

Panpáts Béla

Aláírás + vizsga

50%-át az óránál ~~...~~

2 feladat Hází

SI perdit, stb. } beadás az utolsó előadásban  
május 12.

Az új nem jött orvára ~~...~~ az új egy aláírást és az egész felét anyagából be kell mutatni az aláírásért.

Indokelt vizsga  $\rightarrow$  minimum érdem

Fizika tárgya és felosztása

a fizika természetét általánosan ~~...~~  
környezetünkét mutatja megismertethető (elbűvölő) szemlélettel követendő.

Fizikai mennyiségek

(mennyiség) [mértékegység]  
5 kg

Az egyenlet két oldalán ugyanolyan mértékegység áll, hogy szerepeljen.

$$F = m \cdot a$$

$$3N = 2kg \cdot x \frac{m}{s^2}$$

$$1N = 1kg \cdot \frac{m}{s^2}$$

Ha mentérendszert használunk  $\rightarrow$  ez a követelmény automatikusan teljesül, (ha helyes az egyenlet)

Ha az SI rendszert használjuk

1 db ~~alap~~ alapegység ( $m, s, kg, A, \dots$ )

2 db kiegészítő egység

$\downarrow$

számszabott mértékegységek

Prefixumok

---

A fizika felosztása

Mechanika:

- kinematika

- dinamika

tömegpont - törendszerek - merev test mechanika

Klasszikus - relativisztikus

$v \ll c$

$v \sim c$  - fénysebesség

Klasszikus - kvantummechanika

$l \gg a_0$

$a_0 \sim l$

$a_0$ : atomi méret

Hőtan

Elektrodinamika

Modern fizika

---

Tömegpont kinematika

Tömegpont: a pálya méretéhez képest méretes  
kiseb, de nagyobb az atomi mérethez képest.

Uratöltöttségű test: az a test amikor a mozgást  
vizsgáljuk

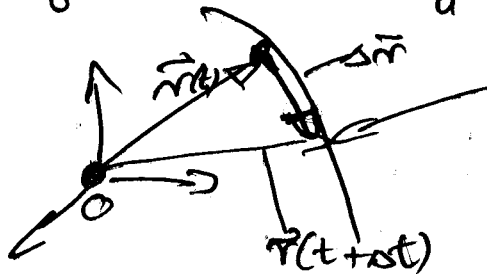
Vanalegortatási rendszer:

vanalegortatási test + Éoord. rend.

pl. Descartes - file    ▢ Éoord. rendszer

Helyvektor ( $\vec{r}$ )

az origótól a tömegponthoz húzott vektor



A mozgás pályája: a mozgás során érintett pontok.

$\vec{r}(t)$  - a  $t$  időpillanatban ez a helyvektor

$\vec{r}(t + dt)$   $dt$  idővel később a helyvektor

$d\vec{r}$  - elemi vektor

$$d\vec{r} = \vec{r}(t + dt) - \vec{r}(t)$$

$$|d\vec{r}| \leq s \quad s - \text{a megtett út}$$

~~Szélesség vektor~~

Átlag sebesség - vektor

az elem. vektor  $e$ -s az elemi vektorhoz szűregezőbb hozzájárása.

$$\vec{v}_a = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Sebesség vektor (pillanatnyi sebesség)

$$\vec{v} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

A sebességvektor a helyvektor differenciálhányadosa

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$



A sebesség vektora a pályagörbe érintőjére irányítva mutat

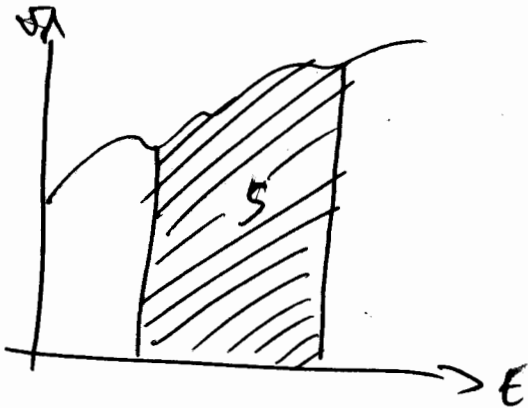
$$\vec{v} = v \cdot \vec{e}$$

↑  $\vec{e}$  érintő egységvektor

↑  $v$  pályasebesség (sebesség vektor nagysága)

