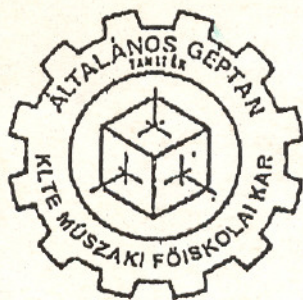




M E C H A N I K A I.

(segédlet)

Kassai László
főiskolai adjunktus

Debrecen, 1997.

Összeállította: Kassai László
főiskolai adjunktus

Készült: KIKO Nyomdaipari Stúdió
G/7/1997. sz. segédlet
150 példány (1. szerződésen belüli 3. kiadás)
39 oldal

Felelős kiadó: dr. Szabó Tamás
főigazgató

TARTALOMJEGYZÉK

Péter Mihály

1. Vektoralgebrai számítások

2. Anyagi pont kinematikája

2.1. Adott pályán mozgó pont mozgásjellemzőinek elemzése.

(Foronómia, Hodográf)

2.2. Adott mozgástörvény szerint mozgó pont pályájának és mozgásjellemzőinek meghatározása.

3. Anyagi pont statikája

4. Anyagi pont kinetikája

4.1. Szabad mozgás vizsgálata erőterben

4.2. Kényszermozgás egyenesvonalú súrlódásos kényszerpályán

4.3. Kényszermozgás görbevonalú súrlódás mentes kényszerpályán

5. Merev tárcsa kinematikája

6. Merev tárcsa statikája

6.1. Súlypont meghatározása

6.2. Kényszererők meghatározása

6.3. Egyensúlyi határhelyzetek megállapítása

7. Merev tárcsa kinetikája

7.1. Tehetetlenségi momentum (nyomaték) számítása

7.2. Kényszermozgás vizsgálata

7.3. Fizikai inga

8. Feladatok eredményei

1. Vektoralgebrai számítások

1. feladat

Ismert két pont helyzete a derékszögű Descart koordináta rendszerben:

$$P_1 (5; 1; -2) \text{ és } P_2 (3; 4; 6)$$

Ábrázolja az r_1 és r_2 helyvektorokat!

Állapítsa meg a vektorok koordinátatengelyekkel bezárt szögeit!

Határozza meg a vektorok nagyságát és írja fel a vektorokat vektorkoordinátás alakban, valamint egységvektorok segítségével.

Számítsa ki a két vektor egymással bezárt szögét és a két vektor által meghatározott paralellogramma területét.

2. feladat

Ismert két pont helyzete a térben

$$P_1 (5; -2; 3) \quad P_2 (3; 4; -2)$$

Határozza meg a két ponthoz tartozó helyzetvektornak a két ponton átmenő egyenesre vett merőleges vetületeit.

Ábrázolja a feladat megoldását.

3. feladat

Két vektor adott vektorkoordinátás alakban:

$$a = -2i + 4j + 8k$$

$$b = 4i - 8j + 4k$$

Számítsa ki a két vektor által kijelölt pont távolságát!

Határozza meg azt a vektort, mely mindkét vektorra merőleges és a nagysága 20.

4. feladat

Írja fel azt az egységvektort, amelyik merőleges az $a = -3i + 4j + 2k$ vektorra és benne van az x, z síkban. Ábrázolja a megoldást.

5. feladat

Határozza meg mekkora az a_1 és a_2 vektorok nagysága, ha összegük a .

A feladatot először oldja meg számítással, majd az eredményt ellenőrizze szerkesztéssel.

$$a_1^0 = e_1 = 0,6i - 0,8j$$

$$a_2^0 = e_2 = 0,6i + 0,8j$$

$$a = 4i + 2j$$

6. feladat

Határozza meg, hogy milyen irányú $\mathbf{a}_1$ és milyen nagyságú $\mathbf{a}_2$ vektorok összegeként állítható elő az $\mathbf{a}$ vektor, ha:

$$|\mathbf{a}_1| = 5$$

$$\mathbf{a}_2 = \mathbf{e}_2 = 0,4472\mathbf{i} + 0,8944\mathbf{k}$$

$$\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 5\mathbf{k}$$

A számítással meghatározott eredményeket ellenőrizze szerkesztéssel.

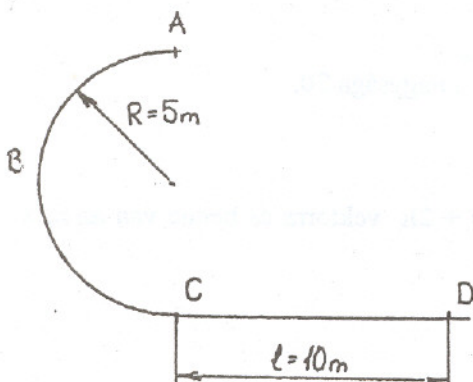
7. feladat

Bontsa fel az $\mathbf{a} = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ vektort három egymásra merőleges $\mathbf{i}$, $\mathbf{e}_1$ és $\mathbf{e}_2$ irányú komponenseire. Az $\mathbf{i}$ az adott $\mathbf{e}_1$, és az $\mathbf{e}_2$ vektorok jobbsodratú rendszert alkotnak.

$$\mathbf{e}_1 = 0,8\mathbf{j} + 0,6\mathbf{k}$$

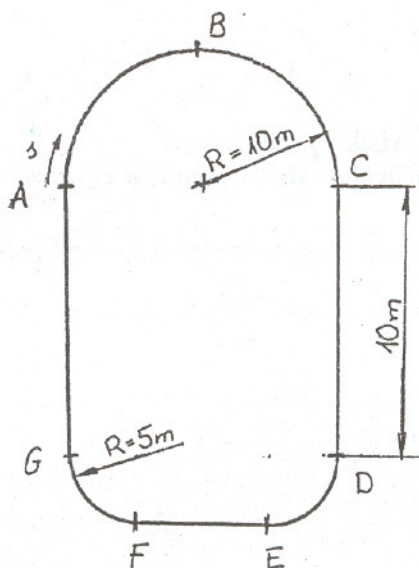
2. Anyagi pont kinematikája**2.1. Adott pályán mozgó pont mozgási jellemzőinek elemzése****8. feladat**

A tömegpont egyenesvonalú pályán mozog. A vizsgálat kezdetén 5 másodpercig állandó 2 m/s sebességgel, majd további 5 másodpercig lassuló mozgást végezve -2 m/s nagyságú lesz a sebessége. A mozgás harmadik szakaszában 5 másodperc alatt 5 m/s sebességre tesz szert. Rajzolja meg a mozgás foronómiai görbéit jelleghelyesen és számítsa ki a jellemző időpontokban a kiindulástól való távolságait és a mozgási jellemzőit.

9. feladat

A vázolt vízszintes síkban fekvő AD pályán mozog egy anyagi pont. A pálya AC íves szakaszát állandó nagyságú $v_0 = 6$ m/s sebességgel, majd CD szakaszon lassulva a D pontban megáll. Rajzolja meg a mozgásjellemzők nagyságára vonatkozó foronómiai görbéket. Rajzolja meg a mozgásjellemzők irányát is megmutató hodográf görbét.

Határozza meg a pálya befutásához szükséges időt és a jellemző pontokban a mozgás jellemzőit!

10. feladat

A vázolt, vízszintes síkú pályán mozgó pont az A pontból kiindulva a körívszakaszokat állandó sebességgel, az egyenes szakaszokat pedig állandó gyorsulással futja be.

$$v_A = 10 \text{ m/s}$$

$$v_D = 15 \text{ m/s}$$

$$v_F = 5 \text{ m/s}$$

Rajzolja meg a mozgás foronómiai görbéit.

Rajzolja meg a mozgás hodográf görbéit.

Határozza meg a pályaszakaszok befutásához szükséges időket és a jellemző pontokban a mozgásjellemzőket!

11. feladat

Két anyagi pont egyenes vonalú mozgást végez. Az egyik $v(t) = 2t - 10 \text{ [m/s]}$ sebességgel a pálya kezdőpontjától 30 m-re kezdi mozgását, a másik pedig $s_2(t) = 6t + 2 \text{ [m]}$ mozgástörvény szerint mozog.

Vázolja a foronómiai görbéket és azok alapján határozza meg mikor és hol találkoznak a pontok.

12. feladat

Az $R_0 = 5 \text{ m}$ sugarú körpályán mozgó pont sebessége a t_0 időpillanatban $v_0 = 20 \text{ m/s}$. Ezután egyenletesen lassulva megtesz még két fordulatot, majd megáll.

Rajzolja meg a körmozgás foronómiai görbéit.

Számítsa ki az ábrák alapján mennyi idő múlva áll meg a tömegpont.

Határozza meg a pont gyorsulását az első fordulat megtétele után!

13. feladat

Az $R = 1 \text{ m}$ sugarú pálya átellenes pontjaiból induló tömegpontok kezdősebességei $v_{01} = 0,5 \text{ m/s}$; $v_{02} = 2 \text{ m/s}$. Az 1 jelű pont $0,5 \text{ m/s}^2$ pályairányú gyorsulással, a 2 jelű pont állandó nagyságú sebességgel végzi a mozgását.

Vázolja a tömegpontok mozgását foronómiai görbékkel és határozza meg a találkozásuk időpontját és helyét.

Számítsa ki a találkozási pontban mindkét tömegpont gyorsulását!

2.2. Adott mozgástörvényei mozgó pont pályájának és mozgási jellemzőinek meghatározása

14. feladat

Az A pontból indul egy test v_1 sebességgel a B pontból pedig egy másik v_2 sebességgel. Melyik testnek és mennyi idővel kell korábban indulnia, hogy pályájuk közös pontjába egy időben érkezzenek, ha

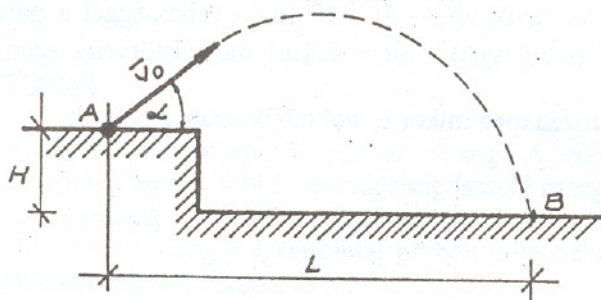
- egyik testnek sincs gyorsulása,
- az A pontból induló gyorsulva mozog,
- a B pontból induló gyorsulva mozog.

$$\begin{aligned} r_A &= i + 3j \text{ [m]} \\ v_1 &= 5i + 2j \text{ [m/s]} \\ a_1 &= 2i \text{ [m/s}^2\text{]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_B &= 4i + j \text{ [m]} \\ v_2 &= 3i + 2j \text{ [m/s]} \\ a_2 &= 2j \text{ [m/s}^2\text{]} \end{aligned}$$

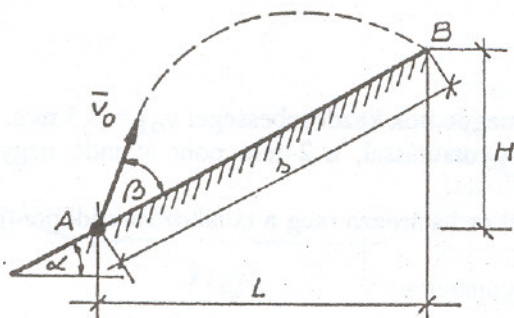
A mozgás pályákat is ábrázolja!

15. feladat

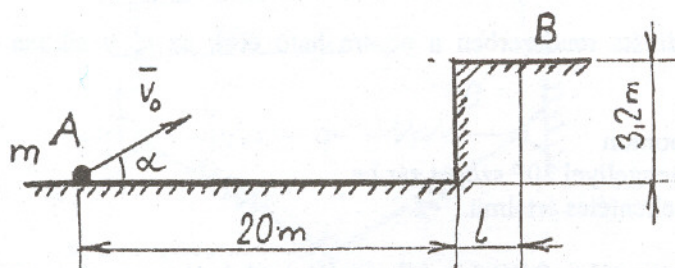


A $H = 1 \text{ m}$ magaslatról $v = 10 \text{ m/s}$ sebességgel tömegpontot hajtunk el, a vízszintessel 30° -os szöget bezáróan. Írja fel egy választott koordináta rendszerben a tömegpont mozgásegyenletét. Határozza meg a pálya kezdőpontjának (A) és végpontjának (B) vízszintes távolságát (L). Számítsa ki a földreérkezés pillanatában a tömegpont sebességét és gyorsulását.

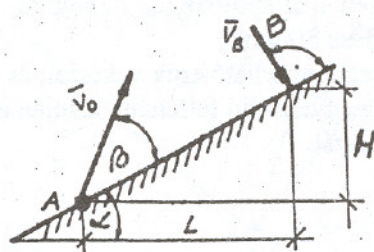
16. feladat



Az $\alpha = 30^\circ$ -os hajlásszögű lejtőn a lejtőhöz viszonyított 25° -os szögben $v_0 = 5 \text{ m/s}$ sebességgel indítjuk a tömegpontot mozgásnak. Írja fel egy választott koordináta rendszerben a lejtő-, és a tömegpont mozgáspályájának egyenletét. Határozza meg a pálya kezdőpontjának lejtőn mért (s) távolságát. Számítsa ki a földreérkezés pillanatában a tömegpont sebességét és gyorsulását.

17. feladat

Egy pontszerű testet az A pontból ferde hajítással hozunk mozgásba. Írja fel a tömegpont mozgástörvényét. Rajzolja meg a mozgás hodográfját. Állapítsa meg feljut-e a tömegpont a 20 m távolságban lévő 3,2 m magas felső sakra. Határozza meg a magaslatra érkezés távolságát a párkánytól.

18. feladat

A lejtő ($\alpha = 30^\circ$) A pontjából milyen kezdősebességgel és a lejtővel mekkora szöget bezáróan kell mozgásba hoznunk a tömegpontot, hogy az a lejtőn mérve 3 m távolságra merőlegesen csapódjon be a talajra.

Fogalmazza meg a talajra érkezés feltételét és a mozgástörvényt és a pályaequációt felírásával oldja meg a feladatot.

19. feladat

Egy $\alpha = 30^\circ$ hajlásszögű sima lejtő aljából egyszerre indítunk el két pontszerű testet, az egyiket $v_{01} = 15 \text{ m/s}$ sebességgel a vízszintessel $\varphi = 60^\circ$ szög alatt ferdén elhajítva a másikat v_{02} kezdősebességgel felfelé a lejtő esésvonala mentén.

Határozza meg mekkora legyen a v_{02} kezdősebesség ahhoz, hogy a két pont éppen találkozzon. Számítsa ki mindkét pont sebességét a találkozás időpontjában!

