

Oktatási segédlet

STATIKA

című tantárgyból levelező Bsc hallgatók számára

(GEMET201BL)

Összeállította :

Dr. Nándori Frigyes

2007

ELŐSZÓ

Ezen segédlet azzal a szándékkal készült, hogy

- tartalmazza az aláírás megszerzéséhez szükséges házi feladat részletes kiírását,
- segítse a STATIKA című tárgy elsajátítását számpéldák megoldásának bemutatásával.

A házi feladat kiírása illetve a megoldott számpéldák egy része letölthető a

<http://www.mech.uni-miskolc.hu/>

címről is.

A második és harmadik sorszámmal ellátott házi feladatok közül elegendő a másodikat megoldani és beadni az aláírás megszerzéséhez. A harmadik feladat a vizsgára való felkészülést segíti.

A számpéldák a MISKOLCI EGYETEM Mechanikai Tanszék Munkaközössége által szerkesztett MECHANIKAI PÉLDATÁR I, II kötetéből, illetve Égert J. STATIKA c. jegyzetéből valók, és az ottani azonosító jelükkel találhatók most is. Itt viszont a feladatok egy részénél a megoldás teljes részletességgel szerepel, más példákban csak a számszerű eredmény olvasható.

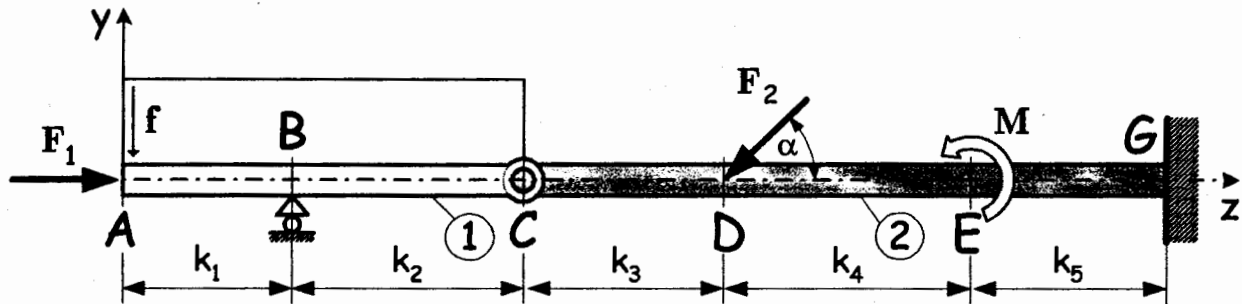
A számpéldák megoldása és begyakorlása nem képzelhető el a tananyag elméleti részének elsajátítása nélkül.

TARTALOMJEGYZÉK

Házi feladatok STATIKA tárgyból.....	3
Gyakorló feladatok részletes megoldással	7
Gyakorló feladatok számszerű eredménnyel.....	25.

Második házi feladat a Statika BG tárgyból

Adott az ábrán vázolt kétrészből álló, ismert terhelésű Gerber-tartó. A szerkezetet terhelését az 1. jelű rúdon az F_1 erő és az f intenzitású, $\overline{AC}$ szakaszon megoszló terhelés, a 2. jelű rúdon pedig az F_2 erő, valamint az M nyomaték alkotja.



Az adatok generálásához mindenki a születési idejének utolsó három számjegyét vegye alapul. (Pl: ha a születés dátuma: 1982. 07. 13, akkor a $c_1 = 7$; $c_2 = 1$; $c_3 = 3$.)

A tartó geometriai méreteit a

$$\begin{aligned} k_1 &= [0.3 + 0.1 * c_1] \text{ m}, & k_2 &= [0.4 + 0.1 * (c_2 + c_3)] \text{ m}, & k_3 &= [0.2 + 0.1 * c_3] \text{ m}, \\ k_4 &= [0.4 + 0.1 * (c_1 + c_2)] \text{ m}, & k_5 &= [0.3 + 0.2 * c_2] \text{ m}; \end{aligned}$$

a szerkezetet terhelő külső erőrendszer adatait pedig az

$$\begin{aligned} F_1 &= [(4 + 2 * \{c_1 + c_2\}) e_x] \text{ kN}, & |F_2| &= [8 + 2 * \{c_1 + c_3\}] \text{ kN}, & \alpha &= (30 + 15 * c_2)^\circ, \\ f &= [-(1 + 2 * c_2) e_y] \text{ kN/m}, & M &= [-(12 + 2 * c_3) e_x] \text{ kNm} \end{aligned}$$

képletek alapján az egyéni c_i ($i = 1, \dots, 3$) konstansok felhasználásával képezzük.

Kérdések:

- Készítsen vonalas vázlatot külön-külön az egyes és kettős szerkezeti elemről. Ezeken tüntesse fel az ismert terheléseket, valamint pozitív előjellel a fellépő támasztó és C pontban ébredő belső erőrendszer koordinátáit!
- Határozza meg számítással a tartó támasztóerő-rendszerét és belső erőit!
- Ellenőrizze a számítások eredményeit!

A feladat leadásával kapcsolatos tudnivalók:

Határidők:

A feladat kiadási időpontja: 2. alkalom. Beadási határidő: 3. alkalom.

Eredménylap

Név:

Neptun kód:

--	--	--	--	--	--	--

Születési dátum:

--	--	--	--	--	--	--

Adatok:

geometriai adatok:

$k_1 =$

$k_2 =$

$k_3 =$

$k_4 =$

$k_5 =$

terhelések:

$F_1 =$

$F_2 =$

$\alpha =$

$f =$

$M =$

Válaszok a kérdésekre:

a. A vonalas vázlat:

--

b.

$F_B =$

$F_G =$

$F_{12} =$

$M_G =$

Formai követelmények:

A feladat megoldását jegyzőkönyvként, A4-es papírlapokon, a határidő letelte előtt a gyakorlatvezetőnek kell benyújtani. A jegyzőkönyv a gépészmérnök hallgatóktól általánosan elvárt formai követelményeknek kell, hogy megfeleljen.

A fedőlapon szerepeljen az

Második házi feladat (a Statika BG tantárgyból)

cím, a benyújtó neve és NEPTUN kódja, valamint a beadás dátuma. A jegyzőkönyvnek szükséges tartalmaznia a megoldandó feladat vonalas vázlatát (modelljét), a saját paraméterekkel generált adatokat, valamint az a., b. és c. kérdésekre adott válaszokat a szükséges képletek és számítások részletezésével együtt. A megadott eredménylapot a jegyzőkönyv végéhez kell csatolni!

Harmadik házi feladat a Statika BG tárgyból

A Gerber-tartó teljes erőjátékának ismeretében rajzolja meg a tartó igénybevételi ábráit!

A feladat leadásával kapcsolatos tudnivalók:

Formai követelmények:

A feladat megoldását jegyzőkönyvként, A4-es papírlapokon, a határidő letelte előtt a gyakorlatvezetőnek kell benyújtani. A jegyzőkönyv a gépészmérnök hallgatóktól általánosan elvárt formai követelményeknek kell, hogy megfeleljen.

A fedőlapon szerepeljen az

Harmadik házi feladat (a Statika BG tantárgyból)

cím, a benyújtó neve és NEPTUN kódja, valamint a beadás dátuma. A beadandó (második) eredménylapon – a jellemző metszésekben vett függvényértékek feltüntetése mellett – kell megrajzolni a jelleghelyes igénybevételi ábrákat!

