STATIKA

2007.02.23

GEMET201BL

Nándori Frigyes

02.23. 16-20
03.23 12-16
05.12 8-12

aláírás + vizsga

jegyzet : Tanszéki honlap

Mechanika Tanszék

Oktatási anyagok

Statika BSc

Házi feladatok

aláírás feltétele

2. hf. ~~ ~~ ellenőrzése az egyenlet a lényeg

7-25. o. Mechanika példatárból

25-31. o.

Bármilyen Statika jegyzet jó !?

Égert János - Statika

BME Honlap Építőmérnöki Kar !

Tarnai - Gáspár - óravázlat

Mechanika szegorlat !

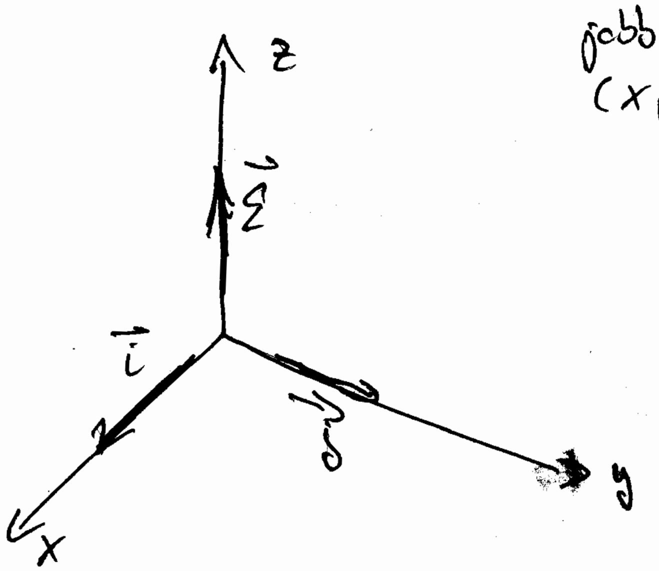
[redacted]

Műszaki mechanika

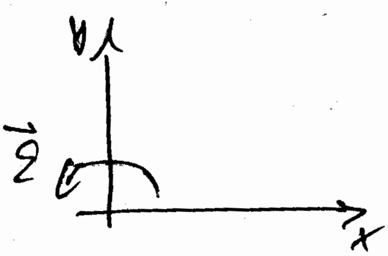
- Kinematika
- Dinamika
  - Statika (Nyugalomban lévő testek erőtana)
    - Merevtest
    - Szilárdságtan — 2. félév anyaga
  - Kinetika — 3. félév

Test modell: olyan képzelt test, amely ...
- anyagi pont
  - a test mozgása egyetlen ponttal leírható
- [redacted] merev test
  - bármely két pontjának a távolsága állandó

Koordináta-rendszer

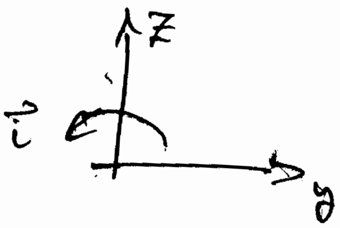


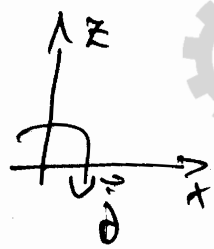
jobb sodrású koordinátarendszer
(x, y, z) DDKR



Statika

2007.02.23.





Fizikai mennyiségek:

- skalár: (nagyság, mértékegység)
- vektor: (irányított egyenes ; ~~...~~
  -"- fizikai mennyiség)

Vektoralgebra:

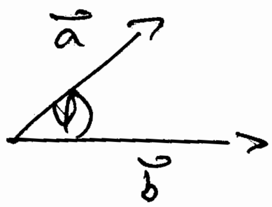
$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \vec{k}$$
$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \cdot \vec{j} + b_z \vec{k}$$

$+, -$

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x)\vec{i} + (a_y \pm b_y)\vec{j} + (a_z \pm b_z)\vec{k}$$

Skaláris szorzás:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos\varphi =$$
$$= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