3. Anyagi pont statikája

20. feladat

Az anyagi pontra helyezett derékszögű koordináta rendszerben a pontra ható erők az x , y síkban vannak:

$F_1 = 400\text{ N}$ és keresztül megy a $P_1(2,5)$ ponton

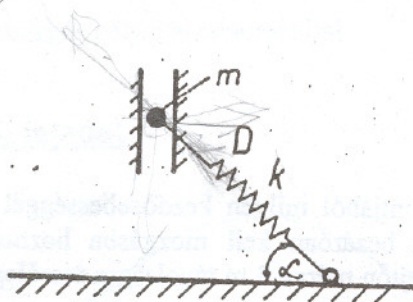
$F_2 = 500\text{ N}$ és az x tengellyel 120° az y tengellyel 30° szöget zár be

$F_3 = 200\text{ N}$ és az y tengely irányításával ellentétes értelmű.

Írja fel a pontra ható erővektorokat és az egyensúlyi feltételek kihasználásával határozza meg az egyensúlyozó erő vektorát!

Számítását ellenőrizze szerkesztéssel!

21. feladat

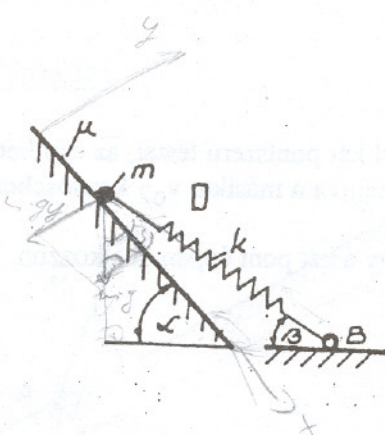


A súrlódásmentesnek tekinthető függőleges vezetékben lévő tömegpontot az $\alpha = 45^\circ$ -os szögű $D = 2\text{ kN/m}$ rugóállandójú rugó tartja egyensúlyban.

A rugó terheletlen állapotban $0,2\text{ m}$ hosszú, összenyomódása 50 mm .

Írja fel a tömegpontra ható erők vektorait és számítsa ki az egyensúlyi feltételek alapján a tömeg nagyságát.

22. feladat



Az érdes $\alpha = 45^\circ$ -os lejtőre helyezett $m = 5\text{ kg}$ tömegpontnak tekinthető testet a

vízszintessel $\beta = 30^\circ$ -os szöget bezáró

$D = 1,5\text{ kN/m}$ rugómerevségű rugóval támasztjuk meg. A rugó hosszváltozásából származó szögelváltozás elhanyagolható.

A test és a lejtő közötti nyugvásboli súrlódási tényező $0,15$.

Írja fel a tömegpontra ható erőket a természetes (lejtő és arra merőleges irányú) koordináta rendszerben.

Az anyagi pont egyensúlyi feltételei alapján határozza meg a rugó minimális és maximális összenyomódási mértékét.

$$\sum F_{ix} = F_s + F_r \cos 45^\circ - m \cdot g \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$\sum F_{iy} = N - m \cdot g \cdot \cos 45^\circ - F_r \sin 45^\circ = 0$$

$$F_s = m \cdot g$$

$$m \cdot g + F_r \cos 45^\circ - m \cdot g \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$N = m \cdot g \cdot \cos 45^\circ + F_r \sin 45^\circ$$

$$F_{rx} = F_r \cos 45^\circ$$

$$F_{ry} = F_r \sin 45^\circ$$

$$m \cdot g \cdot \cos 45^\circ + m \cdot g \cdot \sin 45^\circ + F_r \cos 45^\circ - m \cdot g \cdot \sin 45^\circ = 0$$

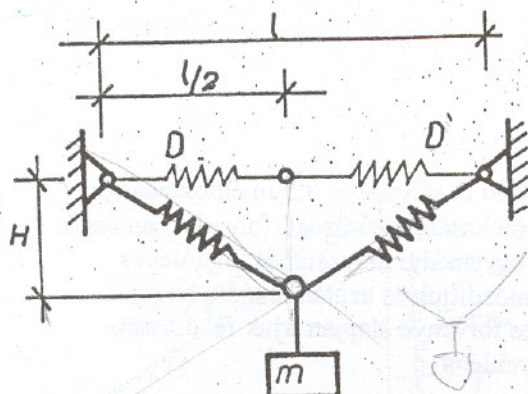
$$m \cdot g \cdot \cos 45^\circ + F_r \cos 45^\circ = 0$$

$$m \cdot g_x = m \cdot g \cdot \sin 45^\circ$$

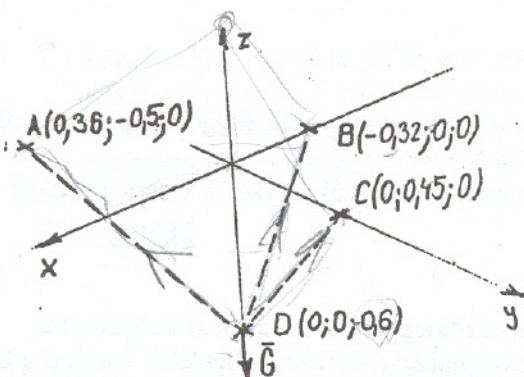
$$m \cdot g_y = m \cdot g \cdot \cos 45^\circ$$

$$\sin 45^\circ = \frac{F_{ry}}{F_r}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{F_{rx}}{F_r}$$

23. feladat

A súlytalannak tekinthető ismeretlen rugómerevségű kötelek az $l = 6$ m fesztávolságot hidalják át. A középpontban $m = 100$ kg tömegű testet függesztünk fel. A felfüggesztési pont $H = 0,5$ m-t süllyed a terhelés következtében. Határozza meg az új egyensúlyi helyzet ismerete alapján a kötelek rugómerevségét!

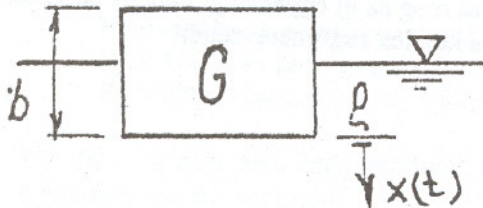
24. feladat

Egy $mg = 800$ N súlyú testet az ábrán látható módon függesztünk fel három kötélre. Írja fel a kötelek irányába mutató egységvektorokat. Határozza meg az egyensúlyi feltételek felírásával a három ismeretlen erő nagyságát!

4. Anyagi pont kinetikája

4.1. Szabad mozgás vizsgálata erőterben

25. feladat



Egy $mg = 600 \text{ N}$ súlyú, $b = 0,5 \text{ m}$ élhosszúságú négyzet alapú hasáb, ρ sűrűségű folyadékban úszik. A hasábot egyensúlyi helyzetéből függőleges irányba kimozdítjuk és azután magára hagyjuk. Archimedes törvénye alapján írjuk fel a hasáb mozgásegyenletét.

Az egyenlet általános megoldása $x(t) = C_1 \sin \alpha t + C_2 \cos \alpha t$

Határozza meg az α értékét!

Számítsa ki a C_1 és C_2 konstansok nagyságát, ha a mozgás kezdeti feltételei $t = 0$ időpontban:

$$x(0) = x_0 = 0,1 \text{ m}$$

$$v(0) = v_0 = 0 \text{ m/s}$$

26. feladat

Az $mg = 100 \text{ N}$ súlyú tömegpontra rövid $\Delta t = 2 \text{ sec}$ ideig $F_1 = 250 \text{ N}$ nagyságú függőleges irányú erő hat.

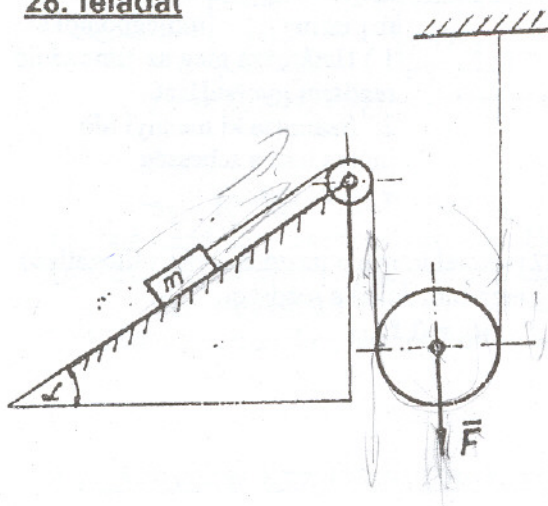
Határozzuk meg milyen magasra emelkedik a tömegpont és mennyi idő múlva érkezik vissza a földre?

27. feladat

Számítsuk ki a vízszintes sima síkon mozgó $mg = 100 \text{ N}$ súlyú tömegpont sebességét az indulás után $t_1 = 2 \text{ sec}$ múlva, ha az $F_1 = 50 \text{ N}$ nagyságú, kezdősebességgel ($v_0 = 2 \text{ m/s}$) ellentétes értelmű erő hatására mozog.

4.2. Kényszermozgás egyenesvonalú súrlódásos kényszerpályán

28. feladat

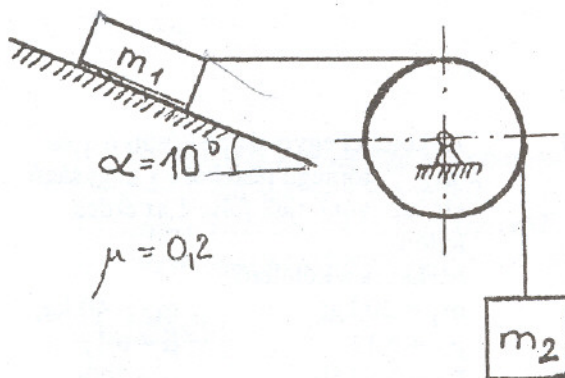


Az $m = 20 \text{ kg}$ tömegű testet az $\alpha = 35^\circ$ hajlásszögű lejtőre helyezzük. A hozzáerősített tökéletesen hajlékony kötelet az ellenállás nélkül elforduló elhanyagolható tömegű csigákon átvetve álló ponthoz rögzítjük. A lejtő és a tömeg közötti nyugvásban a súrlódási tényező $0,15$ a mozgásban $0,12$.

1.) Határozza meg, hogy minimálisan mekkora súlyú testet kell a mozgó csiga tengelyére akasztani, hogy a rendszer ne mozduljon el.

- 2.) Számítsa ki, hogy ha az előbb kiszámított test kétszeres tömegét helyezzük el a mozgó csigán, mekkora gyorsulással indul mozgásba a lejtőn lévő test.
 3.) Az utóbbi esetben mekkora a kötélen ébredő erő?
 4.) Határozza meg a tömeg sebességét és a befutott utat $t = 3 \text{ s}$ múlva.

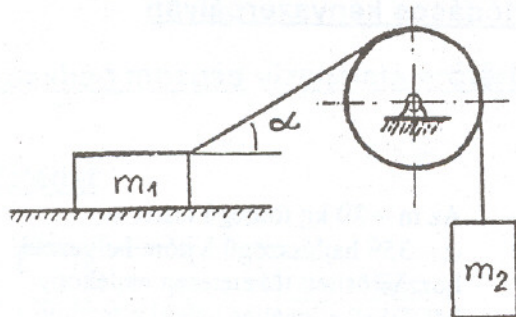
29. feladat



Az érdes lejtőn lévő $m_1 = 10 \text{ kg}$ tömegű testre erősített fonál másik végére $m_2 = 1 \text{ kg}$ tömegű testet erősítettünk az ábrán látható elrendezésben.

- 1.) Állapítsa meg, hogy elmozdul-e a rendszer.
 2.) Határozza meg a rendszer gyorsulását és a kötélen ébredő erő nagyságát.

- 3.) Számítsa ki $t = 1,5 \text{ s}$ múlva mekkora lesz a tömegek sebessége és hány méter a megtett út.
 4.) Milyen értékű súrlódási tényező esetén valósul meg állandó sebességű mozgás?
 5.) Mekkora súrlódási tényező esetén nem mozdul el a tömeg?

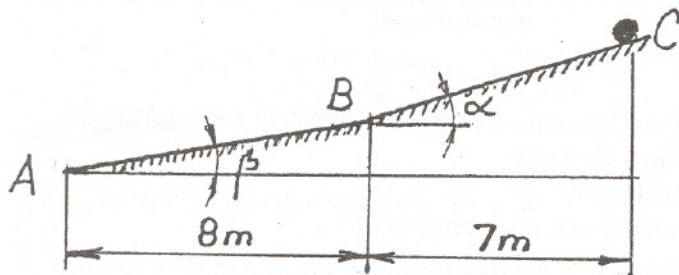
30. feladat

Az ábrán látható elrendezésben magára hagyjuk az összekötött m_1 és m_2 tömegpontokat.
 1.) Határozza meg az elmozduló rendszer gyorsulását.
 2.) Számítsa ki mennyi idő múlva lesz a sebesség $v_1 = 2 \text{ m/s}$.

3.) Mennyi idő alatt tesz meg az m_1 tömegpont 1 m utat? (a kötélt iránya a mozgás során változatlan)

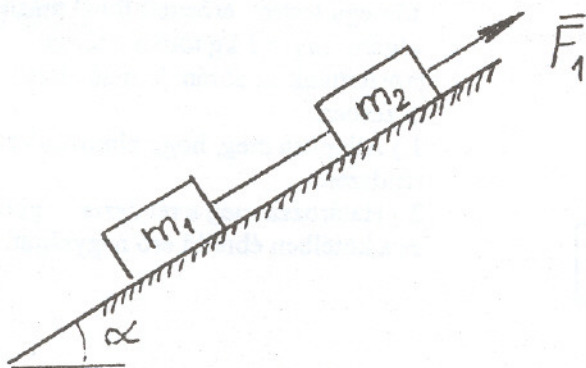
4.) Mekkora az a maximális m_2 tömeg, amely esetén még nem mozdul el a rendszer.

$$m_1 = 2 \text{ kg}; \quad m_2 = 1 \text{ kg}; \quad \alpha = 30^\circ; \quad \mu = 0,1; \quad \mu_0 = 0,15$$

31. feladat

A malmokban használatos zsákcsatorna két lejtőből tevődik össze. A zsákok és a csatorna között a mozgásbeli súrlódási tényező $0,08$.