Eredménylap

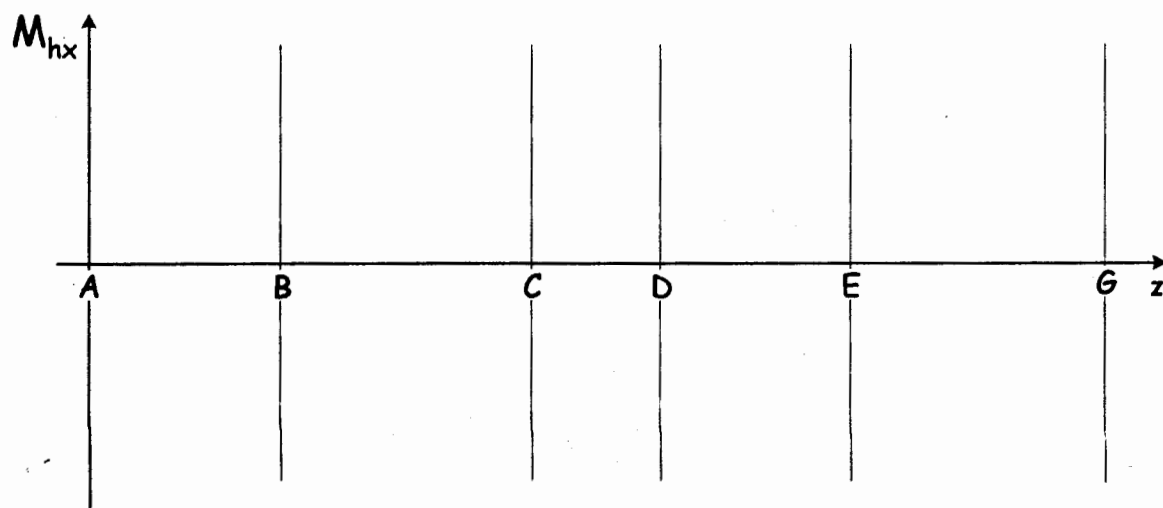
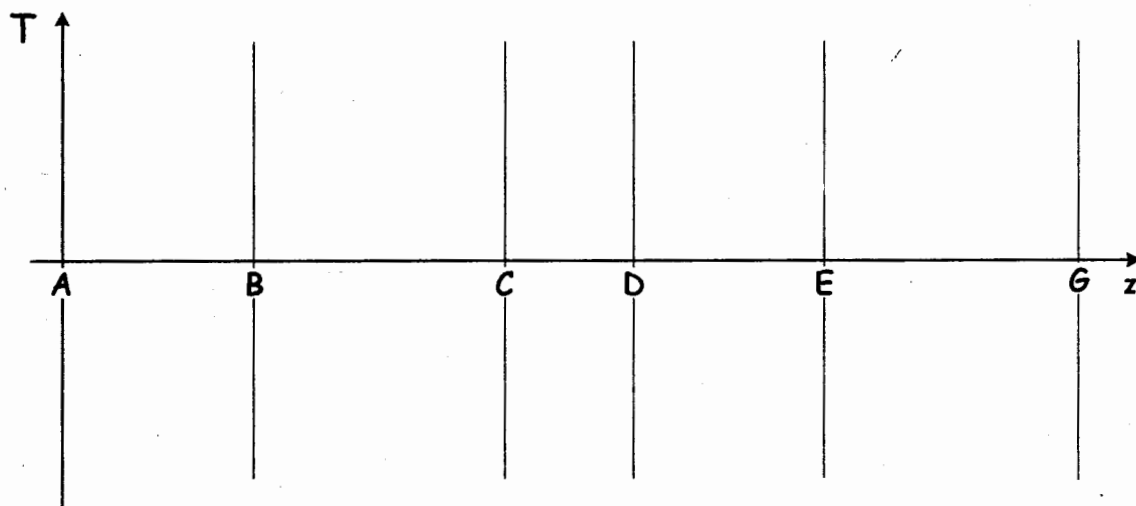
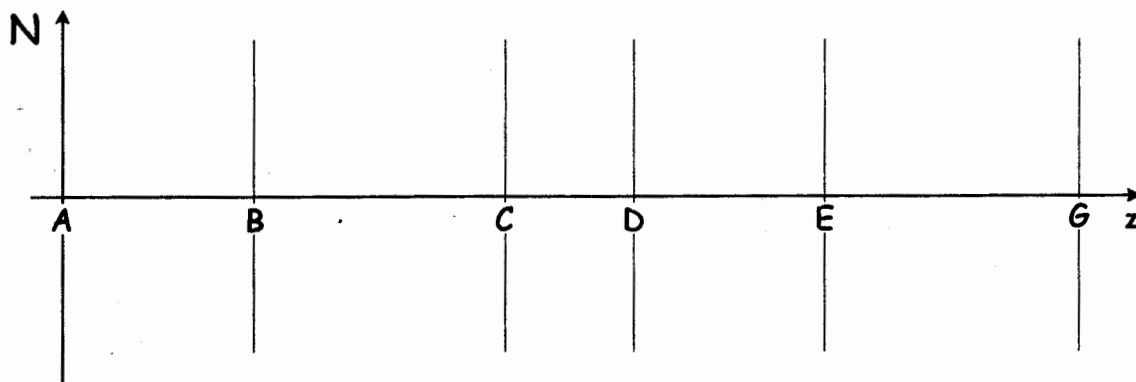
Név:

Neptun kód:

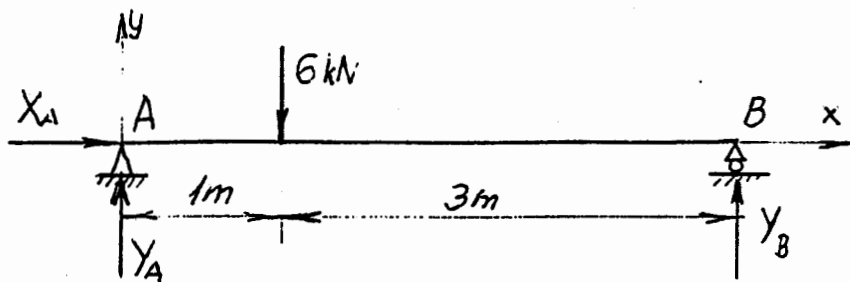
--	--	--	--	--	--

Születési dátum:

--	--	--	--	--	--



MP-I.5.5



$$\vec{F}_A = X_A \vec{i} + Y_A \vec{j}$$

$$\vec{F}_B = Y_B \vec{j}$$

$$X = 0 \Rightarrow X_A = 0$$

$$M_a = 0 = -1 \cdot 6 + 4 \cdot Y_B \Rightarrow Y_B = 1,5 \text{ kN}$$

$$M_b = 0 = 3 \cdot 6 - 4 \cdot Y_A \Rightarrow Y_A = 4,5 \text{ kN}$$

ellenőrzés:

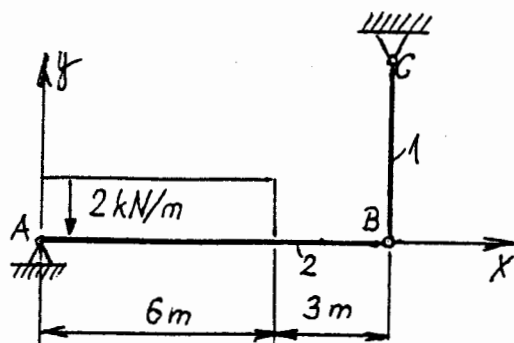
$$Y = 0 = 4,5 - 6 + 1,5$$

támasztóerők:

$$\vec{F}_A = (4,5 \vec{j}) \text{ kN}$$

$$\vec{F}_B = (1,5 \vec{j}) \text{ kN}$$

MP-I.5.7



a/ a BC egyensúlyából következik, hogy a B ponton átadódó belső erő függőleges

b/ AB egyensúlya

$$M_a = 0 = -12 \cdot 3 + 9 \cdot Y_{21}$$

$$Y_{21} = 4 \text{ kN}$$

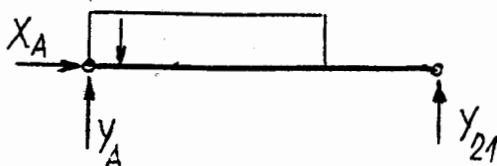
$$M_b = 0 = 12 \cdot 6 - 9 \cdot Y_A ;$$

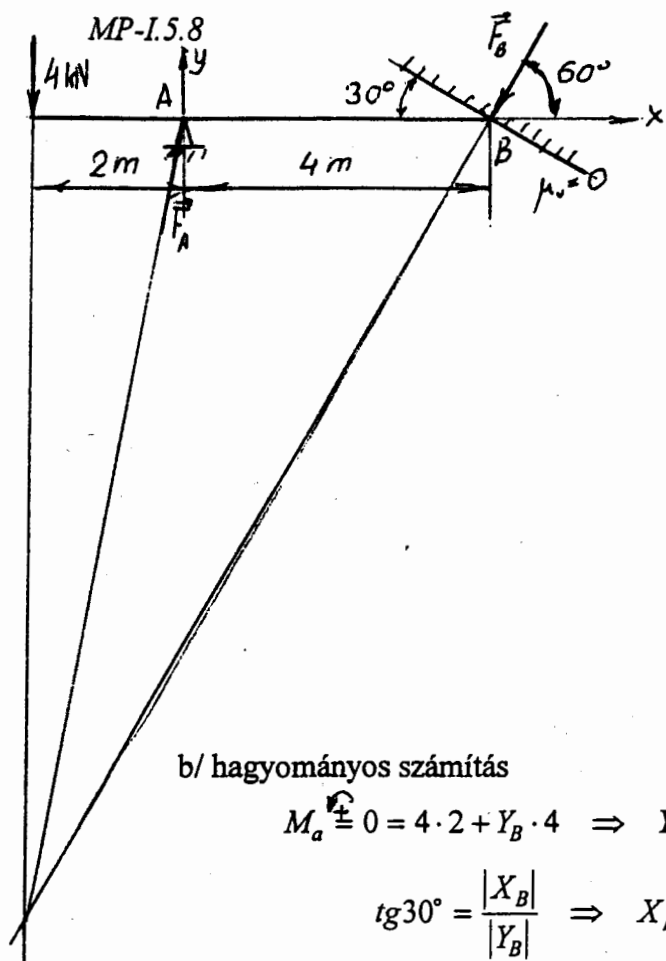
$$Y_A = 8 \text{ kN}$$

$$X = 0 \Rightarrow X_A = 0$$

ellenőrzés:

$$Y = 0 = -12 + 4 + 8$$





$$\vec{F}_A = ?$$

$$\vec{F}_B = ?$$

a/ szerkesztés

$$\vec{F}_A + \vec{F}_B - 4\vec{j} = \vec{0}$$

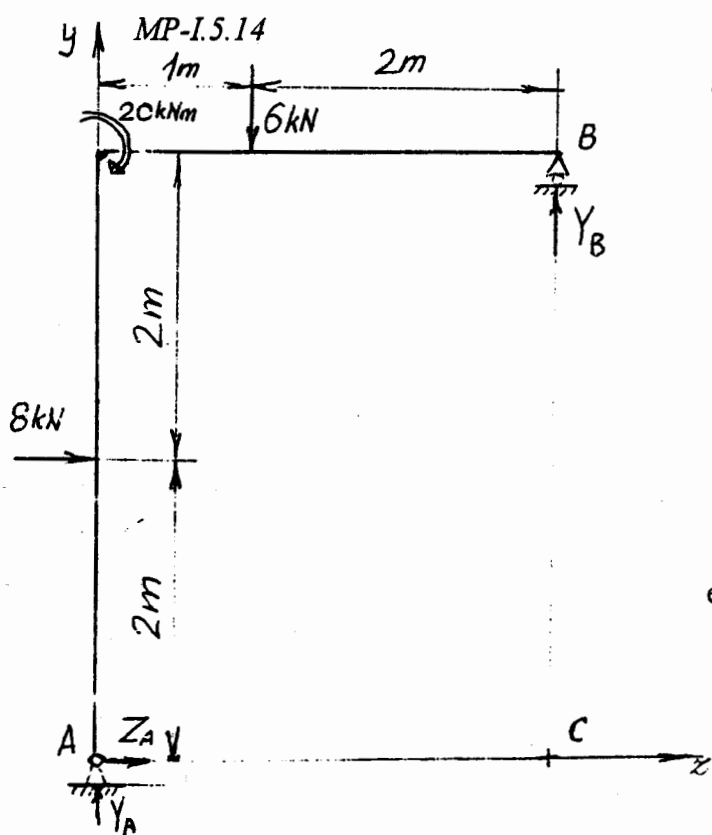
b/ hagyományos számítás

$$M_a \uparrow = 0 = 4 \cdot 2 + Y_B \cdot 4 \Rightarrow Y_B = -2 \text{ kN}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{|X_B|}{|Y_B|} \Rightarrow X_B = -|Y_B| \tan 30^\circ = -2 \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \text{ kN}$$

