GÁBOR DÉNES

FŐISKOLA

FIZIKA

PÉLDATÁR 1

1. A fény terjedési sebessége közel 3×10^{8} m/s. Határozzuk meg, hogy mennyi idő alatt teszi meg a fény az egy atommag átmérőjével (2×10^{-15} m) egyenlő távolságot!

MEGOLDÁS:

1. Egyenes vonalú egyenletes mozgás

2. $s = v \cdot t$, ebből $t = \frac{s}{v}$

3. $t = \dfrac{2 \cdot 10^{-15} m}{3 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}} = 6{,}66 \cdot 10^{-24} s$

4. $s = v \cdot t = 3 \cdot 108 \frac{m}{s} \cdot 6{,}66 \cdot 10^{-24} = 2 \cdot 10^{-15} m$

2. Egy gépkocsi 28 km-es utat tett meg végcéljáig. Az út első 9 km-es szakasza városi utakon vezetett, ahol az autó 27 km/ó átlagsebességgel mozgott. Az út fennmaradó részén a gépkocsi autópályán haladt. A teljes menetidő 41 perces volt. Mekkora volt a kocsi átlagsebessége az autópályán?
1. Egyenes vonalú egyenletes mozgás. A test tömegpontnak tekinthető. A mozgás két részből áll, amelyeknek átlagsebessége eltérő.

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesnek tekinthető mozgás.

2. $v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$

$s_1 + s_2 = s$ $\qquad s_2 = s - s_1$

$t_1 + t_2 = t$ $\qquad t_2 = t - t_1$

$\frac{s_1}{t_1} = v_1$ $\qquad \frac{s_2}{t_2} = v_2$

$t_1 = \frac{s_1}{v_1}$ $\qquad t_2 = t - t_1 = t - \frac{s_1}{v_1}$

$v_2 = \dfrac{s_2}{t_2} = \dfrac{s - s_1}{t - \frac{s_1}{v_1}}$

3. $s = 28\ km$

$s_1 = 9\ km$

$s_2 = 28 - 9 = 19\ km$

$v_1 = 27\ km/ó$

$$t = \frac{41}{60} ó$$

$$v_2 = \frac{28-9}{\frac{41}{60} - \frac{9}{27}} = \frac{19}{\frac{41}{60} - \frac{20}{60}} = \frac{60 \cdot 19}{29} = 54{,}3\ km/ó$$

4. $t_1 + t_2 = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} = \frac{9}{27} + \frac{19}{54{,}3} = 0{,}68 = \frac{41}{60}$

3. A kaliforniai San Andreas törésvonal két oldalának összeillő alakzataiból a geológusok arra a következtetésre jutottak, hogy a két, eredetileg folytonosan illeszkedő sziklafal mintegy 20 millió év alatt 325 km-t csúszott el egymáshoz képest. Határozzuk meg az elmozdulás átlagsebességét centiméter per évben! Megjegyzés: A Hollister közelében fekvő területen az elcsúszás sebessége jelenleg körülbelül 6 cm/év, körülbelül ilyen sebességgel nőnek a körmeink.

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletes mozgás.
2. $v = \frac{s}{t}$
3. $s = 325\ km = 325 \cdot 10^3\ m = 325 \cdot 10^5\ cm$

$t = 20\ millió\ év = 20 \cdot 10^6\ év$

$$v = \frac{32{,}5 \cdot 10^6\ cm}{20 \cdot 10^6\ év} = 1{,}625 \frac{cm}{év}$$

4. $v \cdot t = 1{,}625 \frac{cm}{év} \cdot 20 \cdot 10^6\ év = 32{,}5 \cdot 10^6\ cm = 325\ km$

4. Határozzuk meg, km/s-ben, hogy milyen sebességgel mozog a Föld Nap körüli pályáján! (A Föld keringési ideje a nap körül 365,3 nap, átlagos távolsága a Naptól 1,5 x 10^{11}m)

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes körmozgás
2. $s = 2r\pi$

$v = \frac{s}{t}$

3. $r = 1{,}5 \cdot 10^{11}\ m$

$t = 365{,}3\ nap = 365{,}3 \cdot 24 \cdot 3600\ s = 3{,}16 \cdot 10^7\ s$

$s = 2 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11} \cdot 3{,}14\ m = 9{,}42 \cdot 10^{11}\ m$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{9{,}42 \cdot 10^{11}\ m}{3{,}16 \cdot 10^7\ s} = 29810 \frac{m}{s}$$

4. $t = \frac{s}{v} = \frac{9{,}42 \cdot 10^{11}\, m}{29810 \frac{m}{s}} = 3{,}16 \cdot 10^{7}\, s$

5. Egyes amerikai autópályákon kb.1,6 kilométerenként (mérföldenként) számozott oszlopokat helyeznek el, hogy segítsék az autósokat sebességmérő órájuk ellenőrzésében. Mekkora idő telik el két oszlop közötti távolság megtétele során, ha a gépkocsi sebessége 110 km/óra?

MEGOLDÁS

1. Egyenesvonalú egyenletes mozgás.

2. $v = \frac{s}{t}$ $\qquad t = \frac{s}{v}$

3. $s = 1{,}6\, km$

$v = 110 \frac{km}{ó}$

$t = \frac{1{,}6\, km}{110 \frac{km}{ó}} = 0{,}0145\, ó = 0{,}873\, perc = 52\, s$

4. $s = v \cdot t = 110 \frac{km}{ó} \cdot 0{,}0145\, ó = 1{,}6\, km$

6. A Los Angeles és San Francisco közötti kb. 680 km-es távolságot egy gépkocsi 8 óra alatt teszi meg. Mekkora az átlagsebessége? Fejezzük ki az eredményt km/ó-ban és m/s-ben is!

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletes mozgás

2. $\bar{v} = \frac{s}{t}$

3. $s = 680\, km$

$t = 8\, ó$

$\bar{v} = \frac{680\, km}{8\, ó} = 85 \frac{km}{ó} = \frac{85 \cdot 1000\, m}{3600\, s} = 23{,}6 \frac{m}{s}$

4. $s = \overline{v \cdot t = 85} \frac{km}{ó} \cdot 8\, ó = 680\, km$

7. Egy autós 1 km-t 15 km/ó sebességgel tett meg. Mekkora sebességgel kell megtennie a következő kilométert, hogy a teljes két kilométeres útszakaszon az átlagsebessége 5 km/ó legyen?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletes mozgások összetétele

2. $v = \dfrac{s}{t}$ $\qquad t = \dfrac{s}{v}$

$s_1 + s \ = s$

$t_1 + t_2 = t \qquad t_1 = \dfrac{s_1}{v_1} \qquad t_2 = t - t_1$

$\bar{v} = \dfrac{s}{t} \qquad t = \dfrac{s}{v}$

$t_2 = \dfrac{s}{v} - \dfrac{s_1}{v_1}$

$$v_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{s_2}{\dfrac{s}{\bar{v}} - \dfrac{s_1}{v_1}}$$

3. $s_1 = s_2 = 1\ km$

$s = s_1 + s_2 = 2\ km$

$\bar{v} = 5\dfrac{km}{ó}$

$v_1 = 15\dfrac{km}{ó}$

$$v_2 = \frac{1}{\dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{15}} = \frac{1}{\dfrac{6}{15} - \dfrac{1}{15}} = \frac{1}{\dfrac{5}{15}} = \frac{15}{5} = 3\frac{km}{ó}$$

4. $t_1 = \dfrac{s_1}{v_1} = \dfrac{1}{15}ó \qquad t_2 = \dfrac{s_2}{v_2} = \dfrac{1}{3}ó$

$$t = t_1 + t_2 = \frac{1}{15} + \frac{1}{3} = \frac{1}{15} + \frac{5}{15} = \frac{6}{15}ó$$

$$\bar{v} = \frac{s}{t} = \frac{2\ km}{\dfrac{6}{15}ó} = 5\frac{km}{ó}$$

8. Egy futó a 100 m-es vágtaszámot 10,3 s-os eredménnyel nyerte meg. Egy másik futó 10,8-as idővel futott be. Feltéve, hogy az atléták a teljes távon egyenletesen futottak, határozzuk meg, hogy milyen távol volt a második futó a céltól, amikor a győztes átszakította a célszalagot!

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletes mozgások

2. $v = \frac{s}{t}$ $\qquad s = v \cdot t$

$v_2 = \frac{s}{t_2}$ a második futó sebessége

$s' = v_2 \cdot t_1 = \frac{s}{t_2} \cdot t_1$ ennyi utat tett meg a második futó addig, amíg az első célba ért

$s - s' =$ a két futó távolsága ebben a pillanatban

3. $s' = \frac{100\ m}{10{,}8} \cdot 10{,}3 = 95{,}37\ m$

Δs = s – s' = 100 – 95,37 = 4,63 m-re van a második futó a céltól abban a pillanatban, mikor az első célba ér.

4. A két futó idejének különbsége

$t_2 - t_1 = 10{,}8 - 10{,}3 = 0{,}5\ s$

A második futó sebessége $\frac{100}{10{,}8} = 9{,}26$

A második futó által megtett út az első beérkezése után.

$\Delta s = 0{,}5s \cdot 9{,}26 = 4{,}63\ m$

9. Egy motorkerékpár 5 s alatt gyorsul fel 0-ról 97 km/ó értékre. a) Mekkora az átlagos gyorsulása m/s^2-ben? b) Hányadrésze ez a gyorsulás a nehézségi gyorsulásnak?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás.

2. $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ $\qquad g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}$

3. $97 \frac{km}{ó} = 97 \frac{1000}{3600} = 27 \frac{m}{s}$ $\qquad \Delta t = 5s$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27 \frac{m}{s}}{5\ s} = 5{,}4 \frac{m}{s^2}$$

$\frac{5{,}4 \frac{m}{s^2}}{9{,}81} = 0{,}55$ a 55%-a a g-nek

4. $5s \cdot 5{,}4\frac{m}{s^2} = 27\frac{m}{s}$

10. Egy baseball-labda 10 m/s-os végsebességgel röpül ki a dobó kezéből. Mekkora volt a labda átlagos gyorsulása, ha tudjuk, hogy a dobó keze 0,8 m hosszú szakaszon egyenes vonalban gyorsította a labdát?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás.

2. $s = \frac{a}{2}t^2$ $\qquad v_0 = 0$ $\qquad v_t = 10\frac{m}{s}$

$v_t = a \cdot t$ $\qquad t = \frac{v_t}{a}$

3. $t = \frac{10\frac{m}{s}}{a}$ $\qquad s = 0{,}8\ m$

$$0{,}8\ m = \frac{a}{2} \cdot \frac{100\frac{m^2}{s^2}}{a^2} = \frac{100\frac{m^2}{s^2}}{a^2} = \frac{100\frac{m^2}{s^2}}{2a}$$

$$a = \frac{100}{2 \cdot 0{,}8}\frac{m}{s^2} = 62{,}5\frac{m}{s^2}$$

4. $\frac{a}{2}t^2 = \frac{62{,}5}{2} \cdot \frac{100}{62{,}5^2} = 0{,}8\ m$

11. Egy golfütés során a kezdetben nyugvó labda 31 m/s-os sebességgel repült el. Mekkora volt a labda átlagos gyorsulása, ha az ütő 1,17 ms időtartamig érintkezett a labdával?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenlegesen gyorsuló mozgás.

2. $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

3. $a = \frac{31\frac{m}{s}}{1{,}17 \cdot 10^{-3} s} = 26496\frac{m}{s^2}$

4. $a \cdot \Delta t = 1{,}17 \cdot 10^{-3} \cdot 26496 = 31\frac{m}{s}$

12. Egy asztronauta leejtett egy kalapácsot a Holdon. A kalapács 1,55 s alatt ért a talajra. A Hold vonzása miatt fellépő gravitációs gyorsulás 1,67 m/s^2. Határozzuk meg ennek felhasználásával a kalapács végsebességét!

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás.

2. $v_t = a \cdot \Delta t$

3. $v_t = 1{,}67 \dfrac{m}{s^2} \cdot 1{,}55\, s = 2{,}59 \dfrac{m}{s}$

4. $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{2{,}59 \frac{m}{s}}{1{,}55\, s} = 1{,}67 \dfrac{m}{s^2}$

13. Egy gépkocsi sebessége 9 s alatt 4 m/s-ról egyenletesen 7 m/s-ra növekszik. a) Mekkora a kocsi gyorsulása? b) Ezután az autó egyenletesen lassulva 12 s alatt megáll. Mekkora a gyorsulás ezen a szakaszon? c) Mekkora az átlagos gyorsulás a mozgás teljes 21 s időtartama alatt?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonaló egyenletesen gyorsuló mozgás.

2. $v_t = a \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ $\qquad \bar{a} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$

3. $a_1 = \dfrac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \dfrac{7-4}{9} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3} \dfrac{m}{s^2} = 0{,}33 \dfrac{m}{s^2} = 0{,}33 \dfrac{m}{s^2}$

$a_2 = \dfrac{-7}{12} \dfrac{m}{s^2} = -0{,}58 \dfrac{m}{s}$

$\bar{a} = \dfrac{-4}{21} = -0{,}19 \dfrac{m}{s^2}$

4. $\Delta v = 0{,}26 \dfrac{m}{s^2} \cdot 15\, s = 4 \dfrac{m}{s}$

14. Leejtettünk egy követ 2 m magasról. Mennyi idő alatt érkezik a talajra?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás.

2. $s = \dfrac{a}{2} t^2 \qquad t = \sqrt{\dfrac{2\, s}{a}}$

3. $s = 2m$ a = g $t = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 2}{9{,}81}} = 0{,}64\ s$

4. $\dfrac{g}{2}t^2 = \dfrac{9{,}81}{2} \cdot 0{,}64^2 = 2$

15. Egy 10 m/s sebességgel haladó teherautó 10 s alatt egyenletesen gyorsulva megkétszerezi sebességét. a) Határozzuk meg a gyorsulását! b) Mekkora utat tesz meg ezalatt a teherautó?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás

2. $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ $s = v_0 t + \dfrac{a}{2}t^2$

3. $a = \dfrac{20\dfrac{m}{s} - 10\dfrac{m}{s}}{10\ s} = 1\dfrac{m}{s^2}$

$s = 10\dfrac{m}{s} \cdot 10\ s + \dfrac{1}{2}\dfrac{m}{s^2} \cdot 100 s^2 = 150\ m$

4. $\bar{v} \cdot \Delta t = s$

$\bar{v} = \dfrac{v_0 + v_t}{2} = \dfrac{10+20}{2} = \dfrac{30}{2} = 15\dfrac{m}{s}$

$15\dfrac{m}{s} \cdot 10\ s = 150\ m$

16. Egy labdát 16 m/s sebességgel felfelé hajítottunk. a) Mennyi idő alatt ér pályájának csúcspontjára? b) Mekkora a labda sebessége abban a pillanatban, amikor 8 m-rel van az elhajítási hely felett és felfelé mozog? c) Határozzuk meg a labda maximális magasságát!

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen lassuló mozgás.

2. $\Delta v = a \cdot \Delta t$ $\dfrac{v_t - v_0}{g} = \Delta t$

$s = v_0 \cdot t + \dfrac{a}{2}t^2$ $v_0^2 - v_t^2 = 2gh$

ha v=0 (ekkor van a labda a csúcson)

$v_0 - g \cdot \Delta t = 0$

$v_0 = g \cdot \Delta t$

$$\Delta t = \frac{v_0}{g}$$

$$h_{\max} = v_0 \cdot \Delta t - \frac{g}{2} \cdot \Delta t^2 = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{v_0^2}{g^2} = \frac{v_0^2}{2g}$$

3. a) $\Delta t = \dfrac{16\frac{m}{s}}{9{,}81\frac{m}{s^2}} = 1{,}63\ s$

$$2 \cdot 9{,}81 \cdot 8 = 16^2 - v_t^2$$

$$v_t = \sqrt{16^2 - 2 \cdot 9{,}81 \cdot 8} = 9{,}95\frac{m}{s}$$

c) $h_{\max} = \dfrac{v_0^2}{2g} = \dfrac{256}{2 \cdot 9{,}81} = 13{,}05\ m$

4. b) ellenőrzése $t = \dfrac{v_t - v_0}{-g} = \dfrac{16 - 9{,}95}{9{,}81} = 0{,}617\ s$

$$v_0 t - \frac{g}{2}t^2 = 16 \cdot 0{,}617 - \frac{9{,}81}{2} \cdot 0{,}617^2 = 9{,}87 - 1{,}87 = 8$$

17. Egy labdát 20 m/s kezdősebességgel feldobtunk. a) Mennyi idő alatt éri el pályájának csúcspontját? b) Milyen magasan van ekkor? c) Mekkora sebességgel érkezik vissza a labda kiinduló helyére?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen lassuló, majd gyorsulómozgás.

2. $h_{\max} = \dfrac{v_0^2}{2g}$ $\quad t_{emelkedés} = \dfrac{v_0}{g}$

$$v_{visszaérkezés} = -v_0$$

3. a) $t_{emelkedés} = \dfrac{20}{9{,}81} = 2{,}04\ s$

b) $h_{\max} = \dfrac{20^2}{2 \cdot 9{,}81} = 20{,}4\ m$

c) $v_t = g \cdot t_{esés} = g \cdot t_{emelkedés} = 20\dfrac{m}{s}$

A sebesség lefelé irányul.

4. a) $9{,}81\dfrac{m}{s^2} \cdot 2{,}04\ s = 20\dfrac{m}{s}$

$$20\frac{m}{s}-20\frac{m}{s}=0$$

b) $v_0 t-\frac{g}{2}t^2=20\frac{m}{s}\cdot 2{,}04-\frac{9{,}81}{2}\cdot 2{,}04^2=40{,}8-20{,}4=20{,}4\ m$

c) $20{,}4\cdot 9{,}81=20\frac{m}{s}$

18. Egy 20 m/s sebességgel haladó gépkocsi egyenletesen felére csökkenti sebességét a = 2 m/s^2 értéknek megfelelően. a) Mennyi idő szükséges ehhez? b) Mekkora utat tesz meg ezalatt?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen lassuló mozgás.

2. a) $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ $\qquad \Delta t=\frac{\Delta v}{a}$

   b) $s=v_0 t+\frac{a}{2}\Delta t^2$

3. a) $a=-2\frac{m}{s^2}$ $\qquad \Delta v=-10\frac{m}{s}$

$$\Delta t=\frac{\Delta v}{a}=\frac{-10\frac{m}{s}}{-2\frac{m}{s^2}}=5s$$

   b) $s=v_0 t+\frac{a}{2}\Delta t^2=20\frac{m}{s}\cdot 5\ s+\frac{-2\frac{m}{s^2}}{2}\cdot 25\ s^2=100\ m-25\ m=75\ m$

4. a) $a\cdot\Delta t=\Delta v$

$$-2\cdot 5=-10\frac{m}{s}$$

   b) $2as=v_0^2-v_t^2$

$$a=\frac{v_t^2-{}_0^2}{2s}=\frac{100-400}{2\cdot 75}=-\frac{300}{150}=-2\frac{m}{s^2}$$

19. Egy labdát 12 m/s sebességgel függőlegesen felfelé hajítottunk. Hol van, mekkora és milyen irányú sebességgel rendelkezik a) 1s és b) 2s időpontban az elhajítás után?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen lassuló mozgás

2. $s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2$

$v_t = v_0 + at$

3. $a = -g \qquad v_0 = 12\frac{m}{s}$

a) $s_1 = 12 \cdot 1 - \frac{9{,}81}{2} \cdot 1 = 7{,}1m$

$v_{t1} = 12 - 9{,}81 \cdot 1 = 2{,}19\frac{m}{s}$ <u>felfelé</u> mutató sebessége van

b) $s_2 = 12 \cdot 2 - \frac{9{,}81}{2} \cdot 4 = 24 - 19{,}62 = 4{,}38\ m$

$v_{t2} = 12 - 9{,}81 \cdot 2 = -7{,}62\frac{m}{s}$ <u>lefelé</u> mutató sebessége van

4. $a = \frac{v_{t2} - v_{t1}}{\Delta t} = \frac{-7{,}72 - 2{,}19}{1} = -9{,}81\frac{m}{s^2}$

20. Egy követ 50 m mély kútba ejtettünk. Határozzuk meg, hogy mennyi idő múlva halljuk a kő csobbanását! (A hang terjedési sebessége 330 m/s.)

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás az eső kő mozgása, egyenesvonalú egyenletes mozgás a hang terjedése

2. $s = \frac{g}{2} t_1^2$ ez az egyenlet érvényes a kő kútba esése

$s = v_h \cdot t_2$ ez az egyenlet érvényes a hang felérkezésére

$t_{összes} = t_1 + t_2$

3. $t_1 = \sqrt{\frac{2s}{g}} \qquad t_2 = \frac{s}{v_h} \qquad s = 50\ m$

$$v_h = 330\frac{m}{s}$$

$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2s}{g}} + \frac{s}{v_h} = \sqrt{\frac{100}{9{,}81}} + \frac{50}{330} = 3{,}19 + 0{,}15 = 3{,}34\ s$

4. $\frac{g}{2} t_1^2 = \frac{9{,}81}{2} \cdot 3{,}19^2 = 50\ m$

$330 \cdot t_2 = 330 \cdot 0{,}15 = 50\ m$

21. Egy gépkocsi 15 m/s-os egyenletes sebességgel egyenes úton halad. Abban a pillanatban, amikor egy parkoló motoros rendőr mellé ér, a rendőr 2 m/s^2 állandó gyorsulással üldözni kezdi: a) Mennyi idő alatt éri utol a rendőr az autót? b) Mennyi utat tesz meg ezalatt a rendőr és mekkora a sebessége a találkozás pillanatában?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletes mozgás a gépkocsi mozgása, egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás a motoros rendőr mozgása.
   A két találkozás pillanatában a két test ideje s az általuk megtett út megegyezik.

2. $s_1 = s_2 = s$ $\quad t_1 = t_2 = t$ $\quad v_g =$ gépkocsi sebessége

   $a_m =$ a motoros rendőr gyorsulása

$$\frac{a}{2}t^2 = v \cdot t$$

$$\frac{a}{2}t = v$$

a) $t = \dfrac{2v}{a}$

b) $s = \dfrac{a}{2}t^2$

c) $v_t = a \cdot t$

3. a) $t = \dfrac{2 \cdot 15\dfrac{m}{s}}{2\dfrac{m}{s^2}} = 15\ s$

   b) $s = \dfrac{2 \cdot 15^2\dfrac{m^2}{s^2}}{2\dfrac{m}{s^2}} = 225\ m$

   c) $v_t = 2\dfrac{m}{s^2} \cdot 15s = 30\dfrac{m}{s}$

4. $v_g \cdot t = 15\dfrac{m}{s} \cdot 15\ s = 225\ m$

22. Egy érmét 4 m/s sebességgel dobtunk fel. Mennyi idő alatt ér 0,50 m magasra? Miért kapunk két eredményt?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen lassuló, majd gyorsuló mozgás. Azért fogunk két választ kapni, mert az érme kétszer lesz 0,5 m magasságban, egyszer <u>felfelé</u>, egyszer <u>lefelé</u>.

2. $s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2$ $\qquad t_{1,2} = \frac{\frac{-2v_0}{a} \pm \sqrt{\frac{4v_0^2}{a^2} + \frac{8\,s}{\mathrm{a}}}}{2}$

3. $v_0 = 4\frac{m}{s}$ $\qquad a = -g$

$$t_{1,2} = \frac{\frac{8}{9{,}81} \pm \sqrt{\frac{4\cdot 16}{9{,}81^2} - \frac{8\cdot 0{,}5}{9{,}81}}}{2} = \frac{0{,}815 \pm \sqrt{0{,}665 - 0{,}407}}{2} = \frac{0{,}815 \pm 0{,}508}{2}$$

$t_1 = 0{,}662\ s$

$t_2 = 0{,}154\ s$

4. $s_1 = v_0 t_1 + \frac{a}{2} t_1^2 = 4\cdot 0{,}154 - \frac{9{,}81}{2}\cdot 0{,}154^2 = 0{,}616 - 0{,}116 = 0{,}5\ m$

$s_2 = v_0 t_2 + \frac{a}{2} t_2^2 = 4\cdot 0{,}662 - \frac{9{,}81}{2}\cdot 0{,}662^2 = 2{,}649 - 2{,}149 = 0{,}5\ m$

23. Egy labdát a egy szakadék széléről felfelé hajítottunk. A labda 5 m magasra emelkedik, majd 15 m mélyen ér talajt a szakadék alján. a) Mekkora volt a labda kezdősebessége? b) Mekkora sebességgel csapódik a talajba? c) Mennyi ideig tartózkodik a labda a levegőben?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen lassuló, majd gyorsuló mozgás. Függőleges hajítás.