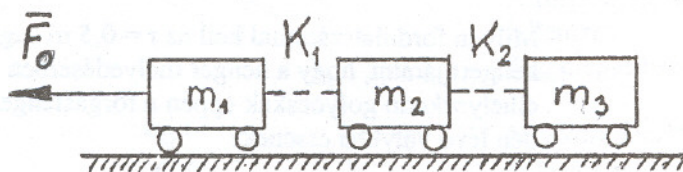
Milyen legyen az AB lejtő hajlásszöge, ha azt kívánjuk elérni, hogy a C pontból $0,5 \text{ m/s}$ sebességgel indított súlyos zsák az A pontban 1 m/s sebességgel érkezzen?

32. feladat

A kötéllal egymáshoz kötött m_1 és m_2 tömegű testeket F_1 nagyságú erővel vontatjuk felfelé az érdes lejtőn.

Mekkora a kötél erő?

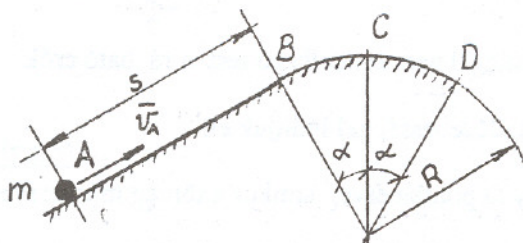
$$\begin{aligned} m_1 &= 20 \text{ kg}; & m_2 &= 40 \text{ kg}; \\ \mu_0 &= 0,12; & \mu &= 0,1; \\ F_1 &= 0,5 \text{ kN}; & \alpha &= 30^\circ; \end{aligned}$$

33. feladat

Mekkora F_0 vonóerővel kell gyorsítani egy három kocsiból álló vasuti szerelvényt, hogy $t_1 = 2$ perc alatt $v_1 = 60$ km/óra sebességet érjünk el. (Az ellenállásokat elhanyagoljuk.)

$$m_1 = 10^4 \text{ kg}; \quad m_2 = 3 \cdot 10^4 \text{ kg}; \quad m_3 = 2 \cdot 10^4 \text{ kg};$$

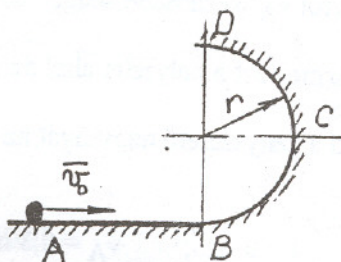
- 1.) Határozzuk meg a gyorsítás következtében a vonóhorgokban fellépő K_1 és K_2 erőket.
- 2.) Mekkora lesz a három kocsiból álló szerelvény fékútja, ha az összes kereket fékezzük és a súrlódási tényező 0,1.
- 3.) Mekkora lesz a fékút, ha csak az első és utolsó kocsi kerekeit fékezzük?

4.3. Kényszermozgás görbevonalú súrlódás mentes kényszerpályán34. feladat

A vázolt függőleges síkú pálya AB szakasza érdes, BD íves szakasza sima. Az A pontból v_A kezdősebességgel indítjuk az m tömegű pontszerű testet.

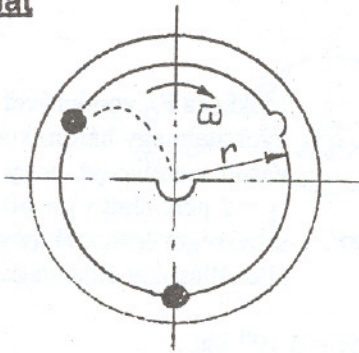
$$\begin{aligned} v_A &= 8,1 \text{ m/s}; & \mu_{AB} &= 0,18; \\ \alpha &= 30^\circ; & s &= 4 \text{ m}; \\ R &= 2 \text{ m}; & m &= 5 \text{ kg}; \end{aligned}$$

- 1.) Mekkora lesz a sebessége a B pontban?
- 2.) Mennyi idő alatt ér a B pontba?
- 3.) Mekkora a B pontban a kényszererő?
- 4.) Milyen nagy kezdősebesség esetén marad még végig a pályán.

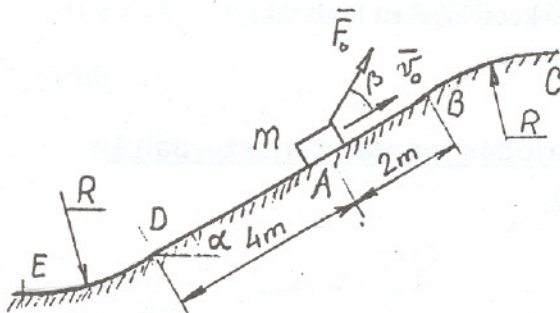
35. feladat

A vázolt függőleges síkú AD sima pálya A pontjából mekkora sebességgel kell indítani a tömegpontot, ha azt akarjuk, hogy az végig a pályán maradjon!

$$r = 0,5 \text{ m};$$

36. feladat

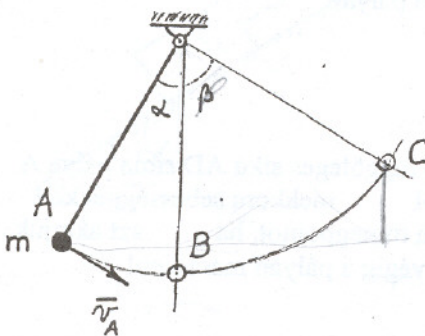
Milyen fordulatszámmal kell az $r = 0,5 \text{ m}$ sugarú hengert járatni, hogy a henger mélyedéseiben elhelyezkedő golyócskák éppen a forgástengelyben lévő vályuba essenek?

37. feladat

A vázolt pálya DB egyenes szakasza érdes, körív szakaszai (BC és DE) simák. Az A helyen lévő tömegre F_0 erő hat.

$$\begin{aligned} \alpha &= 30^\circ; & \beta &= 30^\circ; \\ \mu &= 0,2; & \mu_0 &= 0,25; \\ F_0 &= 500 \text{ N}; & m &= 80 \text{ kg}; \\ R &= 10 \text{ m}; & v_0 &= 10 \text{ m/s}; \end{aligned}$$

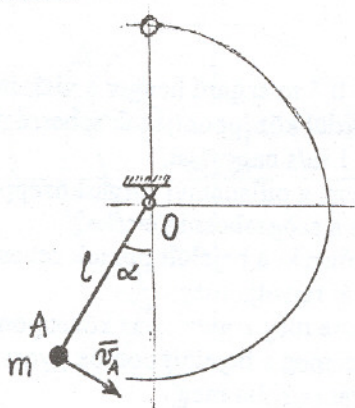
- 1.) Vizsgálja meg hogy az A pontban kezdősebességgel nem rendelkező test a rá ható erők hatására nyugalomban maradhat-e?
- 2.) Mekkora lesz a tömeg gyorsulása, ha azt v_0 kezdősebességgel indítjuk el! Mennyi idő alatt ér a B vagy a D pontba?
- 3.) Határozza meg a kényszererő nagyságát a B vagy D pontba érve, amikor a tömeg már az íves pályaszakaszon van!

38. feladat

A függőleges síkú matematikai ingát az α szöggel jellemzett, helyről v_A kezdősebességgel hozzuk mozgásba.

- 1.) Határozzuk meg azt a helyzetet ahol az inga sebessége nulla.
- 2.) Számítsa ki a kényszererő nagyságát az alsó holtpontban.

$$\begin{aligned} \alpha &= 40^\circ; & l &= 0,2 \text{ m}; & v_A &= 0,3 \text{ m/s}; \\ m &= 1,66 \text{ kg} \end{aligned}$$

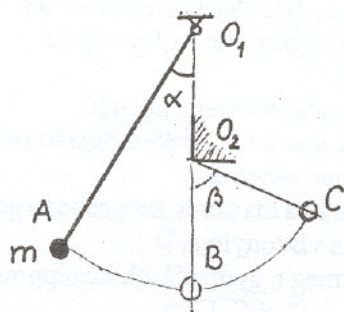
39. feladat

A függőleges síkú ingát az α szöggel jellemzett kiinduló pontjáról függőleges helyzetbe kell hoznunk.

Mekkora kezdősebességgel kell mozgásba hoznunk a tömeget, ha

- 1.) az OA kar rúd?
- 2.) az OA kar fonál?

$$m = 2 \text{ kg}; \quad l = 1,2 \text{ m}; \quad \alpha = 30^\circ;$$

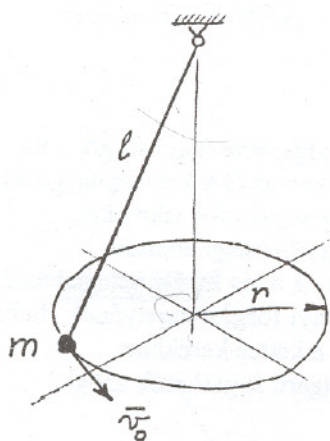
40. feladat

Az l hosszúságú fonál végén m tömegű test van. Az ábrán vázolt A helyzetéből kezdő sebesség nélkül jön mozgásba a tömeg. Függőleges helyzetében a fonal egy $l/2$ távolságban lévő akadálnak ütközik és folytatja tovább a mozgását.

Határozza meg milyen helyzetig lendül tovább az inga (C).

Határozza meg a legnagyobb fonálerő értékét!

$$R = 0,8 \text{ m}; \quad m = 0,5 \text{ kg}; \quad \alpha = 60^\circ;$$

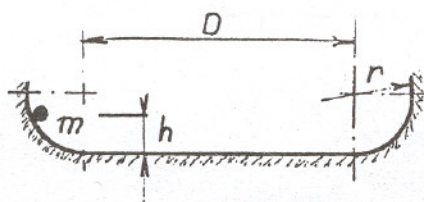
41. feladat

A fonálra erősített m tömegpont vízszintes síkú r sugarú körpályán mozog (kúpínga).

Határozza meg a pálya ismeretében a tömegpont kerületi sebességét és fordulatszámát.

Számítsa ki a kényszererő nagyságát!

$$l = 0,8 \text{ m}; \quad r = 0,2 \text{ m}; \quad m = 0,2 \text{ kg};$$

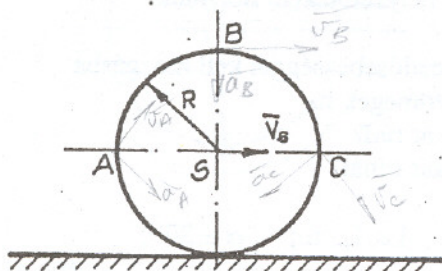
42. feladat

Az ábrán vázolt tányérban az m tömegű golyó akkora sebességgel forog a függőleges tengely körül, hogy az alapsíktól h magasságba helyezkedik el. Számítsa ki a golyó sebességét és a pályanyomás nagyságát.

$$D = 0,1 \text{ m}; \quad r = 20 \text{ mm}; \quad h = 12 \text{ mm}; \quad m = 0,01 \text{ kg}$$

5. Merev tárcsa kinematikája

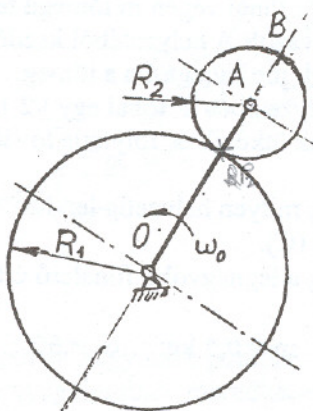
43. feladat



Az $R_0 = 0,5$ m sugarú henger a vízszintes síkon gördül középpontjának sebessége állandó, 1 m/s nagyságú.

- 1.) Hol van a pillanatnyi forgásközéppont és mekkora a szögsebesség értéke?
- 2.) Számítsa ki a bejelölt pontok sebességét és irányát rajzolja meg.
- 3.) Keresse meg a gyorsulás középpontot és határozza meg a bejelölt pontok gyorsulását és irányát rajzolja meg.

44. feladat



Az R_1 sugarú, álló fogaskereken az OA kar segítségével legördítjük az R_2 sugarú fogaskereket.

Az OA kar szögsebessége állandó.

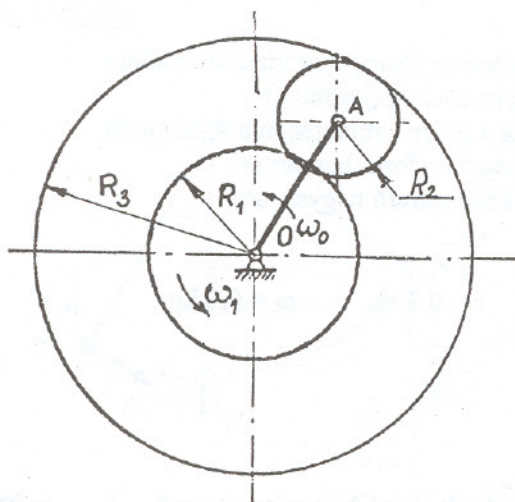
- 1.) Mekkora lesz a kis kerék szögsebessége és B pontjának sebessége.
- 2.) Számítsa ki a kis kerék szögsebességét a forgó karhoz viszonyítva.
- 3.) Keresse meg a gyorsulások középpontját.

$$R_1 = 0,5 \text{ m};$$

$$R_2 = 0,2 \text{ m};$$

$$\omega_0 = 2 \text{ 1/s}$$

45. feladat



Az állandó ω_1 szögsebességgel forgó R_1 sugarú fogaskereken az OA kar segítségével legördítjük az R_2 sugarú fogaskereket.

Az OA kar szögsebessége állandó.

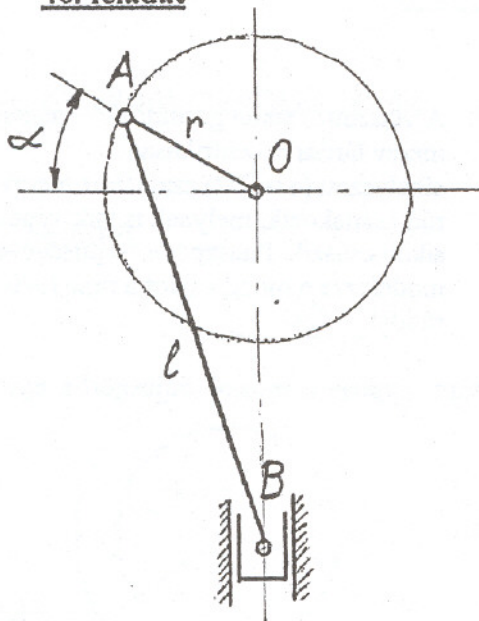
- 1.) Határozzuk meg a kis kerék szögsebességét, valamint pillanatnyi forgástengelyének helyét.
- 2.) Számítsuk ki a kettes kerékhez csatlakozó R_3 sugarú fogaskerék szögsebességét.
- 3.) Fejezzük ki az OA kar szögsebességét az egyes és hármas kerék szögsebességével.

$$R_1 = 0,2 \text{ m};$$

$$R_2 = 0,06 \text{ m};$$

$$\omega_0 = 3 \text{ 1/s};$$

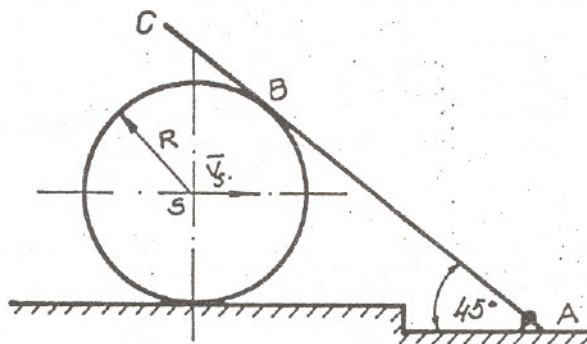
$$\omega_1 = 2 \text{ 1/s};$$

46. feladat

A vázolt forgattyús mechanizmus OA forgattyúkarjának percenkénti fordulatszáma ismert.