$$M_b = 0 = 6 \cdot 4 - 4Y_A \Rightarrow Y_A = 6 \text{ kN}$$

$$X = 0 = X_A - \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow X_A = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ kN}.$$



a/ hagyományos számítás

$$M_a \uparrow = 0 = 2 \cdot 8 + 1 \cdot 6 + 20 - 3Y_B$$

$$Y_B = \frac{42}{3} = 14 \text{ kN}$$

$$M_c = 0 = 2 \cdot 8 - 2 \cdot 6 + 20 + 3Y_A$$

$$Y_A = -\frac{24}{3} = -8 \text{ kN}$$

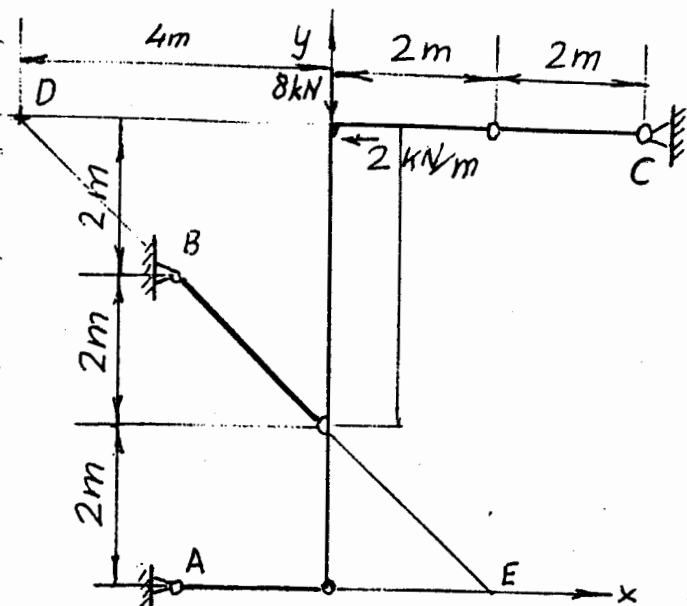
$$Z = 0 = Z_A + 8$$

$$Z_A = -8 \text{ kN}$$

ellenőrzés:

$$Y = 0 = 14 - 8 - 6$$

MP-I.5.34



a/ hagyományos számítás

(Ritter Számítás)

$$M_d^+ = 0 = -4 \cdot 8 - 2 \cdot 8 + 6X_A$$

$$X_A = \frac{48}{6} = 8 \text{ kN}$$

$$M_e = 0 = 2 \cdot 8 + 4 \cdot 8 - 6X_c$$

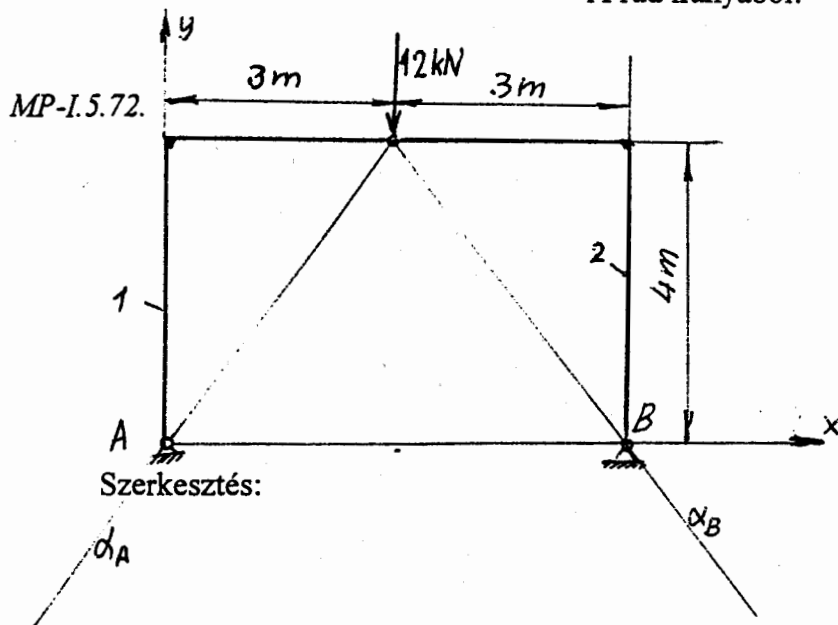
$$X_c = \frac{48}{6} = 8 \text{ kN}$$

$$Y = 0 = -8 + Y_B$$

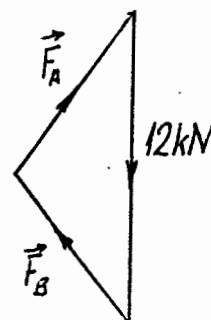
$$Y_B = 8 \text{ kN}$$

A rúd irányából:

$$X_B = -8 \text{ kN}.$$



Szerkesztés:



Számítás:

$$(1+2) \quad M_a^+ = 0 = 12 \cdot 3 - Y_B \cdot 6 \Rightarrow Y_B = 6 \text{ kN}$$

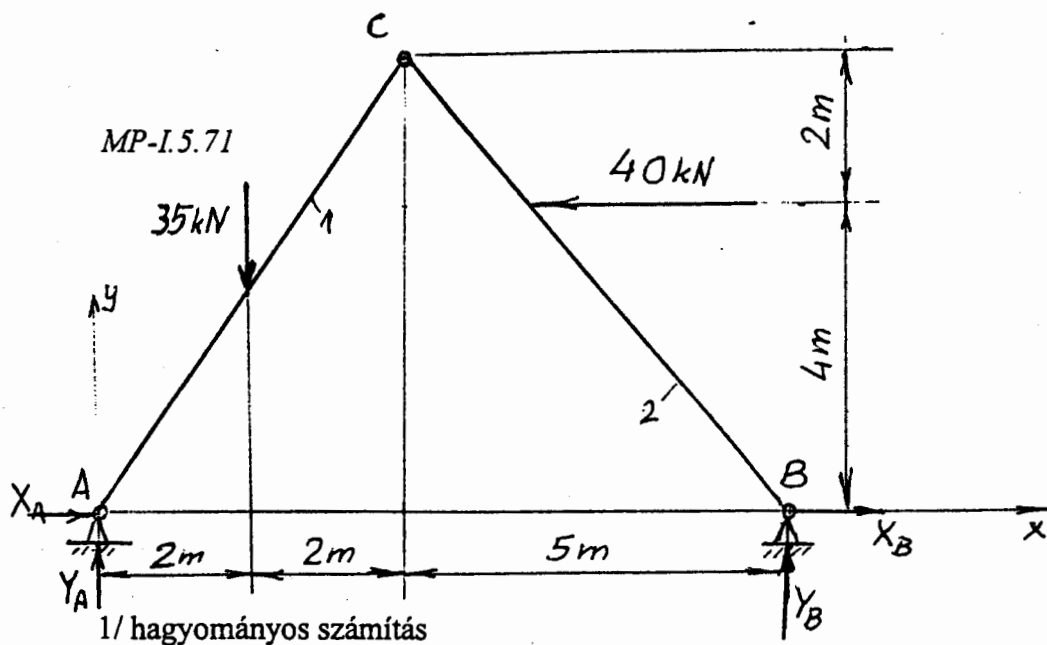
$$M_b = 0 = -12 \cdot 3 + Y_A \cdot 6 \Rightarrow Y_A = 6 \text{ kN}$$

$$(1) \quad \text{egyensúlyát megvizsgálva:} \quad \frac{|X_A|}{|Y_A|} = \frac{3}{4} \Rightarrow X_A = 4,5 \text{ kN}$$

$$(2) \quad \text{egyensúlyát megvizsgálva:} \quad \frac{|X_B|}{|Y_B|} = \frac{3}{4} \Rightarrow X_B = -4,5 \text{ kN}$$

Ellenőrzés:

megvizsgálni a C csukló egyensúlyát.



a/ (1+2)

$$M_a = 0 = -2 \cdot 35 + 4 \cdot 40 + 9 \cdot Y_B$$

$$Y_B = \frac{70 - 160}{9} = -10 \text{ kN}$$

$$M_b = 0 = -Y_A \cdot 9 + 7 \cdot 35 + 4 \cdot 40$$

$$Y_A = \frac{245 + 160}{9} = \frac{405}{9} = 45 \text{ kN}$$

b/ (1)

$$M_c = 0 = 6 \cdot X_A - 4 \cdot 45 + 2 \cdot 35$$

$$X_A = \frac{180 - 70}{6} = \frac{110}{6} = \frac{55}{3} \text{ kN}$$

(2)