2. $h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$ $\quad\Rightarrow\quad$ a) $v_0 = \sqrt{2gh_{\max}}$

b) $v_t = g t_{esés} = g\sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{2sg} = \sqrt{2g(h_{\max} + h_0)}$

$s = h_{\max} + h_0 = \frac{g}{2} t^2$

c) $t_{összes} = t_{emelkedés} + t_{esés} = \frac{v_0}{g} + \sqrt{\frac{2(h_{\max} + h_0)}{g}}$

3. a) $v_0 = \sqrt{2gh_{\max}} = \sqrt{98{,}1} = 9{,}9\frac{m}{s}$

b) $v_t = \sqrt{2g(h_{\max} + h_0)} = 19{,}8\frac{m}{s}$

c) $t_{összes} = t_{emelkedés} + t_{esés} = \frac{v_0}{g} + \sqrt{\frac{2(h_{\max} + h_0)}{g}} = 1{,}009 + 2{,}019 = 3{,}03\ s$

4. a) $\frac{v_0^2}{2g} = h_{\max} = 5\ m$

b) $v_t = g \cdot t_{esés} = 9{,}81 \cdot 2{,}019 = 19{,}8 \frac{m}{s}$

c) $s = v_0 t - \frac{g}{2} t^2 = 9{,}9 \cdot 3{,}03 - \frac{9{,}81}{2} \cdot 3{,}03^2 = 30 - 45 = -15\ m$

24. Egy csapból egyenletesen csöpög a víz a 30 cm-rel lejjebb elhelyezett mosogatóba. A csepegés üteme olyan, hogy amikor egy csepp becsapódik, akkor a következő már a levegőben van és a harmadik éppen leszakad a csapról. Határozzuk meg, hogy hány csepp esik le percenként!

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás.

2. $s = \frac{a}{2} t^2$ $\qquad a = g$

3. $s = 30\ cm = 0{,}3\ m$

$0{,}3\ m = \frac{g}{2} t^2$

$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}3}{9{,}81}} = 0{,}247\ s$

Ennyi idő alatt 2 csepp esik le.

0,247 s alatt 2 csepp

60 s alatt 486 csepp

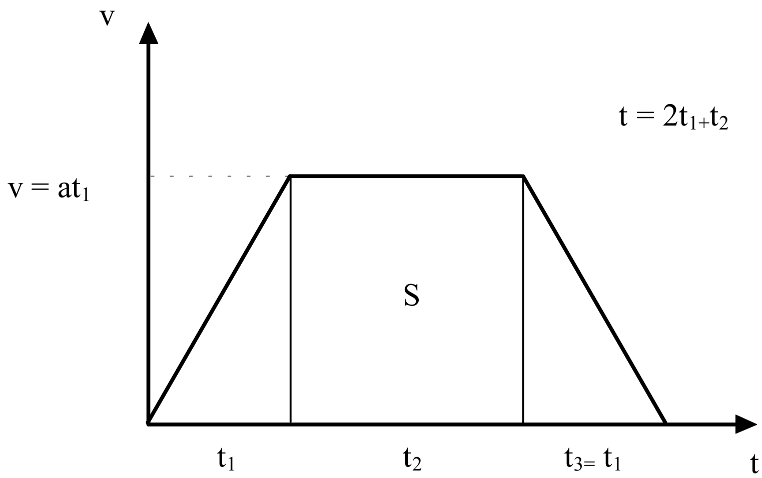
4. $s = \frac{g}{2} t^2 = \frac{9{,}81}{2} \cdot 0{,}247^2 = 0{,}3\ m$

25. Egy földalatti vasút a tervek szerint maximálisan 1,5 m/s^2 gyorsulással, ill. lassulással mozoghat. a) Határozzuk meg, hogy minimálisan mekkora idő szükséges két állomás közötti 800 m távolságú út megtételéhez! b) Határozzuk meg, hogy ennek során milyen maximális sebességet ér el a szerelvény!

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás.

2. Egy test által megtett út egyenlő a v(t) függvénynél a függvény és az x tengely közti területtel.



A test által megtett út egyenlő a sebesség–idő függvény alatti területtel.

$$s = 2 \cdot \frac{v \cdot t_1}{2} + v \cdot t_2 = v\left(t_1 + t_2\right) = v\left(t - t_1\right) = at_1\left(t - t_1\right)$$

$$\frac{s}{at_1} = t - t_1$$

$$t = \frac{s}{at_1} + t_1$$

Egy függvénynek ott van minimuma, ahol a differenciálja 0

$$t_{\min}\ ahol\ \frac{dt}{dt_1} = 0$$

$$\frac{dt}{dt_1} = -\frac{s}{at_1^2} + 1 = 0$$

$$\frac{s}{at_1^2} = 1$$

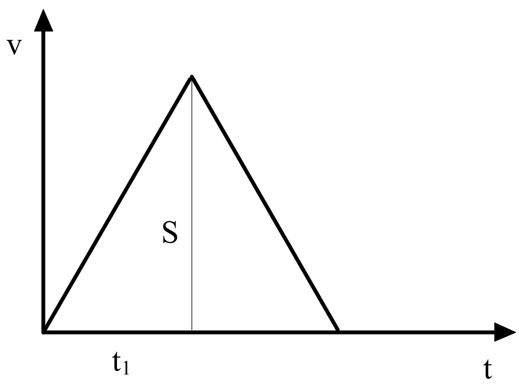
$$t_1 = \sqrt{\frac{s}{a}}$$

$$t = \frac{s}{a\sqrt{\frac{s}{a}}} + \sqrt{\frac{s}{a}} = \frac{s}{\sqrt{as}} + \sqrt{\frac{s}{a}} = 2\sqrt{\frac{s}{a}}$$

3. $t = 2\sqrt{\frac{s}{a}} = 2\sqrt{\frac{800}{1,5}} = 46,18\ s$

4. $t_1 = \sqrt{\frac{s}{a}} = \sqrt{\frac{800}{1,5}} = 23,09\ s$

$t_2 = 0$



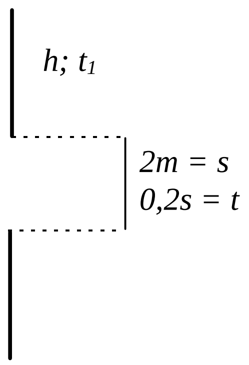
Ha ennél nagyobb lenne t_1, akkor nem lenne ideje lefékezni a vonatnak. Ha kisebb, akkor adott s-nél t mindenképpen nagyobb lenne.

26. Egy épület tetőpárkányáról lehulló tégla 0,2 s idő alatt halad el egy 2 m magas ablak előtt. Milyen magasan van a párkány az ablak felső széle felett?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás.

2.



$$s = v_0 t + \frac{a}{2}t^2 = g t_1 \cdot t + \frac{g}{2}t^2$$

$$v_0 = g t_1 \qquad t_1 = \frac{s - \frac{g}{2}t^2}{gt}$$

$$h = \frac{g}{2}t_1^2$$

3. $t_1 = \dfrac{s - \dfrac{g}{2}t^2}{gt} = \dfrac{2 - 0{,}196}{9{,}81 \cdot 0{,}2} = 0{,}92$

$h = \dfrac{g}{2}t_1^2 = 4{,}14\ m$

4. A tégla sebessége az ablak felső széléhez való érkezéskor $v_0 = g \cdot t_1$

$v_0 = g \cdot t_1 = 9{,}8 \cdot 0{,}92 = 9{,}02 \dfrac{m}{s}$

Amikor az ablak alsó széléhez ér, sebessége $v_t = v_0 + gt = 9{,}02 + 9{,}81 \cdot 0{,}2 = 10{,}98 \dfrac{m}{s}$ -ra nő.

Ennek megfelelően, mivel egyenletesen gyorsul az ablak előtt való elhaladáskor, átlagsebessége

$\bar{v} = \dfrac{v_0 + v_t}{2} = \dfrac{9{,}02 + 10{,}98}{2} = 10 \dfrac{m}{ó}$ lesz 0,2 s alatt ezzel az átlagsebességgel

$s = \bar{v} \cdot t = 10 \dfrac{m}{s} \cdot 0{,}2\ s = 2\ m$ -t tesz meg.

27. Idegen égitestekről érkezett betolakodók ellen vívott űrütközetben a földi űrhajó (A űrhajó) 300 m/s sebességgel üldözi az idegeneket (B űrhajó), akik 270 m/s sebességgel menekülnek. A két űrhajó ugyanazon egyenes mentén mozog és a sebességeket ugyanahhoz az inerciarendszerhez képest ismerjük. Amikor a két űrhajó távolsága 8000 m-re csökken, az A hajó parancsnoka 75 m/s2 gyorsulással mozgó rakétát lő ki. Mennyi idő alatt éri el a rakéta a betolakodót? (A számításokat a már felhasznált inerciarendszerben végezzük!)

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletes és egyenletesen gyorsuló mozgás.

2. A rakéta t idő alatt

$s_1 = v_A t + \dfrac{a}{2}t^2$ utat tesz meg ugyanezen idő alatt a B űrhajó $s_2 = v_B \cdot t$ utat tesz meg.

A kettő különbsége a két űrhajó távolsága a rakéta kilövésének pillanatában.

3. $s_1 - s_2 = 8000\ m$

$s_1 = v_A \cdot t + \dfrac{a}{2}t^2 = 300 \cdot t + \dfrac{75}{2}t^2$

$s_2 = 270 \cdot t$

$300t + \dfrac{75}{2}t^2 - 270t = 8000$

$$30t + \frac{75}{2} t^2 = 8000$$

$$t^2 + \frac{60}{75} t - \frac{8000 \cdot 2}{75} = 0$$

$$t^2 + 0{,}8t - 213{,}3$$

$$t_{1,2} = \frac{-0{,}8 \pm \sqrt{0{,}8^2 + 4 \cdot 213{,}3}}{2} = 14{,}25$$

A – gyök lehetetlen.

4. $$s_1 = 300 \cdot 14{,}2 + \frac{75}{2} \cdot 14{,}2^2 = 4260 + 7561{,}5 = 11821{,}5$$

$$s_2 = 3834$$

$$s_2 - s_1 = 7987{,}5 \cong 8000\ m$$

28. Egy forgalmi lámpa olyan kereszteződésben áll, ahol 40 km/ó sebességkorlátozás érvényes. A kereszteződés felé a maximálisan megengedett sebességgel gépkocsi közeledik. A kocsi maximális lassulása 2 m/s^2, a vezető reflexideje 0,5 s. a) Tegyük fel, hogy a gépkocsi maximális sebességgel haladt és 3 m/s^2 egyenletes lassulással fékezett. Milyen messzire volt a lámpától a fékezés megkezdésének pillanatában (amikor a lámpa éppen sárgára váltott), ha éppen a stop-vonalon állt meg. b) Milyen hosszú volt a sárga jelzés időtartama, ha a lámpa pontosan a kocsi megállásának pillanatában váltott pirosra?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletes és egyenletesen lassuló mozgás

2. $$s = s_1 + s_2 = v_0 t_1 + v_0 t_2 + \frac{a}{2} t_2^2$$

t_1 a vezető reflexideje

v_0 a kocsi sebessége, amivel a kereszteződés felé közeledik

$v_t = 0 \qquad v_0 + at_2 = 0$

$$t_2 = -\frac{v_0}{a}$$

3. b) $$t_2 = \frac{40\frac{km}{h}}{2\frac{m}{s^2}} = \frac{11{,}11}{2} = 5{,}56\ s \qquad t_1 = 0{,}5\ s$$

a) $$s = 11{,}11 \cdot 0{,}5 + 11{,}11 \cdot 5{,}56 - \frac{2}{2} \cdot 5{,}56^2 = 36{,}41\ m$$

4. $$v_0 - at_2 = 11{,}11 - 2 \cdot 5{,}56 = 0$$

29. A 42 km és l94 méter hosszú Los Angeles-i maratoni távot l987-ben Art Boileau nyerte 2 óra l3 perc és 9 másodperces idővel. a) Mennyi volt Art Boileau átlagsebessége? b) A 34 km-es jelzésnél Boileau 2,5 perccel vezetett a második helyen futó ellenféllel szemben, aki a célvonalon 30 másodperccel a győztes után haladt át. Tegyük fel, hogy Boileau a távot végig egyenletes sebességgel tette meg, valamint, hogy amikor a győztes a 34 km-es jelhez érkezett, akkor a második helyen futó is vele azonos sebességgel futott. Mekkora átlagos gyorsulással kellett ezután a második helyen futó atlétának mozognia?

MEGOLDÁS:

1. Változó egyenesvonalú mozgásra átlagsebesség. Egyenesvonalú egyenletes mozgások.

2. $\Delta s = 42\ km\ 194\ m - 34\ km = 8194\ m$

$t_{ArtBoileau} = \dfrac{\Delta s}{v}$ Art Boileau ideje a 34. kőtől a célig

$t_{2.helyett} = t_{A.B} - 2perc$ A 2. helyezett ideje ezen a távon

$\Delta s = v_0 t_2 + \dfrac{a}{2} t_2^2$ $\quad v_0 = \bar{v}$

$$a = \frac{(\Delta s - v_0 t_2)2}{t_2^2}$$

3. a) $\bar{v} = \dfrac{42194m}{2h13p9s} = \dfrac{42194m}{7989s} = 5{,}28\dfrac{m}{s}$

b) $a = \dfrac{(8194 - 5{,}28 \cdot 1492)2}{1492^2} = 2{,}85 \cdot 10^{-4}\ \dfrac{m}{s^2}$

$t_{A.B} = \dfrac{8194}{5{,}28} = 1552$

$t_{2.} = t_{A.B} - 60s = 1492$

4. $\Delta s = 5{,}28 \cdot 1492 + \dfrac{2{,}8 \cdot 10^{-4}}{2} \cdot 1492^2 = 8194\ m$

30. Két autó vakmerően frontálisan rohan egymás felé ütközési próbapályán. Sebességük rendre 25 m/s és szintén 25 m/s. A két vezető ugyanabban az időpontban lép a fékre és megállásig egymással egyenlő és egyenletes lassulással mozog. Ezzel a lassulással 20 m/s kezdősebességről indulva 4,7 s alatt tudnának megállni. Milyen távol voltak egymástól a gépkocsik a fékezés megkezdésének pillanatában, ha éppen a frontális összeütközés előtt tudtak megállni?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen lassuló mozgások.

2. $a = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1}$ $\Delta t_2 = \frac{\Delta v_2}{a} = \frac{v_0}{a}$

$$s_1 = v_0 \Delta t_2 + \frac{a}{2} \Delta t_2^2$$

$$s_2 = v_0 \Delta t_2 + \frac{a}{2} \Delta t_2^2$$

$$s = s_1 + s_2 = (v_0 + v_0)\Delta t_2 + a \cdot \Delta t_2^2 = 2v_0 \Delta t_2 + a\Delta t_2^2$$

3. $a = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{20\frac{m}{s}}{4{,}7s} = 4{,}26\frac{m}{s^2}$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta v_2}{a} = \frac{v_0}{a} = \frac{25}{4{,}26\frac{m}{s^2}} = 5{,}87\ s$$

$$s = 2v_0 \Delta t_2 + 2\frac{a}{2}\Delta t_2^2 = 2 \cdot 25 \cdot 5{,}87 - 4{,}26 \cdot 5{,}87^2 = 146{,}7$$

31. Egy kődarabka válik le a kút pereméről és a vízbe hull. a) Milyen mély a kút, ha a kő csobbanását a leválás után 2,4 másodperccel halljuk meg? (A hang sebessége az adott hőmérsékleten 336 m/s.) Mekkora hibát követünk el a mélység meghatározásában, ha a hang terjedéséhez szükséges időt elhanyagoljuk?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló és egyenletes mozgás.

2. $s = \frac{g}{2} t_1^2$ *s*: a kút mélysége

t_1: a,íg a lő leér a vízhez

t_2: amíg a csobbanás hangja fölér

$t = t_1 + t_2$ $t_2 = t - t_1$ *c*: a hang sebessége

$$\frac{g}{2} t_1^2 = ct_2 = c(t - t_1) = ct - ct_1$$

$$\frac{g}{2} t_1^2 + ct_1 - ct = 0$$

$$t_1^2 + \frac{2c}{g} t_1 - \frac{2c}{g} t = 0$$

$$(t_1)_{1,2} = \frac{-\frac{2c}{g} \pm \sqrt{\frac{4c^2}{g^2} + \frac{8c}{g}t}}{2}$$

3. $$(t_1)_{1,2} = \frac{\frac{-2\cdot 336}{9{,}81} \pm \sqrt{\frac{4\cdot 336^2}{9{,}81^2} + \frac{8\cdot 336}{9{,}81}\cdot 2{,}4}}{2} = \qquad c = 336\frac{m}{s} \qquad t = 2{,}4\ s$$

$$= \frac{-68{,}5 \pm \sqrt{4692 + 657{,}6}}{2} = \frac{-68{,}50 \pm 73{,}14}{2} = \begin{cases} -\frac{70{,}82}{2} \\ 2{,}32\ s \end{cases}$$

Tekintve, hogy időről van szó a – gyök érvénytelen.

$t_1 = 2{,}32\ s$

$t_2 = 2{,}4 - 2{,}32 = 0{,}08\ s$

A hiba mértéke, ha nem vesszük figyelembe, hogy a hang terjedése időt igényel:

$$\frac{0{,}08}{2{,}4}\cdot 100 = 3{,}33\%$$

$s = c\cdot t_2 = 336\cdot 0{,}08 = 26{,}88$

4. $$s = \frac{g}{2}t_1^2 = \frac{9{,}81}{2}\cdot 2{,}32^2 = 26{,}40 \cong 26{,}88$$

32. Galilei egy ún. ”páratlan szám” szabályt állapított meg a szabadon eső testek mozgására vonatkozóan. A szabály következő: Ha egy nyugalomból induló test az első másodpercben 5 m-t tesz meg, akkor a következőben 3×5 m-t, a harmadikban 5×5 m, a negyedikben 7×5 m és így tovább. Mutassuk meg, hogy ebből a szabályból az $x = 5t^2$ út-idő összefüggés adódik, ahol x a teljes utat, t pedig a teljes eltelt időt jelöli!

(Útmutatás: $\sum_{x=1}^{n} X = n(n+1)/2$)

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás.
2. Az összes megtett út egyenlő az egyes másodpercek alatt megtett útszakaszok összegével.

$$X = \sum_{n=1}^{n} X_n = \sum_{n=1}^{n} 5(1+3+5.........) = 5\sum_{n=1}^{n} 2n - 1 = 5\cdot\left[2\frac{n(n+1)}{2} - n\right] =$$

$= (n^2 + n - n)5 = 5n^2$ De n az eltelt másodpercek száma, azaz $n = t$

$x = 5t^2$

$$\sum_{X=1}^{n} n = \frac{n(n+1)}{2}$$

3. Nincs szükség számolásra

4. Nincs szükség ellenőrzésre

33. Egy 20 m magas épület tetejéről leesik egy cserép. Az épület melletti járdán egy járókelő közeledik 4m/s sebességgel. Abban a pillanatban, amikor a cserép elindul 7.5 m távolságra van attól a ponttól, ahol a cserép földet fog érni. A járókelő magassága 1.80 m. Fejére esik-e a cserép? Ha nem, milyen távolságra ér tőle földet?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletes mozgás és egyenletesen gyorsuló mzgás.

2. $\Delta h = \frac{g}{2} t^2 \qquad s = v \cdot t \qquad t = \sqrt{\frac{2\Delta h}{g}}$

3. $h_1 = 20\ m \qquad h_2 = 1{,}8\ m \qquad \Delta h = 20 - 1{,}8 = 18{,}2\ m \qquad v = 4\frac{m}{s}$

$t_1 = \sqrt{\frac{2\Delta h}{g}} = 1{,}926\ s$

$s = vt = 4 \cdot 1{,}926 = 7{,}7m$

7,7-7,5=0,2

A cserép 20 cm-re a sétáló ember mögött lesz fejmagasságban.

De milyen távolságra lesz a cserép az embertől, mikor földet ér?

A cserép 20 m-ről $t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{9{,}81}} s$ alatt esik le.

$t_2 = 2{,}02\ s$

Ezalatt a járókelő $s = v \cdot t_2 = 4 \cdot 2{,}02 = 8{,}08\ m$-t tesz meg.

$\Delta s = 8{,}08 - 7{,}5 = 0{,}42$, azaz 42 cm-re az ember mögött ér földet a cserép.

4. $7{,}5m = v \cdot t' = 4\frac{m}{s} \cdot t'$ *t'* amíg a sétáló ember a zuhanó cseréppel egy vonalba ér.

$t' = \frac{7{,}5}{4} = 1{,}875\ s$

Ugyanebben a pillanatban a cserép

$\Delta h' = 20 - \frac{9{,}81}{2} 1{,}875^2 = 2{,}76\ m$ -re van a talajtól.

34. Egy leejtett kődarab útjának a talajra érkezés előtti utolsó harmadát 1,0 s alatt teszi meg. Milyen magasról esett le a kő?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás.

2. $s = \frac{g}{2}t^2$

s a magasság, ahonnan leesik, *t* az az idő, ami alatt földet ér.

$\frac{2s}{3} = \frac{g}{2}t_1^2$ $\qquad$ t_1 az az idő, amíg az út 2/3-át megteszi a kő

$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$ $\qquad$ $t_1 = \sqrt{\frac{4s}{3g}}$

3. $t - t_1 = 1$

$$\sqrt{\frac{2s}{g}} - \sqrt{\frac{4s}{3g}} = 1 \qquad \Big| \cdot \sqrt{\frac{g}{s}}$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{\frac{4}{3}} = \sqrt{\frac{g}{s}} \qquad \Big| \text{ négyzetre emelem mindkét oldalt}$$

$$2 + \frac{4}{3} - 2\sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{g}{s}$$

$$s = \frac{g}{\frac{10}{3} - 4\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{9{,}81}{0{,}0673} = 145{,}8$$

4. $t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 145{,}8}{9{,}81}} = 5{,}45\ s$

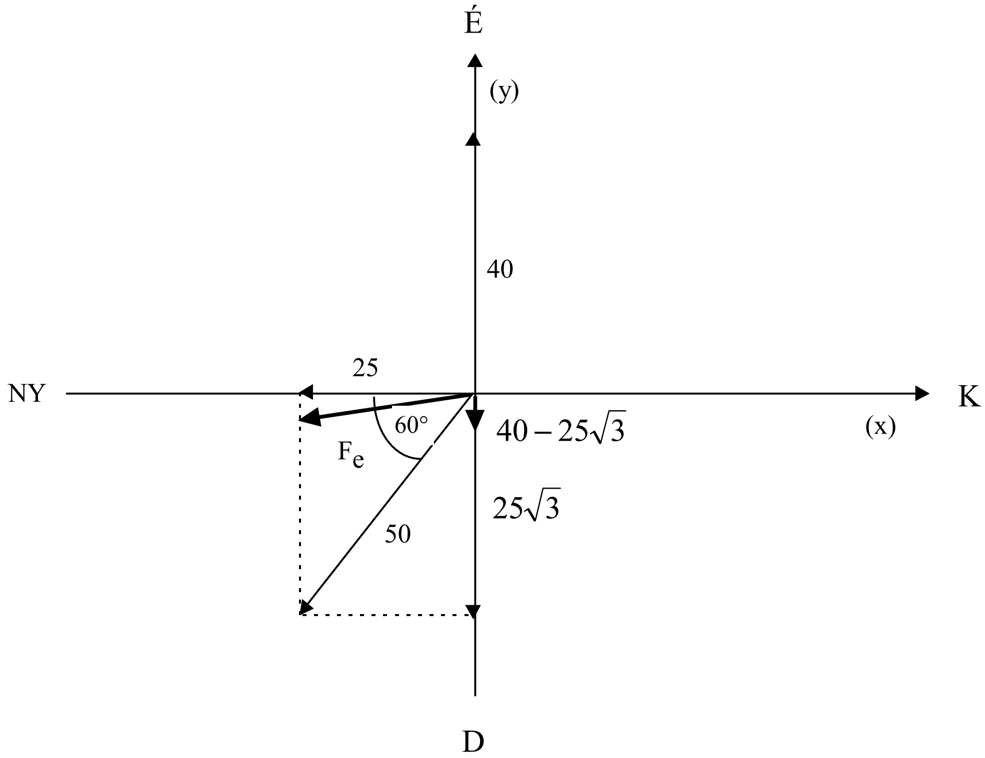
$$t_1 = \sqrt{\frac{2\frac{2}{3} \cdot 145{,}8}{9{,}81}} = 4{,}45\ s \qquad\qquad t - t_1 = 1\ s$$

35. Egy hajó 40 km-t északra, majd 50 km-t 60°-os szögben délnyugatra vitorlázik. Adjuk meg az eredő elmozdulás nagyságát és irányát. (A Föld görbületétől tekintsünk el.)