- 1.) Határozza meg az AB csatlórúd forgáskközepéppontjának helyét.
- 2.) Számítsa ki a dugattyú B pontjának sebességét.
- 3.) Keresse meg a csatlórúd pillanatnyi gyorsulási középpontjának helyét.

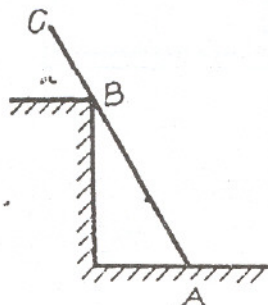
$$\alpha = 30^\circ; \quad v = 80 \text{ mm/s}; \quad l = 250 \text{ mm}; \\ n = 5000 \text{ ford/perc}$$

47. feladat

Az ábrán látható AC rúd a vízszintes síkon gördülő mozgást végző korongra támaszkodik.

- 1.) Határozza meg az A csukló körül elforduló rúd C végének sebességét.

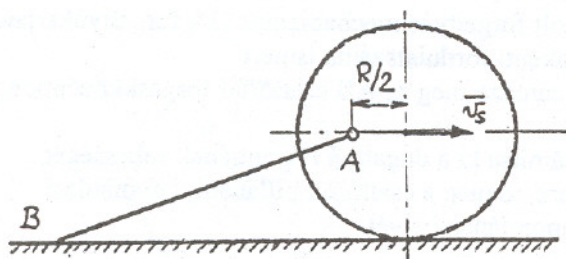
$$AC = 3 \text{ m}; \quad R = 1 \text{ m}; \\ v_s = 2 \text{ m/s}; \quad \alpha = 45^\circ;$$

48. feladat

A merev AC rúd úgy végzi mozgását, hogy A vége a vízszintes síkon csúszik és közben feltámaszkodik a B élre.

Pausz papir segítségével modellezze a mozgó síkot a rajta lévő rúddal.

Rajzolja meg az álló alapsíkon az álló és a mozgó síkon (pausz papir) a mozgó pályagörbe egy-egy szakaszát.

49. feladat

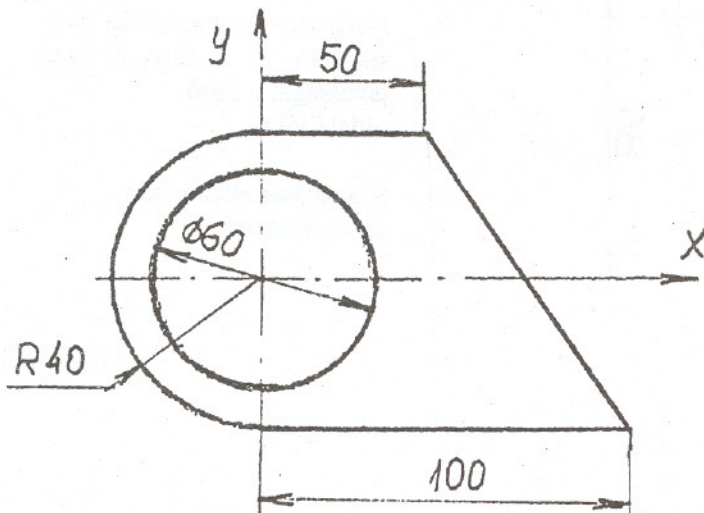
A vízszintes síkon gördülő R sugarú merev tárcsa excentrikusan elhelyezett ($e = R/2$) csapjához merev rúd csatlakozik, melynek másik vége a síkon csúszik. Pauszpaper segítségével modellezze a mozgó síkot a rajta lévő rúddal.

Rajzolja meg az álló alapsíkon az álló és a mozgó síkon (pausz paper) a mozgó pólusgörbe egy-egy szakaszát.

6. Merev tárcsa statikája

6.1. Súlypont meghatározása

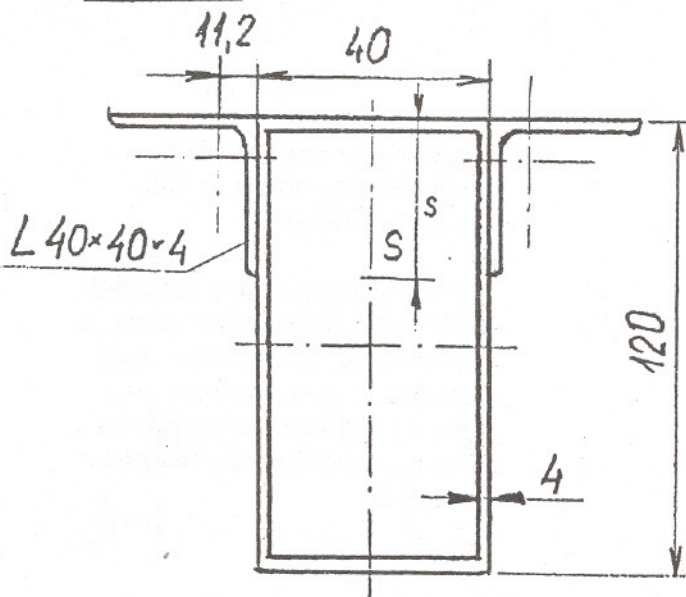
50. feladat



Határozza meg a vázolt síkidom súlypontjának helyét a megadott koordináta rendszerben.

Ellenőrizze számítását a szerkesztés elvégzésével!

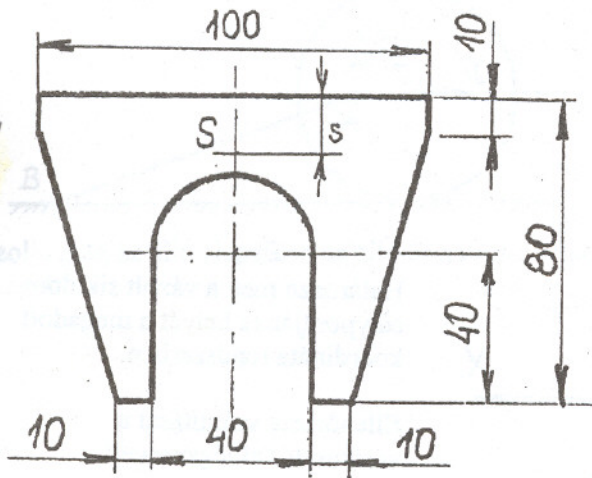
51. feladat



Határozza meg a négyszögkeresztmetszetű zárt szelvényből és két melegen hengerelt egyenlő szárú szögacélból kialakított keresztmetszet közös súlypontjának távolságát a felső közös siktól.

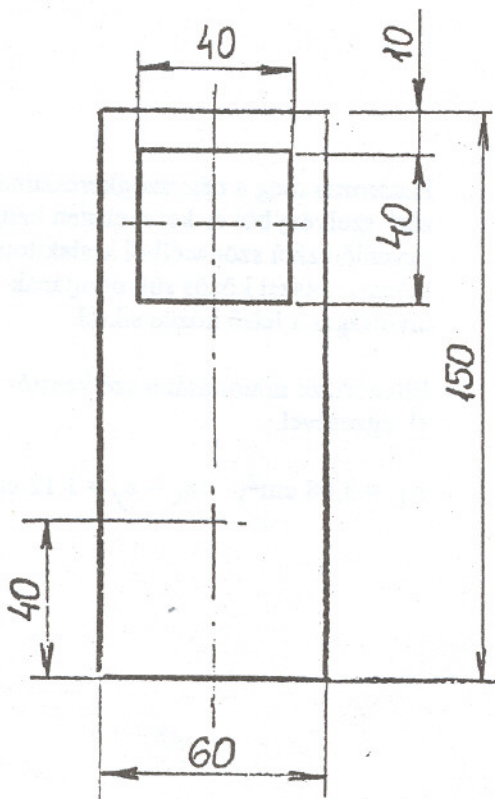
Ellenőrizze számítását a szerkesztés elvégzésével.

$$A_L = 3,08 \text{ cm}^2; \quad e_x = e_y = 1,12 \text{ cm};$$

52. feladat

Határozza meg az ábrán lévő
síkídom súlypontjának
távolságát a felső
oldaléltól.

Számítását ellenőrizze
szerkesztéssel.

53. feladat

Számítsa ki a rajzolt síkidom
súlypontjának helyét az alsó
oldaléltól mérve.

Határozza meg az alsó oldaléltól
40 mm-re mérve milyen átmérőjű
körkivágást kell készíteni, ha azt
akarjuk, hogy az összetett sík-
ídom súlypontja megegyezzen a
befoglaló téglalap súlypontjának
helyével.

$$F_{Ay} + F_{By} - 8 = 0$$

$$8 = F_{Ay} + F_{By}$$

21

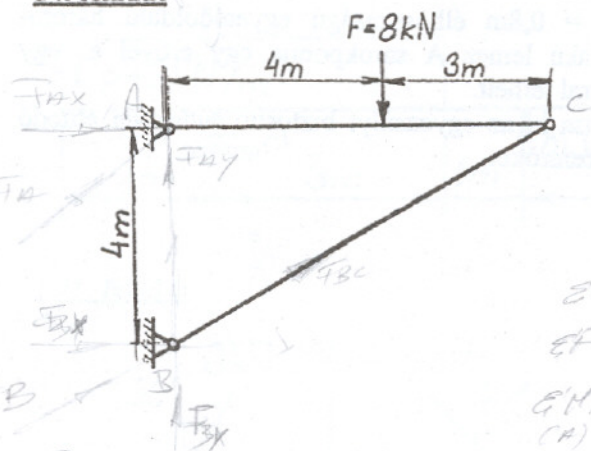
$$8 - F_{By} + F_{Ay} - 8 = 0$$

$$8 - F_{By} = 8 - F_{Ay}$$

$$F_{Ay} = F_{By}$$

6.2. Kényszererők meghatározása

54. feladat



$$F_{Ax} + F_{Bx} = F_{Ay} + F_{By} = F$$

$$0 = F_{Ay} + F_{By} - 8 \quad | +8$$

$$8 = F_{Ay} + F_{By} \quad | - F_{By}$$

$$8 - F_{By} = F_{Ay}$$

Határozza meg a vízszintes helyzetű AC rúd egyensúlya alapján az A és B kényszerekben ébredő erők nagyságát! Számítását ellenőrizze szerkesztéssel.

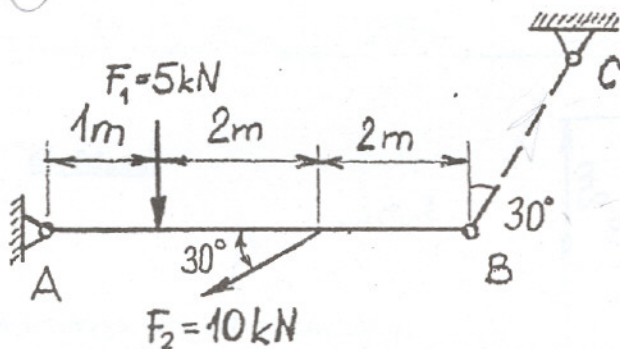
$$\sum F_x = 0 = F_{Ax} - F_{Bx}$$

$$\sum F_y = 0 = F_{Ay} + F_{By} - F$$

$$\sum M_A = 0 = F_{By} \cdot 4 - F \cdot 4 \Rightarrow F_{By} = \frac{F \cdot 4}{4} = 8 \text{ kN}$$

$$F_{Ax} = 8 \text{ kN}$$

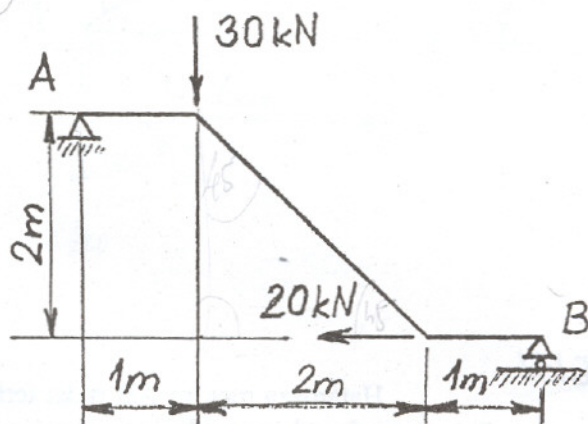
55. feladat



Határozza meg az AB rúdra ható erők eredőjét és számítsa ki az egyensúlyt biztosító reakcióerőket!

Számítását ellenőrizze három erő egyensúlyi feltételére való visszavezetés alapján szerkesztéssel.