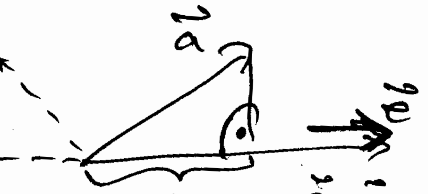
alkalmazás:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = 1 \qquad \vec{j} \cdot \vec{j} = 1 \;; \quad \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2 = a^2 = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$$

$$a = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$



$, |\vec{e}| = 1$

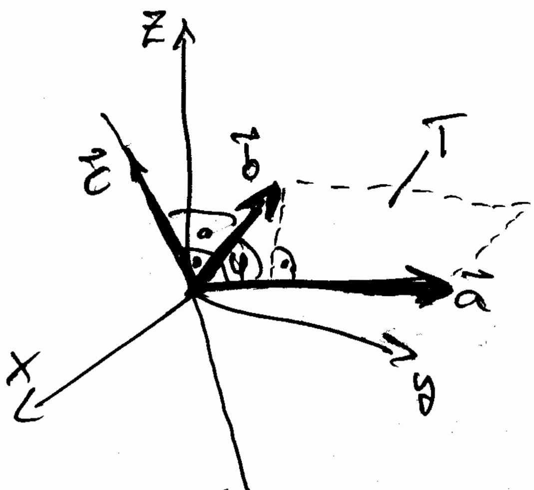
$$a_e = \vec{a} \cdot \vec{e}$$

$$\vec{a} = a \cdot \vec{e}_a \;; \quad |\vec{e}_a| = 1$$

„a" egységvektora

$$\vec{e}_a = \frac{\vec{a}}{a}$$

Vektoriális szorzás



$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

$$|\vec{c}| = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\sin\varphi = |T|$$

$\vec{c} \perp \vec{a}, \vec{b}$

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$: jobbsodrású

$$\vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \vec{i}(a_y b_z - a_z b_y) - \vec{j}(a_x b_z - a_z b_x) + \vec{k}(a_x b_y - a_y b_x)$$

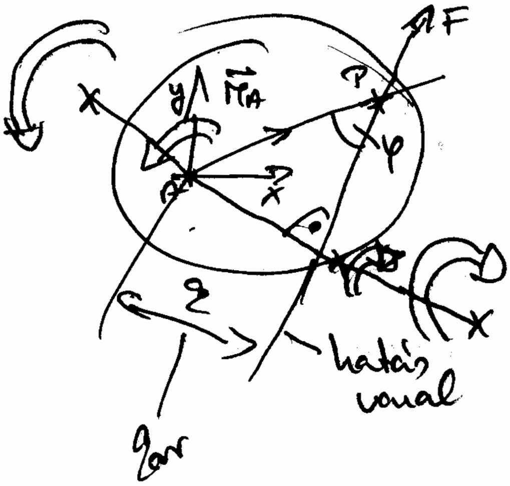
$$\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = \emptyset$$

$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$; $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$ $\quad \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$

$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

$\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ +

Síkbeli erőrendszerek



$\vec{F}(P)$, $\vec{F}_P$: P-hez kötött

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$$

$$\vec{r}_{AP} = x_P \vec{i} + y_P \vec{j}$$

Erőnyomaték

$$\boxed{\vec{M}_A = \vec{r}_{AP} \times \vec{F}}$$

$$|\vec{M}_A| = \underbrace{|\vec{r}_{AP}|\,|\vec{F}|\sin\varphi}_{k} = k \cdot |\vec{F}|$$

Statika

2007. 02. 23

Az erőnyomaték nem változik, ha az erőt a hatásvonala mentén eltoljuk.

Az erő hatásvonalának pontjaiban zérus az erő nyomatéka (mert nincs karja az erőnek)

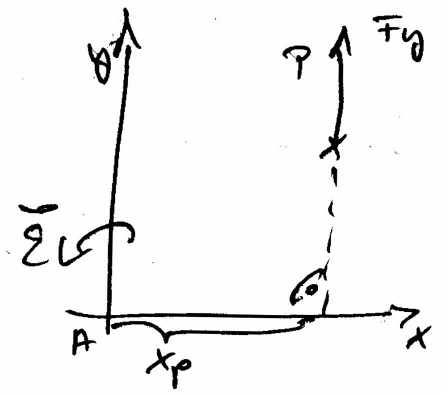
Az erővel párhuzamos egyenes pontjaiban a nyomaték állandó

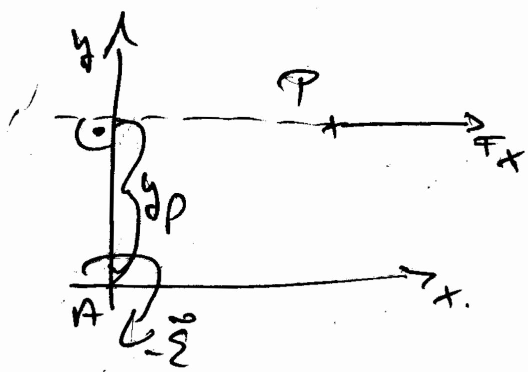
Koordináta rendszerben:

vektor

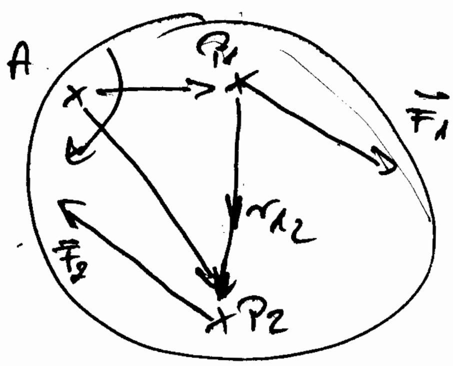
$$\vec{M}_A = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ x_p & y_p & \emptyset \\ F_x & F_y & \emptyset \end{vmatrix} = \bar{k}\left(F_y x_p - F_x y_p\right)$$

forgás × erő × kar





Erőpár és nyomatéka

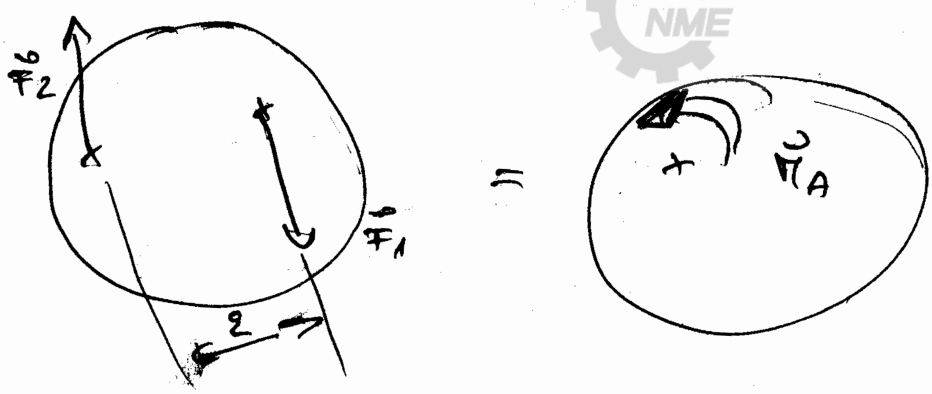


$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

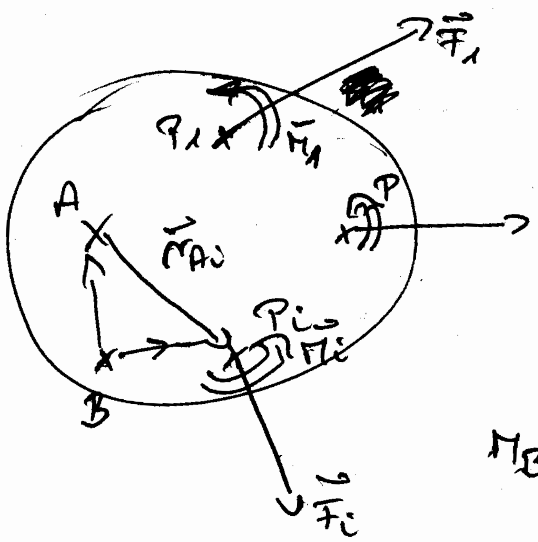
$$\vec{M}_A = \vec{r}_{A1} \times \underbrace{\vec{F}_1}_{-\vec{F}_2} + \vec{r}_{A2} \times \vec{F}_2 =$$

$$= \underbrace{(\vec{r}_{A2} - \vec{r}_{A1})}_{\vec{r}_{12}} \times \vec{F}_2 = \vec{r}_{12} \times \vec{F}_2$$

Megadása:



Általános térbeli erőrendszer



$$\left(\vec{F}_1(P_1), \vec{F}_2(P_2), \dots, \vec{F}_n(P_n), \vec{M}_1(P_1), \dots, \vec{M}_n(P_n)\right)$$

$$\boxed{\vec{M}_A = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_{Ai} \times \vec{F}_i + \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i}$$

$$\vec{M}_B = \sum \vec{r}_{Bi} \times \vec{F}_i + \sum \vec{M}_i$$

$$\vec{M}_B = \sum \overbrace{(\vec{r}_{BA} + \vec{r}_{Ai})} \times \vec{F}_i + \sum \vec{M}_i$$