MEGOLDÁS:

1. Elmozdulás két dimenzióban.

2., 3.



$$S_{x_1}=0 \qquad S_{x_2}=-50\cdot\cos 60°=-\frac{50}{2}=-25$$

$$S_{y_1}=40 \qquad S_{y_2}=50\cdot\sin 60°=\frac{50\cdot\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}$$

$S_x = x$ irányú elmozdulás $=-25$ (nyugat irányú)

$S_y = y$ irányú elmozdulás $=40-25\sqrt{3}=-3{,}3$ (déli irányú)

S_e $\sqrt{S_x^2+S_y^2}=\sqrt{3{,}30^2+25^2}=25{,}2\ km$

$$\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{3{,}3}{25}=0{,}13$$

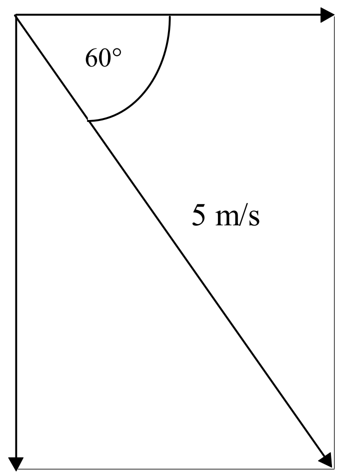
$\alpha=7{,}4°$ délnyugatra

36. Egy repülő sólyom 5m/s sebességgel, a vízszintessel 60° szöget bezáró irányban bukik alá. Milyen sebességgel mozog a Földön az árnyéka, ha a Nap pontosan a fejünk felett van.

MEGOLDÁS:

1. Állandó sebességű 2 dimenziós (síkmozgás)

2., 3.



$$v_x = v \cdot \cos 60° = 5\frac{m}{s} \cdot \frac{1}{2} = 2{,}5\frac{m}{s}$$

A sólyom árnyéka a Földön 2,5 m/s-al mozog.

37. Egy motorbicikli 20 m/s sebességgel 3 percig déli irányban mozog, ekkor nyugatra fordul és két percig 25 m/s sebességgel halad, majd 1 percig 30 m/s sebességgel északnyugati irányban száguld. A mozgás 6 perces teljes időtartamára határozzuk meg a) az eredő elmozdulást, b) az átlagsebesség nagyságát

MEGOLDÁS:

1. $\bar{v} = \frac{s_e}{t_{összes}}$

$$s_e = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$$

$$S_x = S_{1x} + S_{2x} + S_{3x}$$

$$S_y = S_{1y} + S_{2y} + S_{3y}$$

2. a) $s_x = -s_2 - \frac{s_3}{\sqrt{2}}$

$$S_y = -S_1 + \frac{S_3}{\sqrt{2}}$$

b) $\bar{v} = \frac{S_e}{t_1 + t_2 + t_3}$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{|s_y|}{|s_x|}$$

3. ********* ábra helye*******

a) $s_1 = v_1 t_1 = 20\frac{m}{s} \cdot 180\ s = 3600\ m$

$s_2 = v_2 t_2 = 25\frac{m}{s} \cdot 120\ s = 3000\ m$

$s_3 = v_3 t_3 = 30\frac{m}{s} \cdot 60\ s = 1800\ m$

$s_x = -s_2 - \frac{s_3}{\sqrt{2}} = -3000 - 1276{,}6 = -4276{,}6$

$s_y = -s_1 + \frac{s_3}{\sqrt{2}} = -3600 + 1276{,}6 = 2323{,}4$

$s_e = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = 4866{,}5\ m$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{|s_y|}{|s_x|} = \frac{2323{,}4}{4276{,}6} = 0{,}543$

$\alpha = 28{,}5°$

b) $\bar{v} = \frac{S_e}{t} = \frac{4866{,}5}{180 + 120 + 60} = 13{,}5\frac{m}{s}$

38. Egy autó 8 percig 25 km/h sebességgel keleti irányban, ezután 3 percig 40 km/h sebességgel déli irányban, végül 17 percen át 30 km/h sebességgel délkeleti irányban halad. Határozzuk meg a) a gépkocsi eredő elmozdulását kilométerben, b) a kocsinak a teljes útra vonatkoztatott átlagsebességét..

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes síkmozgások összetétele

2. $s_e = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$ $\qquad s_1 = v_1 t_1$

$s_x = s_1 + \frac{s_3}{\sqrt{2}}$ $\qquad s_2 = v_2 t_2$

$s_y = -s_2 - \frac{s_3}{\sqrt{2}}$ $\qquad s_3 = v_3 t_3$

3.

********* ábra helye *********

$$s_x = s_1 + \frac{s_3}{\sqrt{2}} = 9{,}34 km \qquad s_1 = \frac{8}{60} h \cdot 25 \frac{km}{h} = 3{,}33\ km$$

$$s_y = -s_2 - \frac{s_3}{\sqrt{2}} = 8{,}01\ km \qquad s_2 = \frac{3}{60} h \cdot 40 \frac{km}{h} = 2\ km$$

$$s_3 = \frac{17}{60} h \cdot 30 \frac{km}{h} = 8{,}5\ km$$

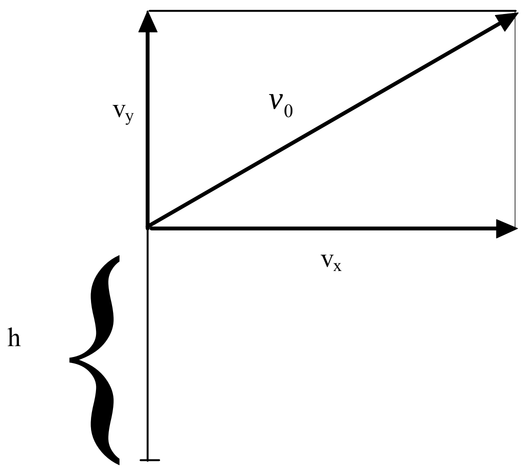
a) $s_e = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = 12{,}3\ km$

b) $\bar{v} = \dfrac{12{,}3\ km}{\dfrac{8+3+17}{60} h} = 26{,}37 \dfrac{km}{h}$

39. Egy műugró a víz felett 3 m magasban elhelyezett ugródeszkáról a vízszinteshez képest 60°-os szögben, 2 m/s sebességgel rugaszkodik el. Mennyi ideig lesz a levegőben?

MEGOLDÁS:

1. Vízszintes hajítás
2.



$$h = -v_y t + \frac{g}{2} t^2$$

$$\frac{g}{2}t^2 - v_y t - h = 0$$

$$v_y = \frac{v_0}{2}$$

$$t_{1,2} = \frac{v_y \pm \sqrt{v_y^2 + 2gh}}{g}$$

3. $$t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 2 \cdot 9{,}81 \cdot 3}}{9{,}81} = \frac{1 \pm \sqrt{59{,}86}}{9{,}81} = \begin{cases} 0{,}89\ s \\ -0{,}687\ s \end{cases}$$

$$t = 0{,}89\ s$$

a negatív gyök idő esetén értelmezhetetlen.

4. $$s = -v_0 t + \frac{g}{2}t^2 = -1 \cdot 0{,}89 + \frac{9{,}81}{2} \cdot 0{,}89^2 = 2{,}995 \approx 3m$$

40. Egy bérház ablakából vízszintes irányban 6 m/s sebességgel labda repült ki. A labda a ház aljától 10 m távolságban ért talajt. Milyen magasról dobták ki?

MEGOLDÁS:

1. Vízszintes hajítás

2. $h = \frac{g}{2}t^2$ Nincs függőleges irányú kezdősebesség.

$$s = v_0 t$$

3. $$t = \frac{s}{v_0} = \frac{10}{6}s = 1{,}67\ s$$

$$h = \frac{9{,}81}{2} \cdot \frac{100}{36} = 13{,}625\ m$$

4. $$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 13{,}625}{9{,}81}} = 1{,}67s$$

41. Egy labdát bedobtak egy az eldobás helyétől 23 méterre lévő , 20 méter magasságban lévő nyitott ablakán. (A ablak saját magasságától eltekintünk.) A labda az ablakon vízszintes irányú sebességgel repült be. Mekkora volt a) a labda v_0 kezdősebessége és b) az elhajítás φ szöge?

MEGOLDÁS:

1. Ferde hajítás

2. $v_{0x} = v_0 \cos\varphi$ A kezdősebesség x irányú komponense

$v_{0y} = v_0 \sin\varphi$ A kezdősebesség y irányú komponense

$$\left.\begin{array}{l} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - gt \end{array}\right\}$$ A test sebességének x; y komponense egy tetszőleges időpontban.

Ha az ablakon való berepülés pillanatában a sebesség vízszintes irányú, akkor ebben a pillanatban

$v_y = 0$

$$v_y = v_{0y} - gt = 0 \qquad t = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2\varphi}{2g}$$

$$s = v_{0x} \cdot t = v_{0x} \cdot \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0^2 \sin\varphi \cos\varphi}{g}$$

$$\frac{h}{s} = \frac{\dfrac{v_0^2 \sin^2\varphi}{2g}}{\dfrac{v_0^2 \sin\varphi \cos\varphi}{g}} = \frac{\sin\varphi}{2\cos\varphi} = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\varphi \qquad \operatorname{tg}\varphi = 2\frac{h}{s}$$

3. $\operatorname{tg}\varphi = 2\dfrac{h}{s} = 1{,}739 \qquad h = 20\ m \qquad s = 23\ m$

b) $\varphi = 60°$

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2\varphi}{2g}$$

a) $$v_0 = \sqrt{\frac{2gh}{\sin^2\varphi}} = \frac{\sqrt{2gh^2}}{\sin\varphi} = \frac{19{,}81}{0{,}866} = 22{,}87\frac{m}{s}$$

4. $$h = v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2}t^2 = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{22{,}87^2 \cdot 0{,}866^2}{2 \cdot 9{,}81} = 20\ m$$

$$s = v_{0x} \cdot t = \frac{v_0 \cdot \cos\varphi \cdot v_0 \sin\varphi}{g} = 23\ m$$

42. Egy lövedéket egy 160 m magas hegycsúcsról a vízszinteshez képest 53,1°-os szögben lőttek ki. A gránát eltalálta a kilövés helye alatt 160 m, vízszintesen 120 m távolságban fekvő célpontot. Milyen sebességgel lőtték ki a gránátot?

MEGOLDÁS:

1. Ferde hajítás

2. $x = v_{0x} \cdot t$

$$y = -v_{0y} t + \frac{g}{2} t^2$$

$$v_{0x} = v_0 \cos\varphi$$

$$v_{0y} = v \sin\varphi$$

3. $\varphi = 53{,}1°$

$$x = 120\ m$$

$$y = 160\ m$$

$$x = 120m = v_0 \cos\varphi \cdot t$$

$$t = \frac{120}{v_0 \cdot 0{,}6} = \frac{200}{v_0}$$

$$y = -v_{0y} \cdot t + \frac{g}{2} t^2 = -v_0 \sin\varphi \cdot \frac{200}{v_0} + \frac{g}{2} \cdot \frac{40000}{v_0^2} = 160$$

$$2 \cdot 160 v_0^2 + 2 \cdot 200 \sin\varphi \cdot v_0^2 = 9{,}81 \cdot 40000$$

$$v_0^2 (640) = 392400$$

$$v_0 = 24{,}76 \frac{m}{s}$$

4. $x = v_0 \cdot \cos\varphi \cdot t = v_0 \cos\varphi \cdot \frac{200}{v_0} = 200 \cdot \cos\varphi = 200 \cos 53{,}1° = 120\ m$

$$y = -v_{0y} t + \frac{g}{2} t^2 = -v_0 \sin\alpha \cdot \frac{200}{v_0} + \frac{g}{2} t^2 = 160\ m$$

$$t = \frac{200}{v_0} - 8{,}08\ s$$

43. Vízszintes puskacsövet pontosan a 100 m távolságban elhelyezett céltábla közepe felé tartva a golyó 10 cm-rel a középpont alatt csapódik be. Mekkora sebességgel hagyta el a golyó a fegyver csövét?

MEGOLDÁS:

1. Vízszintes hajítás

2. $x = v_0 t \qquad t = \frac{x}{v_0}$

$$y = \frac{g}{2}t^2$$

$$y = \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v_0^2}$$

$$v_0^2 = \frac{g \cdot x^2}{2y}$$

$$v_0 = x\sqrt{\frac{g}{2y}}$$

3. $v_0 = 100\ m\sqrt{\frac{9{,}81}{2 \cdot 0{,}1}}$ $\qquad x = 100\ m \qquad y = 0{,}1\ m$

$$v_0 = 700\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

4. $t = \frac{x}{v_0} = \frac{100}{700} = 0{,}143$

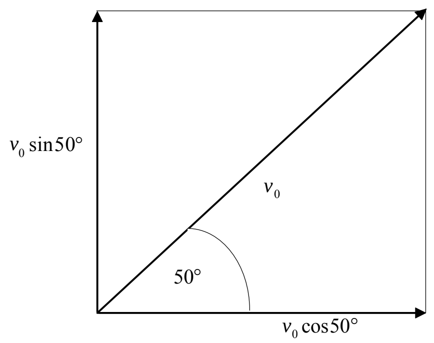
$$y = \frac{g}{2}t^2 = \frac{9{,}81}{2} \cdot 0{,}143^2 = 0{,}10\ m$$

44. A vízszinteshez képest 50°-os szögben kilőtt lövedék egy 80 m magas hegycsúcson, a kilövés helyétől számítva 210 m távolságban talált célba. Mekkora volt a kezdősebessége?

MEGOLDÁS:

1. Ferde hajítás

2.



$v_0 \cos 50° \cdot t = x$ $\qquad t = \frac{x}{v_0 \cos 50°}$

$$v_0 \sin 50° \cdot t - \frac{g}{2}t^2 = y$$

$$v_0 \sin 50° \cdot \frac{x}{v_0 \cos 50°} - \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 50°} = y$$

$$\mathrm{tg}\, 50°\, x - y = \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 50°}$$

$$\frac{2}{g}\left(\mathrm{tg}\, 50°\, x - y\right) = \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 50°}$$

$$v_0^2 = \frac{x^2}{\frac{2}{g}\left(\mathrm{tg}\, 50° \cdot x - y\right)\cos^2 50°}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{gx^2}{2\cos^2 50°\left(\mathrm{tg}\, 50°\, x - y\right)}} = \frac{x}{\cos 50°} \cdot \sqrt{\frac{g}{2\left(\mathrm{tg}\, 50°\, x - y\right)}}$$

3. $v_0 = 326{,}7 \cdot 0{,}1697 = 55{,}44 \frac{m}{s}$ $\qquad x = 210\ m$ $\qquad y = 80\ m$

4. $55{,}44 \cdot \cos 50° \cdot t = 210$ $\qquad t = 5{,}89\ s$

$$v_0 \sin 50° \cdot t - \frac{g}{2} t^2 = 80\ m$$

45. 25 m magas hídról vízszintes irányban hajítottunk el egy követ. A kő becsapódási helyét a vízszintestől lefelé 45°-os irányban látjuk. a) Mekkora sebességgel hajítottuk el a követ? b) Mekkora és milyen irányú sebességgel csapódott a kő a vízbe?

MEGOLDÁS:

1. Vízszintes hajítás

2. $v_0 t = x$ $\qquad x = 25\ m$ $\qquad t = \frac{x}{v_0}$

********** ábra helye ***********

$$h = 25m = \frac{g}{2} t^2 = \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2}$$

a) $v_0 = \sqrt{\frac{gx^2}{2h}} = x\sqrt{\frac{g}{2h}}$

b) $v_{tx} = v_0 = x\sqrt{\frac{g}{2h}}$

$$v_{ty} = gt = g\frac{x}{v_0} = g\cdot\frac{x}{x\sqrt{\frac{g}{2h}}} = \sqrt{2gh}$$

$$v_t = \sqrt{v_{tx}^2 + v_{ty}^2}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{v_{ty}}{v_{tx}} = \frac{\sqrt{gh}}{x\sqrt{\frac{g}{h}}} = \frac{h}{x}$$

3. a) $v_0 = x\sqrt{\frac{g}{2h}} = 25\sqrt{\frac{9{,}81}{50}} = 11{,}07\frac{m}{s}$

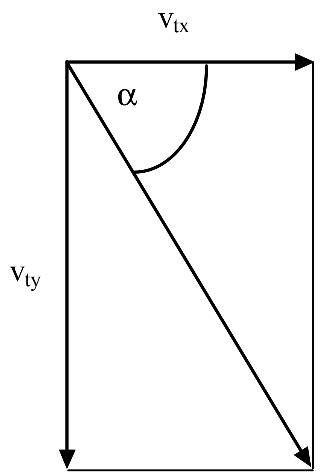
b) $v_{tx} = v_0 = 11{,}07\frac{m}{s}$

$$v_{ty} = g\cdot t = \sqrt{2gh} = 22{,}15\frac{m}{s}$$

$$v_t = \sqrt{v_{tx}^2 + v_{ty}^2} = 24{,}7\frac{m}{s}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{v_{ty}}{v_{tx}} = 2$$

$$\alpha = 63{,}43°$$



4. $t = \frac{x}{v_0} = 2{,}258s$

$$h = \frac{g}{2}t^2 = 25\ m$$

46. Egy baseball játékos 24 m/s sebességgel, a vízszinteshez képest 53,1°-os szögben (ez a 3-4-5 típusú háromszögek egyik szöge) üti el a labdát. a) Mennyi ideig repül a labda? b)

Mekkora maximális magasságba emelkedik? c) Mekkora a hajítási távolság? d) Mekkora és milyen irányú sebességgel rendelkezik a labda 3 másodperccel az elütés után?

MEGOLDÁS:

1. Ferde hajítás
2. *************** ábra helye ******

$v_0 = 24\frac{m}{s}$ $\qquad v_{0y} = 4\cdot\frac{24}{5}$ $\qquad v_{0x} = 3\cdot\frac{24}{5}$

a) $t = \frac{2v_{0y}}{g}$

b) $h_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g}$

c) $x = v_{0x}\cdot t$

d) $v_x = v_{0x}$

$v_y = v_{0y} - g\cdot t$

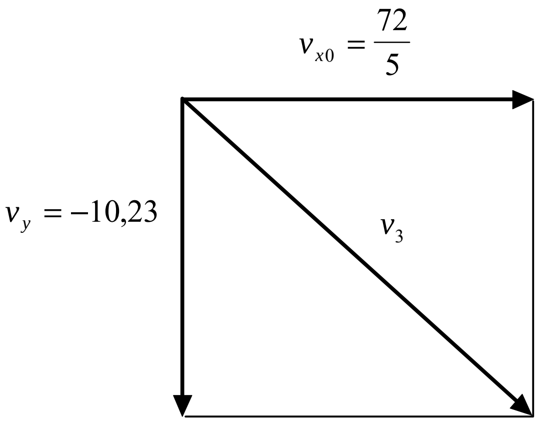
$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

3. a) $t = \frac{2\cdot 4\cdot\frac{24}{5}}{9{,}81} = 3{,}914\ s$ A földetérés ideje

b) $h_{\max} = \frac{16\cdot\frac{24^2}{5^2}}{9{,}81^2} = \frac{256\cdot\frac{576}{25}}{96{,}2} = 61{,}3$

c) $x = 3\cdot\frac{2\cdot 4\cdot\frac{24}{5}}{9{,}81} = \frac{24^3}{5^2\cdot 9{,}81} = 56{,}36$

d) $v_x = \frac{72}{5}\frac{m}{s}$ $\qquad v_y = \frac{96}{5} - 9{,}81 = -10{,}23\frac{m}{s}$



$$v_3 = \sqrt{\frac{72^2}{5} + (-10{,}23)^2} = 17{,}66\frac{m}{s}$$

4. $y = v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2}t^2 = \frac{96}{5} \cdot 3{,}914 - \frac{9{,}81}{2} \cdot 3{,}914^2 = 75{,}14 - 75{,}14 = 0$

47. Vízszintes sík felett 20 m magasságból, 8 m/s sebességgel, a vízszintessel 50°-os szöget bezáró irányban követ hajítottunk felfelé. a) Határozzuk meg, hogy a síkhoz képest mekkora maximális magasságot ér el a kő. b) Mennyi idő telik el míg a kő a talajba csapódik? c) Mekkora vízszintes távolságot tesz meg a test? d) Mekkora és milyen irányú sebességgel csapódik a talajba?

MEGOLDÁS:

1. Ferde hajítás

2. a) $h_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g}$ $\qquad h = h_0 + h_{\max} \qquad v_{0y} = v_0 \sin 50°$

b) $t = t_{emelkedés} + t_{esés} = \frac{v_{0y}}{g} + \sqrt{\frac{2(g_0 + h_{\max})}{g}}$

$$t_{emelkedés} = \frac{v_{0y}}{g}$$

$$t_{esés} = \sqrt{\frac{2(h_0 + h_{\max})}{g}}$$

c) $x = v_{0x} \cdot t_{összes}$

d) $v_x = v_{0x} = v_0 \cos 50°$

$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin 50° – 9{,}81 \cdot t$

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$$

3. a) $h=h_0+h_{\max}=20m+\dfrac{v_{0y}^2}{2\cdot 9{,}81}=20m+\dfrac{8^2\sin^2 50°}{2\cdot 9{,}81}=20+1{,}914=21{,}914\ m$

b) $t_{összes}=t_{emelkedés}+t_{esés}=\dfrac{v_0\sin 50°}{9{,}81}+\sqrt{\dfrac{2\cdot 21{,}914}{9{,}81}}=0{,}62+2{,}11=2{,}73\ s$

c) $x=v_0\cos 50°\cdot t_{összes}=14{,}04\ m$

d) $v_x=v_{0x}=8\cdot\cos 50°=5{,}14\dfrac{m}{s}$

$v_y=v_{0y}-gt=8\sin 50°–9{,}81\cdot 3=-23{,}3\dfrac{m}{s}$

$v_3=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{5{,}14^2+(-23{,}3)^2}=23{,}86\dfrac{m}{s}$

48. Egy labdát függőlegesen feldobunk, hogy az 5 m-rel feljebb elhelyezkedő társunk elkapja. Társunk a labdát csak akkor tudja elkapni, ha 6 m/s-nál kisebb sebességgel érkezik hozzá. Mekkora a labda minimális és maximális repülési ideje?

MEGOLDÁS:

1. Függőleges hajítás

2. $6\dfrac{m}{s}>\mathrm{v}_0-gt\geq 0$

$6\dfrac{m}{s}>v_0-gt$

$v_ö-gt\geq 0$

$h=v_{0t}-\dfrac{g}{2}t^2$

$h+\dfrac{g}{2}t^2=v_0t$

$v_0=\dfrac{h}{t}+\dfrac{g}{2}\cdot t$

$6\dfrac{m}{s}>v_0-gt=\dfrac{h}{t}+\dfrac{g}{2}t-gt=\dfrac{h}{t}-\dfrac{g}{2}t$

$6t>h-\dfrac{g}{2}t^2$

$\dfrac{g}{2}t^2+6t-h>0$

$$t_{1,2} > \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 2gh}}{g}$$

$$v_0 - gt \geq 0$$

$$\frac{h}{t} + \frac{g}{2}t - gt \geq 0$$

$$\frac{h}{t} - \frac{g}{2}t \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} \geq t$$

3. $$t > \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 2gh}}{g} = 0{,}57\ s$$

$$t \leq \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1{,}01$$

$$t_{mun} = 0{,}57\ s \qquad t_{\max} = 1{,}01\ s$$

4. $$v_{01} = \frac{5}{0{,}57} + 9{,}81 \cdot 0{,}57 = 11{,}58 \frac{m}{s}$$

$$v_{02} = \frac{5}{1{,}01} + \frac{9{,}81}{2} \cdot 1{,}01 = 9{,}9 \frac{m}{s}$$

$$v_{01} \cdot t_{\min} - \frac{g}{2} t_{\min}^2 = 5\ m$$

$$v_{02} \cdot t_{\max} - \frac{g}{2} t_{\max}^2 = 5\ m$$

$$v_{01} - gt_{\min} = 5{,}99$$

$$v_{02} - gt_{\max} = -0{,}008$$

49. A kinematikai egyenletekből kiindulva határozzuk meg egy a vízszintes síkhoz képest α szög alatt, v_0 kezdősebességgel kilőtt lövedék röppályájának egyenletét és az R lőtávolságot!

MEGOLDÁS:

1. Ferde hajítás

2. $$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\alpha$$

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin\alpha - gt$$

a) $$x = v_{0x} t = v_0 \cos\alpha \cdot t$$

$$y = v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2} t^2 = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{g}{2} t^2$$

teljes repülési idő $\quad 2\frac{v_{0y}}{g} = 2\frac{v_0 \sin\alpha}{g}$

b) $\quad R = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$

50. Határozzuk meg, hogy milyen α kilövési szög esetén lesz egy lövedék R lőtávolsága egyenlő a H emelkedési magasságával! (Induljunk ki a kinematikai egyenletekből.)