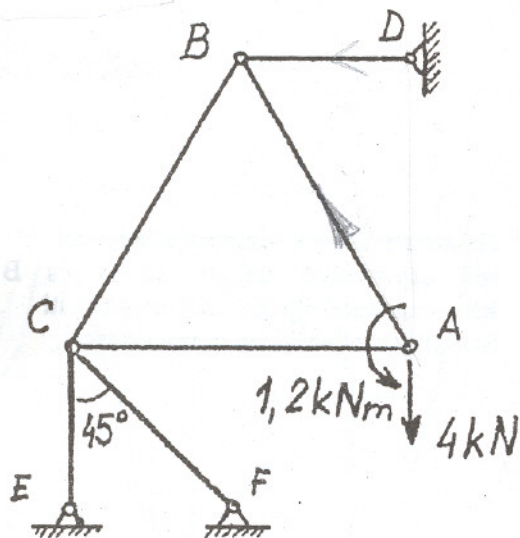
56. feladat



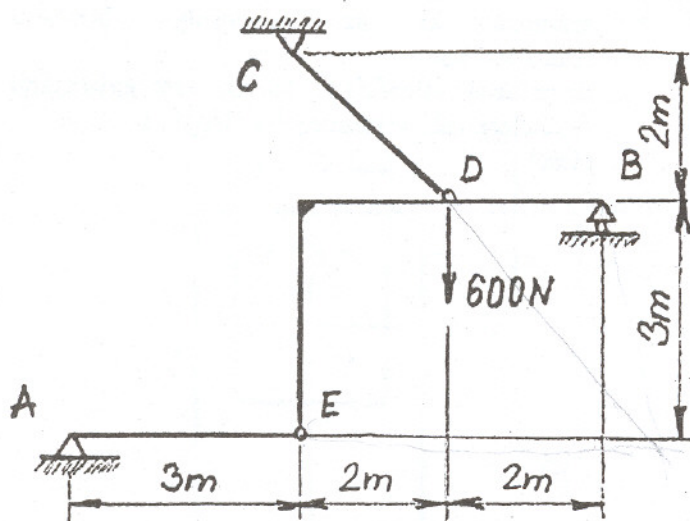
Határozza meg a törtvonalú rúdra ható erőrendszer eredőjének nagyságát és helyét.

Számítsa ki az egyensúlyt biztosító kényszererők nagyságát.

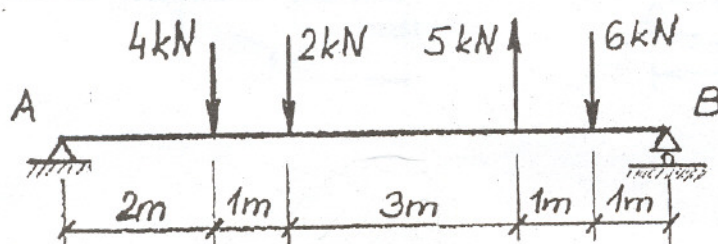
Számítását ellenőrizze szerkesztéssel.

57. példa

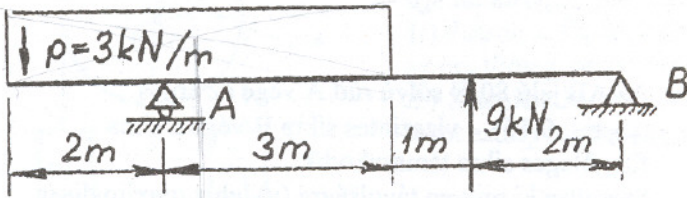
Az $a = 0,8\text{m}$ élhosszúságú egyenlőoldalú háromszögalakú lemez A sarokpontja egy erővel és egy erőpárral terhelt. Számítsa ki az egyensúlyt biztosító rudakban ébredő kényszererőket.

58. feladat

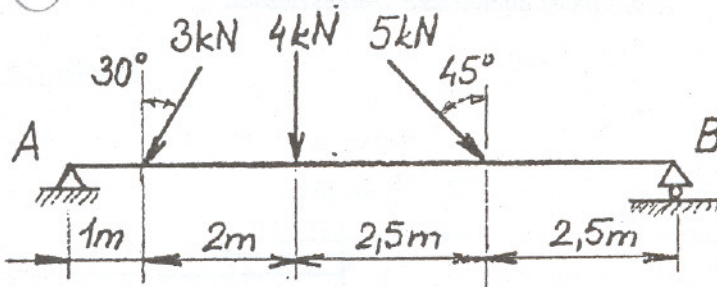
A törtvonalú EB rúd egyensúlyát három kényszer biztosítja. Határozza meg a kényszererők nagyságát, számítással és szerkesztéssel.

59. feladat

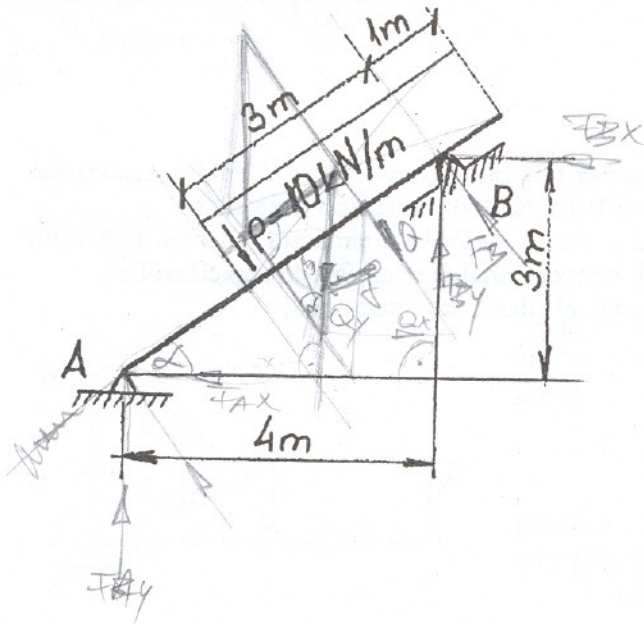
Határozza meg az AB rudat terhelő erőrendszer eredőjének nagyságát és helyét. Számítsa ki a kényszererők értékét. Eredményeit ellenőrizze szerkesztéssel.

60. feladat

Számítsa ki a vízszintes rúd egyensúlyát biztosító kényszerekben ébredő erők nagyságát. Szerkesztés elvégzésével ellenőrizze számítását!

61. feladat

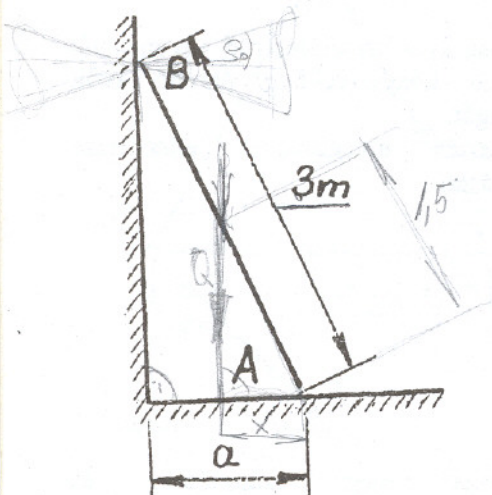
Határozza meg számítással és szerkesztéssel az ébredő támaszerők értékeit!

62. feladat

Számítsa ki a rúd egyensúlyi feltételei alapján az ébredő kényszererők nagyságát. Számítását ellenőrizze szerkesztéssel!

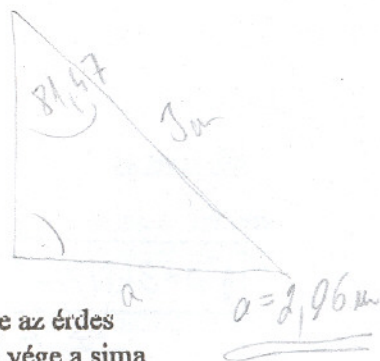
6.3. Egyensúlyi határhelyzetek megállapítása

63. feladat



$$\beta_0 = \arctan \mu_0 = 8,53^\circ$$

$$Q = 80 \text{ N}$$



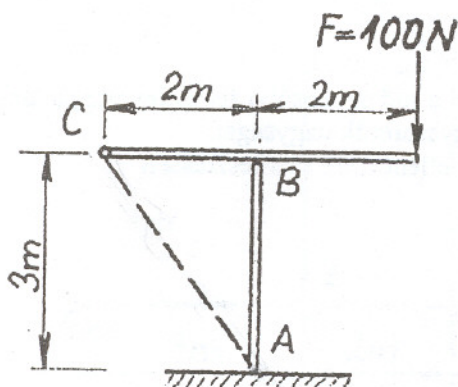
Az AB jelű 80 N súlyú rúd A vége az érdes ($\mu_0 = 0,15$) vízszintes síkra B vége a sima függőleges síkra támaszkodik.

Számítsa ki milyen távolságra (a) lehet maximálisan a rúdvég a függőleges siktól, hogy az még egyensúlyban legyen!

Számítását ellenőrizze szerkesztéssel!

$$a = 2,96 \text{ m}$$

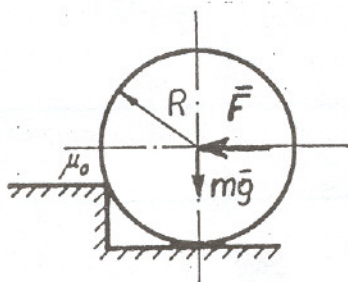
64. feladat



A vízszintes CD rúd egyensúlyát a C pontba csatlakozó kötél és a B-ben súrlódásos támasz biztosítja.

Határozza meg a súrlódásos támaszra jellemző legkisebb súrlódási tényező értékét és az ébredő reakcióerőket. Szerkesztéssel ellenőrizze számítását!

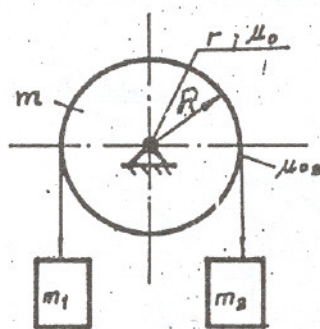
65. feladat



Számítsa ki milyen magas (h) szegélyre tud az $m_1 = 20$ kg tömegű $R = 0,25$ m sugarú kerék felkapaszkodni, ha a súrlódási tényező $\mu_0 = 0,2$.

Mekkora erő szükséges a feljutáshoz, ha $h = R/3$

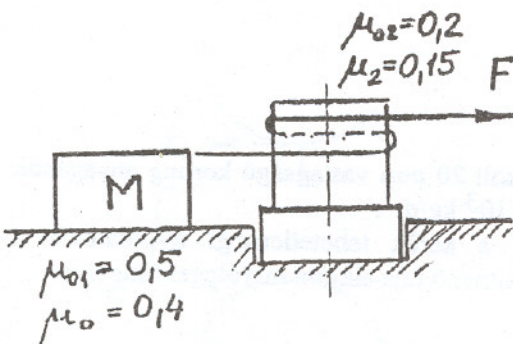
66. feladat



Az $r = 50$ mm sugarú μ_0 súrlódási tényezőjű csapra az $m = 10$ kg tömegű tárcsát rögzítettük. A tárcsán átvett kötél egyik végére, $m_1 = 5$ kg másik végére ismeretlen m_2 tömegű testet rögzítünk. Írja fel az egyensúly feltételeit.

- 1.) Számítsa ki, ha a korong nem fordul el a csapon mekkora lehet az m_2 tömeg, hogy a kötél ne csússzon meg a tárcsán.
- 2.) Számítsa ki, ha a kötél nem csúszik meg a korongon mekkora lehet az m_2 tömeg, hogy a tárcsa ne forduljon el a csapon!

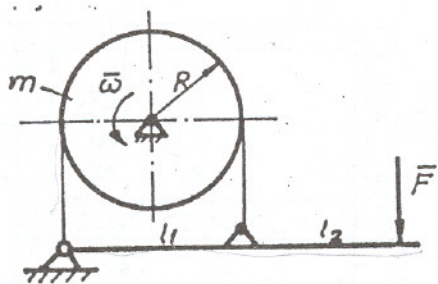
67. feladat



A vázolt függőleges tengelyű állandó fordulatszámmal forgó csap az M tömegű teher vontatását biztosítja.

- 1.) Mekkora F erő szükséges a teher elmozdításához?
- 2.) Mekkora F erő biztosítja a teher állandó sebességű mozgását?

68. feladat



Az ábrán egy egyszerű szalagfék vázlata látható. Számítsa ki mekkora fékző nyomatékot fejt ki az adott F erő!

$$\mu = 0,15; \quad l_1 = l_2 = 1 \text{ m}; \\ R = 0,5 \text{ m}; \quad F = 200 \text{ N};$$

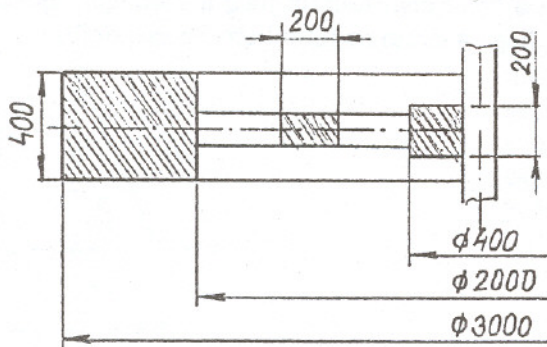
Határozza meg mennyi idő múlva, mekkora szögelfordulás után áll meg a tárcsa.

$$\omega = 10 \text{ l/s}; \quad m = 10 \text{ kg};$$

7. Merev tárcsa kinetikája

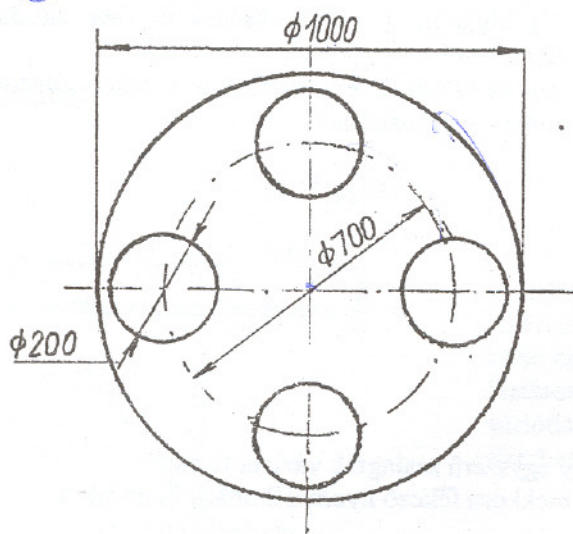
7.1. Tehetetlenségi momentum (nyomaték) számítása

69. feladat



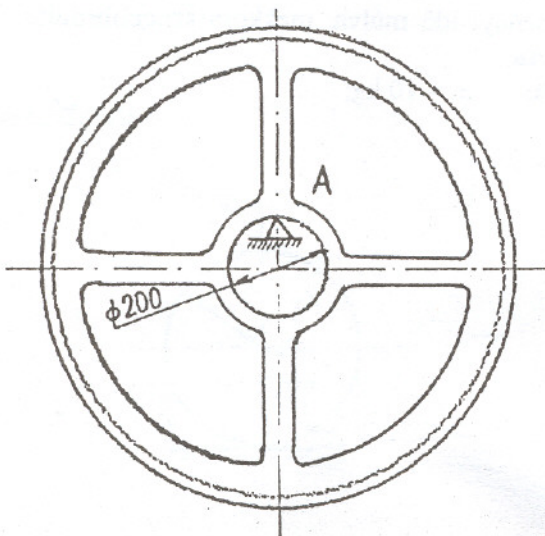
Az ábrán vázolt 6 küllős kerék anyagának sűrűsége $7,85 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
Számítsa ki a kerék tehetetlenségi momentumát a forgástengelyére!