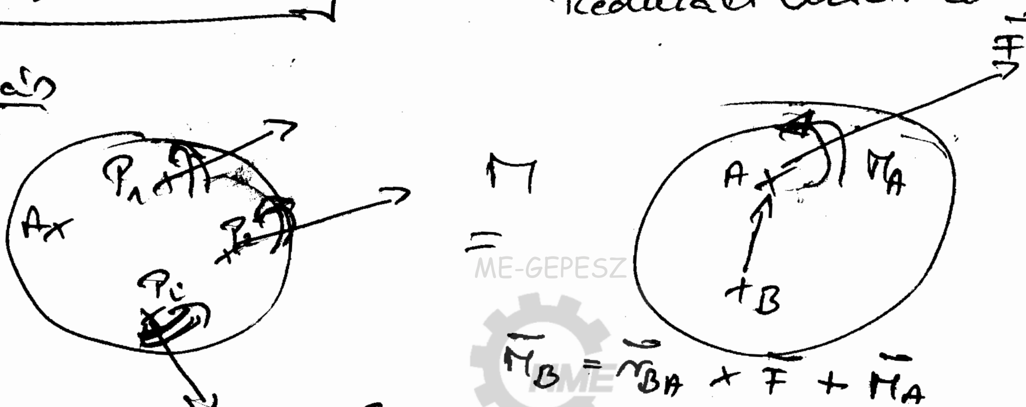
$$\vec{M}_B = \vec{r}_{BA} \times \underbrace{\sum \vec{F}_i}_{\vec{F}} + \underbrace{\sum \vec{r}_{Ai} \times \vec{F}_i + \sum \vec{M}_i}_{\vec{M}_A}$$

eredő: $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$

$$\boxed{\vec{M}_B = \vec{r}_{BA} \times \vec{F} + \vec{M}_A}$$

Redukált vektor kettős: $[\vec{F}; \vec{M}_A]_A$

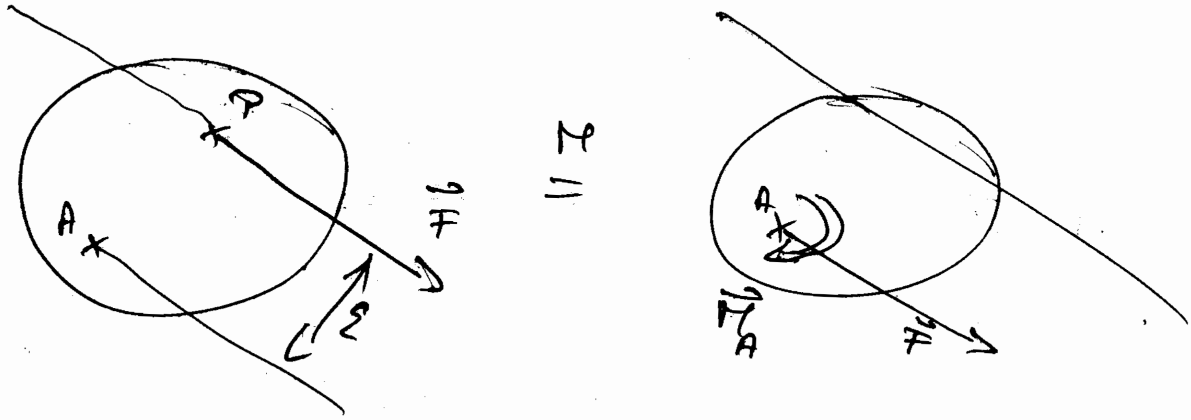
Redukálás



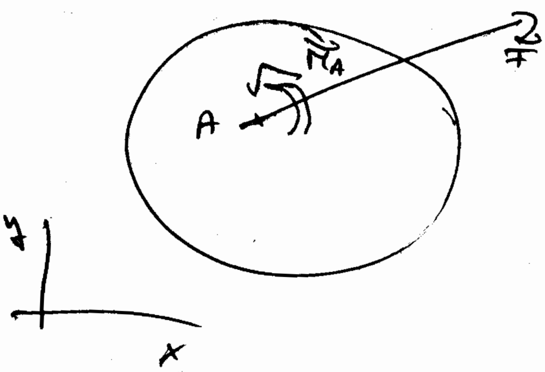
$$\vec{M}_B = \vec{r}_{BA} \times \vec{F} + \vec{M}_A$$

Bármely erőrendszer helyettesíthető a redukált vektorkettő-sével amely az eredőből és a pontra számított nyomatékból áll.

Alkalmazás:



Tengelyre számított nyomaték



$$M_a = \vec{M}_A \cdot \vec{e}$$

Egyensúlyi ER:

Def: egy Erőrendszer egyensúlyi ha a tér bármely pontjára zérus a nyomatéka

- feltételek:

a, $\vec{F} = \vec{0}$, $\vec{M}_A = \vec{0}$

$$F_x = \sum_{i=1}^{n} F_{xi} = 0$$
$$F_y = \sum_{i=1}^{n} F_{yi} = 0$$

vetületi egyenletek

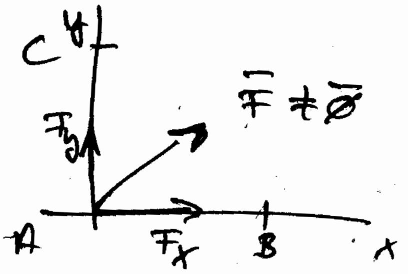
$$M_B = r_{BA} \times \underbrace{\vec{F}}_{0} + \underbrace{\vec{M}_A}_{0} = \vec{0}$$

$$M_a = \vec{M}_A \cdot \vec{e} = 0$$ – nyomatéki egyenlet

b) $\left.\begin{aligned}\vec{M}_A&=\vec{0}\\ \vec{M}_B&=\vec{0}\\ \vec{M}_C&=\vec{0}\end{aligned}\right\}$ A, B, C nem kolineáris (nincs közös egyenesük)

