

$$\int \frac{1}{y^2} dy = \int \frac{2x}{1+x^2} dx \quad c = \ln 6$$

$$-\frac{1}{y} = 2 \ln |1+x^2| + c \quad \ln = -\frac{1}{3}$$

$$\theta = -\frac{1}{2 \ln |1+x^2| + \frac{1}{3}}$$

Zárthelyi I. éves hallgatóknak (2002. április 3.)
(minden feladat 5 pontot ér)

- Adja meg az $y' = \frac{4xy^2}{1+x^2}$, $y(0) = 3$ kezdetiérték-feladat megoldását!
- Adja meg az $y' - \frac{2}{x \ln x} y = \frac{1}{x}$ diff. e. általános megoldását!
- Adja meg az $y'' + 16y = 8x$ diff. e. általános megoldását!
- Vizsgálja meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+9n^2}$; $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{2n}}$ számsorokat konvergencia szempontjából!
- Adja meg az $1 + \sqrt{x-2} + (\sqrt{x-2})^2 + \dots + (\sqrt{x-2})^n + \dots$ függvénysor K konvergenciatartományát és $s(x)$ összegfüggvényét!
- Határozza meg az $f(x) = \begin{cases} -|x|, & \text{ha } -\pi \leq x < \pi \\ f(x+2\pi), & \text{egyébként} \end{cases}$ függvény Fourier-sorát!

OSZTÁLYOZÁS: 1-9: elégtelen, 10-14: elégséges, 15-19: közepes, 20-24: jó, 25-30: jeles

Zárthelyi I. éves hallgatóknak (2001. márc. 21.)
(minden feladat 5 pontot ér)

- Adja meg az $y' = \frac{xy^3}{2-x^2}$, $y(1) = 2$ kezdetiérték-feladat megoldását!
- Adja meg az $y' + y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{2}{\cos x}$ diff. e. általános megoldását!
- Adja meg az $y'' + 9y = 9$ diff. e. általános megoldását!
- Vizsgálja meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^{n+1}}$; $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$ számsorokat konvergencia szempontjából!
- Adja meg az $1 + \frac{x}{2} + \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{x}{2}\right)^n + \dots$ függvénysor K konvergenciatartományát és $s(x)$ összegfüggvényét!
- Határozza meg az $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{ha } -\pi \leq x < \pi \\ f(x+2\pi), & \text{egyébként} \end{cases}$ függvény Fourier-sorát!

OSZTÁLYOZÁS: 1-9: elégtelen, 10-14: elégséges, 15-19: közepes, 20-24: jó, 25-30: jeles

Zárthelyi I. éves hallgatóknak (2002. május 7.)
(minden feladat 10 pontot ér)

A

1. Számítsa ki a $\overline{\text{grad } f(\bar{a})}$, $\underline{H}(\bar{a})$ értékeket, ha $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = \sin x^2 + y \cos z$, $\bar{a} = (0, 0, 0)$.
2. Számítsa ki az alábbi kettős integrált a T síkhalmaz (síktartomány) két különböző megadásával:
$$\iint_T \sin(x+y) dx dy$$
, ahol $T = \{(x, y) : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq x\}$
3. Vizsgálja meg, hogy a $\vec{w}(x, y, z) = (1 - 2y, -xy, xz)$ vektor-vektor függvény (vektortér) örvénymentes-e, forrásmentes-e? Ha lehetséges, adjon meg skalárpotenciált illetve vektorpotenciált.

OSZTÁLYOZÁS: 1-9: elégtelen, 10-14: elégséges, 15-19: közepes, 20-24: jó, 25-30: jeles

Pótzárthelyi I. éves hallgatóknak (2002. május 14.)
(minden feladat 10 pontot ér)

1. rész

1. Adja meg az $y' = \frac{8xy^2}{1+x^2}$, $y(0) = 4$ kezdetiérték-feladat megoldását!
2. Adja meg az $y'' + 9y = 18x$ diff. e. általános megoldását!
3. Határozza meg az $f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{ha } -\pi \leq x < \pi \\ f(x+2\pi), & \text{egyébként} \end{cases}$ függvény Fourier-sorát!