70. feladat



Az ábrán vázolt 20 mm vastagságú korong anyagának sűrűsége $7,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.
Számítsa ki a kerék tehetetlenségi nyomatékát a súlypontján átmenő rajz síkjára merőleges tengelyre.

71. feladat



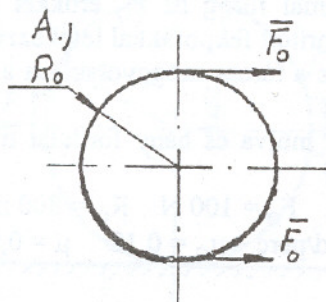
Az adott kialakítású kerék tömegét megmérjük és tehetetlenségi nyomatékát kísérleti úton (fizikai inga) meghatározzuk a bejelölt Δ ponton átmenő tengelyre.

$$m = 1000 \text{ kg} \quad J_A = 150 \text{ kgm}^2$$

Számítsa ki a súlyponti forgástengelyre a kerék tehetetlenségi nyomatékát!

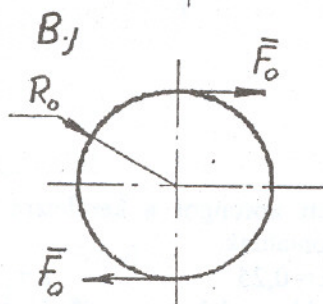
7.2. Kényszermozgás vizsgálata

72. feladat

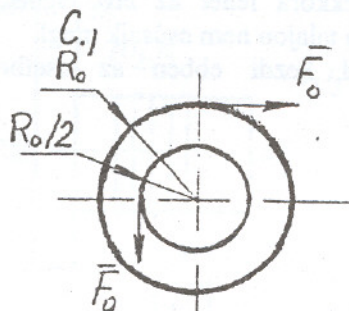


Vízszintes sima síkra m tömegű R_0 sugarú korongokat fektetünk. A korongra a vázolt erők hatnak.

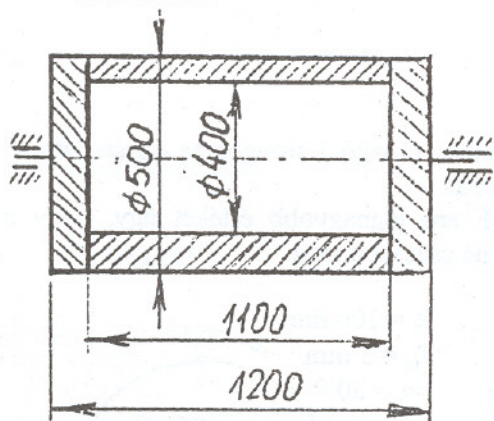
Vizsgálja meg a korongok mozgását az erők hatására.



$$\begin{aligned} m &= 10 \text{ kg} \\ F_0 &= 20 \text{ N} \\ R_0 &= 100 \text{ mm} \end{aligned}$$



73. feladat

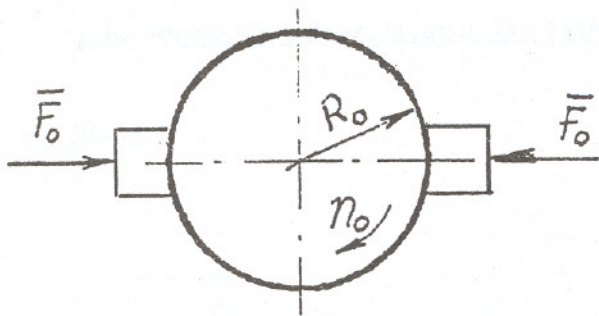


Körgyűrű keresztmetszetű, két végén lezárt henger ω_0 szögsebességgel forog a tengely körül.

Mekkora nyomatékot kellett a tengelyre működtetni, ha azt nyugalmi helyzetéből indítottuk és 4 másodperc alatt érte el.

$$\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad \omega_0 = 10 \text{ l/s}$$

74. feladat



Az R_0 sugarú m g súlyú tömör tárcsát, amely n_0 fordulatszámmal forog az F_0 erővel a tárcsa kerületére szorított fékpofákkal lefékezzük.

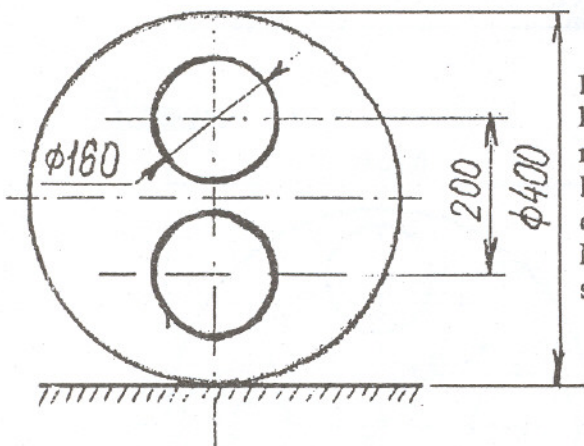
Mekkora lesz a tárcsa szöggyorsulása a fékezés alatt?

Mennyi idő múlva és hány fordulat megtétele után áll meg?

$m = 500 \text{ N}$ $F_0 = 100 \text{ N}$ $R_0 = 800 \text{ mm}$

$n_0 = 800 \text{ ford/perc}$ $\mu_0 = 0,12$ $\mu = 0,1$.

75. feladat



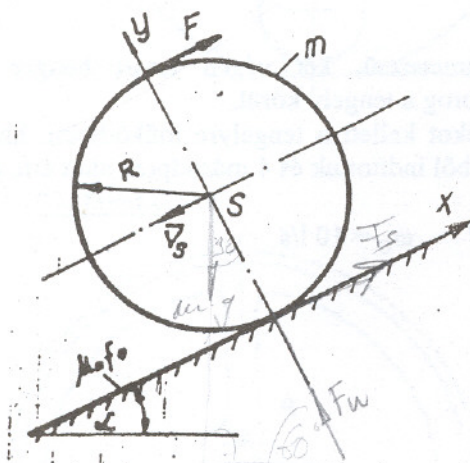
Egy, két furattal gyengített korongot a kerületére csévelt kötéllal, állandó F erővel vontatunk.

$m = 20 \text{ kg}$ $\mu_0 = 0,3$ $\mu = 0,25$

Határozza meg, hogy mekkora lehet az erő legnagyobb értéke, akkor, ha a korong a talajon nem csúszik meg!

Mekkora szöggyorsulással kezd ebben az esetben a síkmozgást a merev tárcsa.

76. feladat



Az α hajlásszögű lejtőn mozgó korongot az ábrán látható módon kívánjuk fékezni.

Határozza meg az F erő legnagyobb értékét úgy, hogy a korong a lejtőn még ne csússzon meg.

$m = 0,5 \text{ kg}$

$R = 100 \text{ mm}$

$\mu_0 = 0,1$

$f_0 = 3 \text{ mm}$

$v_s = 0,5 \text{ m/s}$

$\alpha = 30^\circ$

$$\cos 30^\circ = \frac{F_w}{F_s}$$

$$F_w = 5,77 \text{ N}$$

$$N_{gs} = F_w \cdot f_0$$

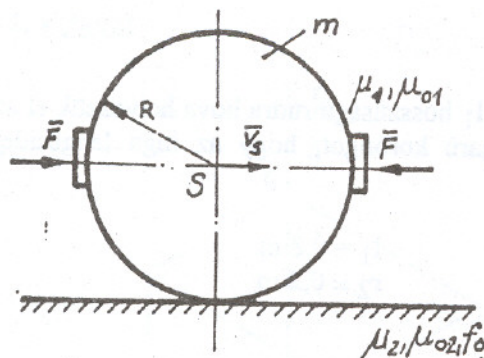
$$N_{gs} = 5,77 \cdot 3 \text{ mm}$$

$$N_{gs} = 0,01731 \text{ N}$$

$$N = F \cdot \sin \alpha$$

$$0,01731 = F \cdot \sin 30^\circ$$

$$F = 0,03462 \text{ N}$$

77. feladat

A vízszintes érdes síkon gördülő korongot az egymással szemben elhelyezkedő fékpofák szorításával kívánjuk fékezni.

Számítsa ki az F erő maximumát úgy, hogy a korong a síkon még ne csússzon meg.

$$m = 20 \text{ kg}$$

$$R = 300 \text{ mm}$$

$$\mu_{01} = 0,15$$

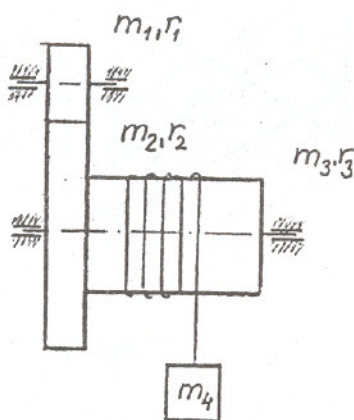
$$\mu_1 = 0,12$$

$$\mu_{02} = 0,1$$

$$\mu_2 = 0,08$$

$$v_s = 1,5 \text{ m/s}$$

Számítsa ki a fékutat úgy, ha a korong csúszik a síkon, és úgy ha gördülő mozgást végez!

78. feladat

A vázolt összetett szerkezet dobjáról lecsavaródó kótélen teher függ. A két tengely fogaskerékkel kapcsolódik egymáshoz.

Kezdetben a rendszer nyugalomban volt, majd magára hagyva a teher süllyedni kezd.

Mekkora lesz a teher sebessége h út megtétele után?

$$m_1 = 2 \text{ kg}$$

$$r_1 = 200 \text{ mm}$$

$$m_2 = 4 \text{ kg}$$

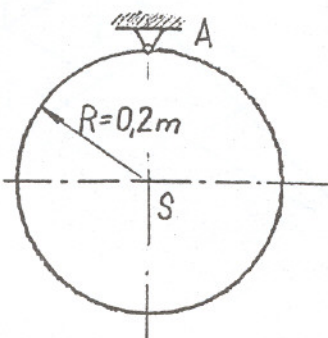
$$r_2 = 400 \text{ mm}$$

$$m_3 = 10 \text{ kg}$$

$$r_3 = 300 \text{ mm}$$

$$m_4 = 6 \text{ kg}$$

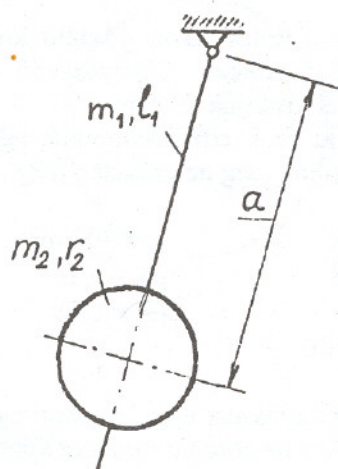
$$h = 30 \text{ mm}$$

7.3. Fizikai inga**79. feladat**

Az $mg = 200 \text{ N}$ súlyú korongot a kerületén átmenő vízszintes tengelyre függesztjük fel.

Határozzuk meg a kis kitérésű lengésekre vonatkozó lengésidejét és a fizikai inga redukált hosszát.

Mekkora a korong súlypontjának sebessége a jelölt helyzetben, ha a felső holtponthelyzetből indítottuk. Számítsa ki ebben a helyzetben a tengelyre ható erő nagyságát!

80. feladat

Az m_1 tömegű l_1 hosszúságú rúdra hova helyezzük el az m_2 tömegű r_2 sugarú korongot, hogy az inga lengésideje T legyen?

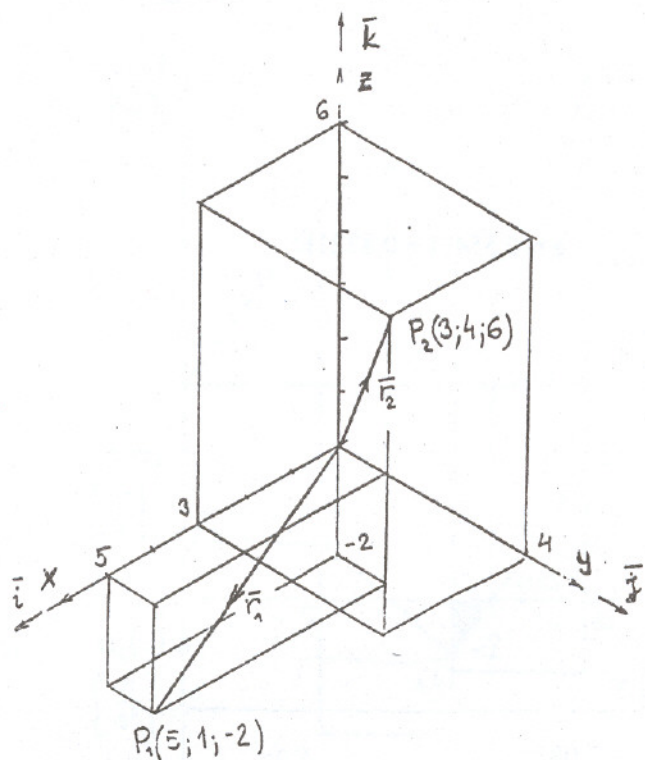
$$m_1 = 0,2 \text{ kg}$$

$$l_1 = 0,8 \text{ m}$$

$$m_2 = 0,8 \text{ kg}$$

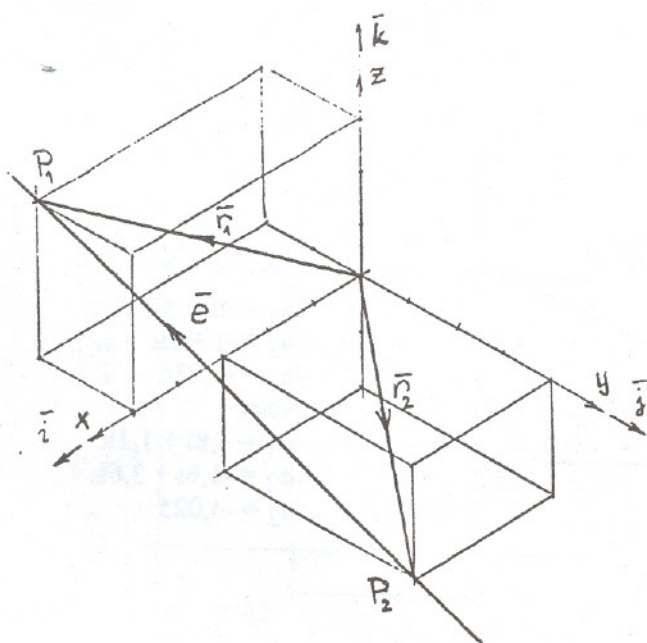
$$r_2 = 0,2 \text{ m}$$

$$T = 0,5 \text{ s}$$

Megoldások1. Feladat

$$\begin{aligned}\alpha_{1x} &= 24,09^\circ & \alpha_{1y} &= 79,48^\circ \\ \alpha_{1z} &= 111,4^\circ \\ \alpha_{2x} &= 67,41^\circ & \alpha_{2y} &= 59,2^\circ \\ \alpha_{2z} &= 39,81^\circ \\ r_1 &= 5,477 \\ \vec{r}_1 &= 5\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \\ &= 5,477(0,9129\vec{i} + 0,1826\vec{j} - 0,3651\vec{k}) \\ r_2 &= 7,81 \\ \vec{r}_2 &= 3\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k} \\ &= 7,81(0,384\vec{i} + 0,512\vec{j} + 0,768\vec{k})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 + \vec{r}_2 &= 8\vec{i} + 5\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{r}_1 - \vec{r}_2 &= 2\vec{i} - 3\vec{j} - 8\vec{k} \\ r_1 r_2 &= 7 \\ \vec{r}_1 \times \vec{r}_2 &= 14\vec{i} - 36\vec{j} + 17\vec{k} \\ \varphi_{12} &= 80,58^\circ \\ T_{12} &= 42,2\end{aligned}$$