$\left.\begin{aligned}M_a&=\vec{M}_A\vec{e}=0\\ M_b&=\vec{M}_B\vec{e}=0\\ M_c&=\vec{M}_C\vec{e}=0\end{aligned}\right\}$ nyomatéki egyenlet

Biz.:



$\vec{F}\neq\vec{0}$

$\left.\begin{aligned}\vec{M}_B=\vec{0} &\to F_y=0\\ \vec{M}_C=\vec{0} &\to F_x=0\end{aligned}\right\}\ \vec{F}=\vec{0}$

Max. 3 független skaláris egyensúlyi egyenlet írható fel.

Egyszerű szerkezet statikája

Statika alaptétele:

Egy merev test csak akkor lehet nyugalomban, ha a ráható erőrendszer egyensúlyi.

Szükséges feltétel ↗

Elégséges feltétel: megfelelő támaszok a test mozgását megakadályozzák.

ER: - ismert: terhelés

Erő Rendszer - ismeretlen: támasztó ER

Statikailag határozott feladat:

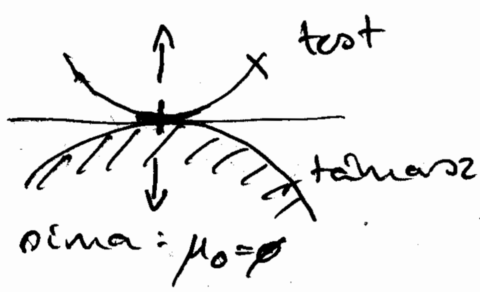
Az ismeretlen támasztó erők egyensúlyi egyenletekből egyértelműen meghatározhatók.

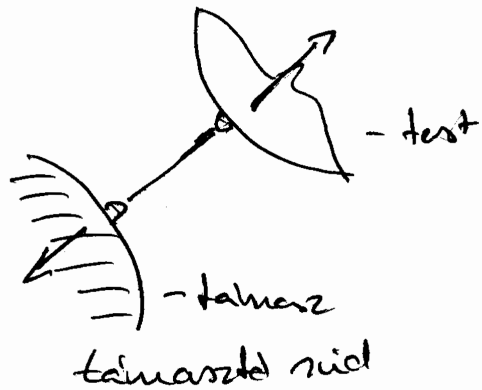
Statika

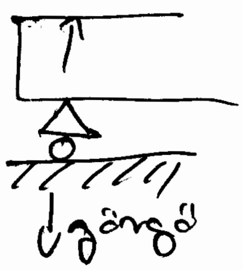
Megtámasztások (kényszerek)

Kényszer foka:

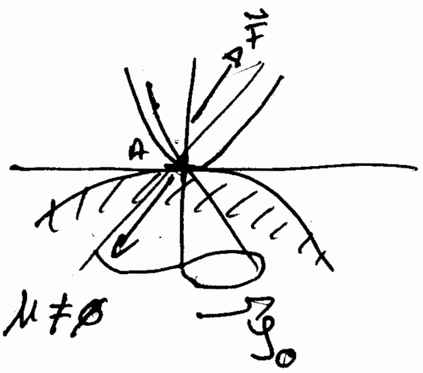
- Elsőfokú kényszer:

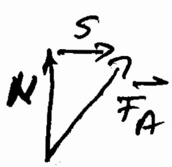




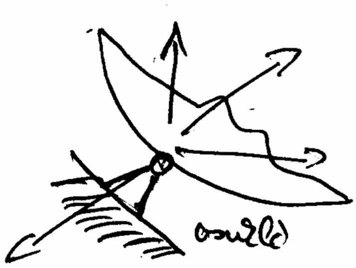


- Másodfokú

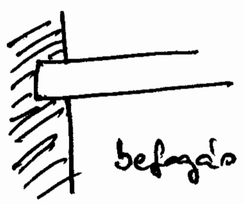


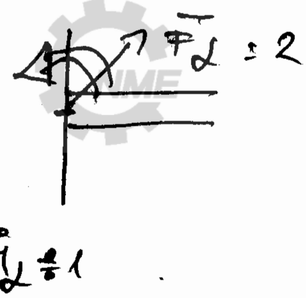


$$\boxed{\frac{S}{N} \leq \operatorname{tg} \rho_0 = \mu_0}$$



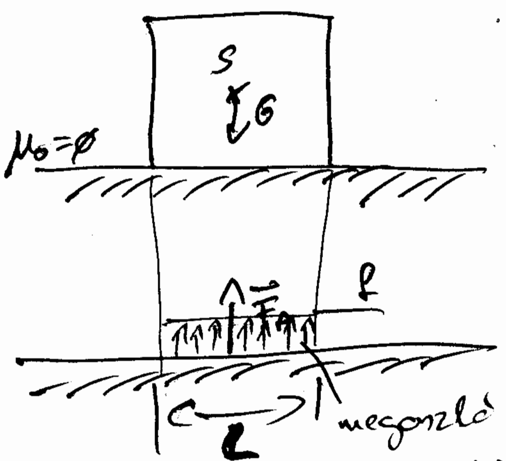
– Harmadfokú





3 ismeretlen

Típusfeladatok



megoszló terhelés (talajreakció)
eredő $F_A = f \cdot L$

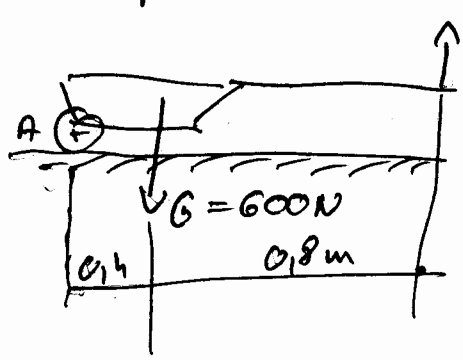
$$\vec{G} + \vec{F}_A = \vec{\varnothing}$$

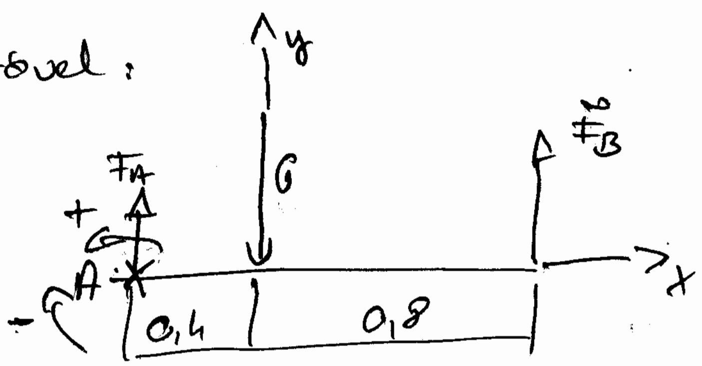
$$\vec{F}_A = -\vec{G}$$

Két erő akkor lehet egyensúlyban, ha nagyságuk azonos, irányuk ellentétes, hatásvonaluk megegyezik.

Erő egyensúlyozása

– Két párhuzamos erővel:





$$\left.\begin{aligned} \vec{G} &= -600\vec{j} \\ \vec{F}_A &= F_A \cdot \vec{j} \\ \vec{F}_B &= F_B \cdot \vec{j} \end{aligned}\right\} \quad \vec{G} + \vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{\varnothing} \quad / \vec{j}$$

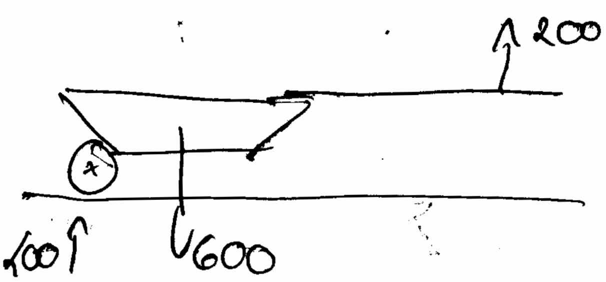
$$-600 + F_A + F_B = \varnothing \quad ||$$

$$\vec{M}_A = \vec{\varnothing}$$

Statika

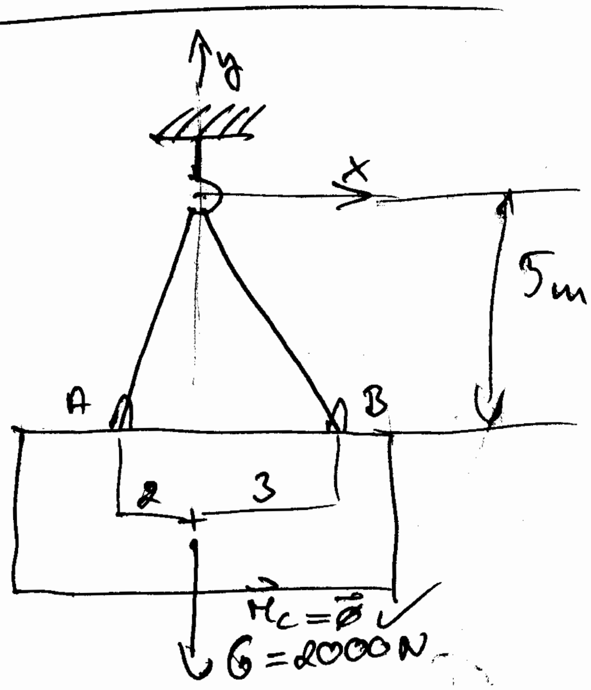
$$\left\{\begin{array}{l} M_a \stackrel{+}{=} -600\cdot 0{,}4 + 1{,}2\cdot F_B = \emptyset \\ -600 + F_A + F_B = \emptyset \end{array}\right.$$