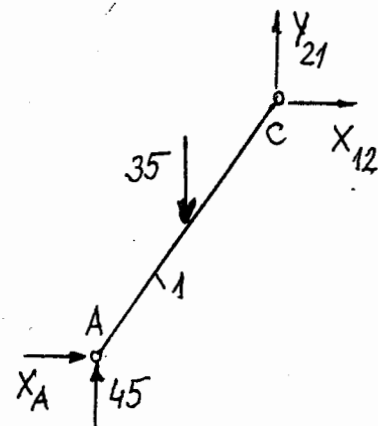
$$M_c = 0 = 6X_B - 5 \cdot 10 - 2 \cdot 40$$

$$X_B = \frac{50 + 80}{6} = \frac{130}{6} = \frac{65}{3} \text{ kN}$$

c/ (1)

$$X = 0 = X_{12} + \frac{55}{3} \quad X_{12} = -\frac{55}{3} \text{ kN}$$

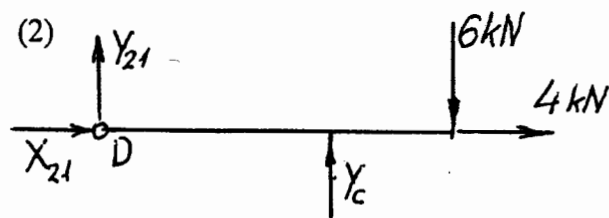
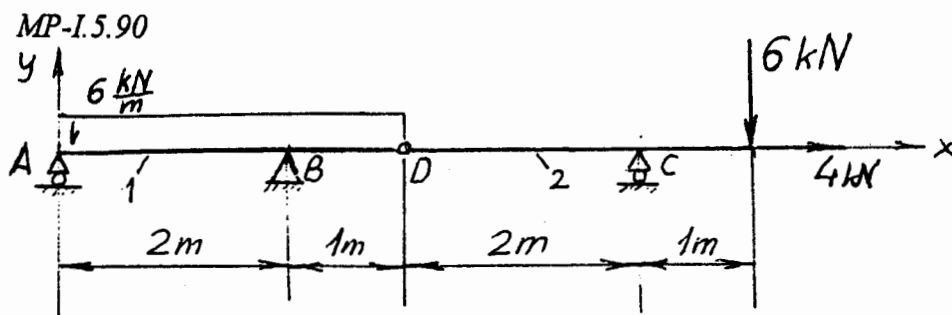
$$Y = 0 = Y_{12} - 35 + 45 \quad Y_{12} = -10 \text{ kN}$$



Ellenőrzés:

$$(1+2) \begin{cases} X = 0 = \dots \\ Y = 0 = \dots \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} X = 0 \\ Y = 0 \end{cases}$$



$$X = 0 = 4 + X_{21} \quad X_{21} = -4 \text{ kN}$$

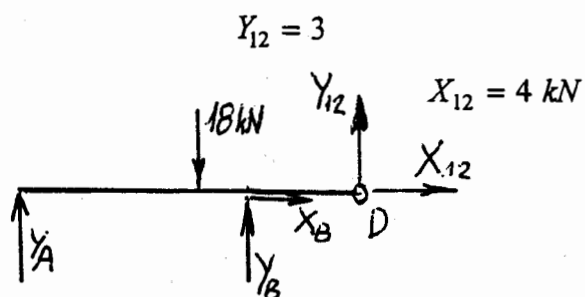
$$M_d = 0 = 2 \cdot Y_C - 3 \cdot 6$$

$$Y_C = 9 \text{ kN}$$

$$M_c = 0 = -2Y_{21} - 6 \cdot 1$$

$$Y_{21} = -3 \text{ kN}$$

(1)



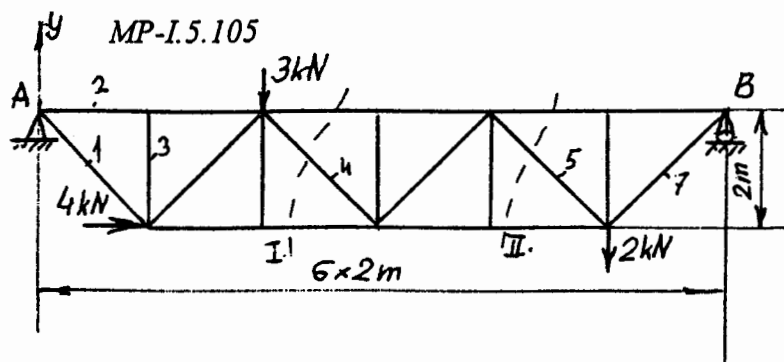
$$X = 0 = 4 + X_B \quad X_B = -4 \text{ kN}$$

$$M_a = -18 \cdot 1,5 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot Y_B$$

$$Y_B = 9 \text{ kN}$$

$$Y = 0 = Y_A - 18 + 9 + 3$$

$$Y_A = 6 \text{ kN}$$



támasztóerők

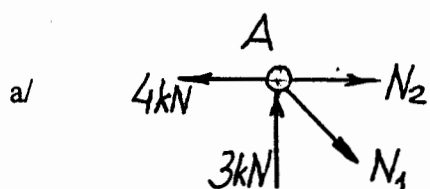
$$X = 0 = 4 + X_A \quad X_A = -4 \text{ kN}$$

$$M_a = 0 = 4 \cdot 2 - 4 \cdot 3 - 10 \cdot 2 + 12 Y_b$$

$$Y_b = 2 \text{ kN}$$

$$M_b = 0 = 2 \cdot 4 + 8 \cdot 3 + 2 \cdot 2 - 12 Y_a$$

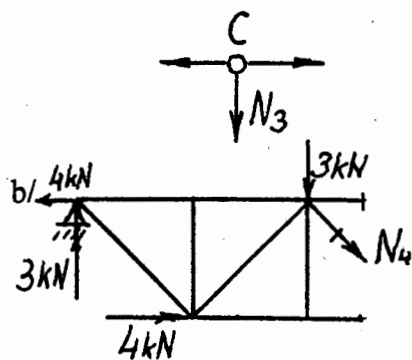
$$Y_a = 3 \text{ kN}$$



$$Y = 0 \Rightarrow N_{1y} = 3 \text{ kN}, \quad N_{1x} = 3 \text{ kN}$$

$$N_1 = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2} \text{ kN}$$

$$X = 0 = -4 + 3 + N_2 \quad N_2 = 1 \text{ kN}$$



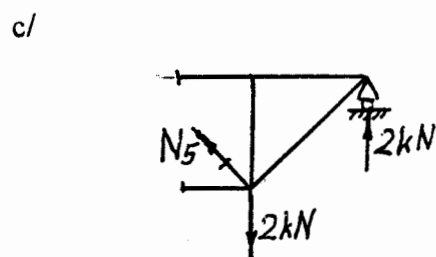
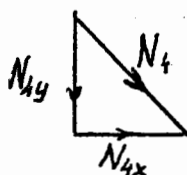
$$Y = 0 \Rightarrow N_3 = 0$$

$$Y = 0 = 3 - 3 + N_{4y}$$

$$N_{4y} = 0$$

$\Downarrow$

$$N_4 = 0$$

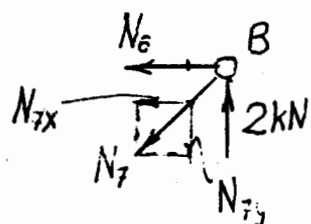


$$Y = 0 = 2 - 2 + N_{5y}$$

$$N_{5y} = 0$$

$\Downarrow$

$$N_5 = 0$$



$$Y = 0 = 2 - N_{7y}$$

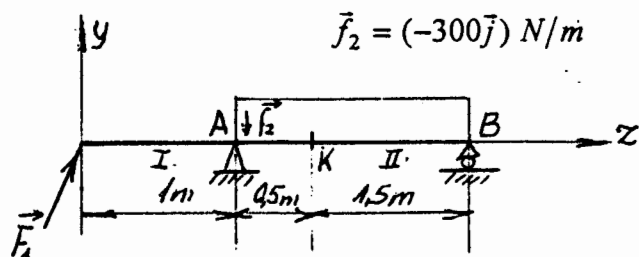
$$N_{7y} = 2 \text{ kN}$$

$$N_7 = 2\sqrt{2} \text{ kN}$$

$$X = 0 = -N_6 - 2$$

$$N_6 = -2 \text{ kN}$$

MP-II.1.3



$$\vec{F}_1 = (100\vec{j} + 40\vec{k}) \text{ N}$$

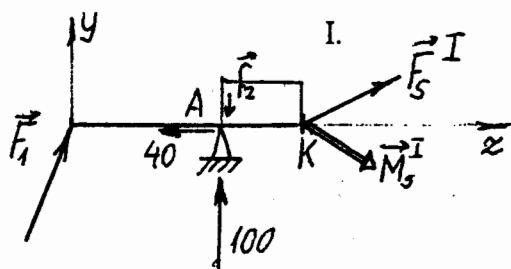
támasztóerők:

$$Z = 0 - 40 + Z_A \quad Z_A = -40 \text{ N}$$

$$M_a = 0 = 100 \cdot 1 + 600 \cdot 1 - 2 \cdot Y_B \quad Y_B = 350 \text{ N}$$

$$M_b = 0 = 100 \cdot 3 - 600 \cdot 1 + 2Y_A \quad Y_A = 150 \text{ N}$$

a/

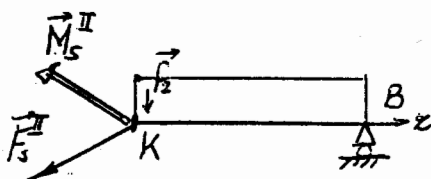


$$\vec{F}_S^I = (-100\vec{j}) \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_S^I &= (0,75 \cdot 450 - 1,5 \cdot 350)\vec{i} \text{ N} \\ &= (-187,5\vec{i}) \text{ Nm} \end{aligned}$$

b/

II.