OSZTÁLYOZÁS: 1-9: elégtelen, 10-14: elégséges, 15-19: közepes, 20-24: jó, 25-30: jeles

Zárthelyi I. éves hallgatóknak (2003. május 7.)
(minden feladat 10 pontot ér)

A

1. Számítsa ki a $\overline{\text{grad}} f(\bar{a})$, $\underline{\underline{H}}(\bar{a})$ értékeket, ha $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = \sin x^2 + y \operatorname{ch} z$, $\bar{a} = (0, 0, 0)$.
2. Keressen lokális szélsőérték-helyeket az $f(x, y) = \ln y^2 - \frac{1}{2}y - x^2 - 8x + 5$ kétváltozós valós függvényhez!
3. Számítsa ki az alábbi kettős integrált a T síkhalmaz (síktartomány) két különböző megadásával:
$$\iint_T \sin(x+y) dx dy$$
, ahol $T = \{(x, y) : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq x\}$.

OSZTÁLYOZÁS: 1-9: elégtelen, 10-14: elégséges, 15-19: közepes, 20-24: jó, 25-30: jeles

Zárthelyi I. éves hallgatóknak (2003. március 27.)
(minden feladat 10 pontot ér)

1. Adja meg az $y' + y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$ diff. e. általános megoldását!
2. Adja meg az $y'' + 4y = 2$ diff. e. általános megoldását!
3. Határozza meg az $f(x) = \begin{cases} 2|x|, & \text{ha } -\pi \leq x < \pi \\ f(x+2\pi), & \text{egyébként} \end{cases}$ függvény Fourier-sorát!

OSZTÁLYOZÁS: 1-9: elégtelen, 10-14: elégséges, 15-19: közepes, 20-24: jó, 25-30: jeles

Pótzárthelyi I. éves hallgatóknak (2002. május 14.)
(minden feladat 10 pontot ér)

2. rész

1. Számítsa ki a $\overline{\text{grad}} f(\bar{a})$, $\underline{\underline{H}}(\bar{a})$ értékeket, ha $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = e^{x+2y} + x \operatorname{sh} z$, $\bar{a} = (0, 0, 0)$.
2. Számítsa ki az alábbi kettős integrált a T síkhalmaz (síktartomány) két különböző megadásával:
$$\iint_T \cos(x + 2y) dx dy$$
, ahol $T = \{(x, y) : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq x\}$
3. Igazolja a $\overline{\operatorname{rot}} \overline{\operatorname{grad}} f = \bar{0}$, $\operatorname{div} \overline{\operatorname{rot}} f = 0$ összefüggéseket hagyományos és nablás alakban is!

OSZTÁLYOZÁS: 1-9: elégtelen, 10-14: elégséges, 15-19: közepes, 20-24: jó, 25-30: jeles

II. zárthelyi dolgozat
I. éves főiskolai hallgatók részére
(A)

1. Konvergensek-e a következő sorok? Állítását indokolja!

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k-1}{k!}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{2}{\sqrt[3]{k+2}}$$



(4 pont)

2. Írja fel az $f(x) = \frac{e^{2x} + e^{-2x}}{2}$ függvény $x_0 = 0$ helyen vett Taylor-sorát! Hol konvergens a sor?

(6 pont)

3. Határozza meg az $f(x) = \begin{cases} b, & \text{ha } 0 < x \leq \pi, \\ -b, & \text{ha } \pi < x \leq 2\pi, \\ f(x+2\pi) \text{ egyébként} \end{cases}$ ahol $(b > 0)$ állandó) függvény Fourier-sorát!