$s$  - megtett út  $v = \dot{s} = \frac{ds}{dt}$

$s = \int v dt$



### Gyorsulás ( $\vec{a}$ )

átlagos gyorsulás

$$\vec{a}_i = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

pillanatnyi gyorsulás

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

mentésegységek:

$$[v]; [\Delta v]; [s] = 1 \text{ m}$$

$$[v] = 1 \text{ m/s}$$

$$[a] = \frac{1 \text{ m/s}}{\text{s}} = 1 \text{ m/s}^2$$

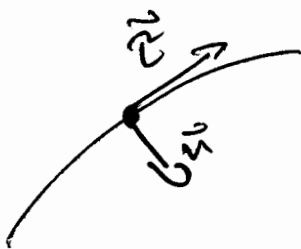
$$[1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}]$$



Sebesség és gyorsulás természetes koordináták

$\vec{v} = v \cdot \vec{e}$  1. tengely az érintő irányába mutat  
 $\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \dot{v} \cdot \vec{e} + v \cdot \dot{\vec{e}} = \dot{v} \cdot \vec{e} + \frac{v^2}{\rho} \vec{n}$

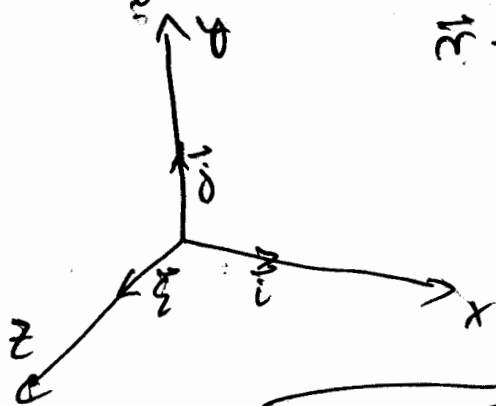
$\vec{n}$  - a 2. tengely a természetes koordin. rendszerben merőleges az érintőre és a görbületi középpont felé mutat. neve: normális egyenlítő



$$\vec{a} = \underbrace{\dot{v} \cdot \vec{e}}_{\text{tangenciális gyorsulás}} + \underbrace{\frac{v^2}{\rho} \cdot \vec{n}}_{\text{centripetális gyorsulás}}$$

$\rho$ -görbületi sugár

Descarteszi koordináta rendszer



$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$$

$$\vec{v} = \dot{x} \cdot \vec{i} + \dot{y} \cdot \vec{j} + \dot{z} \cdot \vec{k}$$

$$\vec{a} = \ddot{x} \cdot \vec{i} + \ddot{y} \cdot \vec{j} + \ddot{z} \cdot \vec{k}$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

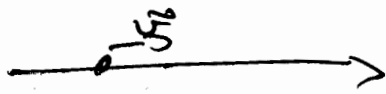
$$|\vec{a}| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}$$

## Egyenes mozgás

ME-GEPESZ

### 1. Egyenes vonalú egyenletes mozgás

↓  
 $v = \text{all.} \Rightarrow \Delta v = 0 \Rightarrow a = 0$



$$s = v \cdot t \quad s = \int v dt = v \cdot t$$

a pill. sebesség és az átlag seb. ugyan annyi.

### 2. Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás

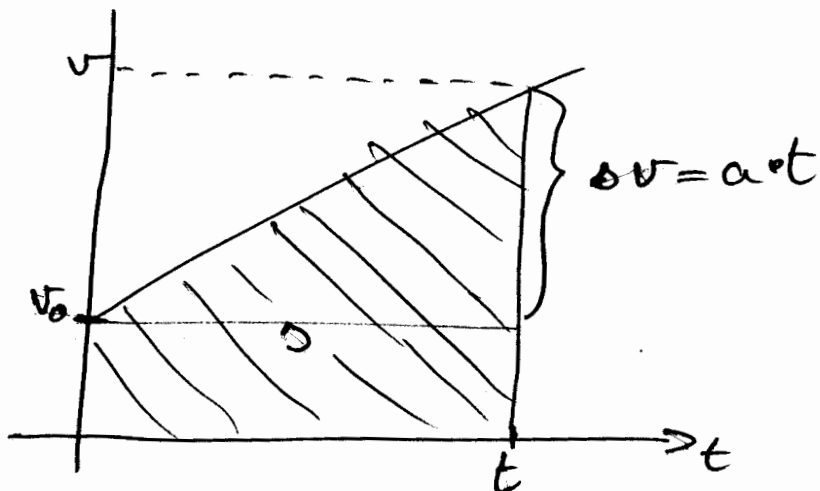
↓  
 $a = \text{all.}$   
 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow v = v_0 + a \cdot t$

$$v(t=0) = v_0$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t \cdot t = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$s = v_a \cdot t = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$$

$$v_a = \frac{v_0 + v}{2}$$



### 3. Egyenletes körmozgás



szögfordulás :  $\varphi$  [rad]