MEGOLDÁS:

1. Ferde hajítás
2. $v_x = v_{0x} = v_0 \cos\alpha$

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin\alpha - gt$$

$$x = v_{0x} t = v_0 \cos\alpha \cdot t$$

$$y = v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2} t^2 = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{g}{2} t^2$$

teljes repülési idő $\quad 2\frac{v_{0y}}{g} = 2\frac{v_0 \sin\alpha}{g}$

$$R = v_0 \cos\alpha \cdot \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$$

$H = \frac{v_{0y}^2}{2g} \qquad\qquad R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$

$$\frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$$

$$\frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$\sin^2\alpha = 4 \sin\alpha \cos\alpha$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = 4$$

$$\alpha = 76^\circ$$

51. A kinematikai egyenletek alapján határozzuk meg a v_0 kezdősebességgel, α kilövési szöggel kilőtt lövedék maximális y_m emelkedési magasságát!

MEGOLDÁS:

1. Ferde hajítás

1. $y_m = \dfrac{v_{0y}^2}{2g} = \dfrac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

52. Egy szöcske vízszintes irányban legfeljebb 1 m távolságra tud elugrani. Feltételezve, hogy az elugráshoz szükséges idő elhanyagolható, határozzuk meg, hogy vízszintes úton mekkora maximális sebességgel halad a szöcske, ha mindig a maximális távolságba ugrik.

MEGOLDÁS:

1. Ferde hajítás

2. $R = \dfrac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (lásd a 49-es példát)

3. $R = 1\ m$

$\alpha = 45° \rightarrow R$ ekkor maximális

$R = 1\ m = \dfrac{v_0^2}{g}$ $v_0 = \sqrt{9R} = \sqrt{9{,}81 \cdot 1} = 3{,}13 \dfrac{m}{s}$

$v_x = v_0 \cos 45° = 3{,}31 \cdot 0{,}0707 = 2{,}34 \dfrac{m}{s}$

53. Galilei *Két új tudomány* című művében azt állítja, hogy „a 45°-nál ugyanannyival nagyobb, ill. kisebb emelkedéssel (hajítási szöggel) elhajított testek azonos távolságra jutnak el” Bizonyítsuk be ezt az állítást.

MEGOLDÁS:

1. Ferde hajítás

2. $R = \dfrac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (lásd a 49-es példát)

********* ábra helye***********

3. $\alpha_1 = 45° + \beta$

$\alpha_2 = 45° - \beta$

$$R_1 = \frac{v_0^2}{g}\sin 2(45°+\beta) = \frac{v_0^2}{g}\sin(90°+2\beta)$$

$$R_2 = \frac{v_0^2}{g}\sin 2(45°-2\beta) = \frac{v_0^2}{g}\sin(90°-2\beta)$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

$$R_1 = \frac{v_0^2}{g}(\sin 90°\cos 2\beta + \cos 90°\sin 2\beta)$$

$$R_2 = \frac{v_0^2}{g}(\sin 90°\cos 2\beta - \cos 90°\sin 2\beta)$$

$$\sin 90° = 1 \qquad \cos 90° = 0$$

$$R_1 = R_2 = \frac{v_0^2}{g}\cos 2\beta$$

54. Felszállás előtt egy helikopter motorját percenként 300 fordulattal járatják be. Mekkora sebességgel mozog a 4 m hosszú légcsavarszárny csúcspontja?

MEGOLDÁS:

1. Körmozgás

2. $v = \frac{2r\pi}{T} = 2r\pi\, n$

3. $r = 4\ m$ $\qquad n = \frac{300}{perc} = \frac{300}{60}\cdot\frac{1}{s} = 5\frac{1}{s}$

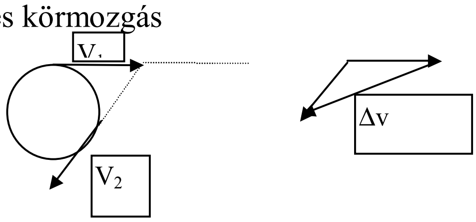
$$v = 2\cdot 4\cdot 3{,}14\cdot 5 = 125{,}6\frac{m}{s}$$

55. Egy részecske 10 m/s állandó sebességgel körpályán mozog. Határozzuk meg a sebességvektor változásának nagyságát és irányát mialatt a részecske a kör kerületének a harmadát befutja!

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes körmozgás

2.



$v_2 - v_1 = \Delta v$

A v_2 és a v_1 közötti szög 120 fokos, hiszen a mellette lévő szög 60 fokosnak adódik abból a megfontolásból, hogy a négyszög szögeinek összege 360 fok, így az a szög csak 360 - 2 x 90 - 120 =60 fok lehet csak.

ha a magassága mentén kettévágjuk a háromszöget, már látjuk, hogy ezek a nevezetes egyenlő oldalú háromszögnek a két fele, amit befogói mentén illesztettünk össze. Innen már adódik , hogy $\Delta v = 2 \text{ x } v\sqrt{3}/2$, azaz $v\sqrt{3}$

3. $\Delta v = 10\dfrac{m}{s}1{,}73 = 17{,}3$

iránya a kezdősebesség irányára 120 fok

56. A Hold jó közelítéssel körpályán mozog a Föld körül. Mekkora a centripetális gyorsulása? (keringési idő 27,32 nap, átlagos távolság a Földtől 3,84 x 10^8 m)

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes körmozgás

2. $$a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\frac{2r\pi}{T}\right)^2}{r} = \frac{4r^2\pi^2}{rT^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

3. $$a_{cp} = \frac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 3{,}84 \cdot 10^8 m}{(27{,}32 \cdot 24 \cdot 3600)^2 s^2} = \frac{151{,}44 \cdot 10^8}{(23604 \cdot 10^2)2} = \frac{151{,}44 \cdot 10^8}{557{,}15 \cdot 10^{10}} = 2{,}72 \cdot 10^{-3}\frac{m}{s^2}$$

57. A Bohr modell szerint a hidrogénatom elektronja $5{,}29 \times 10^{-11}$ m sugarú pályán $2{,}19 \times 10^6$ m/s sebességgel mozog a magot alkotó proton körül. Mekkora az elektron gyorsulása?

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes körmozgás

2. $$a_{cp} = \frac{v^2}{r}$$

3. $$a_{cp} = \frac{(2{,}19 \cdot 10^6)^2 \frac{m^2}{s^2}}{5{,}29 \cdot 10^{-11} m} = \frac{2{,}19^2 \cdot 10^{12}}{5{,}29 \cdot 10^{-11}} = 9{,}06 \cdot 10^{22}\frac{m}{s^2}$$

58. Vidámparki körhinta vízszintes síkú, 5 m-es sugarú pályán mozog. Mekkora lehet az utasok maximális sebessége, ha a centripetális gyorsulásuk nem haladja meg a 0,4 *g* értéket?

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes körmozgás

2. $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$ $v = \sqrt{r \cdot a_{cp}}$ $a_{cp_{\max}} = 0{,}4g$ $r = 5\ m$

3. $v_{\max} = \sqrt{r \cdot 0{,}4\ g} = \sqrt{5 \cdot 0{,}4 \cdot 9{,}81} = 4{,}43 \frac{m}{s}$

4. $a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{(4{,}43)^2}{5} = 3{,}92 = 0{,}4 \cdot g$

59. Egy lemezjátszó percenként 33 1/3 fordulatszámmal forgó korongján a tengelytől 10 cm távolságban ül egy hangya. Mekkora a hangya gyorsulása?

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes körmozgás

2. $v = 2r\pi\, n$ $r = 0{,}1\ m$ $a = \frac{v^2}{r}$ $n = 33{,}0$

3. $a = \frac{v^2}{r} = \frac{4r^2\pi^2 n^2}{r} = 131{,}5 \frac{m}{s^2}$

4. $n = \frac{a}{4r\pi^2} = \frac{131{,}5 \frac{m}{s^2}}{4 \cdot 0{,}1 \cdot 3{,}14^2} = 33{,}3$

60. A nagy gyorsulásoknak az emberi testre gyakorolt hatását úgy tanulmányozzák, hogy az űrhajósokat egy 15 m hosszú rúd végéhez rögzített kabinban vízszintes síkú körpályán megforgatják. a) Mekkora az űrhajós gyorsulása, ha a kabin 23 fordulatot tesz meg percenként? b) Hányszorosa ez a gyorsulás a nehézségi gyorsulásnak?

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes körmozgás

2. a) $a_{cp} = 2r\pi\, n$ $n = 23 \frac{1}{perc} = \frac{23}{60} \frac{1}{s}$ $r = 15$

   b) $\frac{a_{cp}}{g}$

3. a) $a_{cp} = 2r\pi\, n = 2 \cdot 15 \cdot 3{,}14 \cdot \frac{23}{60} = 36{,}11 \frac{m}{s^2}$

   b) $\frac{a_{cp}}{g} = \frac{36{,}11}{9{,}81} = 3{,}68$

$a_{cp} = 3{,}68\ g$

61. A modern ultracentrifugákkal $10^9\ g$ nagyságú centripetális gyorsulást lehet előállítani. Ezekben az eszközökben a szokásos mechanikai csapágyazás helyett mágneses felfüggesztést használnak a forgás súrlódásmentessé tételére. A nagy sebességű ultracentrifugákkal az 50 atomi tömegegységtől a dohány mozaikvírus durván 100 millió atomi tömegegységéig terjedő tartományban 1 %-os pontossággal határozható meg a molekulák atomtömege. A centrifugákban a vizsgált anyagot kicsiny, 10^{-2} mm-es sugáron forgatják. a) Mekkora az ultracentrifuga maximális fordulatszáma? b) Mekkora sebességgel mozog ekkor a vizsgált anyag? (Megjegyzés: Hasonló sugarú kicsiny acélgolyók a centrifugális hatások következtében 1000 m/s kerületi sebesség körül már szétrobbannak.)

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes körmozgás

2. $a = 10^9 g$ $\qquad r = 10^{-2} mm = 10^{-5} m$

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{4r^2\pi^2 n^2}{r} \qquad v = 2r\pi\, n$$

$$a = 4r\pi^2 n^2 \qquad n = \sqrt{\frac{a}{4r\pi^2}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{a}{r}}$$

3. a) $n_{\max} = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{a_{\max}}{r}} = \dfrac{1}{2\cdot 3{,}14}\cdot\sqrt{\dfrac{10^9\cdot 9{,}81}{10^{-5}}} = 0{,}5\cdot 10^7 = 5\cdot 10^6$

b) $v = 2r\pi\, n = 2\cdot 10^{-5}\cdot 3{,}14\cdot 5\cdot 10^6 = 314\dfrac{m}{s}$

4. $a = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{314^2}{10^{-5}m} = 9{,}8\cdot 10^9\dfrac{m}{s^2}$

62. A tipikus pulzárokról úgy hisszük, hogy kb. 40 km sugarú, másodpercenként 1 fordulatot tevő, különlegesen sűrű neutroncsillagok. a) Mekkora a neutroncsillag egyenlítőjén elhelyezkedő részecske gyorsulása?
b) Mekkora a 45. szélességi körön (azaz az egyenlítő és a pólus között félúton) lévő részecske gyorsulása?
c) Milyen irányban gyorsul a b) kérdés szerint mozgó részecske?

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes körmozgás

2. a) $a_{cp} = \dfrac{v^2}{r}$ $\qquad v = 2r\pi\, n$ $\qquad a_{cp} = 4r\pi^2 n^2$

b) ***********ábra helye*********

$$r' = \frac{r}{\sqrt{2}}$$

$$a'_{cp} = 4r^2\pi^2 n^2 = 4\frac{r}{\sqrt{2}} \cdot \pi^2 n^2 = \frac{a_{cp}}{\sqrt{2}}$$

3. a) $a_{cp} = 4r\pi^2 n^2 = 4 \cdot 40 \cdot 10^3 m \cdot 3{,}14^2 \frac{11}{s^2} = 157{,}75 \cdot 10^4 \frac{m}{s^2}$

b) $a'_{cp} = \frac{a_{cp}}{\sqrt{2}} = \frac{157{,}75}{1{,}41} \cdot 10^4 \frac{m}{s^2} = 112\frac{m}{s^2}$

c) Az ábra szerinti irányban gyorsul a 45. szélességi fokon lévő test.

63. Chicago az északi szélesség 41,9 fokán helyezkedik el. Mekkora a város centripetális gyorsulása a Föld forgása következtében? A föld sugara 6378 km.

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes körmozgás

2. *******ábra helye*********

$$\frac{r'}{r_F} = \cos\alpha \qquad v = 2r\pi\, n = \frac{2r\pi}{T}$$

$$a'_{cp} = \frac{v^2}{r'} = \frac{(2r'\pi\, n)^2}{r'} = \frac{4r'^2\pi^2}{T^2 r'} = \frac{4r'\pi^2}{T^2}$$

3. $r_F = 6378\ km \qquad \alpha = 41{,}9°$

$$r' = r_F \cdot \cos\alpha = 6378\ km \cdot \cos 41{,}9° = 6378 \cdot 0{,}744 = 4747\ km = 4{,}747 \cdot 10^6 m$$

$$T = 24h = 24 \cdot 3600\ s = 86400\ s$$

$$a'_{cp} = \frac{4r' \cdot \pi^2}{T^2} = \frac{4 \cdot 4{,}747 \cdot 10^6 \cdot 9{,}86}{86400^2} = 0{,}025\frac{m}{s^2}$$

64. Légturbinával hajtott nagysebességű fogorvosi fúrógép 350 000 fordulat/perc fordulatszámmal forog. A fúrófej átmérője 1 mm. a) Mekkora a fej egy kerületi pontjának sebessége? b) Mekkora egy kerületi pont gyorsulása? Hányszorosa ez a nehézségi gyorsulásnak? c) Mekkora egy kerületi pont tangenciális gyorsulása, ha a fúrót 1,2 s alatt egyenletesen lassulva leállítjuk?

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes körmozgás; változó kormozgás

C_a kerületi pont mozgása, a fúrófej mozgása egyenletes, illetve változó forgómozgás

2. a) $v = 2r\pi$ n

b) $a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{4r^2\pi^2 n^2}{r} = 4r\pi^2 n^2$

$\frac{a_{cp}}{g}$

c) $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

3. a) $n = 350000\frac{1}{perc} = \frac{350000}{60} = 58333\frac{1}{s}$

$r = \frac{10^{-3}}{2}m = 5\cdot 10^{-4}m$

$v = 2\cdot 5\cdot 10^{-4}m\cdot 3{,}14\cdot 58333\frac{1}{s} = 183{,}17\frac{m}{s}$

b) $a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \frac{33550}{5\cdot 10^{-4}} = 6{,}71\cdot 10^7\frac{m}{s^2}$

$\frac{a_{cp}}{g} = 6{,}84\cdot 10^6$

c) $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{183{,}17\frac{m}{s}}{1{,}2\ s} = 152{,}64\frac{m}{s^2}$

$\Delta t = 1{,}2\ s$

$\Delta v = 0 - 183{,}17 = -183{,}17\frac{m}{s}$

65. Határozzuk meg az egyenlítő egy pontjának a Föld forgása következtében fellépő gyorsulását !. Határozzuk meg a Föld Nap körüli keringése miatt fellépő centripetális gyorsulását ! A Föld sugara 6378 km, keringési ideje a Nap körül 365,3 nap, a Naptól való átlagos távolsága 1,50 x 10^{11}m.

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes körmozgások

2. $a_{cp} = \frac{v^2}{r} = \left(\frac{2r\pi}{T}\right)^2\cdot\frac{1}{r} = \frac{4r\pi^2}{T^2}$

3. $r_1 = r_F$ $\qquad T_1 = 24\ h = 24\cdot 3600\ s$

$r_F = 6378\ km = 6{,}378\cdot 10^6 m$

$r_2 =$ a Föld a Naptól való átlagos távolság $= 1{,}5 \cdot 10^{11} m$

$T_2 = 365{,}3\ nap = 365{,}3 \cdot 24 \cdot 3600\ s$

a) $a_{cp_1} = \dfrac{4 \cdot 6{,}378 \cdot 10^6 \cdot 3{,}14^2}{24^2 \cdot 3600^2} = \dfrac{2{,}52 \cdot 10^8}{7{,}46 \cdot 10^9} = 3{,}34 \cdot 10^{-2}\ \dfrac{m}{s^2}$

b) $a_{cp_2} = \dfrac{4 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11} \cdot 3{,}14^2}{365{,}3^2 \cdot 24^2 \cdot 3600^2} = \dfrac{59{,}16 \cdot 10^{11}}{9{,}95 \cdot 10^{14}} = 5{,}95 \cdot 10^{-3}\ \dfrac{m}{s^2}$

66. Vidámparki 25 m átmérőjű, függőleges síkú óriáskerék 5 fordulat/perc fordulatszámmal forog. A kereket 9 s alatt lefékezik. Mekkora egy utasnak a gyorsulása (nagyság és irány szerint) a fékezés után 6 másodperccel? Készítsünk vázlatot, amely feltünteti az óriáskerék forgásirányát, az utas **a** gyorsulásvektorát és a gyorsulásvektornak a radiálisan befelé mutató iránnyal alkotott ϕ szögét!

MEGOLDÁS:

1. Változó körmozgás

2. *******ábra helye***********

$$v_0 = 2r\pi\, n$$

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r}$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{a_t}{a_{cp}}$$

3. $r = 25\ m$ $\qquad n = 5\dfrac{1}{perc} = \dfrac{5}{60}\dfrac{1}{s}$

$$v_0 = 2r\pi\, n = 2 \cdot 25m \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{s} = 13{,}08\frac{m}{s}$$

$$\Delta t_1 = 9\ s$$

$$\Delta v = v_0$$

$$a_{cp}(6\ s\ \ után) = \frac{v^2(6\ s\ \ után)}{\mathrm{r}} = 0{,}76\frac{m}{s^2}$$

$$v_6 = v_0 - a_t \cdot \Delta t_2 = 13{,}08\frac{m}{s} - 1{,}454\frac{m}{s^2}6\ s = 13{,}08 - 8{,}72 = 4{,}36\frac{m}{s}$$

$$\Delta t_2 = 6\ s$$

$$a = \sqrt{a_{cp}^2 + a_t^2} = \sqrt{2{,}11 + 0{,}58} = 1{,}64 \frac{m}{s^2}$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{a_t}{a} = 0{,}89 \qquad \varphi = 41{,}67°$$

67. Egy sólyom 12 m sugarú, vízszintes síkú íven 4 m/s sebességgel repül. a) Mekkora a centripetális gyorsulása? b) Mekkora a sólyom gyorsulásának nagysága és iránya, ha pályájának síkja és íve nem változik, de 1,2 m/s^2 gyorsulással növelni kezdi sebességét?

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes és változó körmozgás

2. a) $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$

   b) $a = \sqrt{a_t^2 + a_{cp}^2}$ $\qquad$ $\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{a_t}{a_{cp}}$

3. a) $a_{cp} = \frac{\left(4\frac{m}{s}\right)^2}{12\ m} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}\frac{m}{s^2}$ $\qquad$ $v = 4\frac{m}{s}$ $\qquad$ $r = 12\ m$

   b) $a_t = 1{,}2\frac{m}{s^2}$ $\qquad$ $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1{,}2}{1{,}3}$ $\qquad$ $\alpha = 42{,}7°$

   $$a = \sqrt{1{,}2^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{1{,}44 + 1{,}78} = 1{,}79$$

68. Egy gépkocsi 10 m/s állandó sebességgel mozog a 80 m sugarú kanyarban. a) Mekkora a gyorsulása? b) Mekkora a tangenciális gyorsulás, ha a kocsi 6 s alatt megáll a kanyarban? Hogyan változik a teljes gyorsulás iránya és nagysága ezalatt?

MEGOLDÁS:

1. Egyenletes és változó körmozgás

2. a) $a_{cp} = \frac{v^2}{r}$

   b) $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

   A centripetális gyorsulás egyenletesen csökken, a tangenciális gyorsulás állandó.
   Ennek megfelelően, tekintve, hogy

   $$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{a_t}{a_{cp}}$$

ha $a_{cp} \to 0$; akkor $\mathrm{tg}\varphi \to \infty$; $\varphi \to 90°$

azaz a gyorsulás iránya egyre inkább megközelíti a tangenciális gyorsulás irányát.

3. a) $a_{cp} = \dfrac{\left(10\dfrac{m}{s}\right)^2}{80\ m} = \dfrac{100}{80} = 1{,}25\dfrac{m}{s^2}$

b) $a_t = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{10\dfrac{m}{s}}{6\ s} = 1{,}25\dfrac{m}{s^2}\ /\ 1{,}67\dfrac{m}{s^2}$

$\Delta v = v_0 = 10\dfrac{m}{s}$ $\qquad \Delta t = 6\ s$

69. Egy versenyautó 1,6 km kerületű körpályán állandó gyorsulással 64 km/óráról 128 km/órára növeli sebességét, és közben 1,2 km utat tesz meg. a) Mekkora az érintő menti gyorsulás? b) Mekkora a gépkocsi centripetális gyorsulása, amikor a sebesség l28 km/ó?

MEGOLDÁS:

1. Egyenletesen változó körmozgás

2. a) $a_t = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_2 - v_1}{\Delta t}$

$s = \dfrac{v_1 + v_2}{2}\Delta t$

$\Delta t = \dfrac{2s}{v_1 + v_2}$

$a_t = \dfrac{v_2 - v_1}{\dfrac{2\ s}{(\mathrm{v}_1 + v_2)}} = \dfrac{(v_2 - v_1)(v_2 + v_1)}{2s} = \dfrac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$

b) $a_{cp} = \dfrac{v^2}{r}$ $\qquad k = 2r\pi$ $\qquad r = \dfrac{k}{2\pi}$

$a_{cp} = \dfrac{v^2 2\pi}{k}$

3. a) $k = 1{,}6\ \mathrm{k}m = 1600\ m$

$v_1 = 64\dfrac{km}{h} = 17{,}78\dfrac{m}{s}$

$v_2 = 128\dfrac{km}{h} = 35{,}56\dfrac{m}{s}$

$s = 1{,}2\ km = 1000\ m$

$$a_t = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2\ s} = \frac{1264 - 316}{2400} = 0{,}395 \frac{m}{s^2}$$

b) $$a_{cp} = \frac{v^2 2\pi}{k} = \frac{1264 \cdot 2 \cdot 3{,}14}{1600} = 4{,}96 \frac{m}{s^2}$$

4. $$s = v_0 \Delta t + \frac{a}{2} \Delta t^2 = 800{,}0 + 399{,}9 = 1200\ m$$

$$\Delta t = \frac{2\ s}{\mathrm{v}_1 + v_2} = 45 s$$

70. A mesterséges holdak körpályán való egyenletes sebességű mozgása akkor stabilis, ha centripetális gyorsulásuk a pálya sugarának négyzetével fordítottan arányos. a) Mutassuk meg, hogy a műhold tangenciális sebessége a pályasugár négyzetgyökével fordítva arányos. b) Mutassuk meg, hogy az egy fordulat megtételéhez szükséges idő a pályasugár 3/2-ik hatványával arányos.

MEGOLDÁS:

1. Változó körmozgás

2. $$a_{cp} = \frac{K}{r^2}$$ K tetszőleges állandó

a) $$\frac{v^2}{r} = \frac{K}{r^2}$$

$$v^2 = \frac{K}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{K}{r}}$$

b) $$v = \frac{2r\pi}{T}$$

$$\sqrt{\frac{K}{r}} = \frac{2r\pi}{T}$$

$$T = \frac{2r\pi}{\sqrt{\frac{K}{r}}} = \frac{2r^{\frac{3}{2}}\pi}{\sqrt{K}}$$

71. Egy versenyautó 210 km/ó sebességgel mozog a 2 km kerületű körpályán, majd egy teljes kört megtéve egyenletesen lassítva megáll. a) Mekkora az autó tangenciális gyorsulása? b) Mekkora a centripetális gyorsulás 1 km-rel a megállás előtt? c) Mekkora ebben a pillanatban az eredő gyorsulás?