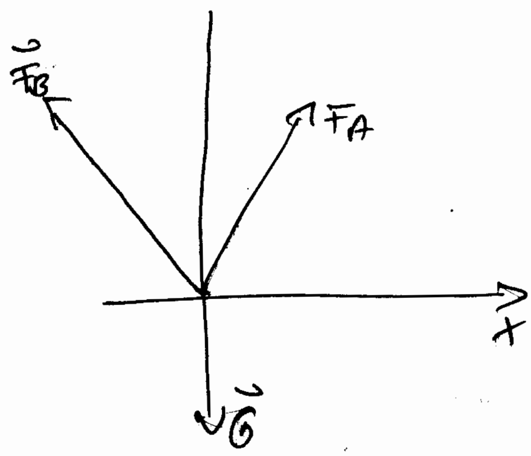
$$\left.\begin{array}{l} F_B = \dfrac{240}{1{,}2} = 200 \\ F_A = 600 - F_B = 400 \end{array}\right\}$$



- két metsződő erővel

$\vec{G} = -2000\vec{j}$ (N)





$\vec{F}_A = \lambda_A \cdot \vec{r}_{AC} = \lambda_A(2\vec{i} + 5\vec{j})$

$\vec{F}_B = \lambda_B \cdot \vec{r}_{BC} = \lambda_B \cdot (-3\vec{i} + 5\vec{j})$

$\vec{F} = \vec{G} + \vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{\emptyset} \quad | \vec{i}, \vec{j}$

$$\left.\begin{array}{l} 2\cdot\lambda_A - 3\lambda_B = \emptyset \\ -2000 + 5\cdot\lambda_A + 5\cdot\lambda_B = \emptyset \end{array}\right\} \rightarrow \lambda_A = \frac{3}{2}\lambda_B$$

$-2000 + 5\cdot\frac{3}{2}\lambda_B + 5\lambda_B = \emptyset$

$\frac{25}{2}\lambda_B = 2000$

$\lambda_B = \frac{4000}{25} = \underline{\underline{160}}$

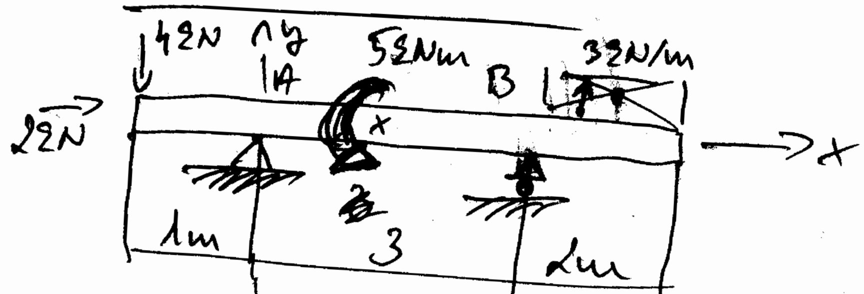
$\lambda_A = \frac{3}{2}\cdot 160 = \underline{\underline{240}}$