egy teljes kör :  $2\pi$

szögsebesség :  $\omega = \frac{s\varphi}{\Delta t} = \text{all.}$

ha  $\varphi(t=0) = 0 \quad \omega = \frac{\varphi}{t} \Rightarrow \varphi = \omega \cdot t$

$$\varphi = \frac{s}{r} \quad \omega = \frac{s}{r \cdot t} = \frac{\varphi}{t}$$

$$\vec{v} = \emptyset$$

Erőtelő erővel gyorsulás nincs  $a_t = \emptyset$

$$a_g = \frac{v^2}{r} = v \cdot \omega = \omega^2 \cdot r$$

tangetenciális gyorsulás  
erőtelő irányú

## DINAMIKA

Newtonot kénytelen a mozgást, hanem rendszerű az  
adat is.

A mozgás az a kölcsönhatás

Kölcsönhatás:

TEST - TEST

TEST - TERÜL

Newton első törvénye: a mozgásra hagott  $t_p$   
mozgástanja mozgásállapotát

↓  
nem vesz részt  
kölcsönhatásban



$$\vec{v} = \text{áll.}$$

A fenti állítás csak bizonyos rendszerben igaz,  
ez az inercia rendszer

## A tömeg bevezetése

Tömegpontok kölcsönhatására vezetjük vissza

Több tömegpont van közöttük a tömeg elhelyezése is.

A tömegpontokat elmozdítjuk. ( $i$  és  $j$  átmozdítjuk)

$$\Delta \vec{v}_i = -c_{ij} \cdot \Delta \vec{v}_j$$

átmozdítás után - a



test elmozdításán mindig  
megmarad.

Etalakulás

$$\Delta \vec{v}_{etakar} = -c_{21} \Delta \vec{v}_2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{tapasztalati adat}$$

$$c_{2i} = \frac{c_{21}}{c_{i1}}$$

$$\frac{|\Delta \vec{v}_2|}{|\Delta \vec{v}_i|} = \frac{c_{i1}}{c_{21}} \quad \text{legyen } c_{i1} \text{ átvezetési szám a tömeg}$$

mértékében  $\rightarrow m_i$

$$\frac{|\Delta \vec{v}_2|}{|\Delta \vec{v}_i|} = \frac{m_i}{m_2} \rightarrow m_2 |\Delta \vec{v}_2| = m_i |\Delta \vec{v}_i|$$

$$m_2 \cdot \Delta \vec{v}_2 = -m_i \cdot \Delta \vec{v}_i$$

$$m_2 \cdot \Delta \vec{v}_2 + m_i \cdot \Delta \vec{v}_i = \vec{0}$$

$$\hookrightarrow m_2 \cdot \vec{v}_2 + m_i \cdot \vec{v}_i = \text{all.}$$

lendületmegmaradási axióma

$$\text{lendület: } \left( \vec{p} = m \cdot \vec{v} \right)$$

(Ez lépéselőbban impulzus, jele:  $\vec{I}$ )

(párzolás nélkül is számok a lendület megmarad.)

II. axióma

III. Erő axióma

A lendület változási gyorsaságát erővel nevezzük.

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

~~Az erő~~

A részrészlet az erőrejellet az általa okozott lendületváltozásu gyorsaság jellemez, azaz egyen-



$$[F] = 1 \frac{kg \cdot \frac{m}{s^2}}{1} = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2} = 1N \text{ (newton)}$$

Ha  $m = \text{áll}$  akkor  $\dot{\vec{p}} = m \cdot \dot{\vec{v}} = m \cdot \vec{a}$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \text{- csak speciális esetben igaz}$$

Mozgásegyenlet: erőaxióma + erőtörvény

Erőtörvény: megadja, hogy az erő milyen függvényben van a helynek, sebességnek, időnek

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

$$\vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t) = m \cdot \vec{a}$$

Példák erőtörvényekre

1. Newton-féle gravitációs törvény:  $\vec{F}_g = -\gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \vec{r}_0$

$$\gamma = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} ?$$



2. Huggerés

$$\vec{F}_r = -D \cdot \vec{r}$$

D: rugdáltsági

3. Coulomb-erő

$$F_c = \epsilon \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \vec{r}_0$$

$$\epsilon \approx 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

Mozgásegyenlet (a mechanika algegyenlete)

$$\vec{F}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t) = m \cdot \ddot{\vec{r}} \quad (\text{ez jobb skalár diff. egyenletet jelent})$$