MEGOLDÁS:

1. Változó körmozgás

2. a) $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t_1}$

$s = \frac{v_2 + v_1}{2} \cdot \Delta t_1$

$\Delta t = \frac{2s}{v_1 + v_2}$

$a_t = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t_1} = \frac{v_2 - v_1}{\frac{2s}{v_1 + v_2}} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} = \frac{0 - v_1^2}{2s}$

b) $a_t = \frac{v_2'^2 - v_1^2}{2s'}$

$\left(v_2'\right)^2 = 2s' a_t + v_1^2$

$v_2 = \sqrt{2sa_t + v_1^2}$

$a_{cp} = \frac{\left(v_2'\right)^2}{r}$ $\qquad 2r\pi = K \qquad r = \frac{K}{2\pi}$

$a_{cp} = \frac{\left(v_2'\right)^2 2\pi}{K}$

c) $a^2 = \sqrt{a_t^2 + a_{cp}^2}$

3. a) $a_t = -\frac{v_1^2}{2s} = -\frac{3403}{4000} = -0{,}85\frac{m}{s^2}$

$s = 2\ km = 2000\ m$

$v_1 = 210\frac{km}{h} = 58{,}3\frac{m}{s}$

b) $v_2' = \sqrt{2s' a_t + v_1^2} = \sqrt{-2000 \cdot 0{,}85 + 3403} = \sqrt{1703} = 41{,}27\frac{m}{s}$

$a_{cp} = \frac{\left(v_2'\right)^2 2\pi}{K} = 5{,}35\frac{m}{s^2}$

c) $a^2 = \sqrt{a_t^2 + a_{cp}^2} = \sqrt{(-0{,}85)^2 + 5{,}35^2} = 5{,}41\frac{m}{s^2}$

4. Mekkora utat tesz meg a test, amíg v_2'-ről 0-ra csökken a sebessége? s''-t

$$\frac{0^2-\left(v_2'\right)^2}{2s''}=a_t$$

$$s''=\frac{-\left(v_2'\right)^2}{2a_t}=\frac{-\left(41{,}27\right)^2}{2\cdot-\left(0{,}85\right)}=\frac{-1703}{-1{,}70}\approx 1000$$

Tekintve, hogy addig amíg v_1-ről v_2-re csökkent a sebessége a 2000-ből éppen 1000 m-t tett meg, ez az eredmény éppen megfelel várakozásainknak.

72. Egy 300 m-es állandó görbületi sugarú úton haladó autó 1,2 m/s^2 gyorsulással fékezni kezd. Határozzuk meg az autó gyorsulásának irányát és nagyságát abban az időpontban, amikor sebessége 15 m/s.

MEGOLDÁS:

1. Egyenletesen lassuló körmozgás

2. $a=\sqrt{a_t^2+a_{cp}^2}=\sqrt{a_r^2+\left(\frac{v^2}{r}\right)^2}$

$$a_{cp}=\frac{v^2}{r}$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi=\frac{a_t}{a_{cp}}$$

φ a sugáriránnyal bezárt szöge a gyorsulásnak

3. $a=\sqrt{1{,}2^2+\left(\frac{225}{300}\right)^2}=\sqrt{2}=1{,}41\frac{m}{s^2}$

$a_t=1{,}2\frac{m}{s^2}$ $\qquad r=300\ m$ $\qquad v=15\frac{m}{s}$

$\mathrm{tg}\,\varphi=\frac{a_t}{a_{cp}}=\frac{1{,}2}{0{,}75}=1{,}6$ $\qquad \varphi=58°$

73. Egy fonalra kötött labdát 0,3 m sugarú, a talaj felett 1,2 m magasban levő, vízszintes síkú körpályán állandó sebességgel pörgetünk. A fonal hirtelen elszakad és a labda attól a ponttól 2 m távolságban ér talajt, amelyet úgy kapunk, hogy az elszakadás pillanatában elfoglalt helyzetét függőlegesen a talajra vetítjük. Mekkora volt a labda centripetális gyorsulása, amíg körmozgást végzett?

MEGOLDÁS:

1. Vízszintes hajítás, egyenletes körmozgás

2. $v_{0x} \cdot \Delta t = s$

$v_{0y} = 0$

$\frac{g}{2}\Delta t^2 = h$

$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$v_{0x} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = s$

$v_{0x} = \sqrt{\frac{g}{2h}} \cdot s$

$a_{cp} = \frac{v_{0x}^2}{r} = \frac{\frac{g}{2h} \cdot s^2}{r}$

3. $a_{cp} = \frac{\frac{g}{2h} \cdot s^2}{r} = \frac{9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 4m}{2 \cdot 1{,}2m \cdot 0{,}3m} = 54{,}5\frac{m}{s^2}$

$h = 1{,}2\ m$ $s = 2\ m$ $r = 0{,}3\ m$

74. Adjuk meg SI-egységben a következőket: a) egy 72 kg tömegű emberre ható gravitációs erőt, b) egy 720 N súlyú férfi tömegét, c) egy 20 kg-os testre ható gravitációs erőt, d) egy 200 N súlyú test tömegét, e) mekkora eredő erő gyorsít egy 720 N súlyú testet 9,8 m/s^2 gyorsulással? f) mekkora eredő erő gyorsít egy 20 kg tömegű testet 9,8 m/s^2 gyorsulással?

MEGOLDÁS:

1. Tömegvonzás, Newton 2. törvénye

2. a) $G = m\,g$

$g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$

b) $m = \frac{G}{g}$

c) $G' = m'g$

d) $m'' = \frac{G'}{g}$

e) $F = m\,a = \frac{G}{g} \cdot a$

f) $F = m\,a$

3. a) $m = 72\ kg$

$$G = m\,g = 72\ kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} = 605{,}32\ N$$

b) $m = \dfrac{G}{g} = \dfrac{720\ N}{9{,}81\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 73{,}4\ kg$

$G = 720\ N$

c) $G' = m'g = 20\ kg \cdot 9{,}81\dfrac{m}{s^2} = 196{,}2\ N$

$m' = 20\ kg$

d) $m'' = \dfrac{G''}{g} = \dfrac{200N}{9{,}81} = 20{,}39\ kg$

$G'' = 200\ N$

e) $F = m\,a = \dfrac{G}{g} \cdot a = 720\ N$

$G = 720\ N \qquad a = 9{,}8\dfrac{m}{s^2}$

f) $F = m\,a = 20\ kg \cdot 9{,}8\dfrac{m}{s^2} = 196\ N \qquad m = 20\ kg$

75. Határozzuk meg: a) Mekkora a tömege a 400 N súlyú szeneszsáknak? b) Mekkora gravitációs erő hat rá? c) Mekkora a súlya egy 26 kg tömegű gyermeknek? d) Mekkora gravitációs erő hat rá? e) Mekkora erővel gyorsíthatnánk a szeneszsákot 9,8 m/s^2 gyorsulással felfelé?

MEGOLDÁS:

1. Tömegvonzás, súly, Newton 2. törvénye

2. a) $G = mg$

$$m = \frac{G}{g}$$

b) $Gravitációs\ erő = súly = G = mg$

c) $G' = m'g$

d) *lásd b)-t*

e) $\sum F = m\,a$

$$\sum F = F_{gy} - G$$

$$F_{gy} - G = ma$$

$$F_{gy} = G + ma = mg + ma = m(g + a)$$

3. a) $m = \frac{G}{g} = \frac{400N}{9,81} = 40,77kg$

$G = 400\,N$

b) $F_{gravitációs} = G = 400N$

c) $G' = m'g = 26kg \cdot 9,81\frac{m}{s^2} = 255N$

d) $F_{gravitációs} = G = 255N$

e) $F_{gy} = m(g + a) = 799N \approx 800N$

$m = 40,77\,kg$

$a = 9,8\frac{m}{s^2}$

76. Ha egy ember a Földön legfeljebb 48 kg tömegű testet tud felemelni, mekkorát tudna felemelni a Holdon? (A nehézségi gyorsulás a Holdon 1,6 m/s^2.)

MEGOLDÁS:

1. Tömegvonzás

2. $F_F = m \cdot g_F$

$F_H = m' g_H$

$F_{Föld} = F_{Hold}$

$m \cdot g_F = m' \cdot g_H$

$m' = \frac{m \cdot g_F}{g_H}$

3. $m = 48\,kg$

$g_F = 9,81\frac{m}{s^2}$

$g_H = 1,6\frac{m}{s^2}$

$m' = \frac{48 \cdot 9,81}{1,6} = 294,3\,kg$

4. $294{,}3\ kg \cdot 16 \frac{m}{s^2} = 470{,}88\ N$

$48\ kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} = 470{,}88\ N$

77. A Klondike-i aranyláz idején egy aranyásó a kanadai Dawson City-ben, ahol $g = 9{,}82288$ m/s^2, 1 kg tömegű aranyrögöt talált és Szingapúrba vitte, ahol $g = 9{,}78031$ m/s^2. a) Mennyivel kisebb az arany súlya millinewtonban Szingapúrban? c) Mennyit veszít az aranyásó, ha Dawson City helyett Szingapúrban adja el aranyát? (Mindkét városban 470 $-t fizetnek 31 g aranyért.)

MEGOLDÁS:

1. Tömegvonzás. A példa azért ravasz, mert az arany eladásakor nem annak tömegét mérik, hanem súlyát, ami a g függvényében változik. De attól függően, hogy ezt a súlyt hogyan mérik, lehet – a fogalmak pontatlan használata miatt – az eredmény más és más. Például ha az arany súlyát Szingapúrban egy rugós erőmérővel mérik, amit előzőleg Dawsonban kalibráltak, akkor az arany „tömegét" Szingapúrban kisebbnek fogják találni. De ha kétkarú mérleggel mérik, akkor Dawsonban éppen annyinak fogják a „tömegét" találni, mert Szingapúrban ugyanis
2. $G_{súlyok} = m_{súlyok} \cdot g_D = m_{arany} \cdot g_D$

$$m_{súlyok} \cdot g_S = m_{arany} \cdot g_S$$

g_D a Dawsonban mért g

g_S a Szingapúrban mért g

a) $\Delta G = m(g_D - g_S)$

b) Az arany ára Dawsonban $\frac{1000}{30} \cdot 470\ \$$

Szingapúrban, ha karos mérleggel mérik ugyanennyi, ha rugóssal, akkor

$$\frac{1000}{31} \cdot 470 \cdot \frac{g_S}{g_D}$$

3. a) $\Delta G = 1\ kg(9{,}82288 - 9{,}78031)\frac{m}{s^2} = 0{,}04257 N = 42{,}57\ mN$

b) Árkülönbség $= \frac{1000}{31} \cdot 470\left(1 - \frac{g_S}{g_D}\right) = 61{,}4\ \$$

78. Egy 5 kg tömegű testre 20 N eredő erőt hat. a) Mekkora a test gyorsulása? b) Nyugalomból indulva mekkora úton tesz szert a test 8 m/s sebességre?

MEGOLDÁS:

1. a) Newton II. törvényének egyszerű alkalmazása

   b) egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló kezdősebesség nélkül

2. a) $F = m \cdot a$ $\qquad a = \dfrac{F}{m}$ $\qquad F = 20\ N$ $\qquad m = 5\ kg$

   b) $v = a \cdot t$ $\qquad t = \dfrac{v}{a}$

$$s = \frac{a}{2}t^2 = \frac{a}{2} \cdot \frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{2a} \qquad v = 8\frac{m}{s}$$

3. a) $a = \dfrac{20\ N}{5\ \text{kg}} = 4\dfrac{m}{s^2}$ $\qquad t = \dfrac{8\frac{m}{s}}{4\frac{m}{s^2}} = 2\ s$

   b) $s = \dfrac{64\frac{m^2}{s^2}}{2 \cdot 4\frac{m}{s^2}} = 8m$

4. $$F = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} \cdot \frac{m\Delta v}{\Delta t} = 5\ kg\frac{8\frac{m}{s}}{2\ s} = 20\ N$$

79. Görkorcsolyázó gyerek – nyugalomból indulva 12°-os lejtőn gurul le. Mekkora a gyerek sebessége 6 m út megtétele után? Rajzoljuk meg a gyerek vektorábráját!

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás

   Lejtőmozgás

2. $F = m\, g \sin\alpha$ $\qquad a = g \sin\alpha$

$$s = \frac{a}{2}t^2 = \frac{g\sin\alpha}{2}t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g\sin\alpha}}$$

$$v = a \cdot t = g\sin\alpha \cdot \sqrt{\frac{2s}{g\sin\alpha}} = \sqrt{2\ s\ g\sin\alpha}$$

3. $v = \sqrt{2 \cdot 6 \cdot 9{,}81 \cdot \sin 12°}$

80. Egy 720 N súlyú férfi l,25 m/s^2 gyorsulással mozog egyenes vonalban a) Mekkora eredő erő hat rá? b) Nyugalomból indulva mennyi idő alatt éri el a 3,75 m/s-os sebességet?

MEGOLDÁS:

1. Newton II. törvényének egyszerű alkalmazása

2. $F = m \cdot a$ $\qquad G = m \cdot g$ $\qquad m = \dfrac{G}{g}$ $\qquad F = \dfrac{G}{g} \cdot a$

3. $F = \dfrac{720}{9{,}81} \cdot 1{,}25 = 91{,}74\ N$

81. Rajzoljuk meg az alábbiakban aláhúzással jelölt testek vektorábráját. Ismételjük meg az ábrákat úgy is, hogy az erőket a problémához illeszkedő merőleges komponensekre bontjuk. Írjuk fel ezekre a komponensekre a mozgásegyenleteket: a) Egy végsebességét már elért (azaz állandó sebességgel eső) lehulló tollpihe. b) Parabolapályájának csúcspontján repülő futball-labda. c) Egy kanyarban (nem túlemelt útpályán) *v* állandó sebességgel, *r* sugarú körpályán mozgó teherautóban ülő sofőr. d) A pálya legmagasabb pontján lévő hintázó gyermek. e) A pálya legalacsonyabb pontján lévő hintázó gyermek. f) Függőleges síkú ív csúcspontján haladó hullámvasút kocsi.

MEGOLDÁS:

1. Erők összegzése

   Különböző mozgástípusok

   a) egyenesvonalú egyenletes mozgás

   b) ferdehajítás

   c) körmozgás

   d) ingamozgás

   e) ingamozgás

   f) körmozgás

2. a) $G = F_{közegellenállás}$ $\qquad v = áll.$ $\qquad a = 0$

   **********ábra helye*********

   b) $G = mg = ma$

   $a = g$

   **********ábra helye*********

c) $F_{cp} = m\dfrac{v^2}{r}$

**********ábra helye*********

d) $\underline{F_e} = \underline{K} + \underline{G}$

**********ábra helye*********

e) $F_e = 0$ $\qquad\qquad \underline{K} = \underline{G}$

**********ábra helye*********

d) $F_e = K - G$

**********ábra helye*********

82. 300 N súlyú kocsit 75 N erővel vízszintes úton vízszintes irányban húzunk. A súrlódás elhanyagolható. a) Milyen távolságra jut el a nyugalomból induló kocsi 5 s alatt? b) Mekkora sebességet ér el?

MEGOLDÁS:

1. Egyenesvonalú, egyenletesen gyorsuló

   Newton II. törvénye

2. $a = \dfrac{F}{m}$ $\qquad s = \dfrac{a}{2}t^2$ $\qquad v = a \cdot t$ $\qquad m = \dfrac{G}{g}$

3. $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{F \cdot g}{G} = \dfrac{75 \cdot 9{,}81}{300N} = 2{,}45\dfrac{m}{s^2}$

   $s = \dfrac{2{,}45}{2}(6\,s)^2 = 44{,}15\,m$

83. Egy 720 N súlyú ember összecsavart lepedőből font függőleges kötélen menekül egy égő ház emeletéről. a) Hogyan tud leereszkedni anélkül, hogy a kötél elszakadna, ha a kötél szakítószilárdsága 650 N? b) Mekkora sebességgel érkezik le, ha az emelet magassága 4,5 m?

MEGOLDÁS:

1. Erők összegzése

   Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás

   Newton II. törvénye

2. $m \cdot a = G - K$ $\qquad K = G - m \cdot a$

********ábra helye**********

a) $a_{\min} = \dfrac{G - K}{m}$

b) $s = \dfrac{a}{2} t^2$ $\qquad s = \dfrac{a}{2} t^2$ $\qquad t = \sqrt{\dfrac{2s}{a}}$

$t\sqrt{\dfrac{2s}{a}}$

$v = a \cdot t = a \cdot \sqrt{\dfrac{2s}{a}} = \sqrt{2sa}$

3. $a_{\min} = \dfrac{720 - 650}{\dfrac{G}{g}} = \dfrac{720 - 650}{\dfrac{720}{9{,}81}} = 0{,}95 \dfrac{m}{s^2}$

$v = \sqrt{2sa} = \sqrt{2 \cdot 4{,}5 \cdot 0{,}95} = 2{,}92 \dfrac{m}{s}$

84. Az almásláda lejtősre állított, görgős szállítószalagon súrlódásmentesen, nyugalomból indulva 1,2 s alatt 1,8 m-t tesz meg. Mekkora a lejtő hajlásszöge?

MEGOLDÁS:

1. Lejtőmozgás

egyenesvonalú egyenlegesen gyorsuló mozgás

*******ábra helye*********

2. $s = 1{,}8\ m$ $\qquad t = 1{,}2\ s$

$s = \dfrac{a}{2} t^2$ $\qquad a = \dfrac{2s}{t^2}$

$a = g \cdot \sin\alpha$

$\sin\alpha = \dfrac{a}{g} = \dfrac{2s}{t^2 g}$

3. $\dfrac{2 \cdot 1{,}8\ m}{1{,}2^2 s^2 \cdot 9{,}81 \dfrac{m}{s^2}} = \sin\alpha = 0{,}2548$ $\qquad \alpha =$

4. $s=\frac{a}{2}t^2=\frac{g\cdot\sin\alpha}{2}\cdot t^2=1{,}7997\approx 1{,}8$

85. Határozzuk meg, hogy mekkora eredő erővel gyorsítható fel egy elektron 5 cm-es úton nyugalomból indulva 9×10^5 m/s vízszintes sebességre! Magyarázzuk meg, hogy miért hanyagolható el a számítás során az elektronra ható gravitációs erő? AZ elektron tömege 9,109 x 10^{-31}

MEGOLDÁS:

1. Newton 2. törvénye

   Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás

2. $F=m\,a$ $\qquad a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ $\qquad s=\frac{\Delta v}{\Delta t\cdot 2}\cdot\Delta t^2=\frac{1}{2}\Delta v\cdot\Delta t$

   $\Delta v=\frac{2s}{\Delta t}$ $\qquad \Delta t=\frac{2s}{\Delta t}$

   $F=m\cdot\frac{\Delta v}{\Delta t}=m\cdot\frac{\Delta v}{\frac{2s}{\Delta v}}=m\cdot\frac{\Delta v^2}{2s}$ $\qquad \Delta v=9\cdot10^5\,\frac{m}{s}$ $\qquad s=5\cdot10^{-2}m$

3. $F=m\cdot\frac{\Delta v^2}{2s}=9{,}109\cdot10^{-31}kg\frac{9^2\cdot10^{10}\frac{m^2}{s^2}}{2\cdot5\cdot10^{-2}m}=737{,}8\cdot10^{-20}N$

   $G=mg=9{,}109\cdot10^{-31}\cdot9{,}81\frac{m}{s^2}=89{,}36\cdot10^{-31}N$

   $\frac{F}{G}=\frac{737{,}8\cdot10^{-20}}{89{,}36\cdot10^{-3}}=8{,}25\cdot10^{11}$

86. Mekkora minimális gyorsulással csúszhat le biztonságosan egy 300 N súlyú gyerek a 250 N szakítószilárdságú kötélen?

MEGOLDÁS:

1. Newton 2. törvénye

2. $\sum F=m\cdot a=G-F_K$

   $G=300N$

   $F_{K_{\max}}=250N$

3. $m\cdot a_{\min}=300-250=50N$

$$m = \frac{300N}{9{,}81}$$

$$a = \frac{50N}{\frac{300N}{9{,}81\frac{m}{s^2}}} = \frac{9{,}81 \cdot 50}{300}\frac{m}{s^2} = \frac{9{,}81}{6} = 1{,}635\frac{m}{s^2}$$

87. 4 kg tömegű testre két erő – a lefelé mutató nehézségi erő és egy állandó, vízszintes irányú erő – hat. A megfigyelések szerint a test nyugalomból indult és 12 m/s^2 gyorsulással mozog. Határozzuk meg, hogy a) mekkora a vízszintes irányú erő? b) milyen irányban gyorsul a test? c) vajon egyenes vonalon vagy parabolán mozog-e a test?

MEGOLDÁS:

1. Newton 2. törvénye

2-3. *******ábra helye**********

$$F_e = ma$$

$$G = mg$$

a) $F_X = \sqrt{m^2a^2 - m^2g^2} = m\sqrt{a^2 - g^2} = 27{,}66$

b) $\frac{F_X}{F_e} = \cos\alpha$ $\qquad \cos\alpha = \frac{27{,}66}{4 \cdot 12} = 0{,}576$ $\qquad \alpha = 54{,}8°$

c) egyenesvonalban, tekintve, hogy a ráható erők eredőjének iránya állandó

88. Nyugalomból induló test súrlódásmentesen csúszik le a vízszintessel 30°-os szöget bezáró lejtőn.
a) Mennyi idő alatt ér el 50 m/s-os sebességet? b) Milyen távolságba jut el ezalatt?

MEGOLDÁS:

1. Lejtőmozgás

2. $\underline{F_{gy}} = \underline{K} + \underline{G} = m\underline{a} = G \cdot \sin\alpha = mg\sin\alpha$

a) $v = a\Delta t$ $\qquad \Delta t = \frac{v}{a}$

b) $s = \frac{a}{2}\Delta t^2$

3. $a = g\sin\alpha = \frac{9{,}81}{2} = 4{,}905$ $\qquad \Delta v = 50\frac{m}{s}$

a) $\Delta t = \dfrac{50\dfrac{m}{s}}{4{,}905} = 10{,}2\ s$

b) $s = \dfrac{4{,}905}{2} \cdot 10{,}2^2 = 255{,}2\ m$

89. Egy gépkocsi l8 m sugarú, függőleges síkú, kör alakú domboldalon mozog felfelé. A domb tetején a vezető tapasztalja, hogy éppen csak érinti az ülést. Mekkora sebességgel haladt a gépkocsi?

MEGOLDÁS:

. Kényszererők, körmozgás

2. Az, hogy csak érinti az ülést , azt jelenti hogy

$$K = 0$$

$$mg = G = \frac{mv^2}{r}$$

$$v = \sqrt{r\,g} = \sqrt{18\ m \cdot 9{,}8} = 13{,}3\frac{m}{s}$$

90. A hullámvasút kocsija állandó, 6 m/s-os sebességgel halad át a pálya 6 m sugarú, függőleges síkú részének tetőpontján. A kocsi és az utasok együttes tömege 1350 kg. a) Mekkora és milyen irányú a kocsi gyorsulása a tetőponton? b) Mekkora eredő erő hat ebben a pillanatban a kocsira és az utasokra összesen? c) Mekkora erővel nyomja a pálya a kocsit a tetőponton?

MEGOLDÁS:

1.Kényszererők, körmozgás

2.

a) $\underset{\substack{\Uparrow \\ v\,=\,\text{állandó}}}{a} = a_{cp} = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{36\dfrac{m^2}{s^2}}{6\ m} = 6\dfrac{m}{s^2}$ sugárirányú befelé

b) $F_e = G - K = ma = 1350kg \cdot 6\dfrac{m}{s^2} = 8100N$

c) $K = G - F_e = 1350kg \cdot 9{,}81\dfrac{m}{s^2} - 8100N = 5143{,}5N$

91. Egy 18 m átmérőjű óriáskerék négyet fordul percenként. a) Mekkora az utasok centripetális gyorsulása? Mekkora erőt gyakorol az ülés egy 40 kg-os utasra b) a pálya legmélyebb, c) a legmagasabb pontján? d) Mekkora és milyen irányú erőt fejt ki az ülés az utasra, amikor félúton van a legfelső és a legalsó helyzet között?

MEGOLDÁS:

1. Kényszererők, körmozgás

2. $n = \frac{1}{T}$

$$v = \frac{2r\pi}{T} = \frac{2 \cdot 18 \cdot 3{,}14}{15\ s} = 7{,}536 \frac{m}{s}$$

$$T = \frac{1}{n} = \frac{1}{\frac{4}{perc}} = \frac{1}{\frac{4}{60s}} = \frac{60\ s}{4} = 15s$$

a) $a = \frac{v^2}{r} = 3{,}16 \frac{m}{s^2}$

b) $K - G = \frac{mv^2}{r}$

$$K = \frac{mv^2}{r} + G$$

$$K = \frac{mv^2}{r} + G = 40\ kg \cdot 3{,}16 \frac{m}{s^2} + G = 126{,}4N + 392{,}4N = 518{,}8N$$

c) $G - K = \frac{mv^2}{r}$

$$K = G - \frac{mv^2}{r} = 266N$$

d) $\underline{G} + \underline{K} = \underline{F_{cp}} = \frac{mv^2}{r}$

$$K^2 = \left(\frac{mv^2}{r}\right)^2 + G^2$$

$$K = \sqrt{\left(\frac{mv^2}{r}\right)^2 + G^2} = \sqrt{15977 + 153978} = 412{,}26N$$

$$\frac{G}{K} = \sin\alpha = 0{,}95 \qquad \alpha =$$

92. Hintában ülő 30 kg-os gyereket vízszintes **F** erővel oldalra húzva egyensúlyban tartunk, miközben a hinta kötele 30°-os szögben áll a függőlegeshez képest. a) Mekkora az **F** erő? b) Mekkora erő feszíti ezalatt a hinta kötelét?