2. Feladat

$$\begin{aligned}\vec{e} &= \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \\ &= 0,2481\vec{i} - 0,7442\vec{j} + 0,6202\vec{k}\end{aligned}$$

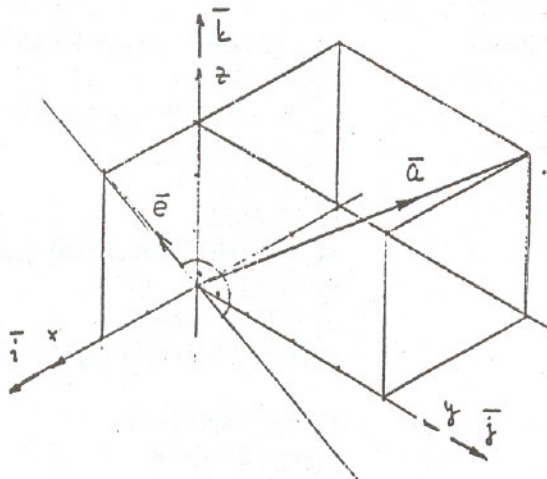
$$r_{1e} = 4,59$$

$$r_{2e} = -3,473$$

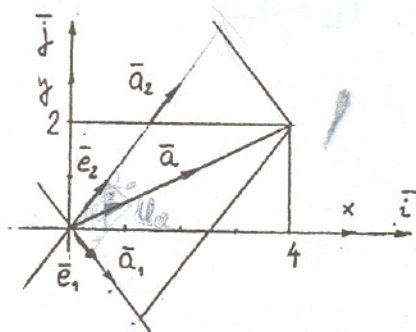
3. Feladat

$$P_1 P_2 = 14$$

$$c = 17,89i + 8,944j$$

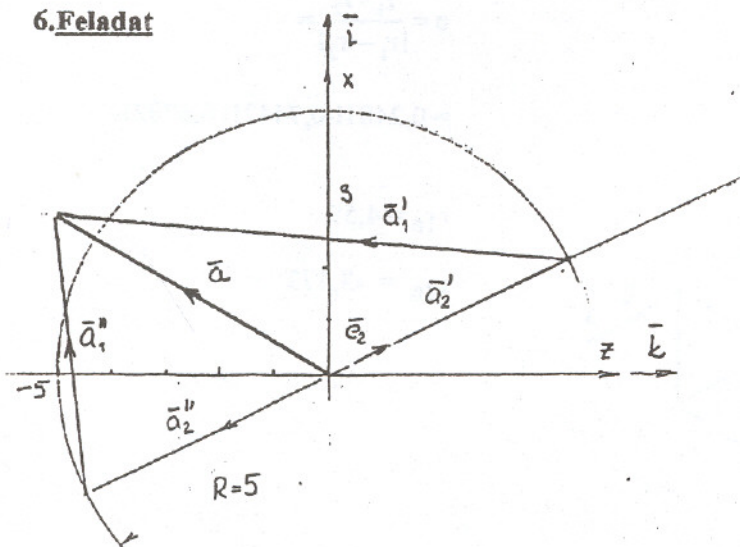
4. Feladat

$$e = 0,5547i + 0,8321k$$

5. Feladat

$$a_1 = 2,083$$

$$a_2 = 4,583$$

6. Feladat

$$a_1 = 4i + 3k$$

$$a_2 = -i + 2k$$

$$a_2 = -2,236$$

vagy

$$a_1 = 4,8i + 1,4k$$

$$a_2 = -1,8i + 3,6k$$

$$a_2 = -4,025$$

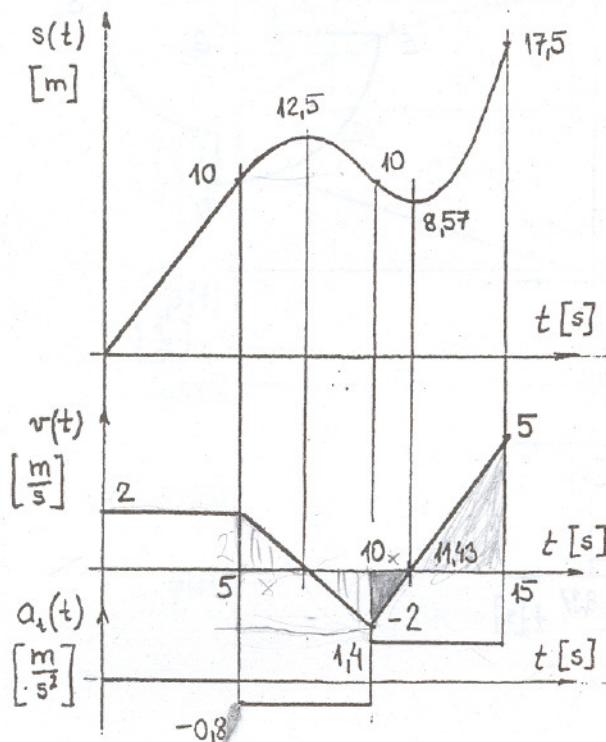
7. Feladat

$$a_1 = 4,32j + 3,24k$$

$$a_2 = -1,32j + 1,76k$$

$$a_3 = -2i$$

8. Feladat



$$\frac{2}{x} = \frac{5}{5-x}$$

$$10 - 2x = 5x$$

$$10 = 7x$$

$$1,428 = x$$

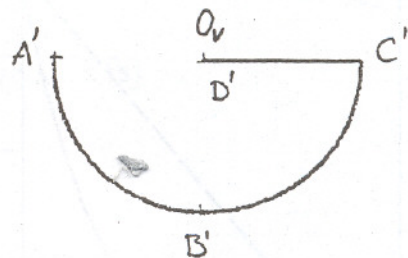
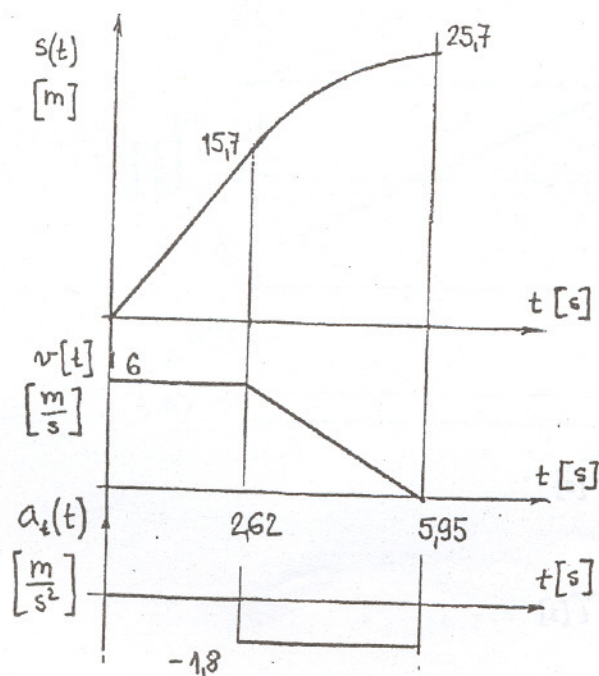
$$\frac{2}{x} = \frac{2}{5-x}$$

$$10 - 2x = 2x$$

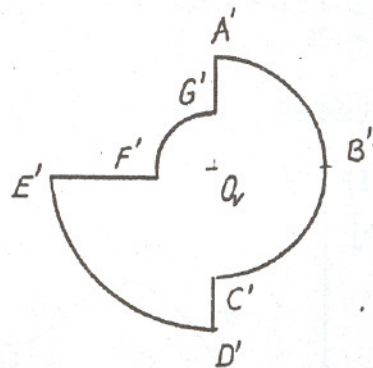
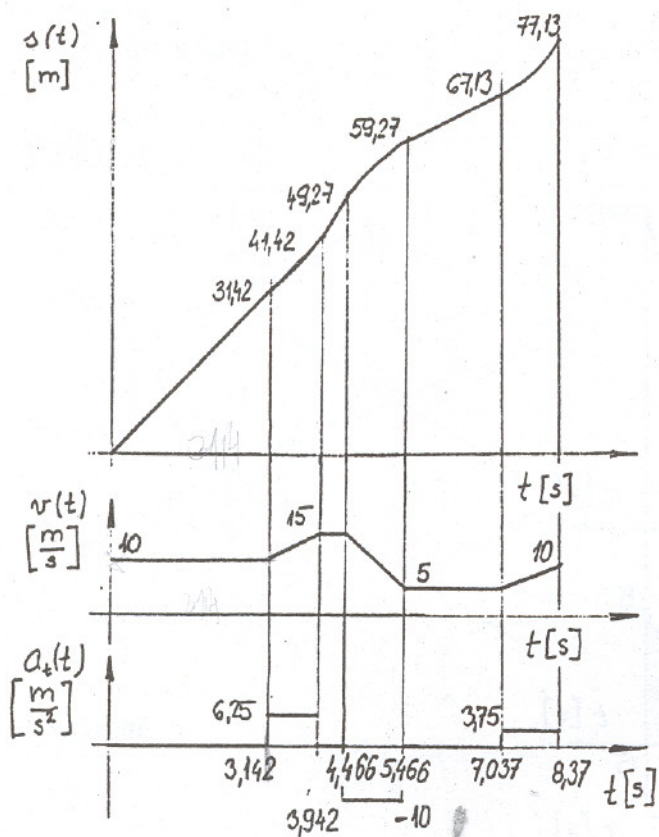
$$10 = 4x$$