2. rendű diff. egyenlet

Érdőfeltétel és kezévesek

$$\vec{r}(t=0) = \vec{r}_0$$

$$\dot{\vec{r}}(t=0) = \vec{v}_0$$

$$F_x(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) = m \cdot \ddot{x}$$

$$F_y(\dots) = m \cdot \ddot{y}$$

$$F_z(\dots) = m \cdot \ddot{z}$$

Azcsd-reakcsd tetele

párhelyes irányúban  $\vec{p} = \text{all.} \rightarrow \Delta \vec{p} = 0$

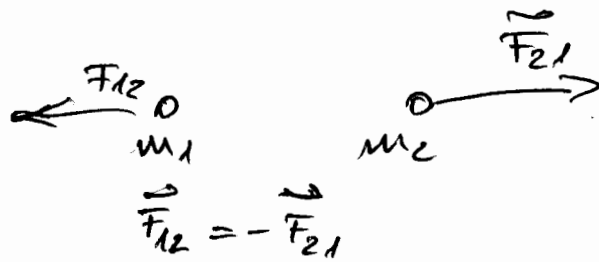
$$\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2 \quad / \cdot \Delta t$$

$$\frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} = -\frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t}$$

lendületvált. gyorsaság.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$\vec{F}_{12}$  — 2. testre  
1. testre hat



4. axcsd Superpozíciós axcsdja

ha a test két élecsúlyatában vesz részt az egyik által kifejtett erő  $\vec{F}_1$  a másik által kifejtett erő  $\vec{F}_2$

ha egyszerre hatnak, akkor a ráható erő (eredő erő)

$$\vec{F}_e = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

ME-GEPESZ

A teljesítmény és a munka

Teljesítmény

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

(skalárszorzat)

$$[P] = \text{N} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \text{ W (watt)}$$

Teljesítmény tétel

$$P = \dot{T}$$

$$\vec{F} = m \cdot \dot{\vec{v}}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{v^2}{2} \right) = \frac{1}{2} \cdot 2 \vec{v} \cdot \dot{\vec{v}}$$

tömegpontokra ható erő teljesítménye egyenlő a tp

$$\vec{F} \cdot \vec{v} = m \cdot \dot{\vec{v}} \cdot \vec{v}$$

$$P = m \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{v^2}{2} \right)$$

$$\vec{v} \cdot \dot{\vec{v}} = |\vec{v}| \cdot |\dot{\vec{v}}| \cdot \cos 0^\circ = v \cdot \dot{v}$$

kinetikus energiájához változási gyorsaságával.

$$= m \cdot \frac{1}{2} \frac{dv^2}{dt}$$

$$P = \frac{dT}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right)$$

$$T = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Kinétikus v. mozgási energia

Munka

elemi munka

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

(skalárszorzat)

$\delta W > 0$ , ha a szög kisebb szög  $\alpha < 90^\circ$

elemi elmozdulás

$\delta W = 0$ , ha  $\alpha = 90^\circ$

$\delta W < 0$ , ha  $\alpha > 90^\circ$



$$d\vec{r} = \vec{v} \cdot dt$$

$$\delta W = (\vec{F} \cdot \vec{v}) \cdot dt$$

$$\delta W = P \cdot dt \quad P = \frac{\delta W}{dt}$$

teljesítmény: időegység alatt végzett munka

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

adott útra kell integrálni

ha  $\vec{F} = \text{all.}$

$$W = \vec{F} \cdot \underbrace{\int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} d\vec{r}}_{\Delta \vec{r}} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = \int p dt$$

A munka a teljesítmény idő integrálja

## Munkatétel

$$W = \int_1^2 p dt = \int_1^2 \frac{dT}{dt} dt = \int_1^2 dT = T_2 - T_1$$

$$W = T_2 - T_1$$

tp-on végzett munka egyenlő a tömegpont kinetikus energiájának megváltozásával.

## Fizikai mezők

megadjuk, hogy az erő milyen függ-e a helyektől és az időtől. (ez a függ. differenciálható)  
pl.: gravitációs mező, vagy elektrosztatikus mező

Stacionárius mező (állóban áll)

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial t} = \vec{0}$$



Konzervatív mező

(energiát tart meg)

olyan potenciális mező, amelyben az elemi munka teljes differenciál.

ez a fog. a  $-V(\vec{r})$  potenciális energia fog. (-1) szerese

$$\delta W = -dV$$

$$W_{12} = \int_1^2 \delta W = \int_1^2 -dV = -\int_1^2 dV = -(V_2 - V_1) = V_1 - V_2$$

Mechanikai energia (E)

$$E = T + V$$

mozgási + helyzeti

$$W_{12} = T_2 - T_1 = V_1 - V_2$$

$$T_2 + V_2 = T_1 + V_1$$

$$E_2 = E_1$$

Konzervatív mezőben a mechanikai energia megmarad!