MEGOLDÁS:

1. Erők összegzése

*******ábra helye*********

2., 3. $\underline{F} + \underline{G} + \underline{K} = 0 = ma$

$$K_Y = G \qquad \frac{K_Y}{K} = \cos 30°$$

$$K_X = F \qquad K = \frac{K_Y}{\cos 30°} = \frac{G}{\cos 30°}$$

a) $$\frac{K_X}{K} = \sin 30° = \frac{1}{2}$$

$$K_X = \frac{K}{2} = 170N = F$$

b) $$K = \frac{mg}{\cos 30°} = \frac{30\,kg \cdot 9{,}81}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{60 \cdot 9{,}81}{\sqrt{3}} = 339{,}8N$$

93. Egy 9 m-es kötél egyik végét egy fához, másikat egy sárba ragadt gépkocsihoz kötöttük. A sofőr a kötél közepét 360 N erővel 60 cm távolságba oldalra húzza. Mekkora erőt fejt ki a kötél a gépkocsira?

MEGOLDÁS:

. Erők összegzése

Newton 2. törvénye $a = 0$ $\sum F = 0$

2. *******ábra helye******

$$2F_Y = F_h$$

$$F_Y = \frac{F_h}{2}$$

3. $$\frac{F_Y}{F} = \frac{0{,}6}{4{,}5}$$

$$F = \frac{4{,}5 \cdot F_Y}{0{,}6} = \frac{4{,}5 \cdot 360}{2 \cdot 0{,}6} = 1350N$$

94. Két diák 9 kg tömegű jelzőtáblát akaszt egymástól 30 m távolságban lévő épületek azonos magasságú pontjához rögzített kötél középpontjára. A cégtábla belógása a felfüggesztési pontokat összekötő vízszintes alá 30 cm. Mekkora erő feszíti a kötelet?

MEGOLDÁS:

1. Erők összegzése, Newton 2. törvénye

2. $\sum F = 0,$ mert $a = 0$

$$2F_{K_Y} = \frac{mg}{2} = \frac{9{,}81 \cdot 9}{2} = 44{,}15$$

$$\frac{F_{K_Y}}{F_{K_X}} = \frac{d}{15} \qquad F_{K_X} = \frac{F_{K_Y}}{0{,}3} \cdot 15 = \frac{9{,}81 \cdot 9}{2 \cdot 0{,}3} \cdot 15 = 2207{,}25$$

$$F = \sqrt{F_{K_X}^2 + F_{K_Y}^2} = 2207{,}69$$

95. Egy egyszerű inga 0,75 m hosszú fonalán 600 g tömegű ingatest lóg. Mekkora erő feszíti a fonalat akkor, amikor az ingatest 80 cm/s sebességgel lendül át pályájának legalsó pontján?

MEGOLDÁS:

1. Kényszererők, körmozgás

   Newton 2. törvénye

2. Tudjuk, hogy az erők eredőjének, tekintve, hogy a test az alsó ponton átlendülve éppen körmozgást végez, befelé kell mutatni és mv^2/r -rel kell egyenlőnek lennie

$$F_{cp} = \frac{mv^2}{r} = F_e = K - mg$$

3. $$K = m\left(\frac{v^2}{r} + g\right) = 0{,}6\ kg\left(\frac{0{,}8^2}{0{,}75} + 9{,}81\right) = 6{,}4N$$

96. Két, fonallal összekötött 1 kg-os test vízszintes, súrlódásmentes síkon mozog. a) Mekkora a testek gyorsulása, ha 2,4 N erővel húzzuk őket, az egyik testhez erősített fonallal? b) Mekkora erő feszíti eközben a testeket összekötő fonalat?

MEGOLDÁS:

1. Newton 2. törvénye

Newton 3. Törvénye

2. $F = 2{,}4N$

$|F_{12}| = F_{21}$ $\sum F = m\,a$

a) $F = ma = (m_1 + m_2)a$

b) $F_{21} = m_1 a$

$F - F_{12} = m_2 a$

$F_{12} = F - m_2 a$

3. a) $a = \dfrac{F}{m_1 + m_2} = \dfrac{2{,}4N}{(1+1)kg} = 1{,}2\dfrac{m}{s^2}$

b) $F_{21} = m_1 a = 1{,}2N$

4. $F_{12} = F - m_2 a = 2{,}4N - 1{,}2\dfrac{m}{s^2} \cdot 1kg = 1{,}2N$

97. Egy 1,4 m hosszú fonalinga függőleges síkban mozog. Amikor az ingatest sebessége 2,2 m/s, akkor a fonal 20°-os szöget alkot a függőlegessel. Határozzuk meg ebben a pillanatban a) az ingatest centripetális gyorsulását! b) az ingatest tangenciális gyorsulását! c) a fonalat feszítő erőt, ha az ingatest tömege 600 g!

MEGOLDÁS:

1. Kényszererők.

Erők összetétele

Változó körmozgás

Newton 2. Törvénye

$m = 0{,}6\ kg$

$v = 2{,}2\dfrac{m}{s}$

2.-3. a) $a_{cp} = \dfrac{mv^2}{r} = 2{,}074\dfrac{m}{s^2}$

$$K - G_Y = \frac{mv^2}{r}$$

$$K = \frac{mv^2}{r} + G_Y = \frac{mv^2}{r} + G \cdot \cos 20° = m\left(\frac{v^2}{r} + g\cos 20°\right)$$

b) $$a_t = \frac{G_X}{m} = \frac{G\sin 20°}{m} = g\sin 20 = 3{,}35\frac{m}{s^2}$$

c) $$K = m\left(\frac{v^2}{r} g\cos 20°\right) = 7{,}6N$$

98. Súrlódásmentesen forgó csigán átvetett, elhanyagolható tömegű kötél végeire 1,8 és 3,6 kg-os tömeget erősítettünk, majd nyugalomból indítva magára hagytuk a rendszert. a) Határozzuk meg a testek gyorsulását! b) Mekkora erő feszíti a fonalat, miközben a testek gyorsulnak? c) Mekkora sebességgel érkezik le 15 cm magasból a 3,6 kg-os test?

MEGOLDÁS:

1. Newton II. törvénye

Newton III. törvénye

$m_1 = 1{,}8\ kg$

$m_2 = 3{,}6\ kg$

$s = 0{,}15\ m$

2. a) Mivel össze vannak kötve, és a kötél nyúlása elhanyagolható

$a_1 = a_2 = 0$

Newton III. törvénye miatt

$K_1 = K_2 = K$

$$m_1 a = K - m_1 g$$

$$m_2 a = m_2 g - K \quad +$$

$$(m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1)g$$

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

b) $K = m_1(a+g)$

c) $s = \frac{a}{2}t^2$ $t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$

$v = a \cdot t = a \cdot \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{2sa}$

3. a) $a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g = 3{,}27 \frac{m}{s^2}$

b) $K = m_1(a+g) = 23{,}54 N$

c) $v = \sqrt{2sa} = 0{,}99 \frac{m}{s}$

99. 30 fokos lejtő tetejére csigát szerelünk. A csigán átvetett kötél egyik végére, a lejtőre fektetve egy 10 kg tömegű testet, a másik végére a lejtő függőleges fala mellett lelógatva, egy *m* tömegű testet kötöttünk. Mekkora az m tömeg ha tudjuk, hogy a 10 kg tömegű test 0,2 m/s^2 gyorsulással mozog felfelé a súrlódásmentes lejtőn, és a csiga tengelysúrlódása is elhanyagolható?

MEGOLDÁS:

1. Lejtőmozgás, Newton 2. törvénye

$m = ?$

$a = 0{,}2 \frac{m}{s}$

$M = 10 kg$

$K_1 = K_2 = K$

$a_M = a_m = a$

2. $M a = K - F_{gy} = K - M g \sin\alpha$

$m a = m g - K$

$M a + m a = m g - M g \sin\alpha$

$m(g-a) = M(a + g\sin\alpha)$

$$m = \frac{M(a + g\sin\alpha)}{g - a}$$

3. $m = \frac{10(0{,}2 + 9{,}81 \cdot \sin 30°)}{9{,}81 - 0{,}2} = 5{,}31\, kg$

4. Ha közös rendszernek tekintjük

$$(m+M)a = m\,g - F_{gy}$$

100. A vízszintes padlón 1,8 m/s sebességgel csúszó doboz 2 másodperc alatt megáll. Mekkora a doboz és a padló közötti csúszó súrlódási együttható?

MEGOLDÁS:

1. Súrlódási erő

Egyenesvonalú egyenletesen lassuló mozgás

2. $v_t = v_0 + a\,t \qquad\qquad v_t = 0$

$$0 = v_0 + a\,t$$

$$a = -\frac{v_0}{t}$$

$$F = m\,a = -m\frac{v_0}{t}$$

$$F_s = \mu\,G = \mu\,m\,g$$

$$m\frac{v_0}{t} = \mu\,m\,g$$

$$M = \frac{v_0}{t\,g}$$

3. $\mu = \dfrac{1{,}8}{2\cdot 9{,}81} = 0{,}09$

4. Energiamegmaradással is lehet

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = F_s \cdot s = \mu\,m\,g\,s$$

$$\mu = \frac{v^2}{2gs} = 0{,}09$$

$$s = v_0 t + \frac{a}{2}t^2 = v_0 t - \frac{v_0}{2t}t^2 = \frac{v_0 t}{2} = 1{,}8\ m$$

$$a = \frac{-v_0}{t}$$

101. Jégen csúszó szánkó súlya a rajta ülőkkel együtt 120 N. A szánkó és a jég közötti súrlódási együttható 0,070. a) Mekkora vízszintes erővel tartható egyenletes sebességű mozgásban a szánkó? b) Mekkora vízszintes irányú erővel mozgatható a test 0,60 m/s^2 gyorsulással?

MEGOLDÁS:

1. Súrlódási erő

Newton 2. törvénye

$G = 120N$ $\qquad m = \frac{G}{g} = 12{,}23\ kg$ $\qquad F_a = gyorsítóerő$

$F_s = \mu\, G$

$\mu = 0{,}07$ $\qquad a_2 = a = 0{,}6\frac{m}{s^2}$

a) $v = állandó$

b) $F_a - F_s = m\, a$

$F_a = m\, a + F_s = m\, a + \mu\, G$

3. a)

b)

102. Mekkora a tapadási súrlódási együttható, ha egy jégen csúszó 120 N súlyú szánkó az előző feladat esetén a szánkó nyugalomból való kimozdításához 10 N erő szükséges?

MEGOLDÁS:

1. Súrlódás (Tapadási)

$F_s = \mu_0 G$

2. $\mu_0 = \frac{F_s}{G} = \frac{10N}{120}$

3. $\mu_0 = \frac{10N}{120} = 0{,}083$

103. Egy gyerek a parttól 12 m-re áll egy befagyott tavacska jegén. Csizmája és a jég közötti nyugalmi súrlódási együttható 0,05. Határozzuk meg azt a minimális időt, amely alatt kisétálhat a partra, ha megcsúszás nélkül lépked?

MEGOLDÁS:

1. Súrlódás (Tapadási)

Newton 2. törvénye

egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás

2. $F_{\max} = m\, a_{\max}$ $\qquad a_{\max} = \dfrac{F_{\max}}{m} = \mu_0 g$

$F_{\max} = \mu_0 mg$

$s = \dfrac{a}{2} t^2$ $\qquad t_{\min} = \sqrt{\dfrac{2s}{a}} = \sqrt{\dfrac{2s}{\mu_0 g}}$

3. $t_{\min} = \sqrt{\dfrac{2s}{\mu_0 g}} = 6{,}95\ s$

4. $s = \dfrac{a}{2} t^2 = \dfrac{M_0\, g}{2} t^2 = 11{,}85 \approx 12\ m$

104. Rakodórámpán láda fekszik. Ha a rámpa szöge 30°-os, akkor a láda megcsúszik. Amennyiben a csúszó láda alatt a lejtő hajlásszöge 20°-ra csökken, akkor a láda mozgása egyenletessé válik. Határozzuk meg a láda és a lejtő közötti a) csúszási és b) tapadási súrlódási együttható értékét!

MEGOLDÁS:

1. Lejtőmozgás, súrlódás

2. a) $v = áll$

$\sum F = 0$ $\qquad F_S = F_{gy}$

Itt a lejtő gyorsító ereje épp legyőzi a tapadási súrlódási erőt

$\mu_0 mg \cos\alpha = mg \sin\alpha$

$\mu_0 = \operatorname{tg}\alpha = 0{,}57$

b)

$v = áll$ $\qquad \sum F = 0$

Itt a csúszási súrlódási erőt egyenlíti ki a gyorsítóerő.

$\mu mg \cos\alpha = mg \sin\alpha$

$\mu = \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg} 20° = 0{,}36$

105. Egy 40°-os lejtőn a már mozgásba hozott test magára hagyva egyenletes sebességgel csúszik le. Mekkora a test és a lejtő közötti csúszó súrlódási együttható?

MEGOLDÁS:

1. Lejtőmozgás

   Súrlódási erő

2. $mg\sin\alpha = \mu mg\cos\alpha$

   $\mu = \mathrm{tg}\,\alpha$

3. $\mu = \mathrm{tg}\,40° = 0{,}83$

106. 5 kg tömegű test csúszik le a vízszinteshez képest 41°-ban hajló lejtőn. A test és a lejtő között a csúszási súrlódási együttható 0,3. a) Határozzuk meg a súrlódási erőt! b) Mekkora gyorsulással csúszik le a test?

MEGOLDÁS:

1. Súrlódási erő

   Lejtőmozgás

   $\alpha = 40°$

   $m = 51\,g$

   $\mu = 0{,}3$

2. a) $F_s = \mu\, m\, g\cos\alpha$

   b) $a = \dfrac{\sum F}{m} = \dfrac{mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha}{m} = g(\sin\alpha - \mu g\cos\alpha)$

3. a) $F_s = 11{,}1\,N$

   b) $a = 4{,}21\dfrac{m}{s^2}$

107. A vízszintessel 60°-os szöget bezáró lejtőn egy test g/2 gyorsulással csúszik le. Mekkora a csúszó súrlódási együttható a test és a lejtő között?

MEGOLDÁS:

1. Lejtőmozgás, súrlódás

$a = \dfrac{g}{2} \quad \alpha = 60°$

2. $a = \dfrac{m\,g\sin\alpha - \mu\,m\,g\cos\alpha}{m} = g\sin\alpha - \mu\,g\cos\alpha$

$-\mu = \dfrac{\frac{a}{g} - \sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\mu = \dfrac{\sin\alpha - \frac{a}{g}}{\cos\alpha} = 0{,}73$

108. Egy 32°-os egy 400 N súlyú ládát állandó sebességgel eresztenek le egy lejtőn úgy, hogy a ládát tartó kötél párhuzamos a lejtő síkjával, és át van vetve egy lejtő csúcsára szerelt csigán, és a végét egy munkás húzza. Mekkora erővel húzza a munkás a kötelet, ha a láda és a lejtő között a csúszó súrlódási együttható 0,25? (A csiga tengelysúrlódása elhanyagolható.)

MEGOLDÁS:

1. Lejtőmozgás, súrlódás

$G = 400N$

$\mu = 0{,}25$

2. $\sum F = m\,a = 0$

$K + F_s = F_{gy}$

$K = F_{gy} - F_s$

$F_{gy} = m\,g\sin\alpha$

$F_s = \mu\,m\,g\cos\alpha$

$K = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

3. $K = 400(0{,}53 - 0{,}25\cdot 0{,}84) = 128N$

109. Egy 15 m/s sebességgel haladó targoncán ládát szállítanak. A láda és a targonca platója közötti nyugalmi súrlódási együttható 0,4. Mekkora az a minimális út a targonca lefékezéséhez, amelynél a láda még nem csúszik meg?

MEGOLDÁS:

1. Súrlódás

Newton 2. törvénye

Egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgás

2. A súrlódási erő tudja csak együtt lassításra kényszeríteni a ládát.

$$a_{\max} = \frac{\mu_0 mg}{m} = -\mu_0 g$$

$$v_t^2 - v_0^2 = 2sa$$

$$v_0^2 + 2sa_{\max} = 0$$

$$S_{sum} = -\frac{v_0^2}{2a_{\max}} = \frac{-v_0^2}{-1\mu_0 g} = \frac{v_0^2}{2\mu_0 g}$$

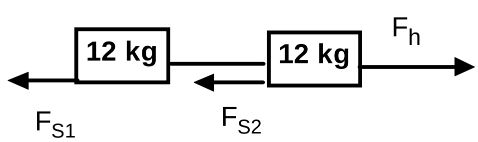
3. $s_{\min} = 45{,}87\ m$

110. Két, vízszintes síkon fekvő 1kg-os testet fonallal kötöttünk össze. A testek és a sík közötti csúszási súrlódási együttható 0,5. a) Mekkora vízszintes irányú **F** erővel mozgathatjuk a testeket 2 m/s^2 gyorsulással? b) Mekkora erő feszíti ezalatt az összekötő fonalat?

MEGOLDÁS:

1. Súrlódás

Newton 2. törvénye F



$$m_1 = m_2 = 1\ kg$$

$$a = 2\frac{m}{s^2}$$

$$F = ?$$

$$M = 0{,}5$$

$$F_{S_1} + F_{S_2} = F_S = \mu(m_1 + m_2)g$$

$$\sum F = F_h - \mu(m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a$$

$$F_h = (m_1 + m_2)(a + \mu g)$$

3. $F_h = (1+1)(2 + 0{,}5 \cdot 9{,}81) = 13{,}81\ N$

111. Határozzuk meg, hogy mekkora **F** erő szükséges egy 5 kg tömegű doboz vízszintes sík menti egyenletes mozgatásához, ha egy, a vízszintessel 45°-os szöget bezáró kötél segítségével húzzuk? (A csúszó súrlódási együttható 0,5.)

MEGOLDÁS:

1. Súrlódás

   Newton 2. törvénye

$m = 5\ kg$

$\alpha = 45°$

$\mu = 0,5$

2. $0 = \sum F_x = F\cos\alpha - F_s = F\cos\alpha - \mu K = F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha)$

$\sum F_y = mg - F\sin\alpha - K = 0$

$K = mg - F\sin\alpha$

$F\cos\alpha = \mu(mg - F\sin\alpha)$

$F(\cos\alpha - \mu\sin\alpha) = \mu mg$

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$$

3. $$F = \frac{0,5\cdot 5\cdot 9,91}{\frac{1}{\sqrt{2}} - 0,5\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}\cdot 0,5\cdot 5\cdot 9,81}{0,5} = \sqrt{2}\cdot 5\cdot 9,81 = 69,4\ N$$

112. Egy 4 kg tömegű testet $F = 20$ N erővel húzunk, egy a vízszintessel 30°-os szöget bezáró kötéllel ?. Mekkora a test gyorsulása, ha a test és a talaj közötti csúszó súrlódási együttható 0,2?

MEGOLDÁS:

1. Súrlódás

   Newton 2. törvénye

$\alpha = 30°$

$m = 42\ kg$

$\mu = 0,2$

2. $\sum F_x = F\cos\alpha - F_s = F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu\, mg$

$\sum F_x = F\cos\alpha - F_s = F\cos\alpha - \mu\, mg + \mu F\sin\alpha$

$$\sum F_0 = mg - K - F\sin\alpha = 0$$

$$K = mg - F\sin\alpha$$

$$F_s = \mu K = \mu\, mg - \mu\, F\sin\alpha$$

$$\sum F_x = F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu\, mg = ma$$

$$a = \frac{F}{m}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg = \frac{20N}{4\ kg}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 0{,}2\cdot\frac{1}{2}\right) - 0{,}2\cdot 9{,}81 = \frac{5\cdot 1{,}713}{2} + \frac{1}{2} - 1{,}96 = 2{,}8225$$

113. Egy munkás 200 N súlyú megrakott ládát húz egyenletes sebességgel, 55 N erővel érdes, vízszintes talajon. Az erő iránya 35°-os szöget alkot a vízszintessel. a) Mekkora a talaj és a test közötti csúszó súrlódási együttható? b) Mekkora ugyanilyen irányú erővel lehetne a ládát 1,3 m/s^2 gyorsulással húzni?

MEGOLDÁS:

1. Súrlódás

   Newton 2. Törvénye

2. a) $v = \text{állandó}$

$$|F_s| = |F_x| = \mu K = \mu(G - F\sin\alpha)$$

$$|G| = |F_y| + |K| \qquad\qquad F\cos\alpha = \mu F\sin\alpha$$

$$K = G - F_y = G - F\sin\alpha$$

$$\mu = \frac{F\cos\alpha}{G - F\sin\alpha} = 0{,}27$$

b) $a = 1{,}3\dfrac{m}{s^2}$

$$a = \frac{F_x - F_s}{m} = \frac{(F_x - F_s)}{G} \qquad\qquad \frac{Ga}{g} + \mu K = F_x$$

$$\frac{Ga}{g} + \mu G - \mu F\sin\alpha = F\cos\alpha$$

$$F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = \mu G + G\frac{a}{g}$$

$$G = \frac{\mu G + G\dfrac{a}{g}}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$$

3. a) $\mu = \dfrac{55\cos 35°}{200 - 55 \cdot \sin 35°} = 0{,}27$

b) $F = \dfrac{0{,}27 \cdot 200 + 200 \cdot \dfrac{1{,}3}{9{,}81}}{\cos 35° + 0{,}27 \cdot \sin 35°} = \dfrac{107}{0{,}82 + 0{,}27 \cdot 0{,}57} = 109{,}85\ N$

114. Egy körhinta 12 s alatt fordul körbe. A körhinta középpontjától 3 m távolságban 45 kg-os gyerek ül. a) Mekkora a gyorsulása? b) Mekkora vízszintes irányú súrlódási erő hat a gyerekre (székének sem támlája, sem kapaszkodója nincsen)? c) Mekkora minimális tapadási súrlódási együttható szükséges, hogy a gyerek ne csússzon meg?

MEGOLDÁS:

1 Súrlódási erő.

Körmozgás

2. $F_s = F_{cp} = \dfrac{mv^2}{r} = \dfrac{m \cdot 4r^2\pi^2}{rT^2} = \dfrac{4r\pi^2 m}{T^2}$

$F_s = \mu_t \cdot F_{ny} = \mu_t G \qquad \mu_t = \dfrac{F_s}{F}$

$v = \dfrac{2r\pi}{T}$

3. $F_s = \dfrac{4 \cdot 3 \cdot 3{,}14^2 \cdot 45}{12^2} = 141{,}3\ N$

$\mu_t = \dfrac{141{,}3}{45 \cdot 9{,}81} = 0{,}32$

115. Egy vízszintes síkon fekvő 3 kg-os hasáb és a sík közötti súrlódási együttható 0,260. Mekkora **F** erő szükséges ahhoz, hogy a hasáb 1,2 m/s^2 gyorsulással mozogjon, ha a kötelet, melyhez hozzá van kötve a test egy rögzítetlen tengelyű csigán átvetve egy falhoz kötjük, és a testet a csigához rögzített kötél segítségével húzzuk? (A csiga tömege és a tengelysúrlódás elhanyagolható?)

MEGOLDÁS:

1. Newton 2. törvénye

Súrlódási erő

*******ábra helye********

$a = 1{,}2 \dfrac{m}{s^2}$

$m = 3\ kg$

$\mu = 0{,}26$

2. $F_1 - F_s = ma$

$F_1 = ma + F_s = ma + \mu mg = m(a + \mu g)$

$F = 2F_1 = 2 \cdot m(a + \mu g)$

3. $F = 2 \cdot 3\ kg\left(1{,}2\frac{m}{s^2} + 9{,}81 \cdot 0{,}26\frac{m}{s^2}\right) = 22{,}5\ N$

116. Egy vidámparkban függőleges tengelyű, nagy méretű, belül üres henger forog. Az utasok úgy helyezkednek el, hogy nekitámasztják hátukat a henger belső falának. Meghatározott sebességet elérve a padlót leeresztik a bentlévők alól. Az utasok azonban a fal és a hátuk között ébredő súrlódási erő miatt nem csúsznak le. Határozzuk meg, hogy mekkora minimális μ_t tapadási együttható szükséges ahhoz, hogy az R sugarú hengerben v sebességgel utazó ember ne csússzon le!