$$2,5 = x$$

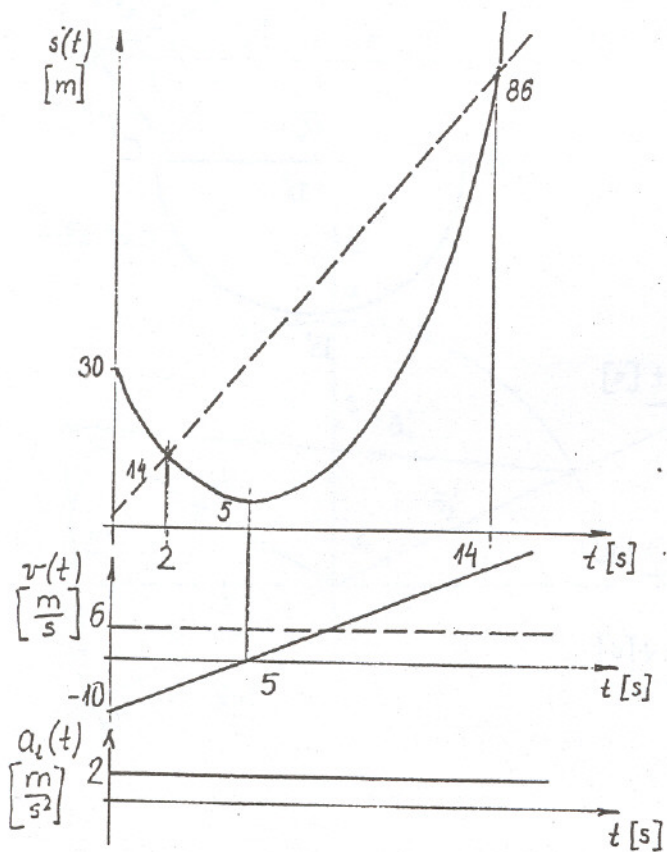
9. Feladat



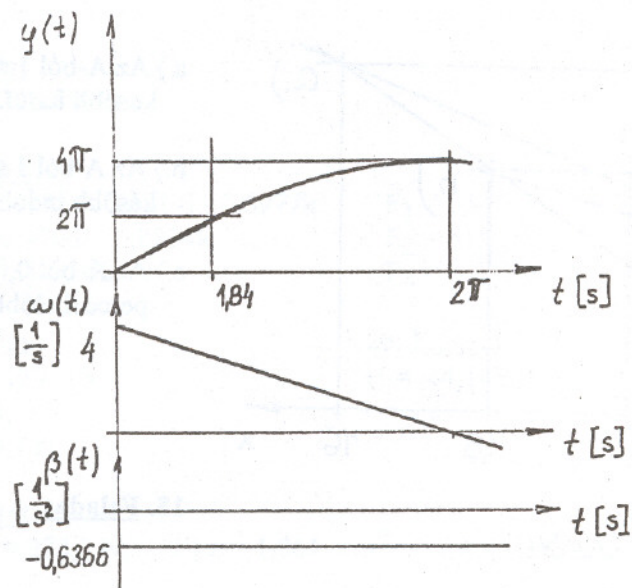
10. Feladat



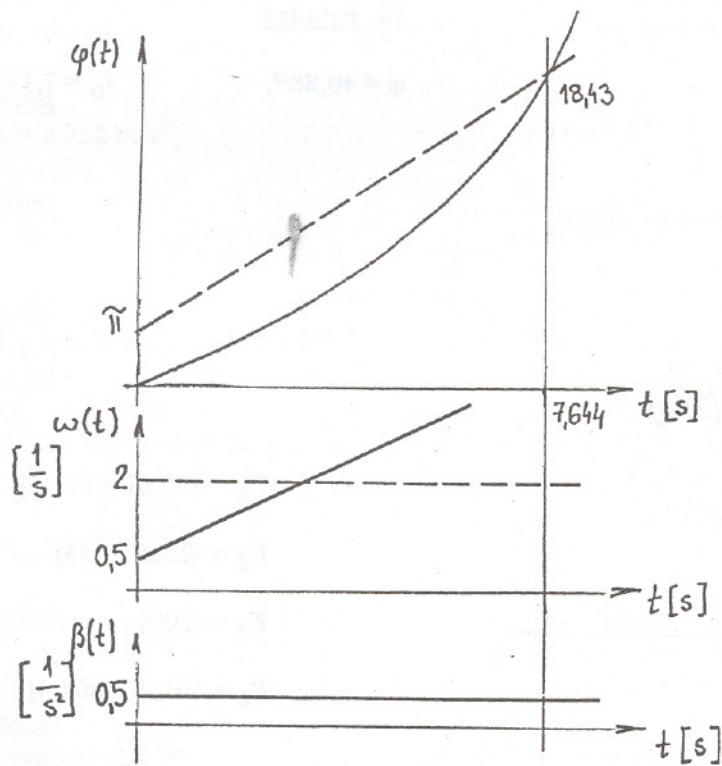
11. Feladat

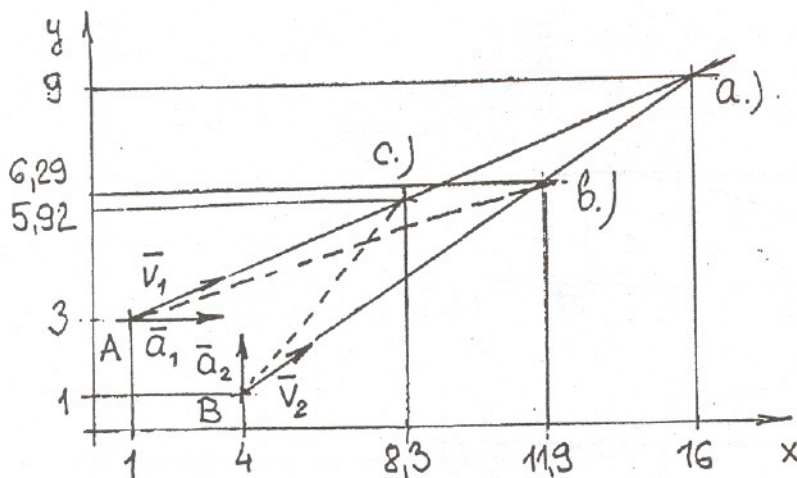


12. Feladat



13. Feladat



14. Feladat

a.) Az A-ból 1 másodperccel később indul.

b.) Az A-ból 1 másodperccel később indul.

c.) Az A-ból 0,03 másodperccel előbb indul.

15. Feladat**16. Feladat**

$$L = 10,31 \text{ m};$$

$$v_{Bx} = 8,66 \text{ m/s};$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2;$$

$$v_{By} = -6,68 \text{ m/s};$$

$$s = 1,648 \text{ m};$$

$$v_{Bx} = 2,868 \text{ m/s};$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2;$$

$$v_{By} = -0,7842 \text{ m/s};$$

17. Feladat

$$l = 8,43 \text{ m}$$

18. Feladat

$$\varphi = 40,88^\circ;$$

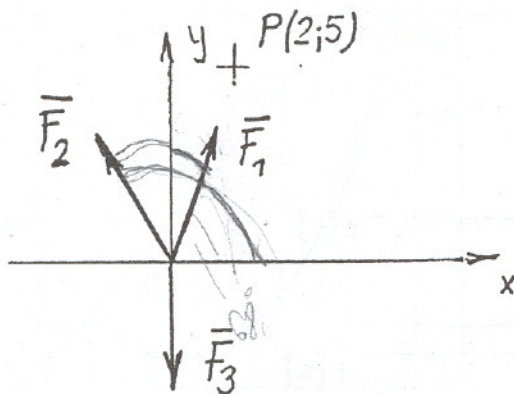
$$v_0 = 7,17 \text{ m/s}$$

19. Feladat

$$v_{02} = 9,238 \text{ m/s};$$

$$v_{B2} = 8,083 \text{ m/s}$$

$$v_{B1} = 14,01 \text{ m/s};$$

20. Feladat

$$\mathbf{F}_1 = 148,6\mathbf{i} + 371,4\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_2 = -250\mathbf{i} + 433\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_3 = -200\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_e = 101,4\mathbf{i} - 604,4\mathbf{j}$$

21. Feladat

$$m = 7,208 \text{ kg}$$

22. Feladat

$$19,56 \text{ mm} \leq \Delta \leq 28,68 \text{ mm}$$

23. Feladat

$$D = 72,11 \text{ kN/m}$$

24. Feladat

$$\mathbf{e}_1 = 0,4186\mathbf{i} - 0,5814\mathbf{j} - 0,6977\mathbf{k}$$

$$\mathbf{e}_2 = -0,4706\mathbf{i} - 0,8824\mathbf{k}$$

$$\mathbf{e}_2 = 0,6\mathbf{j} - 0,8\mathbf{k}$$

$$F_1 = 354,3 \text{ N}$$

$$F_2 = 315,2 \text{ N}$$

$$F_3 = 343,3 \text{ N}$$

25. Feladat

$$\alpha = 4,429 \text{ 1/s}$$

$$c_1 = 0;$$

$$c_2 = 0,1 \text{ m}$$

26. Feladat

$$H = 44,145 \text{ m}$$

$$t = 3,873 \text{ s}$$

27. Feladat

$$v_1 = -2,905 \text{ m/s}$$

28. Feladat

$$1.) F = 273,2 \text{ N}; \quad 2.) a = 1,864 \text{ m/s}^2; \quad 3.) K = 169,1 \text{ N}; \quad 4.) v_1 = 5,577 \text{ m/s}; \quad s = 8,388 \text{ m}$$

29. Feladat

1.) Az m_2 tömeg lefelé elmozdul.

$$2.) a = 0,6422 \text{ m/s}^2;$$

$$K = 9,168 \text{ N};$$

$$3.) v = 0,9633 \text{ m/s};$$

$$h = 0,7225 \text{ m};$$

$$4.) \mu = 0,2812;$$

$$5.) \mu_0 = 0,2812$$

30. Feladat

$$1.) a = 3,754 \text{ m/s}^2;$$

$$2.) t = 0,507 \text{ s};$$

$$3.) t = 0,7298 \text{ s}$$

31. Feladat

$$\beta = -40^\circ 33'; \quad v_B = 5,1 \text{ m/s};$$

32. Feladat

$$K = 460,4 \text{ N}$$

33. Feladat

$$1.) K_1 = 6,94 \text{ kN}; \quad K_2 = 2,778 \text{ kN};$$

$$2.) s = 165 \text{ m};$$

$$3.) s = 395 \text{ m};$$

34. Feladat

$$1.) v_B = 3,76 \text{ m/s};$$

$$3.) \text{ B előtt: } F_n = 42,48 \text{ N};$$

$$F_s = 7,646 \text{ N};$$

$$F_t = 43,16 \text{ N};$$

$$4.) v_A = 2,98 \text{ m/s}$$

$$2.) t = 0,6745 \text{ s};$$

$$\text{B után: } F_n = 7,135 \text{ N}$$

$$F_s = 0$$

$$F_t = 7,135 \text{ N}$$

35. Feladat

$$v_0 = 4,952 \text{ m/s}$$

36. Feladat

$$\omega = 3,366 \text{ 1/s} \text{ vagy } n = 32,11 \text{ ford/perc}$$

37. Feladat

1.) Nincs nyugalom

$$F_S = 85,93 \text{ N};$$

3.) $F_n = -103,9 \text{ N}$; elhagyja a pályát.

2.) A B pont felé gyorsul

$$a = 0,271 \text{ m/s}^2; \quad t = 0,246 \text{ s}$$

38. Feladat

$$\beta = 42^\circ;$$

$$K_B = 24,66 \text{ N};$$

39. Feladat

$$1.) v_A = 6,628 \text{ m/s};$$

$$2.) v_A = 7,463 \text{ m/s}$$

40. Feladat

$$\beta = 90^\circ;$$

$$K = 5,405 \text{ N};$$

41. Feladat

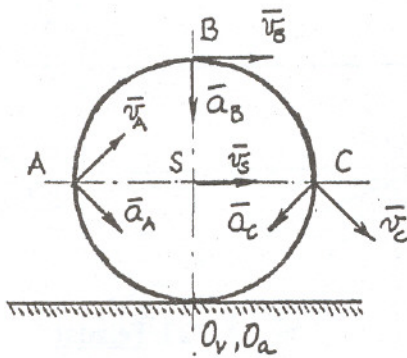
$$v_0 = 0,7117 \text{ m/s};$$

$$K = 2,026 \text{ N};$$

42. Feladat

$$v = 1,24 \text{ m/s};$$

$$F_n = 0,2453 \text{ N}$$

43. Feladat

1.) $\omega = 2 \text{ 1/s}$;

2.) $v_A = v_C = 1,414 \text{ m/s}$; $v_B = 2 \text{ m/s}$;

3.) $a_A = a_C = 2,828 \text{ m/s}^2$; $a_B = 4 \text{ m/s}^2$

44. Feladat

1.) $\omega_{12} = 7 \text{ 1/s}$;
 $v_B = 2,8 \text{ m/s}$;

2.) $\omega_{02} = 7 \text{ 1/s}$;

45. Feladat

1.) $\omega_2 = 2,105 \text{ 1/s}$; $R_0 = 0,19 \text{ m}$;

2.) $\omega_3 = 2,039 \text{ 1/s}$;

3.) $\omega_0 = \frac{R_1 + 2R_2}{2(R_1 + R_2)} \omega_3 + \frac{R_1}{2(R_1 + R_2)} \omega_1$

46. Feladat

$v_B = 30,24 \text{ m/s}$

47. Feladat

$v_C = 1,752 \text{ m/s}$

50. Feladat

$x_S = 24,4 \text{ mm}$;
 $y_S = -3,416 \text{ mm}$;

51. Feladat

$s = 43,59 \text{ mm}$;

52. Feladat

$S = 28,56 \text{ mm}$;

53. Feladat

$s = 67,5 \text{ mm}$;
 $d = 51,18 \text{ mm}$;

54. Feladat

$F_{Ax} = 8 \text{ kN} \leftarrow F_{Ay} = 3,429 \text{ kN} \uparrow F_A = 8,704 \text{ kN}$;
 $F_{Bx} = 8 \text{ kN} \rightarrow F_{By} = 4,571 \text{ kN} \uparrow F_B = 12,67 \text{ kN}$;

55. Feladat

$F_{Ax} = 6,35 \text{ kN} \rightarrow F_{Ay} = 6 \text{ kN} \uparrow F_A = 9,88 \text{ kN}$;
 $F_{Bx} = 2,31 \text{ kN} \rightarrow F_{By} = 4 \text{ kN} \uparrow F_B = 4,62 \text{ kN}$;

56. Feladat

$F_{Ax} = 20 \text{ kN} \rightarrow F_{Ay} = 12,5 \text{ kN} \uparrow F_A = 23,58 \text{ kN}$;
 $F_B = 17,5 \text{ kN}$;

57. Feladat

$F_D = 2,887 \text{ kN} \leftarrow$
 $F_E = 6,887 \text{ kN} \uparrow$
 $F_F = 4,082 \text{ kN} \searrow$

58. Feladat

$F_A = 1200 \text{ N} \leftarrow$
 $F_B = 1800 \text{ N} \uparrow$
 $F_C = 1697 \text{ N} \searrow$

59. Feladat

$F_A = 3,75 \text{ kN} \uparrow$
 $F_B = 3,25 \text{ kN} \uparrow$

60. Feladat

$F_A = 10,75 \text{ kN} \uparrow$
 $F_B = 4,75 \text{ kN} \downarrow$

61. Feladat

$F_{Ax} = 2,036 \text{ kN} \leftarrow F_{A3} = 5,878 \text{ kN} \uparrow F_A = 6,221 \text{ kN}$
 $F_B = 4,255 \text{ kN}$

62. Feladat

$$F_A = 8 \text{ kN};$$

$$F_B = 32 \text{ kN};$$

65. Feladat

$$h \neq R$$

$$F = 219,4 \text{ N}$$

67. Feladat

$$1.) F \geq 1,911$$

$$2.) F \geq 1,117 \text{ M}$$

69. Feladat

$$J_S = 321\,036 \text{ kgm}^2;$$

72. Feladat

- A) Egyenes vonalú forgó mozgás (transzláció)
 B) Forgó mozgás álló tengely körül (rotáció)
 C) Forgó mozgás változó helyzetű tegely körül (gördülés)

73. Feladat

$$M = 83,69 \text{ Nm};$$

76. Feladat

$$F = 4,88 \text{ N};$$

$$\beta = 130,1 \text{ 1/s}^2;$$

79. Feladat

$$T = 1,1 \text{ s};$$

$$l_{\text{red}} = 0,3 \text{ m};$$

$$v_S = 2,287 \text{ m/s};$$

$$F_A = 1000 \text{ N};$$

63. Feladat

$$a = 0,629 \text{ m};$$

66. Feladat

$$1.) 9,835 \text{ kg} \leq m_2 \leq 10,17 \text{ kg}$$

$$2.) 7,304 \text{ kg} \leq m_2 \leq 13,69 \text{ kg}$$

68. Feladat

$$M = 75,15 \text{ Nm};$$

$$t = 0,166 \text{ s}$$

$$\Delta\varphi = 47,62^\circ$$

70. Feladat

$$J_S = 12,32 \text{ kgm}^2;$$

74. Feladat

$$\beta = 0,981 \text{ 1/s}^2$$

$$t = 85,4 \text{ s}$$

$$i = 569,3 \text{ fordulat}$$

77. Feladat

$$F = 28,88 \text{ N};$$

$$s = 1,433 \text{ m};$$

$$s = 0,847 \text{ m};$$

80. Feladat

$$a_1 = 0,2227 \text{ m};$$

$$a_2 = 0,0256 \text{ m};$$

64. Feladat

$$\mu_0 = 0,33$$

71. Feladat

$$J_S = 140 \text{ kgm}^2;$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2$$

$$\beta = 80 \text{ 1/s}^2$$

$$a = 2,828 \text{ m/s}^2$$

$$\beta = 20 \text{ 1/s}^2$$

75. Feladat

$$F = 100,4$$

$$\beta = 27,14 \text{ 1/s}^2$$

78. Feladat

$$v = 14,71 \text{ m/s};$$

