lehűl, nagyobb sűrűsége miatt süllyedni kezd, s a mélyebben fekvő hőtermelőbe áramlik, ahonnan a kisebb sűrűségű melegebb vizet kiszorítja. A lehűlt víz a hőtermelőben újra felmelegszik és az utána áramló hideg víz nyomására a csőrendszerben ismét felemelkedik és újra a fűtőtestbe áramlik.

3. Melyik tüzelőanyaggal lehetett leggazdaságosabban fűteni 2011-ben? A tűzifa köbmétere 15 000 Ft, a kőszén mázsája 11 500 Ft, a földgáz köbmétere 170 Ft-ba került. A fa sűrűségét számoljuk 700 kg/ m^3-nek, a földgáz sűrűsége 1,1 kg/m^3 .

Megoldás

	tűzifa	földgáz	kőszén
fűtőérték	16 000 kJ/kg	30 000 kJ/kg	30 000 kJ/kg
egységár	15 000 Ft/m3	170 Ft/m3	11500 Ft/100kg
sűrűség	700 kg/m3	1,1 kg/m3	
Kilogrammonkénti egységár	21 Ft/kg	154 Ft/kg	115 Ft/kg
10 000 kJ-onkénti ár	13 Ft/10 000kJ	51 Ft/10 000kJ	38 Ft/ 10 000kJ

4. Mennyi energiát nyerünk egy darab (30 g) túrórudi elfogyasztásával? A túrórudi 100 grammjában 9,3 g szénhidrát, 4,4 g fehérje es 5,5 g zsír található. A megoldást kJ-ban és kcalban is adjuk meg!

Megoldás

	Szénhidrát	zsír	fehérje
Túrórudinkénti mennyiség	2,8 g	1,7 g	1,3 g
Fajlagos energiatartalom	4,1 kcal/g=17,6 kJ/g	9,3 kcal/g=38,9 kJ/g	4,2 kcal/g=17,6 kJ/g
Energiatartalom	11,48 kcal=49,3 kJ	15,81 kcal=66,13 kJ	5,6 kcal=22,88 kJ

Összes energiatartalom túrórudinként: 32,89 kcal = 138,3 1kJ.