(5 pont)

4. Oldja meg az alábbi differenciálegyenleteket:

a. $(1 + e^x)yy' = e^x$, $y(0) = 1$ feltétel mellett;

b. $xy' = y(\ln y - \ln x)$

c. $3y' \sin x \sin y + 5 \cos x \cos^3 y = 0$

d. $y' - \frac{y}{x^2} = \frac{1}{x^2 y}$

(16 pont)

Zárthelyi I. éves hallgatóknak (2002. május 7.)
(minden feladat 10 pontot ér)

B

1. Számítsa ki $f'_x, f''_{xy}, f'_y(A), f''_{yy}(A)$ -t, ha $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = \arctg(x^2y), A = (2, 1)$.
2. Számítsa ki $\iiint_V 1 dx dy dz$ értékét, ha a V térbeli tartományt a $z = 0$ és $z = 16 - x^2 - y^2$ egyenletű felületek zárják közre!
3. Igazolja a $\overline{\text{rot grad } f} = \bar{0}, \overline{\text{div grad } f} = \Delta f$ összefüggéseket hagyományos és nablás alakban is!

OSZTÁLYOZÁS: 1-9: elégtelen, 10-14: elégséges, 15-19: közepes, 20-24: jó, 25-30: jeles

Zárthelyi I. éves hallgatóknak (2002. április 5.)
(minden feladat 5 pontot ér)

1. Adja meg az $y' = \frac{y^2}{1+4x^2}, y(0) = 3$ kezdetiérték-feladat megoldását!
2. Adja meg az $y' + y \cdot \tg x = \frac{1}{\cos x}$ diff. e. általános megoldását!
3. Adja meg az $y'' + 4y = 2$ diff. e. általános megoldását!
4. Vizsgálja meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{5^n}; \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{2n}}$ számsorokat konvergencia szempontjából!
5. Adja meg az $1 + \frac{x}{3} + \left(\frac{x}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{x}{3}\right)^n + \dots$ függvénysor K konvergenciatartományát és $s(x)$ összegfüggvényét!
6. Határozza meg az $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{ha } -\pi \leq x < \pi \\ f(x+2\pi), & \text{egyébként} \end{cases}$ függvény Fourier-sorát!

OSZTÁLYOZÁS: 1-9: elégtelen, 10-14: elégséges, 15-19: közepes, 20-24: jó, 25-30: jeles

Zárthelyi I. éves hallgatóknak (2001. ápr. 19.)
(minden feladat 5 pontot ér)

1. Számítsa ki f'_y , f''_{xx} , $f'_x(A)$, $f''_{yx}(A)$ -t, ha $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = \arctg(xy)$, $A = (2, 1)$.
2. Számítsa ki a $\overline{\text{grad}} f(A)$, $\underline{H}(A)$ értékeket, ha $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y,z) = \sin y^2 + xchz$, $A = (0,0,0)$.
3. Határozza meg az $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = \cos(2x+y)$ függvény $A = (\pi/4, 0)$ ponthoz tartozó $T_2(x,y)$ másodfokú Taylor-polinomját!
4. Keressen lokális szélsőérték-helyeket az $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - yz + 2x - 6z$ függvényhez!
5. Számítsa ki az alábbi kettős integrált a T síkhalmoz (síktartomány) két különböző megadásával:
$$\iint_T \sin(x+y) dx dy$$
, ahol $T = \{(x,y) : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq x\}$
6. Számítsa ki $\iiint_V 1 dx dy dz$ értékét, ha a V térbeli tartományt a $z=0$ és $z=9-x^2-y^2$ egyenletű felületek zárják közre!