MEGOLDÁS:

1. Súrlódás

Körmozgás

Newton 2. törvénye

2. $K = \frac{mv^2}{R}$

$F_s = \mu_t K = \mu_t \frac{mv^2}{R}$

$F_s = G$

$mg = \mu_t \frac{mv^2}{R}$

$\mu_t = \frac{Rg}{v^2}$

117. Mutassuk meg, hogy a v sebességgel haladó gépkocsi, ha a tapadási súrlódási együttható az út és a kerekek között μ_t, nem állítható meg csúszás nélkül $v_0^2/2g\mu_t$ - nél rövidebb úton! (Vegyük észre: Mivel általában $\mu_k<\mu_t$, ha az autó megcsúszik, akkor a fékút nő. Emiatt vészhelyzetben is csak annyira érdemes a féket nyomni, hogy a kerekek még éppen ne blokkoljanak, s így az autó ne csússzon meg.)

MEGOLDÁS:

1. Súrlódás

Energiamegmaradás

Súrlódási erő

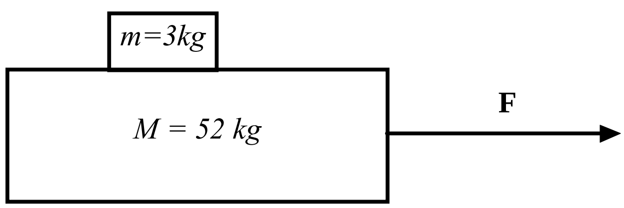
Newton 2. törvénye

2. $\frac{1}{2}mv^2 = F_s \cdot S = \mu_t \cdot mgs \qquad / : m$

$$s = \frac{v^2}{2\mu_t g}$$

118. 3 kg-os felső és 5 kg-os alsó hasáb között a tapadási súrlódási együttható 0,4, a vízszintes sík súrlódásmentes. Mekkora maximális vízszintes **F** erővel húzhatjuk az alsó testet, ha azt akarjuk, hogy a felső test ne csússzon meg rajta?

MEGOLDÁS:
1. Súrlódás



$\mu_t = 0{,}4$

2. $M_a = F - K$ $\qquad F = (m + M)a$

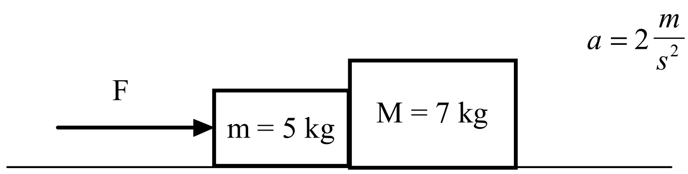
$K = m\,a \qquad ma = \mu_t mg \qquad / : m$

$Ma = F - ma \qquad a = \mu_t g$

3. $a = 0{,}4 \cdot 9{,}81 = 3{,}924\,\frac{m}{s^2}$

119. Két, 5 és 7 kg-os érintkező hasáb fekszik a vízszintes, súrlódásmentes talajon. a) Mekkora vízszintes **F** erővel toljuk az 5 kg tömegű testet, hogy a rendszer 2 m/s^2 gyorsulással mozogjon? b) Mekkora erővel hat ezalatt a 7 kg-os hasáb az 5 kg-os testre?

MEGOLDÁS:



1. Newton 2., 3. törvénye
2. $M\,a = K$
3. $F = (5+7)\cdot 2 = 24\ N$

   $7\cdot 2 = K = 14N$

120. Egy 500 kg tömegű ló 100 kg tömegű szánt húz $1\ m/s^2$ gyorsulással. A szán és a talaj között 500 N súrlódási erő ébred. Határozzuk meg, hogy a) mekkora erő feszíti a kötelet, b) mekkora súrlódási erő hat a lóra! c) Igazoljuk, hogy az egész rendszert a Föld által kifejtett teljes súrlódási erő gyorsítja $1\ m/s^2$ gyorsulással

MEGOLDÁS:

1. Súrlódás

   Newton törvényei

   $a = 1\frac{m}{s^2}$

   $F_{S_{SZÁN}} = 500N$

2. $M\,a = F_{S_{LÓ}} - K$

   $m\,a = K - F_{S_{SZÁN}}$

   a) $K = m\,a + F_{S_{SZÁN}}$

   b) $F_{S_{LÓ}} = M\,a + K$

   c) $(m+M)a = F_{S_{LÓ}} - K + K - F_{S_{SZÁN}} = F_{S_{LÓ}} - F_{S_{SZÁN}}$

121. A vidámparki elvarázsolt kastélyban 2 m sugarú, vízszintes tengelyű henger percenként l0 fordulatot tesz meg. A henger felfelé emelkedő oldalán állandó h magasságban, nyugalmi helyzetben egy gyerek ül. A gyerek és a henger között a csúszási súrlódási együttható μk = 0,40. Határozzuk meg a h magasságot!

MEGOLDÁS:

1. Súrlódási erő

   Newton 2. törvénye

2.

$$n = \frac{10}{perc}$$

$$T = \frac{60}{10} = 6s$$

$$R = 2m$$

$$\mu_k = 0{,}4$$

$F_r =$ *sugárirányú erő*

$F_t =$ *érintő irányú erő*

A kisfiú nyugalomban van

$$\Sigma F = 0 \qquad \Sigma F_r = 0 \quad K = G_r$$

$$\Sigma F_t = 0 \quad G_t = F_s = \mu K$$

$$F_s = \mu k \quad \frac{G_t}{G_r} = \frac{\mu K}{K} = \mu = \mathrm{tg}\,\alpha$$

$$\frac{R-h}{R} = \cos\alpha$$

$$R - h = R\cos\alpha \qquad h = R(1-\cos\alpha)$$

3. $\mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}4$

$$\alpha = 21{,}8^o$$

$$\cos\alpha = 0{,}9285$$

$$h = 2\cdot(1-0{,}9285) = 0{,}143m$$

122. 900 kg tömegű gépkocsi 100 km/ó sebességgel száguld egy 350 m sugarú (túlemelés nélküli) kanyarban. a) Mekkora súrlódási erő hat a gépkocsira? b) Mekkora szögben kellene a vízszinteshez képest túlemelni az úttestet, hogy az adott sebességnél a súrlódási erő zérus legyen? c) Mekkora súrlódási erő hatna a b) esetben az 50 km/ó sebességgel haladó autóra? Megjegyzés: Milyen irányú lenne ez a súrlódási erő?

MEGOLDÁS:

1. Súrlódási erő

   Körmozgás

   Newton 2. törvénye

$R = 350 m$

$v = 100 km/h = 27{,}78 m/s$

2. a) $F_s = \frac{m\upsilon^2}{r}$

A súrlódási erő gyorsítja, azaz $F_s = F_{cp}$

$$F_s = \frac{m\upsilon^2}{R}$$

b) A lejtőnek a kocsira ható kényszererejének vízszintes összetevője tartja körpályán az autót

$$K\sin\alpha = \frac{mv^2}{R}$$

$$K\cos\alpha = mg$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{v^2}{R_g}$$

c) $\Sigma F_y = 0 \qquad K\cos\alpha + F_s\sin\alpha - G = 0$

$$\Sigma F_x = \frac{mv^2}{R} = K\sin\alpha - F_s\cos\alpha$$

$$K\sin\alpha = \frac{mv^2}{R} + F_s\cos\alpha$$

$$K\cos\alpha = mg - F_s\sin\alpha \qquad t_{g\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{mv^2/R + F_s\cos\alpha}{mg - F_s\sin\alpha}$$

$$mg\,\mathrm{tg}\,\alpha - F_s\cdot\mathrm{tg}\,\alpha\cdot\sin_\alpha = \frac{mv^2}{R} + F_s\cos\alpha$$

$$F_s(\cos\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}) = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{mv^2}{R}$$

$$F_s = \frac{mg\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{mv^2}{R}}{\cos\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}}$$

3. a) $F_s = \dfrac{900 \cdot 27{,}78^2}{350} = 1984 N$

b) $\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{27{,}78^2}{350 \cdot 9{,}81} = 0{,}2247$

$\alpha = 12{,}66^o$

c) $F_s = \dfrac{900 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}2247 - \dfrac{900\left(\dfrac{50}{3{,}6}\right)^2}{350}}{\cos 12{,}66° + \mathrm{tg}\,12{,}66° \cdot \sin 12{,}66°} = 1451{,}56\ N$

123. Vidámparki körhinta körben elhelyezkedő kis cellákból áll, amelyekben az utasok a külső falnak támaszkodva állnak, mialatt a hinta. Az állandó szögsebességgel forgó szerkezet ezután lassan a vízszinteshez képest 60°-os szögbe emelkedik. Mekkora minimális sebességgel kell forognia az eszköznek ahhoz, hogy az 5 m sugarú pályán elhelyezkedő utasok tartóhevederek és súrlódás hiányában se zuhanjanak ki?

MEGOLDÁS:

1. *Kényszererők*
Körmozgás
Newton 2. törvénye *R= 5 m*

2. $G\cos\alpha + K = \dfrac{mv^2}{R}$

v=min *k=0*

$v_{mn} = \sqrt{Rg\cos\alpha}$

3. $v_{\min} = \sqrt{5 \cdot 9{,}81 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}} = 6{,}52 m/s$

$v = \dfrac{2r\pi}{T} = 2r\pi\, n$

$n = \dfrac{v}{2r\pi} = \dfrac{6{,}52}{2 \cdot 5 \cdot 3{,}14} = 0{,}208$

124. Mekkora munka árán vihető fel 2 tonna tetőcserép a földszintről a 9 m magas tetőre?

MEGOLDÁS:

1. *Munkavégzés gravitációs erőtérben*

2. *mgh=W m=2t= $2 \cdot 10^3$ kg* *h= 9 m*

3. *W=$2 \cdot 10^3 \cdot 9 \cdot 9{,}81$J= 176580J*

125. Egy fiú a vízszintessel 25°-os szöget bezáró kötéllel érdes, vízszintes talajon, egyenletes sebességgel húz egy ládát. Mekkora a kötélerő, ha a fiú 5 m-es úton 1,2 kJ munkát végzett?

MEGOLDÁS:

1. *Newton II. törvénye, súrlódás*
2. $W = \underline{F} \cdot \underline{s} = F \cdot s \cdot \cos\alpha$

$$F = \frac{W}{s \cdot \cos\alpha}$$

3. $F = \dfrac{1200}{5 \cdot \cos 25^o} = 264{,}8N$

126. Egy szállítómunkás 27 kg-os burgonyazsákot vesz a vállára, vízszintes úton elviszi 40 m távolságba, majd a talaj felett 1 m magasan levő kiskocsi platójára teszi. Fizikai értelemben mennyi munkát végzett?

MEGOLDÁS:

1. *Fizikai értelemben csak a zsák 1 m magasra való emelése jelent munkát.*
2. $W = mgh$
3. $W = 27kg \cdot 9{,}81 \cdot 1m = 264{,}87J$

127. Motorvonat mozdonya 8×10^4 N vízszintes erővel, állandó sebességgel 27 km távolságba húzza a szerelvényt. Mennyi munkát végez a mozdony?

MEGOLDÁS:

1. *Munkavégzés*
2. $W = \underline{F} \cdot \underline{S}$
3. $W = 8 \cdot 10^4\, N \cdot 27 \cdot 10^3 m = 216 \cdot 10^7 = 2{,}16 \cdot 10^9\, J$

128. Egy kertész állandó sebességgel húzza fel a 7 m mély kútból a 14 kg-os vizesvödröt. Mennyi munkát végez?

MEGOLDÁS:

1. *Munkavégzés nehézségi erőtérben. Munkát csak a helyzeti energia növelésére fordít.*
2. $W = mgh$
3. $W = 14\, kg \cdot 9{,}81 \cdot 7 = 961{,}38J$

129. Egy ember 30 kg-os dobozt emelt a földről 1,5 m magasba, állandó sebességgel. a) Mennyi munkát végzett az ember? b) Mennyi munkát végzett a gravitációs erő? c) Mennyi az ember és a gravitációs erő munkájának összege?

MEGOLDÁS:

1. *Munkavégzés nehézségi erőtérben*

2. a) $W_e = \underline{F} \cdot \underline{s} = mg \cdot h$

   b) $W_{garv} = \underline{F_{garv}} \cdot \underline{s} = -mgh$

   c) $\Sigma W = 0$

   Valójában az ember kémiai energiája a Föld és a m tömeg közös gravitációs terének energiáját növelte meg.

3. a) $F_e = 30kg \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}5 = 441{,}45$

   b) $F_g = -441{,}45$

   c) $\Sigma W = 0$

130. A Hooke-törvénynek megfelelően viselkedő rugó megfeszítéséhez szükséges erő 0-ról 50 N-ra nő, miközben a rugót nyugalmi állapotból 12 cm-rel kihúzzuk. a) Mekkora a rugóállandó? b) Mennyi munkát végeztünk a rugó megnyújtása során?

MEGOLDÁS:

1. Rezgőmozgás ,*rugóerő*

   Newton 2. törvénye

2. a.) $\underline{F} = -K\underline{x}$ b) $W = \frac{1}{2}Kx^2$

   $\Delta F = -K\Delta x$ $K = -\frac{\Delta F}{\Delta x}$

3. a.) $K = -\frac{\Delta F}{\Delta x} = -\frac{50N}{0{,}12m} = 416{,}66$

   b) $W = \frac{1}{2}416{,}66 \cdot 0{,}12^2 = 3J$

131. Egy rugót nyugalmi állapotból 4 J munka árán 10 cm-rel nyújthatunk meg. Mekkora munkavégzés szükséges további 10 cm-rel való megnyújtásához, ha a Hooke-törvény mindvégig érvényben marad?

MEGOLDÁS:

1. *Rezgőmozgás*, rugóerő, *rugóenergia*

2. $W_1 = \frac{1}{2}Kx_1^{\ 2}$ $K = \frac{2W}{x_1^{\ 2}}$

$W_2 = \frac{1}{2}Kx_1^{\ 2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{W_1}{x_1^{\ 2}} \cdot x_2^{\ 2} = W_1 \cdot \frac{x_2^{\ 2}}{x_1^{\ 2}}$ $\Delta W = W_2 - W_1$

3. $x_1 = 10cm \quad x_2 = 20cm$

Azért nem kell kivételesen $x_1; x_2 - t$ m-re átváltanunk, mert egymással osztva kiesik a mértékegység.

$W_2 = 4 \cdot \frac{1^2}{2^2} = 16J$

$W_2 - W_1 = 16J - 4 == 12J$

132. Egy rugó által kifejtett erő a Hooke-törvény helyett az $F = -kx^3$ törvény szerint változik, ahol $k = 200$ N/m^3. Mennyi munkát végzünk, míg 0,1 m-ről 0,3 m-re nyújtjuk?

MEGOLDÁS:

1. *Munkavégzés*

2. $W = \underline{F} \cdot \underline{s}$

Változó erőnél $W = \int F ds =$ $F = -Kx^3$

$W = K \int_{0,1}^{0,3} x^3 dx = K\left(\frac{x^4}{4}\right)_{0,1}^{0,3}$

3. $W = 200 \cdot \left(\frac{(0,3)^4}{4} - \frac{(0,1)^4}{4}\right) = 200 \cdot (0,002025 - 0,00005) = 0,395J$

133. Milyen magasságból kellene szabadon esnie egy gépkocsinak ahhoz, hogy ugyanakkora mozgási energiája legyen, mint amikor 100 km/ó sebességgel halad?

MEGOLDÁS:

1. *Mozgási energia*

Gravitációs helyzeti energia

2. $E_m = \frac{1}{2}mv^2 = v$ $E_h = mgh$ $E_m = E_h$

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ *l:mg* $h = \frac{v^2}{2g}$

3. $h = \frac{v^2}{2g} = \frac{100^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 3,6^2} = 39,33\ m$

134. Egy 15 g tömegű golyó a fegyver 72 cm hosszúságú csövében 780 m/s sebességre gyorsul fel. A munkatétel felhasználásával határozzuk meg a golyót gyorsító átlagos erőt!

MEGOLDÁS:

1. *Munkatétel*

2. $W = \frac{1}{2}mv^2$ $\qquad W = \frac{\overline{F} \cdot s}{s}$

3. $\overline{F} = \dfrac{\frac{1}{2} \cdot 0{,}015 \cdot 780^2}{0{,}72} = 6337{,}5N$

135. Egy 1,5 kg-os tégla lezuhan egy magas épület tetejéről. Mekkora munkát végez rajta a gravitációs erő a mozgás első két másodpercében?

MEGOLDÁS:

1. *Munkatétel*

2. $W = mgh = mg \cdot \frac{1}{2}gt^2 = \frac{m}{2}g^2 \cdot t^2$ $\qquad h = \frac{1}{2}gt^2$

3. $W = 1{,}5kg \cdot 9{,}81^2 m^2 / s^2 \cdot 2 \cdot s = 288{,}7J$

136. Egy 5 g tömegű, 600 m/s sebességű golyó fatörzsbe csapódva 4 cm mélyen hatol a fába. a) Energetikai megfontolások alapján határozzuk meg a golyót lassító átlagos súrlódási erőt! b) Feltéve, hogy a súrlódási erő állandó, határozzuk meg, hogy mennyi idő telt el a golyónak a fába való behatolásába megállásáig!

MEGOLDÁS:

1. *Munkatétel*

   Energiamegmaradás

   Súrlódási erő

2. a) $\frac{1}{2}mv^2 = \overline{F} \cdot s$ $\qquad \overline{F} \cdot s = \dfrac{\frac{1}{2}mv^2}{s}$

   b) $F_s = m\overline{a}$ $\qquad \overline{a} = \frac{\overline{F}}{m}$ $\qquad I = \frac{a}{2}t^2$ $\qquad t = \sqrt{\frac{2s}{\overline{a}}} = \sqrt{\frac{2s \cdot m}{\overline{F}}}$

3. a) $\overline{F}_s = \dfrac{\frac{1}{2}0{,}005 \cdot 600^2}{0{,}04} = 22500N$

b) $t = \sqrt{\dfrac{2\cdot 0{,}04\cdot 0{,}005}{22500}} = \dfrac{\sqrt{4\cdot 10^{-4}}}{\sqrt{22500}} = \dfrac{2\cdot 10^{2}}{150} = 1{,}33\cdot 10^{-4}\,s$

137. Egy 4 kg tömegű csillár 50 cm hosszú láncon lóg a 3,6 m magas mennyezetről. Mekkora helyzeti energiája van a csillárnak a) a padlóhoz, b) az 1,2 m magas asztal lapjához képest?

MEGOLDÁS:

1. *Helyzeti energia*

2. $E_h = mg\Delta h$

   a) $E_h = mg(h_{s_2} - l)$

   b) $E_{h2} = mg(hs_2 - l - h_a)$

3. $E_{h1} = 4kg\cdot 9{,}81 m/s^2 (3{,}6 - 0{,}5)m = 39{,}24\cdot 3{,}1 J = 121{,}6J$

   $E_{h2} = 4kg\cdot 9{,}81 m/s^2 (3{,}6 - 0{,}5 - 1{,}2)m = 39{,}24\cdot 1{,}9 J = 74{,}556J$

138. A fürdőszobai mérleg lapja egy 780 N súlyú ember alatt 8 mm-t süllyed. a) Mekkora a mérleg rugójának állandója? b) Mekkora az összenyomott rugóban tárolt potenciális energia?

MEGOLDÁS:

1. *Energiamegmaradás*

   Hooke-törvény

   Rugó energiája

2. a.) $\underline{F} = -k\underline{x}$ $\qquad K = -\dfrac{\underline{F}}{\underline{x}}$

   b) $W = \dfrac{1}{2}kx^2$

3. a.) $K = \dfrac{780N}{8\cdot 10^{-3}m} = 97{,}5\cdot 10^3\,\dfrac{N}{m}$

   b) $W = \dfrac{1}{2}kx^2 = \dfrac{1}{2}\cdot 97{,}5\cdot 10^3\cdot (8\cdot 10^{-3})^2 = 3{,}12J$

139. A gyerekek kedves időtöltése, hogy cipőik talpára rugót erősítve sétálnak. Egy gyerek mindkét lábára teljesen egyforma, a Hooke-törvényt követő rugót erősített. Egy lábon állva a rugó a nyugalmi hosszához képest 4 cm-rel nyomódik össze. Ha a gyerek ebből a helyzetből függőlegesen felugrik, és a felső holtponttól 20 cm-t esik, mielőtt a rugók érintkeznének. Mekkora lesz a rugók maximális összenyomódása, ha a fenti helyzetből a gyerek két lábával egyszerre esik vissza a talajra? (Útmutatás: A felső holtpontból leeső gyereken a gravitációs erő munkát végez. Hová lesz ez az energia?)

MEGOLDÁS:

1. *Munkavégzés*

   Gravitációs erő munkája

   Rugóerő

   Rugóenergia

2. $\underline{F} = -K_{x0}$ $\qquad m\,\underline{g} = -k\underline{x}_0$

$$k = -\frac{m\underline{g}}{x_{\underline{0}}} \qquad mgh = 2 \cdot \frac{1}{2} kx^2$$

$$x = \sqrt{\frac{mgh}{k}} = 2 \cdot \frac{gh \cdot x}{m} = h_x{}^0$$

3. *x=0,09 cm*

140. Egy 40 kg-os gyerek 4 m függőleges szintkülönbségű vidám parki csúszdán csúszik le. Mennyi termikus energia fejlődött a súrlódás miatt, ha a gyerek 3 m/s sebességgel érkezik a csúszda végére?

MEGOLDÁS:

1. *Energiamegmaradás*, h*elyzeti és mozgási energia*

2. $mg\Delta h = \frac{x}{2} mv^2 + F_s \cdot s$

3. $F_s \cdot s = mg\Delta h - \frac{1}{2} mv^2 = 1569{,}6^{-180} = 1389{,}6J$

141. Egy 20 kg-os, vízszintes padlón fekvő dobozt F = 80 N vízszintes erővel 4 m távolságba húztunk el. A doboz és a padló között a csúszó súrlódási együttható 0,200. Mekkora munkát végzett a) az F erő, b) a dobozra ható csúszó súrlódási erő? c) Határozzuk meg a doboz mozgási energiáját a munkatétellel! d) Mekkora a doboz végsebessége?

MEGOLDÁS:

1. *Súrlódási erő*

   Energiamegmaradás

2. a) $W_F = F \cdot s$

b) $W_s = F_s \cdot s = \mu mg \cdot s$

c) $W_m = W_F - W_s = W_s = (F - \mu mg)s$

d) $\frac{1}{2}mv^2 = W_m$ $\qquad v=\sqrt{\frac{2W_m}{m}} = \sqrt{\frac{(F-\mu mg)s\cdot 2}{m}}$

3. a) $W_F = 80N \cdot m = 320J$

b) $W_s = 0{,}200 \cdot 20kg \cdot 9{,}81m/s^2 \cdot 4m = 156{,}96J$

c) $W_m = (80 - 0{,}20 \cdot 20 \cdot 9{,}81)4 = 40{,}76 \cdot 4 = 163{,}04J$

d) $v = \sqrt{\frac{2W_m}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 163{,}04}{20}} = 4{,}04m/s$

142. 2 g tömegű papírvattacsomót 15 m/s sebességgel feldobunk. A vattacsomó 10 m magasságot ér el az elhajítás helye felett. Mennyi munkát végzett a légellenállás?

MEGOLDÁS:

1. *Energiamegmaradás*

2. $\Delta E_m - \Delta E_h = W_l$ $\qquad \frac{1}{2}mv^2 - mgh = W_l$

3. $W_l = \frac{0{,}002kg}{2} \cdot (15m/s)^2 - 0{,}002kg \cdot 9{,}81m/s^2 10m = 0{,}225 - 0{,}1962 = 0{,}0288J$

143. Befagyott tavon egy gyerek a vízszintessel 30°-os szöget bezáró 50 N erővel húzza szánkón ülő játszótársát. A társ és a szánkó együttes tömege 30 kg, a jég és a szánkó közötti csúszó súrlódási együttható 0,l4. Energetikai megfontolások alapján határozzuk meg, hogy a) Mennyi munkát végzett a gyerek, míg a kezdetben álló szánkót 8 m távolságba húzta? b) Mennyi munkát végzett a szánkón a súrlódási erő? c) Mennyi a szánkó végső kinetikus energiája? d) Igazoljuk a munkatételt azzal, hogy megmutatjuk, hogy az erők munkájának összege megegyezik a mozgási energia megváltozásával!