$$\vec{F}_S^II = 100\vec{j} \text{ N}$$

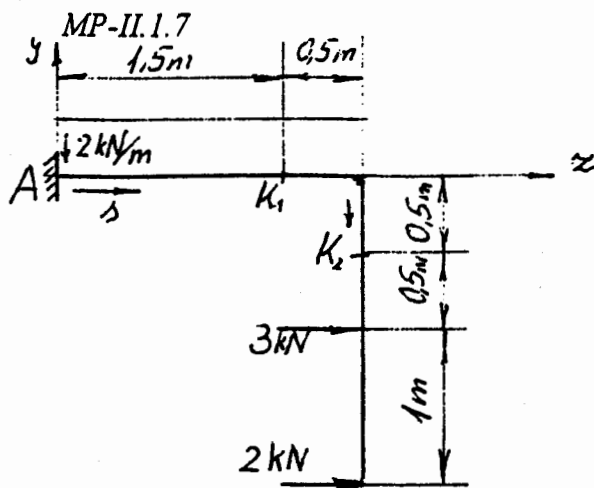
$$\begin{aligned} \vec{M}_S^II &= (100 \cdot 1,5 + 150 \cdot 0,5 - 150 \cdot 0,25)\vec{i} \\ &= (+187,5\vec{i}) \text{ Nm} \end{aligned}$$

c/

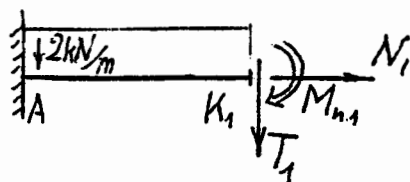
$$N_K = 0$$

$$T_K = 100 \text{ N} \quad \uparrow \downarrow$$

$$M_K = -187,5 \text{ Nm} \quad (\leftarrow \rightarrow)$$



Feladat a K_1 és K_2 keresztmetszet igénybevételeinek meghatározása

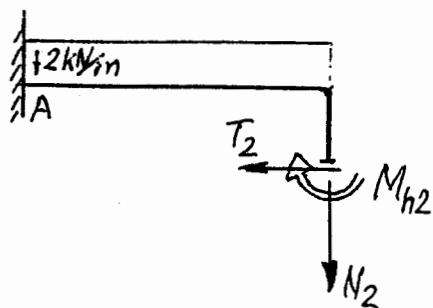


$$N_1 = 5 \text{ kN} \quad \leftarrow \rightarrow$$

$$T_1 = 1 \text{ kN} \quad \uparrow \downarrow$$

$$M_{h1} = 0,25 \cdot 1 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 2$$

$$= -6,75 \text{ kNm} \quad (\curvearrowright)$$

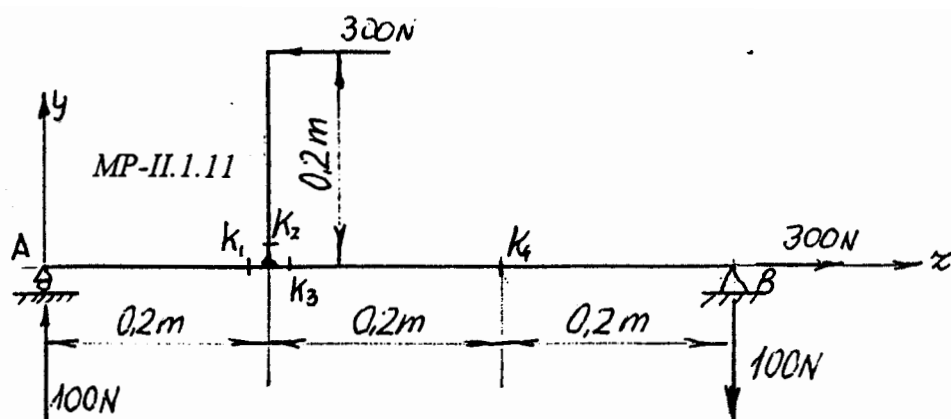


$$N_2 = 0$$

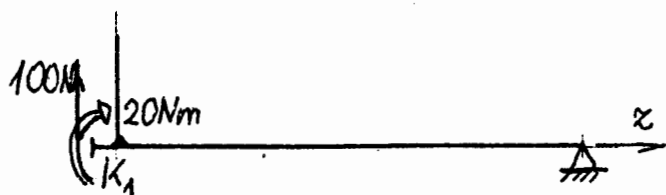
$$T_2 = -5 \text{ kN} \quad \overline{\text{I}}$$

$$M_{h2} = -0,5 \cdot 3 - 1,5 \cdot 2 =$$

$$= -4,5 \text{ kNm} \quad \overline{\text{I}}$$



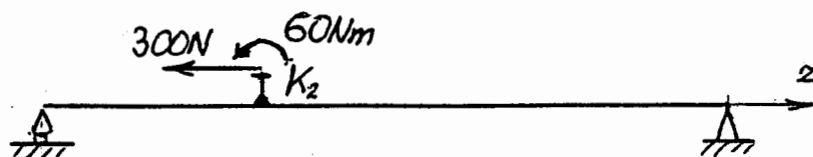
a/



$$N_{K1} = 0$$

$$T_{K1} = 100 \text{ N} \quad \uparrow \longleftrightarrow \downarrow$$

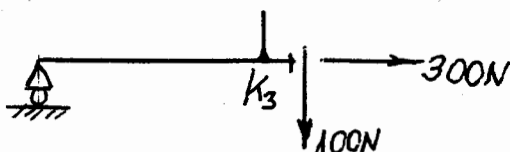
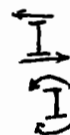
$$M_{hK1} = -20 \text{ Nm} \quad \curvearrowright \longleftrightarrow \curvearrowleft$$



$$N_{K2} = 0$$

$$T_{K2} = -300 \text{ N}$$

$$M_{hK2} = -60 \text{ Nm}$$



$$N_{K3} = 300 \text{ N} \quad \longleftrightarrow \rightarrow$$

$$T_{K3} = 100 \text{ N} \quad \uparrow \longleftrightarrow \downarrow$$

$$M_{hK3} = 40 \text{ Nm} \quad \curvearrowleft \longleftrightarrow \curvearrowright$$