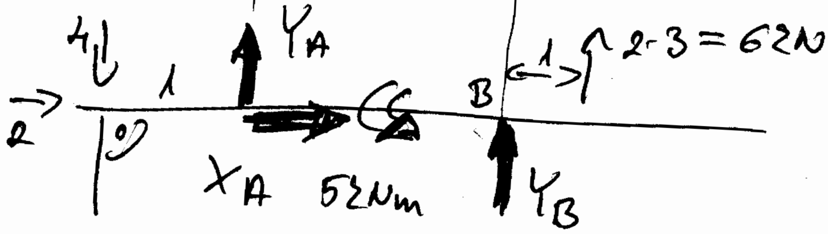
$\vec{F}_A = 480\vec{i} + 1200\vec{j}$

$\vec{F}_B = -480\vec{i} + 800\vec{j}$

ell: $\vec{G} + \vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{0}$ ✓

- Kéttámaszú tartó





Csuklóra

$M_a = 4\cdot 1 + 5 + 3\cdot Y_B + 6\cdot 4 = 0 \to Y_B = -11\,kN$

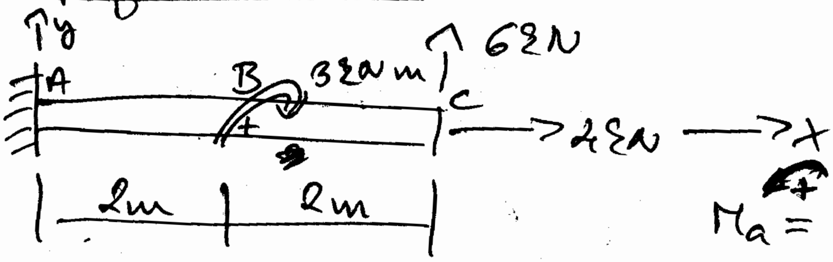
$F_x = \sum F_{xi} = 2 + X_A = 0 \to X_A = -2\,kN$

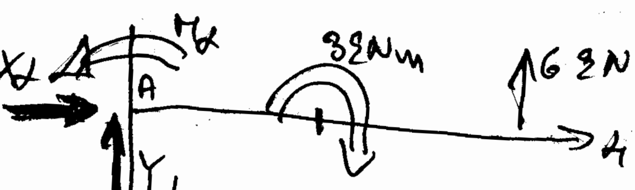
$F_y = \sum F_{yi} = -4 + Y_A + \underbrace{Y_B}_{-11} + 6 = 0 \to Y_A = 9\,kN$

$\vec{F}_A = -2\vec{i} + 9\vec{j}$

$\vec{F}_B = -11\vec{j}$

- befogott tartó





$M_a = M_\alpha - 3 + 6\cdot 4 = 0$ $\quad M_\alpha = -21\,kNm$

$\sum F_{xi} = X_\alpha + 4 = 0 \to X_\alpha = -4\,kN$

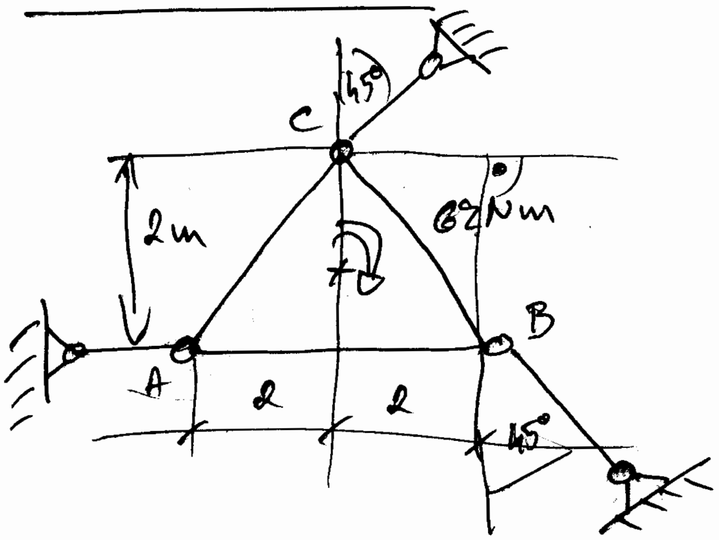
$\sum F_{yi} = Y_\alpha + 6 = 0 \to Y_\alpha = -6\,kN$

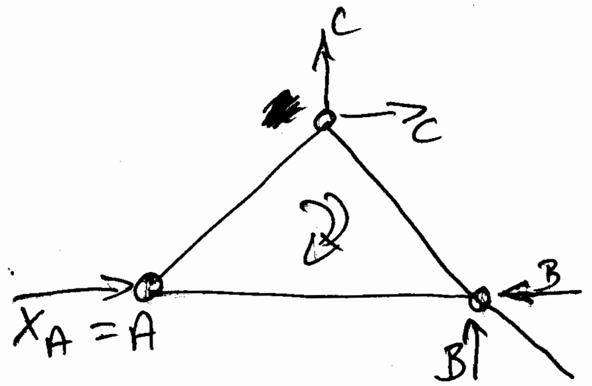
statika 2007. 02. 23.

$\vec{F}_\alpha = -4\vec{i} - 6\vec{j}$ [N]

$\vec{M}_\alpha = -21\vec{k}$ [Nm]

rudas támasz





$M_C \overset{\curvearrowleft +}{=} -6 + 2A = 0 \Rightarrow \underline{\underline{A = 3}}$

$M_A \overset{\curvearrowleft +}{=} -6 + 4B = 0 \Rightarrow \underline{\underline{B = 3/2 = 1{,}5}}$

$M_B \overset{\curvearrowleft +}{=} -6 - 2C - 2C = 0 \Rightarrow \underline{\underline{C = -1{,}5}}$