MEGOLDÁS:

1. *Munkatétel*

   Súrlódási erő

   Mozgási energia

2. a) $W_F = \underline{F} \cdot \underline{s} = F \cdot s \cdot \cos 30^o$

   b) $W_s = F_s \cdot s = \mu mgs$

   c) $\Sigma F_x = F\cos 30^o - F_s$ $\qquad a = \frac{\Sigma F_x}{m}$

$$v^2 - v_0^2 = 2as \qquad v_0 = 0$$

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{2\frac{\sum F_X}{m}s}$$

$$W_m = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \cdot 2\frac{\sum F_x}{m}s = \sum F_x s$$

$$(Fcos30^o - F_s)s = Fcos30^o\, s - F_s \cdot s = W - W_s$$

3. a.) $W_F = 50N \cdot 8m \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 346{,}41$

b) $W_s = 0{,}14 \cdot 30 \cdot 9{,}81 \cdot 8 = 329{,}616$

c) $W_m = \Sigma F_x \cdot s = (F\cos 30^0 - \mu mg) \cdot s = (50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 0{,}14 \cdot 30 \cdot 9{,}81)8 =$
$= 8(43{,}3 - 41{,}202) = 16{,}784J$

d.) 346,41-329,616= 16,794

144. Egy 2 kg-os testet vízszintes, 27 N nagyságú erővel tolunk fel egy 20°-os lejtőn. A csúszási súrlódási együttható a lejtő és a test között 0,180. a) Mekkora a test gyorsulása? b) Határozzuk meg a kinematikai egyenletek felhasználásával a nyugalomból induló test sebességét abban a pillanatban, amikor 3 m-t tett meg a lejtőn felfelé! c) Válaszoljunk a b) kérdésre a munkatétel alkalmazásával!

MEGOLDÁS:

1. Súrlódási erő

Newton 2. törvénye

Lejtőmozgás

2. a) $F_s = \mu K$

3. $F\cos\alpha - F_s - G\sin\alpha = ma$

$F\sin\alpha + G\cos\alpha = K$

$Fcos\,\alpha - \mu k - G\sin\alpha = ma$

$F\cos\alpha - \mu F\sin\alpha - \mu G\cos\alpha - G\cos\alpha = ma$

$$a = \frac{F\cos\alpha - \mu F\sin\alpha - \mu G\cos\alpha - G\cos\alpha}{m}$$

b)

$v^2 - v_0^2 = 2as \qquad v_0 = 0$

$v^2 = 2as$

$v = \sqrt{2as}$

c) $W_m = \frac{1}{2}mv^2 = F\cos\alpha \cdot s - F_s \cdot s - G\sin\alpha \cdot s$

A mozgásra merőleges erők nem végeznek munkát.

$v = \sqrt{\frac{2W_m}{m}}$

a) $a = \frac{27\cos 20° - 0{,}18 \cdot 27 \cdot \sin 20° - 0{,}18 \cdot 2 \cdot 9{,}81 \cdot \cos 20° - 2 \cdot 9{,}81 \cdot \cos 20°}{2} = 0.975\frac{m}{s^2}$

b) *v = 2.42 m/s*

c) *K= 27sin20 + 2· 9.81·cos20 =27.67* $F_s = \mu K = 4.98$

Wm = 3(27cos20 - 4.98 - 2·9.81·sin20) =5.855

v = 2, 42 m/s

145. Egy cölöpverő ütőfejének mozgó tömege 2100 kg. A cölöpverővel hosszú acélgerendát verünk a földbe úgy, hogy a fej 5 m magasról szabadon esik a gerendára, s ennek hatására a gerenda 12 cm-rel fúródik beljebb a földbe. A munkatétel átfogalmazott változatának felhasználásával határozzuk meg, hogy mekkora átlagos erővel hat a gerenda az ütőfejre, míg a fej nyugalomba kerül!

MEGOLDÁS:

1. Munkatétel

   Newton III. törvénye

2. $M\,g\,h = \frac{1}{2}Mv^2 = \overline{F} \cdot s$

   $\overline{F} = \frac{M\,g\,h}{s}$ Ugyanekkora erővel hat a gerenda az ütőfejre.

3. $\overline{F} = \frac{2100 \cdot 9{,}81 \cdot 5}{0{,}12} = 858375\,N$

146. Egy asszony 1300 J munka árán húz fel egy 12 kg-os vödröt a 10 m mély kútból. Mekkora mozgási energiával érkezik a vödör a felszínre?

MEGOLDÁS:

1. Energiamegmaradás

2. $W = mg\Delta h + \frac{1}{2}m\upsilon^2$

   $\frac{1}{2}m v^2 = W - mg\Delta h$

$$v = \sqrt{\frac{2W_m}{m}}$$

3. a) $W_m = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = 1300 - 12 \cdot 9{,}81 \cdot 10 = 122{,}8J$

b) $v = \sqrt{\frac{2W_m}{m}} = 4{,}52\ ^{m}/_{s}$

147. Nyugalomból indítva, állandó erővel 6 m hosszú, a vízszintessel 30°-os szöget bezáró, súrlódásmentes lejtőn 4 kg tömegű ládát húzunk fel. A lejtő tetejére érve a láda sebessége 2 m/s. a) Mekkora kinetikus energiához jutott a láda? b) Mekkora helyzeti energiát szerzett? c) Mekkora munkát végeztünk? d) Mekkora, a lejtővel párhuzamos erőt fejtettünk ki?

MEGOLDÁS:

1. *Newton II. törvénye*

Lejtőmozgás

Energiamegmaradás törvénye

h = $l \cdot \sin\alpha = 6 \cdot \sin 30^{o}$

2. $E_O = 0$ *mert* $\upsilon = 0 \quad h = 0$

$E_1 = mgh + \frac{1}{2} m\upsilon^2$

$W = E_1 - E_o = E_1 = F \cdot l$

a) $E_m = \frac{1}{2} m\upsilon^2$

b) $E_h = mgh$

c) $W = E_1$

d) $W = F_l \cdot l$

$F_l = \frac{W}{l}$

3. a) $E_m = \frac{1}{2} \cdot 4\ kg \cdot 4\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 8\mathrm{J}$

b) $E_h = 41\ kg \cdot 9{,}81 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 203{,}90J$

c) W = $E_m + E_h = 211{,}90J$

d) W = $F_l \cdot l$

$$F_l = \frac{211,90}{6} = 35,31N$$

148. 200 N súlyú gyerek nyugalmi helyzetben lévő, 3 m-es kötelű hintán ül. A gyereket barátja úgy húzza oldalra, hogy a hinta kötele 36,0°-os szöget alkosson a függőlegessel. Határozzuk meg hogy mekkora munkára volt szükség ehhez!

MEGOLDÁS:

1. *Energiamegmaradás*

Ingamozgás

Munkatétel

Δh = $l - lsos\alpha = l(1-\cos\alpha)$

$W = mg\Delta h = mg\,l(1-\cos\alpha)$

3. $W = 200N \cdot 3m(1-\cos 36^o) = 114,6J$

149. Egy 50 kg-os láda lecsúszik egy, a vízszintessel 30°-os szöget bezáró lejtőn. a) Határozzuk meg a gravitációs erő munkáját, míg a láda 4 m-t csúszik le a lejtőn! b) Mennyi hő (termikus energia) fejlődik ezalatt, ha a láda 5 m/s sebességet ér el?

MEGOLDÁS:

1. *Munkatétel*

Gravitációs erő

En $G = 50\,kg \cdot 9,81 m/s^2 = 490,5N$

2. a) $\Delta l = 4\ m$

$W \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}$ $\quad$ E_m *mozgási energia változása*

$\upsilon = 5\ m/s$

Δl $\quad$ E_t *termikus energia változása*

b) $G \cdot \sin\alpha \Delta l - \frac{1}{2} m\upsilon^2 = \Delta E_t$

3. a) $W = 490 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = 981N$

b) $\Delta E_t = 981N - \frac{1}{2} 50 \cdot 25 = 337J$

150. Egy motor tengelyéhez kötött kötél egy érdes lejtőn, a lejtővel párhuzamos 13 N erővel, állandó sebességgel 8 m magasra húz fel egy 3 kg tömegű testet. A test a mozgás során 3 m-rel kerül magasabbra. a) Mennyi munkát végez a kötél? b) Mennyi munkát végez a gravitációs erő? d) Mekkora súrlódási erő hat a testre?

MEGOLDÁS:

1. *Súrlódás*

   Gravitációs erő

l= 8 m

h = 3 m

W_k *kötél munkája*

2. a) $W_k = F \cdot s$

   b) $W_g = mgh$

   c) $W_k - W_g = F_s \cdot s \qquad F_s = \dfrac{W_k - W_g}{s}$

3. a) $W_k = 13 \cdot 8 = 104$

   b) $W_g = 31_g \cdot 9{,}81 m/s^2 \cdot 3m = 88{,}29$

   c) $F_s = \dfrac{104 - 88{,}29}{8} = 1{,}96N$

151. Egy 75 kg tömegű diák 2,6 s alatt rohan fel a 4 m magas emeletre. Mekkora az átlagteljesítménye?

MEGOLDÁS:

1. Teljesítmény

2. $P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{F \cdot S}{t} = \dfrac{mgs}{t} = F \cdot \bar{\upsilon}$

3. $P = 75 \cdot 9{,}81 \cdot \dfrac{4}{2{,}6} = 490{,}5\ W$

152. Egy vontatóhajó 3 m/s sebességgel húzza a fatörzsekből álló tutajt, és ennek során a vontatókötélben 10^4 N erő ébred. Mekkora teljesítménye van a vontatóhajónak?

MEGOLDÁS:

1. Teljesítmény

2. $P = F \cdot \upsilon$

3. $P = 3m/s \cdot 10^4\ N = 3 \cdot 10^4 W = 30kW$

153. Az elektromos energia ára kilowattóránként 5,6 Ft. Mennyibe kerül, ha egy 100 wattos izzó egy hónapon át (30 nap) folyamatosan ég?

MEGOLDÁS:

1. Teljesítmény
2. $K = W \cdot k$ $K = költség$ $k = kW \ óránkénti \ költség$ $W = P \cdot t$
3. $W = 0{,}1 \ kW \cdot 30 \cdot 24 \ h = 72 \ kWh$

   $K = 72 \ kWh \cdot 5{,}6 \ Ft/kWh = 403{,}2Ft$

154. Egy 4×10^4 kg tömegű teherlift 1 perc 20 másodperc alatt függőlegesen 120 m magasra emelkedik. Mekkora a liftet tartó kábel munkájának átlagos teljesítménye?

MEGOLDÁS:

1. Teljesítmény
2. $P = F \cdot \overline{\upsilon}$ $F = mg$ $\overline{\upsilon} = \dfrac{s}{t}$
3. $P = 4 \cdot 10 \cdot 4 \ kg \cdot 9{,}81 \ m/s^2 \cdot \dfrac{120m}{80s} = 588600 \ W = 588{,}6 \ kW$

155. Egy 48 km/ó sebességgel egyenletesen haladó gépkocsira a légellenállás 900 N erővel hat. Mekkora teljesítménnyel dolgozik a motor a légellenállás leküzdésére?

MEGOLDÁS:

1. Teljesítmény
2. $P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{F \cdot s}{t} = F \cdot \overline{\upsilon}$
3. $P = 900N \cdot \dfrac{48}{3{,}6} m/s = 1200W = 12hW$

156. Egy 1500 kg tömegű gépkocsi 10 másodperc alatt fékez le 100 km/ó sebességről megállásig. Határozzuk meg a) a fék által végzett munkát! b) a fékek által kifejtett átlagos teljesítményt!

MEGOLDÁS:

1. Teljesítmény
2. $P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{F \cdot s}{t} = \dfrac{m.a.s}{t}$

$\bar{v} = \frac{s}{t}$ $\quad \bar{v}$ *átlagsebesség*

Egyenletesen változó mozgásnál

$$\bar{v} = \frac{v_o + v_t}{2}$$

$$\bar{v} = \frac{v_o + 0}{2} = \frac{v_o}{2}$$

$$s = \bar{v} \cdot t = \frac{v_o}{2} \cdot t$$

$a = \frac{v_t - v_o}{t} = -\frac{v_o}{t}$ *A teljesítmény mindig +, akkor is ha a kocsi fékez*

$$P = \frac{m \cdot \frac{v_o}{t} \cdot \frac{v_o}{2} \cdot t}{t} = \frac{m \cdot v_o^2}{2t}$$

3. $P = 1500\ kg \cdot \frac{27{,}78}{2 \cdot 10} = 57870 W = 57{,}87 kW$

   $v_o = 100 km/h = 100/3{,}6 m/s$

157. Egy köteles sífelvonó 600 m hosszú, 30°-os lejtőn 3 m/s sebességgel maximum 120, átlagosan 80 kg tömegű személyt szállíthat. Határozzuk meg, hogy maximális terhelés esetén mekkora átlagos teljesítményt fejt ki a felvonó motorja, ha a súrlódás elhanyagolható.

MEGOLDÁS:

1. *Teljesítmény, lejtőmozgás*

$\upsilon_{\max} = 3 m/s$

$m_{\max} = 120 \cdot 80$

2. $P = F \cdot \upsilon = mg \cdot \sin\alpha \cdot \upsilon$

3. $P = 120 \cdot 80 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 m/s = 141264 W \cong 141 kW$

158. Egy bárka vontatásához a sebességgel arányos erő szükséges. Határozzuk meg, hogy mekkora teljesítményű motor szükséges a bárka 4 m/s sebességgel történő vontatásához, ha tudjuk, hogy a 3 kW-os motor 3 m/s sebességgel mozgatja a hajót.

MEGOLDÁS:

1. *Teljesítmény*

2. $F = kv$

   $P_1 = F_1 \cdot \upsilon_1$ $\qquad F_1 = \frac{P_1}{v_1} = kv_1$ $\qquad k = \frac{P_1}{v_1^2}$ $\qquad F_2 = k\upsilon_2$

$$P_2 = F_2\, v_2 = k v_2^{\,2} = \frac{P_1}{v_1^{\,2}} \cdot v_2^{\,2}$$

3. $$P_2 = 3kW \cdot \frac{16m^2/s^2}{9m^2/s^2} = 5{,}33kW$$

159. Mekkora teljesítményű motorral emelhetünk egy 1200 kg-os felvonót 0,5 perc alatt 60 m magasba, ha a súrlódási veszteségek leküzdésére a motor teljesítményének 40%-a használódik el?

MEGOLDÁS:

1. Teljesítmény

2. $\frac{W_h}{W_ö} = \eta$ $\qquad \eta = hatásfok$ $\qquad W_h$ *hasznos munka*

$W_ö = \frac{W_h}{\eta} \quad P_ö = \frac{P_h}{\eta}$ $\qquad W_ö$ *összes munka*

$$P_h = F \cdot \overline{\upsilon} = mg \cdot \overline{\upsilon}$$

$$P_ö = \frac{mg\upsilon}{\eta} = \frac{mg\frac{h}{t}}{\eta}$$

3. $$P_ö = \frac{1200kg \cdot 9{,}81 m/s^2 \cdot \frac{60m}{30s}}{0{,}6} = 39240W = 39{,}24kW$$

160. Határozzuk meg, hogy egy 45 %-os hatásfokú elektromos emelő motorral 2 kWh energia felhasználásával mekkora tömeget emelhetünk függőlegesen 3 m magasra!

MEGOLDÁS:

1. Teljesítmény

2. $W_h = mgh \qquad W_h = \; m = \frac{W_h}{gh} = \frac{\eta W_ö}{gh}$

3. *m=30,58 kg* $\qquad W_ö = 2kWh = 2 \cdot 3{,}6 \cdot 10^6 J$

$$m = \frac{0{,}45 \cdot 7{,}2 \cdot 10^6 Nm}{9{,}81 m/s^2 \cdot m} = \frac{32{,}4 \cdot 10^5 kgm^2/s^2}{9{,}81 m^2/s^2} = 3{,}30\ kg$$

161. Határozzuk meg, hogy mekkora teljesítményt vesz fel az elektromotor, amely 900 g tömegű terhet 0,6 perc alatt egyenletes sebességgel függőlegesen 140 m magasra emel! A súrlódási veszteség 20 %.

MEGOLDÁS:

1. Teljesítmény

2. $P_h = F \cdot \overline{\upsilon} = mg \cdot \overline{\upsilon} = mg\frac{h}{t}$ $\qquad P_ö = \frac{P_h}{\eta} = \frac{mgh}{t \cdot p}$

3. $P_ö = \dfrac{0{,}9kg \cdot 9{,}81m/s^2 \cdot \dfrac{140m}{0{,}6 \cdot 60}}{0{,}8} = 43{,}0W$

162. Személygépkocsi motorjának hasznos teljesítménye 15% (azaz a fűtőanyag elégetéséből származó energiának 15%-a alakítható a jármű mozgási energiájává). a) Ha tudjuk, hogy 4,5 l benzin elégetésekor $1{,}34 \times 10^8$ J energia keletkezik, határozzuk meg, hogy mennyi benzin szükséges ahhoz, hogy a gépkocsit nyugalmi helyzetből 25 m/s sebességre gyorsítsuk! b) Hány ilyen gyorsításra futja 4,5 l benzinből? c) A kocsi ilyen sebesség mellett 100 kilométerenként 7,5 l benzint fogyaszt. Mekkora teljesítmény adódik át a kerekekre, hogy egyenletes sebesség mellett a légellenállás kiellensúlyozható legyen?

MEGOLDÁS:

1. Teljesítmény

2-3. $W_h = \mu W_ö$

a) *4,5 liter benzin elégetésekor 1,34*$\cdot 10^8$ *J energia,*

1 liter benzin elégetésekor 2,98$\cdot 10^7$ *J energia keletkezik*

b) $\frac{4{,}5}{0{,}063} = 71{,}43$ *gyorsításra futja 4,5 l benzinből*

c) $P_h = F \cdot \overline{v}$ $\qquad P_ö = \frac{P_h}{\eta} = \frac{F \cdot \overline{v}}{\eta} = F \cdot s$

$$W_h = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \cdot 450kg \cdot 625m^2/s^2 = 281{,}25kJ$$

$$W_ö = \frac{W_h}{\eta} = \frac{281{,}25}{0{,}15} = 1875000J = 1875kJ = 1{,}875 \cdot 10^6 J$$

Ennyi energia $\frac{1{,}875 \cdot 10^6}{2{,}98 \cdot 10^7}$ *l benzin elégetésekor keletkezik = 0,063 l*

163. Egy 450 kg tömegű versenyautó 400 m hosszú úton gyorsul fel 160 km/ó sebességre. Mekkora a motor átlagos teljesítménye ezen a szakaszon, ha a felvett energia 30 %-a használódik el a súrlódás és a légellenállás stb. leküzdésére?

MEGOLDÁS:

1. *Teljesítmény* $\qquad$ *m= 450 kg*

Newton 2. törvénye *s= 400 m*

2. $F = m \cdot a$ $\upsilon = 160^2 m/h = 44 m/s$

$\upsilon_t^2 - \upsilon_o^2 = 2as$ $\upsilon_o = 0$ $a = \dfrac{\upsilon_t^2}{2s}$ $F = m \cdot \dfrac{v_t^2}{2s}$

$$P_\pi = F \cdot \bar{\upsilon} = F \cdot \frac{\upsilon_o + \upsilon_t}{2} = F \cdot \frac{\upsilon_t}{2} = m \cdot \frac{\upsilon_t^3}{4s}$$

$P_ö \cdot \eta = P_\pi$ $P_ö = \dfrac{P_\pi}{\eta}$

3. $P_\pi = 450 \cdot \dfrac{44^3}{4 \cdot 400} \cdot \dfrac{kgm^3/s^2}{s} = 23958W = 24kW$

$$P_ö = \frac{P_H}{0,7} = \frac{23958}{0,7} = 34226$$

164. Az átlagos mosógépmotorok teljesítménye 350 watt. A napelemek 15%-os hatásfokkal alakítják elektromos energiává a sugárzási energiát. Határozzuk meg, hogy a napsugárzás irányára merőlegesen mekkora felületű napelemet kellene elhelyeznünk egy mosógép működtetéséhez! Az egy másodperc alatt a Föld légkörébe, a napsugárzás irányára merőleges 1 m^2 felületen belépő sugárzási energia 1370 watt. A légkörben való elnyelődés miatt ez az energia a tenger szintjéig (ahol a mosógépet is működtetjük) 840 wattra csökken.

MEGOLDÁS:

1. Teljesítmény

2. $\dfrac{P_\pi}{\eta} = P_ö$

3. $P_\pi = 350W$ $P_ö = \dfrac{350}{0,15} = 2333W$

1m^2 *870 W*

x 2333

$$x = \frac{2333}{870} m^2 = 2,68 m^2$$

165. Fémszalagból *r* sugarú keskeny karikát készítünk és érdes, vízszintes felületre erősítjük. Ezután egy *m* tömegű, pontszerű testet lökünk be a karikába v_0 kezdősebességgel úgy, hogy a belső oldalhoz szorulva folyamatosan körbe járjon. A vízszintes síkkal való súrlódás miatt a test sebessége egy teljes kör után 0,8 v_0 -ra csökken. (A karika mentén a pontszerű test mozgása súrlódásmentes.) a) Határozzuk meg a munkatétel alkalmazásával az első kör megtétele során keletkező termikus energiát! b) Mekkora a vízszintes lap és a test közötti csúszó súrlódási együttható? c) Hány további fordulatot tesz meg még a test, mielőtt megáll?

MEGOLDÁS:

1. Munkatétel, teljesítmény

2. a) $\Delta E = \frac{1}{2}m\left(\upsilon_o^2 - \upsilon_t^2\right) = \frac{1}{2}m\upsilon_o^2(1-0{,}8^2)$

b) $F_s \cdot s = \Delta E$ $\quad m\,\mu g \cdot 2r\pi = \frac{1}{2}\upsilon_o^2 \cdot 0{,}36\,m$ $\quad \mu = \frac{0{,}36\upsilon_o^2}{g \cdot 4r\pi}$

$s \cdot F_s \quad \mu g 2r\pi = \frac{1}{2}v_o^2\, 0{,}36$

c) $n \cdot 2r\pi \cdot \mu mg = \frac{1}{2}m\upsilon_o^2$

$n = \frac{m\upsilon_o^2}{4r\pi mg} = \frac{\upsilon_o^2}{r}\frac{1}{4\pi\mu g}$

3. a) $\Delta E = \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 \cdot 0{,}36 = 0{,}18m\upsilon_o^2 - 0{,}18 \cdot 0{,}02 \cdot 36 = 0{,}1296J$

b) $\mu = 2{,}92 \cdot 10^3 \cdot \frac{\upsilon_o^2}{r} = 0{,}3$

c) $n = \frac{m\upsilon_o^2}{mr} \cdot \frac{1}{4\pi\mu g} = \frac{v_o^2}{r} \cdot \frac{1g4r\pi}{4\pi 0{,}36 v_o^2 g}\frac{1}{0{,}36} = 2{,}78 kör$

166. Két, Hooke-törvény szerint viselkedő k_1 és k_2 rugóállandójú rugót egymás után kötöttünk. a) Mutassuk meg, hogy a rendszer egyetlen $k_1 k_2/(k_1+k_2)$ rugóállandójú rugóval helyettesíthető! b) A teljes rugóenergiának hányad részét tárolja a k_1 állandójú rugó?

MEGOLDÁS:

1. *Rezgőmozgás*

Rugóerő, rugóenergia

2. $F = k_1 x_1 \quad \rightarrow \quad x_1 = \frac{F}{k_1}$

$F = k_2 x_2 \quad \rightarrow \quad x_2 = \frac{F}{k_2}$

a) $F = k \cdot \frac{F}{k_1} + k\frac{F}{k_2} = kF\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

b) $E = \frac{1}{2}kx_1^{\,2} + \frac{1}{2}kx_2^{\,2}$

$$\frac{\frac{1}{2}k_1 x_1^{\,2}}{\frac{1}{2}k_2 x_2^{\,2}} = \frac{k_1 x_1^{\,2}}{k_2 x_2^{\,2}} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{k_2}{k_1} \qquad k_1 x_1 = k_2 x_2 = F$$

167. Két különböző k_1 és k_2 rugóállandójú Hooke-rugót összeerősítettünk és L távolságra nyújtottunk. A rugók nyugalmi hossza rendre l_1 és l_2 és $L > (l_1 + l_2)$. Határozzuk meg a rugók P csatlakozási pontjának x egyensúlyi helyzetét!

MEGOLDÁS: *1 Rezgőmozgás*

2. Rugók nyugalmi hossza $l_1; l_2$

$l_1 + l_2 + x_1 + x_2 = L$

$x = x_1 + l_1 \qquad k_1 x_1 = k_2 x_2 = F \qquad x_2 = \frac{k_2}{k_1} \cdot x_1$

$l_1 + l_2 + x_1 + \frac{k_2}{k_1} x_1 = l_1 + l_2 + x_1 (1 + \frac{k_2}{k_1}) = L \qquad x_1 = \frac{L - (l_1 + l_2)}{1 + \frac{k_2}{k_1}}$

$$x = x_1 + l_1 = \frac{L - l_1 - l_2}{\frac{k_1 + k_2}{k_1}} + l_1 = \frac{L - l_1 - k_1 l_2 + l + k_2 l_1}{k_1 + k_2}$$

$$\alpha = \frac{k_1 l + k_2 l - k_1 l_2}{k_1 + k_2}$$