b/



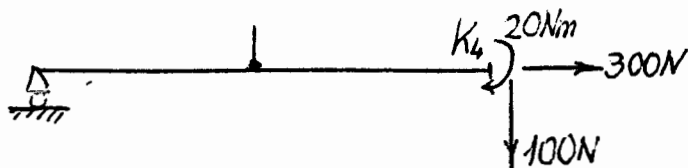
$$Z = 0 = 300 - 300$$

$$Y = 0 = 100 - 100$$

$$M'_z = 0 = 20 - 60 + 40$$

} az egyensúly teljesül

c/



$$N_{K4} = 300 \text{ N}$$

$$T_{K4} = 100 \text{ N}$$

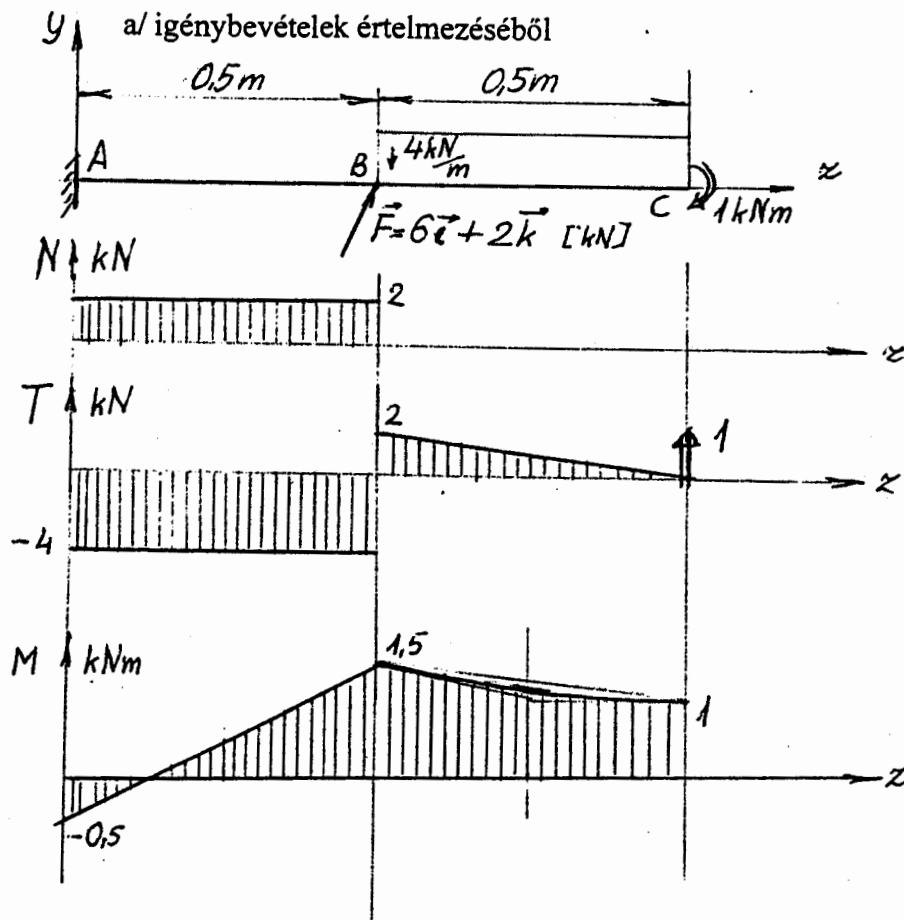
$$M_{hK4} = 20 \text{ Nm}$$

$$\longleftrightarrow \rightarrow$$

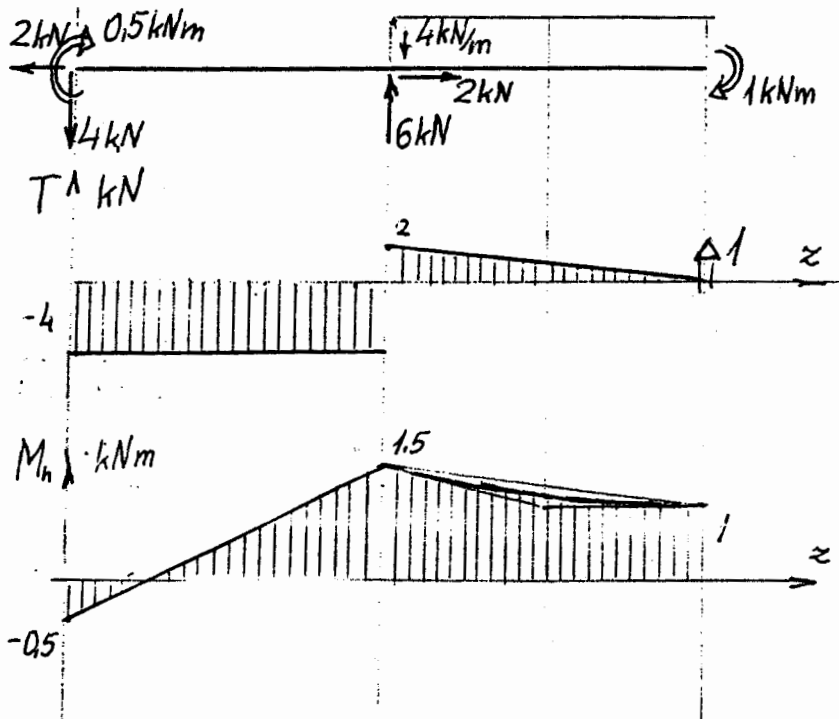
$$\uparrow \longleftrightarrow \downarrow$$

$$\curvearrowleft \longleftrightarrow \curvearrowright$$

a/ igénybevételek értelmezéséből



b/ egyensúly alapján



támasztóerők:

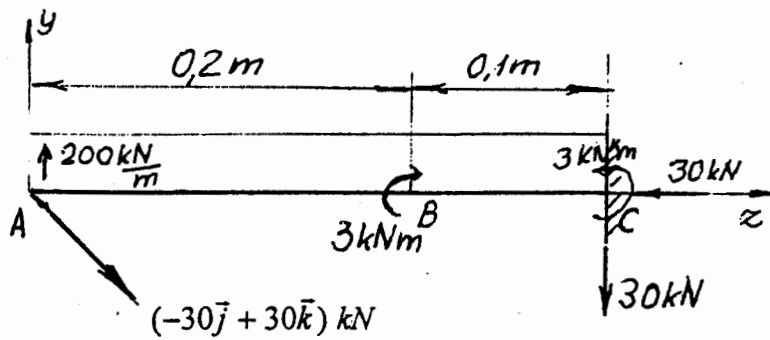
$$Z_A = -2\text{ kN}$$

$$Y_a = -4\text{ kN}$$

$$M_A = -1 - 1.5 + 3 = 0.5\text{ kNm}$$

$$T = T_0 + \int_{(1)} f dz$$

$$M = M_0 - \int T dz$$



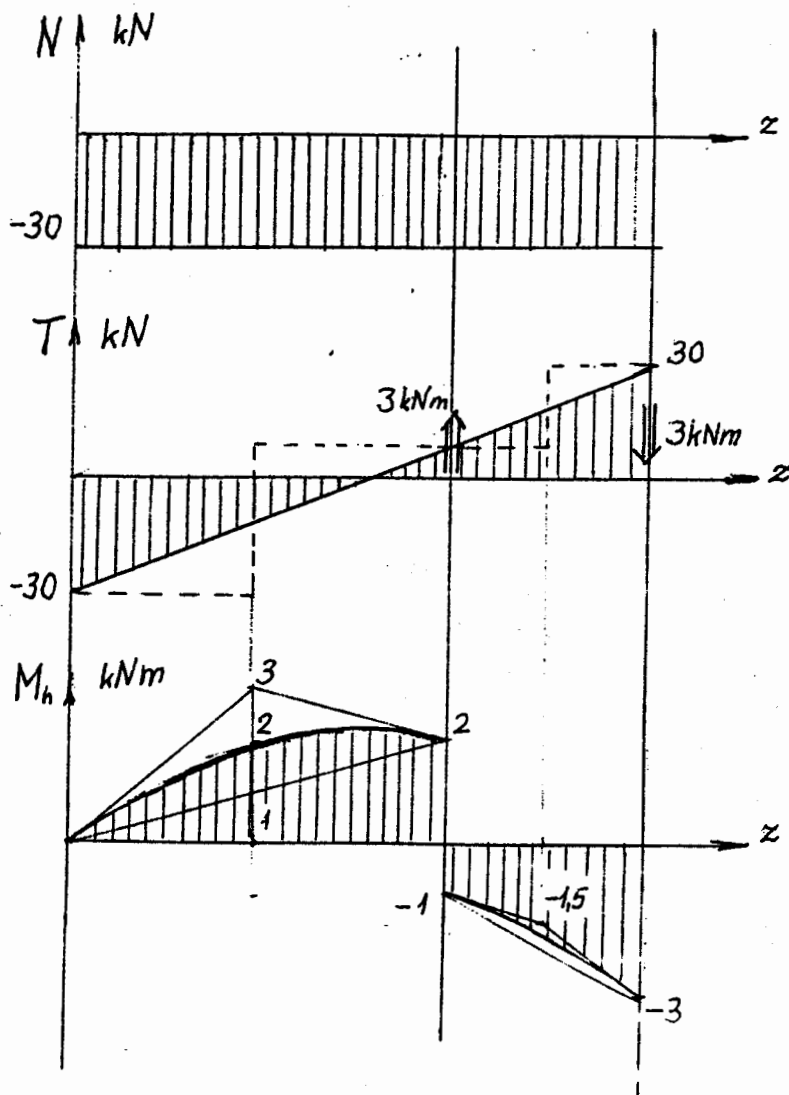
Támasztó erőrendszer:

$$\vec{F}_C = 30\vec{j} - 30\vec{k} - 60\vec{j}$$

$$= (-30\vec{j} - 30\vec{k}) \text{ kN}$$

$$Y_C = -30 \text{ kN}$$

$$Z_C = -30 \text{ kN}$$

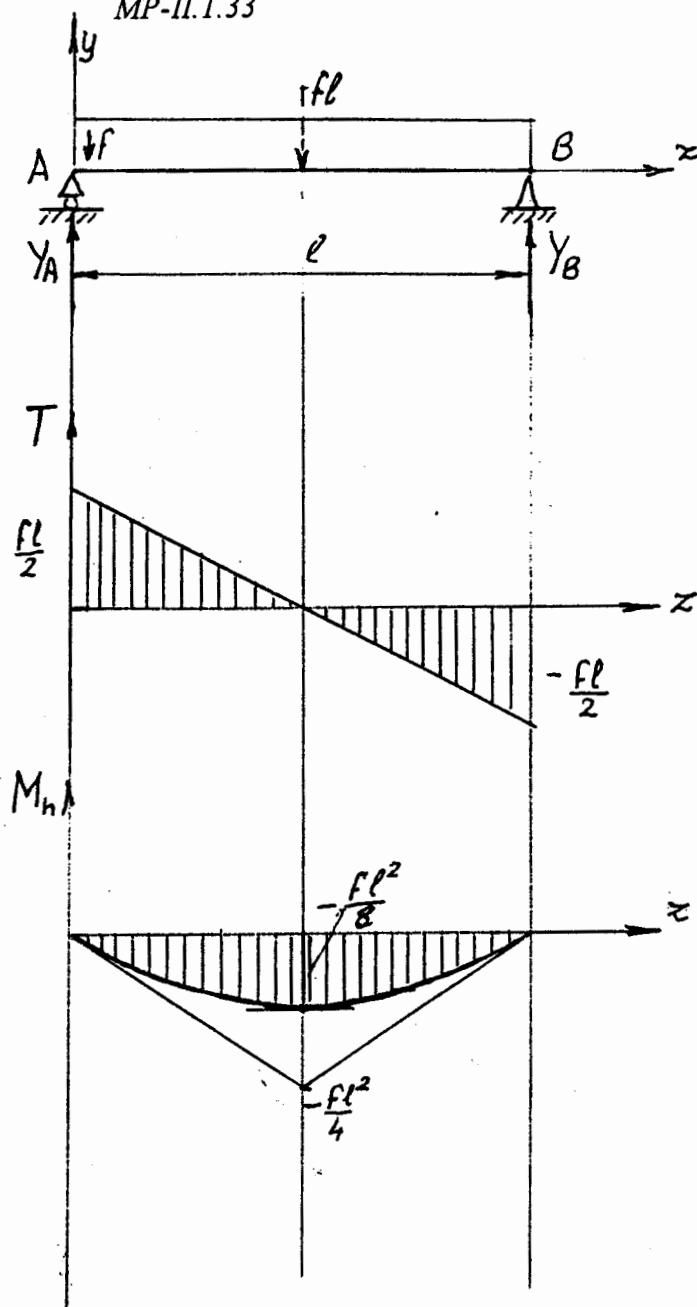


$$\bar{M}_C = \bar{i}(30 \cdot 0,3 - 60 \cdot 0,15 - 3) =$$

$$= (9 - 9 - 3)\bar{i}$$

$$\bar{M}_C = (-3\bar{i}) \text{ kN}$$

MP-II.1.33



$$M_a = 0 \rightarrow Y_B = \frac{fl}{2}$$

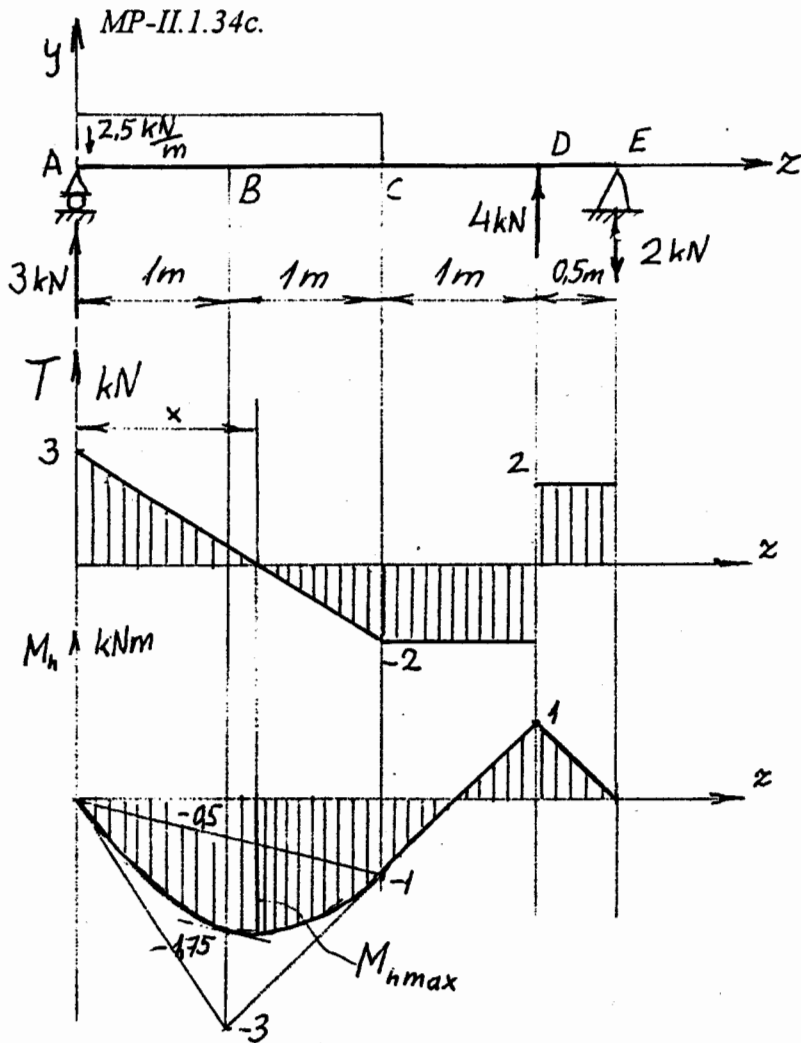
$$M_b = 0 \rightarrow Y_A = \frac{fl}{2}$$

$$T(z) = T_0 + \int_{z=0}^z f_y dz$$

$$M_h(z) = M_0 - \int_{z=0}^z T dz$$

$$M_{\max} = \frac{fl^2}{8}$$

MP-II.1.34c.



$$T - T_0 = \int_{z=z_0}^z f_y dz$$

$$M - M_0 = - \int_{\zeta=z_0}^z T d\zeta$$

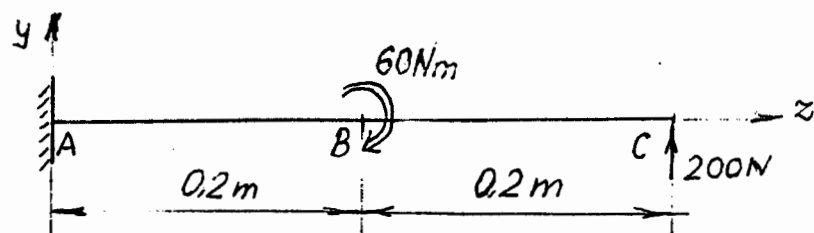
$$T_{\max} = |T_A| = 3 \text{ kN}$$

$$M_{h\max} \quad \text{helye} \quad T = 0 \quad 3 : x = 5 : 2 \rightarrow x = 1,2 \text{ m}$$

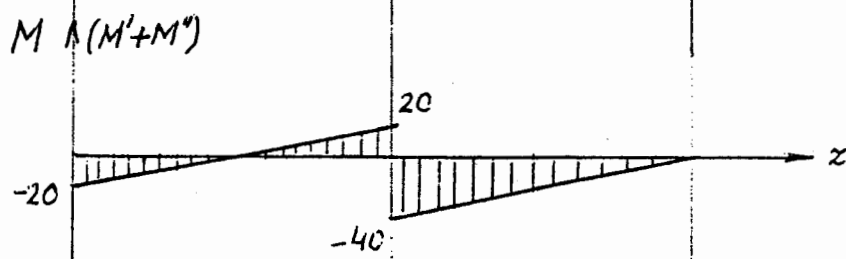
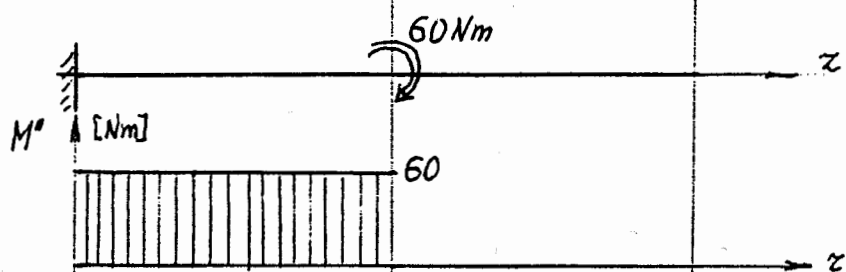
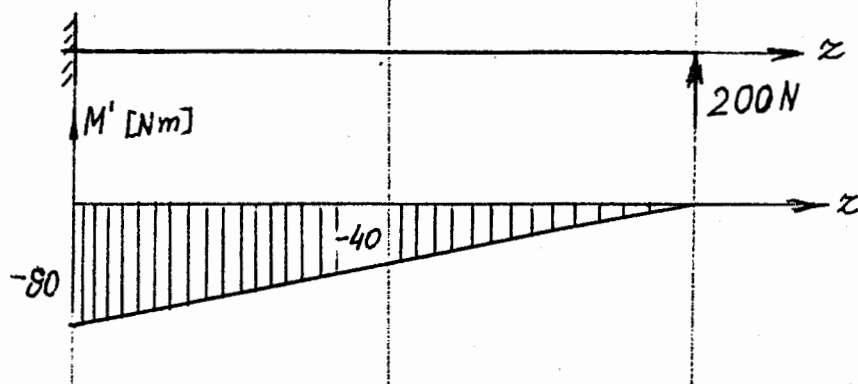
$$M_{h\max} = -3 \cdot 1,2 + 2,5 \cdot 1,2 \cdot 0,6 = -3,6 + 1,5 \cdot 1,2 = -3,6 + 1,8$$