OSZTÁLYOZÁS: 1-9: elégtelen, 10-14: elégséges, 15-19: közepes, 20-24: jó, 25-30: jeles

Zárthelyi I. éves hallgatóknak (2001. ápr. 27.)
(minden feladat 5 pontot ér)

1. Számítsa ki f'_y , f''_{xx} , $f'_x(A)$, $f''_{yx}(A)$ -t, ha $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = \arctg(x^2y)$, $A = (2, 1)$.
2. Számítsa ki a $\overline{\text{grad}} f(A)$, $\underline{H}(A)$ értékeket, ha $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y,z) = y \sin x^2 + shz$, $A = (0,1,0)$.
3. Határozza meg az $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = \sin(2x-y)$ függvény $A = (\pi/4, 0)$ ponthoz tartozó $T_2(x,y)$ másodfokú Taylor-polinomját!
4. Keressen lokális szélsőérték-helyeket az $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = \frac{y^2}{2} + xy - \frac{x^3}{3}$ függvényhez!
5. Számítsa ki az alábbi kettős integrált a T síkhalmoz (síktartomány) két különböző megadásával:
$$\iint_T \sin(2x+y) dx dy$$
, ahol $T = \{(x,y) : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq x\}$
6. Számítsa ki $\iiint_V 1 dx dy dz$ értékét, ha a V térbeli tartományt a $z=0$ és $z=16-x^2-y^2$ egyenletű felületek zárják közre!

OSZTÁLYOZÁS: 1-9: elégtelen, 10-14: elégséges, 15-19: közepes, 20-24: jó, 25-30: jeles

Zárthelyi I. éves hallgatóknak (2001. márc. 21.)

(minden feladat 5 pontot ér)

- Adja meg az $y' = \frac{xy^2}{1-x^2}$, $y(0) = 2$ kezdetiérték-feladat megoldását!
- Adja meg az $y' - \frac{2}{x \ln x} y = \frac{1}{x}$ diff. e. általános megoldását!
- Adja meg az $y'' + 4y = 8x$ diff. e. általános megoldását!
- Vizsgálja meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+4n^2}$; $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{2n-1}}$ számsorokat konvergencia szempontjából!
Handwritten notes: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+4n^2} \rightarrow$ minoráció $\frac{1}{1+4n^2} < \frac{1}{4n^2} = \text{konv.} \rightarrow$ konvergencia; $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{2n-1}}$ alternáló sor \rightarrow $(-1)^n \frac{1}{\sqrt{2n-1}}$
- Adja meg az $1 + \sqrt{x+1} + (\sqrt{x+1})^2 + \dots + (\sqrt{x+1})^n + \dots$ függvénysor K konvergenciatartományát és $s(x)$ összegfüggvényét!
- Határozza meg az $f(x) = \begin{cases} -|x|, & \text{ha } -\pi \leq x < \pi \\ f(x+2\pi), & \text{egyébként} \end{cases}$ függvény Fourier-sorát!

OSZTÁLYOZÁS: 1-9: elégtelen, 10-14: elégséges, 15-19: közepes, 20-24: jó, 25-30: jeles

Zárthelyi I. éves hallgatóknak (2001. márc. 21.)

(minden feladat 5 pontot ér)

- Adja meg az $y' = \frac{xy^3}{2-x^2}$, $y(1) = 2$ kezdetiérték-feladat megoldását!
- Adja meg az $y' + y \cdot \tan x = \frac{2}{\cos x}$ diff. e. általános megoldását!
- Adja meg az $y'' + 9y = 9$ diff. e. általános megoldását!
- Vizsgálja meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^{n+1}}$; $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{2n+1}}$ számsorokat konvergencia szempontjából!
- Adja meg az $1 + \frac{x}{2} + \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{x}{2}\right)^n + \dots$ függvénysor K konvergenciatartományát és $s(x)$ összegfüggvényét!
- Határozza meg az $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{ha } -\pi \leq x < \pi \\ f(x+2\pi), & \text{egyébként} \end{cases}$ függvény Fourier-sorát!

OSZTÁLYOZÁS: 1-9: elégtelen, 10-14: elégséges, 15-19: közepes, 20-24: jó, 25-30: jeles