

$$\int u v^3 = u \cdot v^3 - \int u' \cdot v^3$$

$$\int u' \cdot v = u \cdot v - \int u \cdot v'$$

Minta zárthelyi dolgozat Matematika II. c. tárgyból

1. Vizsgálja meg az $f(x, y) = 3xy + 7y + 2 - 12x - 3x^2 - y^2$ függvényt szélsőérték szempontjából.

2. Számítsa ki az alábbi integrálokat:

a) $\int_0^{\pi} \frac{x}{4} dx = ;$ b) $\int 2xe^{x^2} dx = \left[e^{x^2} \cdot \frac{1}{2} \right]_{-\infty}^{\infty} = \frac{1}{2} \left[e^{x^2} \right]_{-\infty}^{\infty} = \frac{1}{2} \left[e^{\infty} - e^{-\infty} \right] = \frac{1}{2} \left[\infty - 0 \right] = \infty$

c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2dx}{x^2 + 4x} = ;$ d) $\int_0^{\infty} \frac{5}{1 + 9x^2} dx = \frac{5}{9} \int_0^{\infty} \frac{1}{\frac{1}{9} + x^2} dx = \frac{5}{9} \left[\arctan \left(\frac{x}{\frac{1}{3}} \right) \right]_0^{\infty} = \frac{5}{9} \left[\arctan(3x) \right]_0^{\infty} = \frac{5}{9} \left[\frac{\pi}{2} - 0 \right] = \frac{5\pi}{18}$

3. Számítsa ki integrálszámítás segítségével

a) az $r = 1 + \cos \varphi$ görbe által körözött sírkész területét és közösen válaszoljon;

b) az $\begin{cases} x = 4 \cos t, \\ y = 4 \sin t \end{cases} \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \right)$ görbe ívhosszát!

4. Forgassa meg az $y = 4 \sin \frac{2x}{3}$ görbe $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ ívét az x -tengely körül. Számítsa ki a keletkező forgástest térfogatát!

5. Számítsa ki a $z = 8 - x^2 - y^2$ és a $z = 4$ sík által körözött térfogatot!

6. Legyen $f(x, y) = 2e^{4x} \cos 5y + 3y^2$. Számítsa ki az $4f_{xx}'(x, y) + f_{yy}''(x, y)$ összeget!