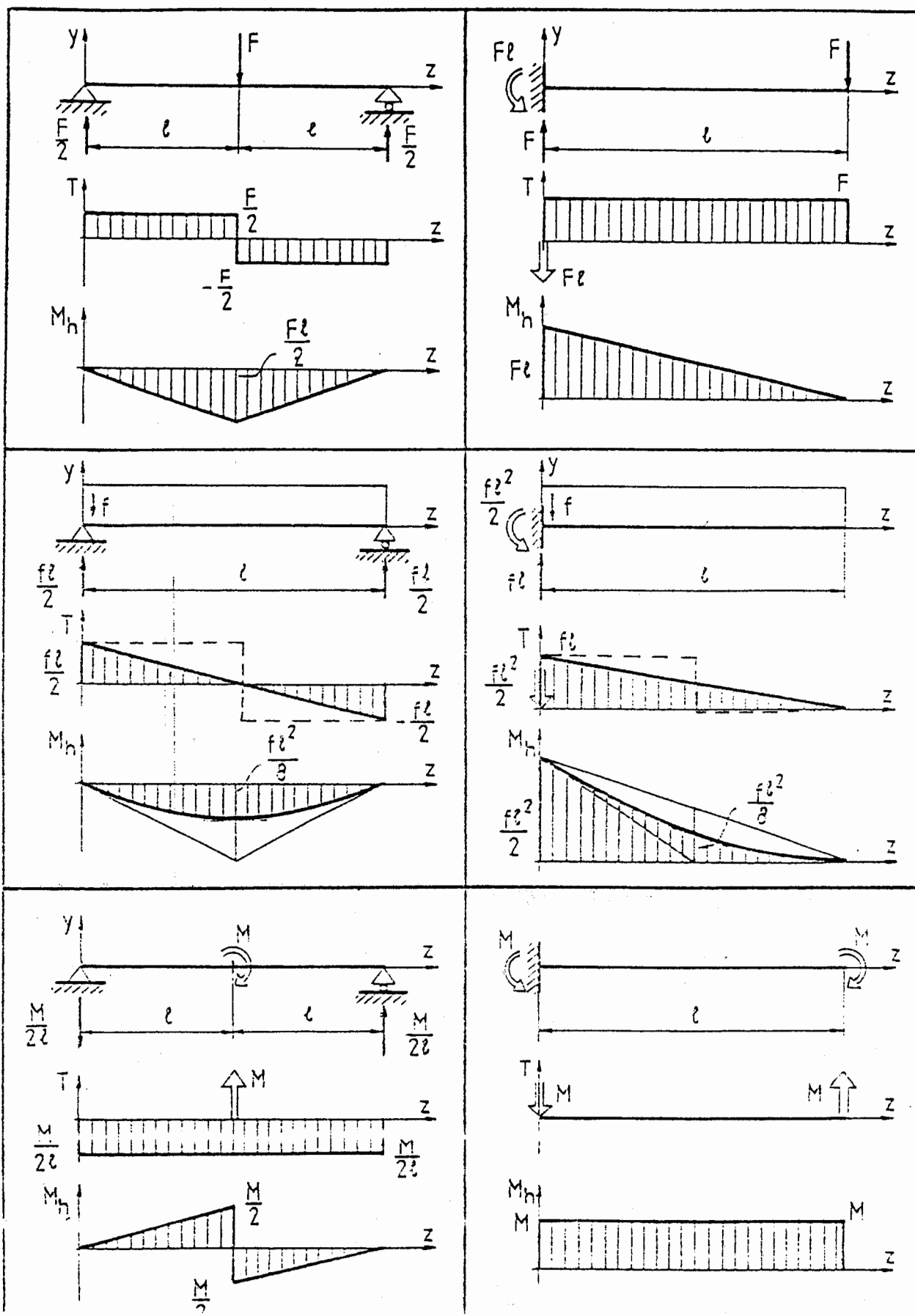
$$M_{h\max} = -1,8 \text{ kNm}$$

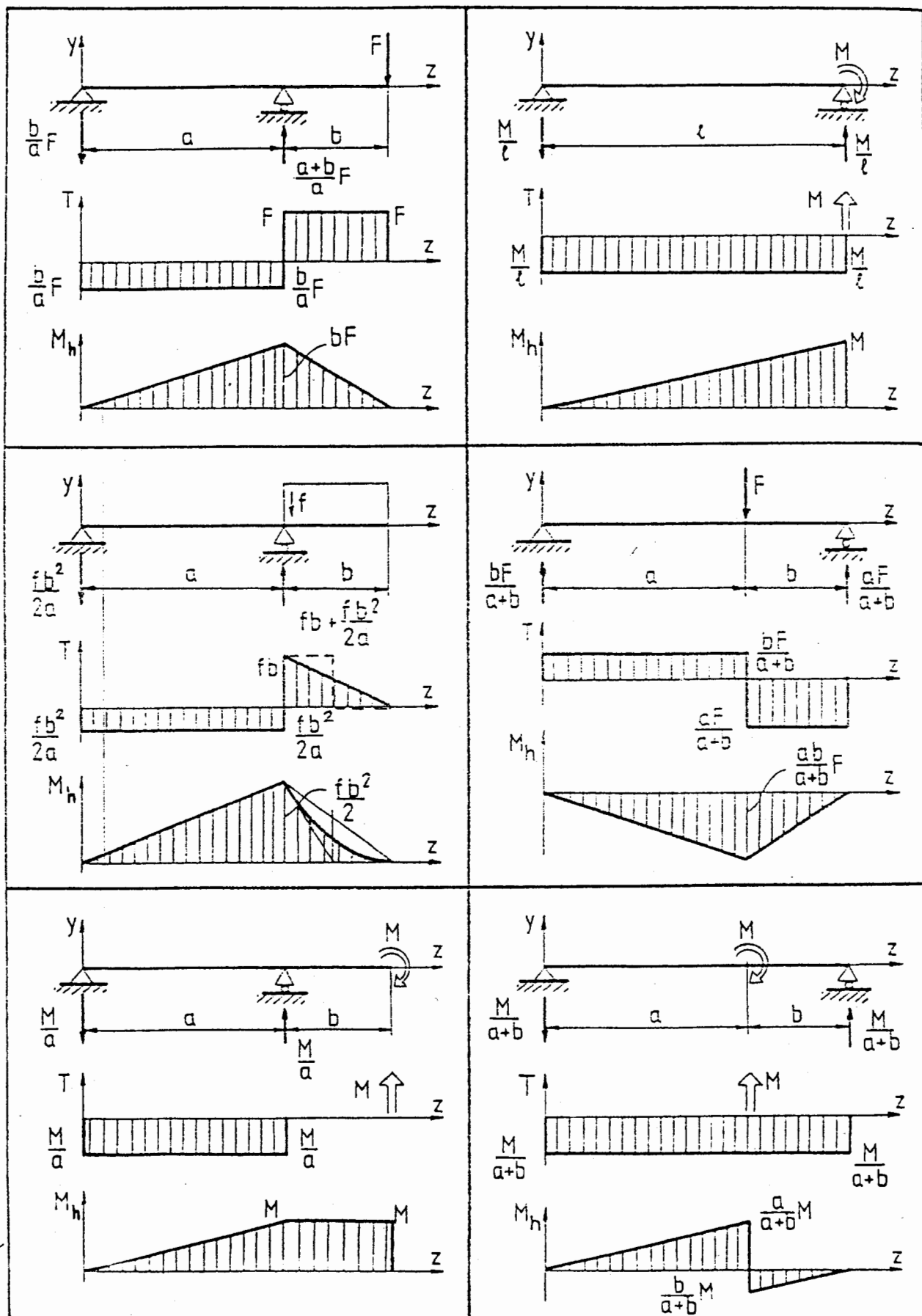
MP-II.1.43

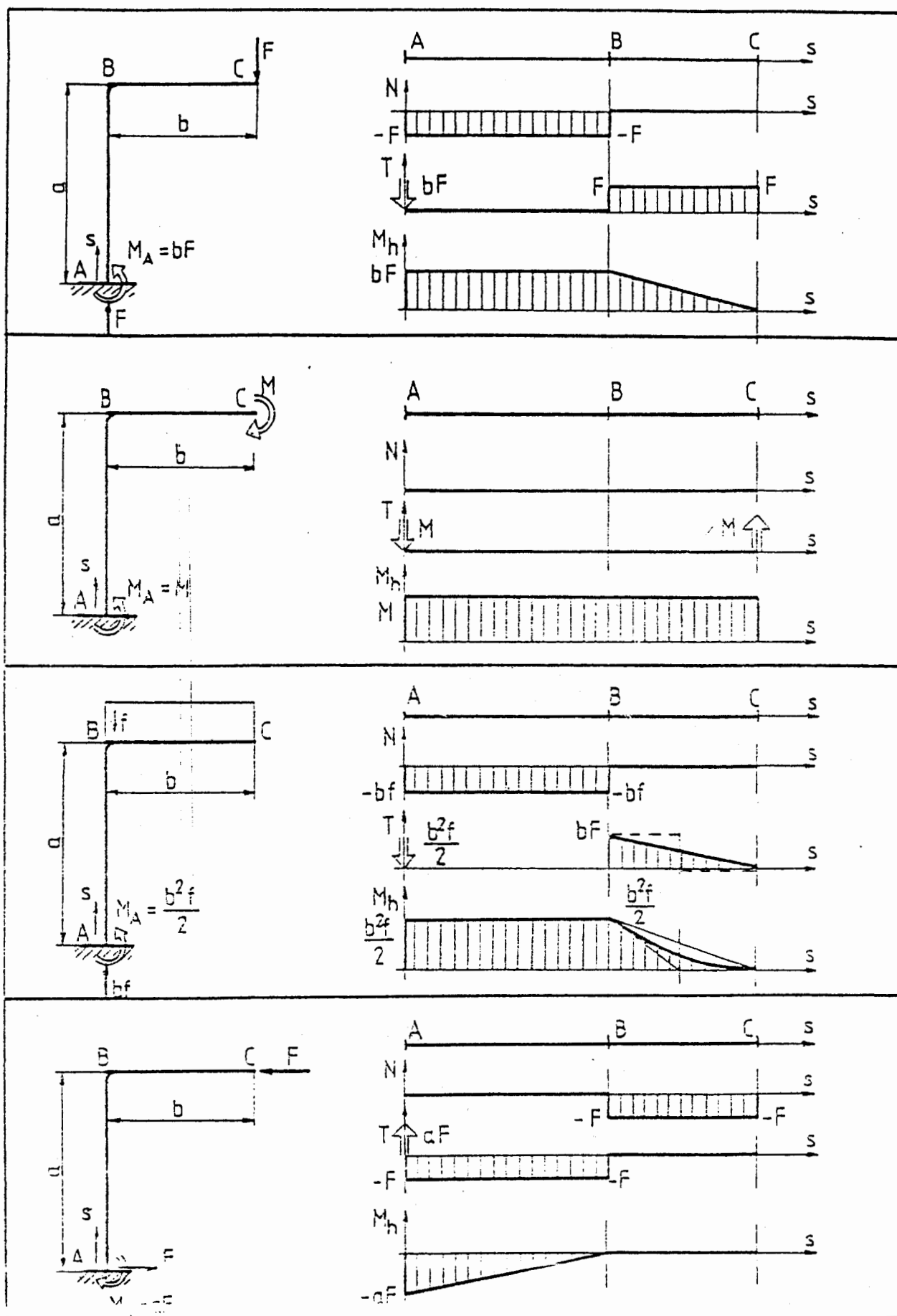


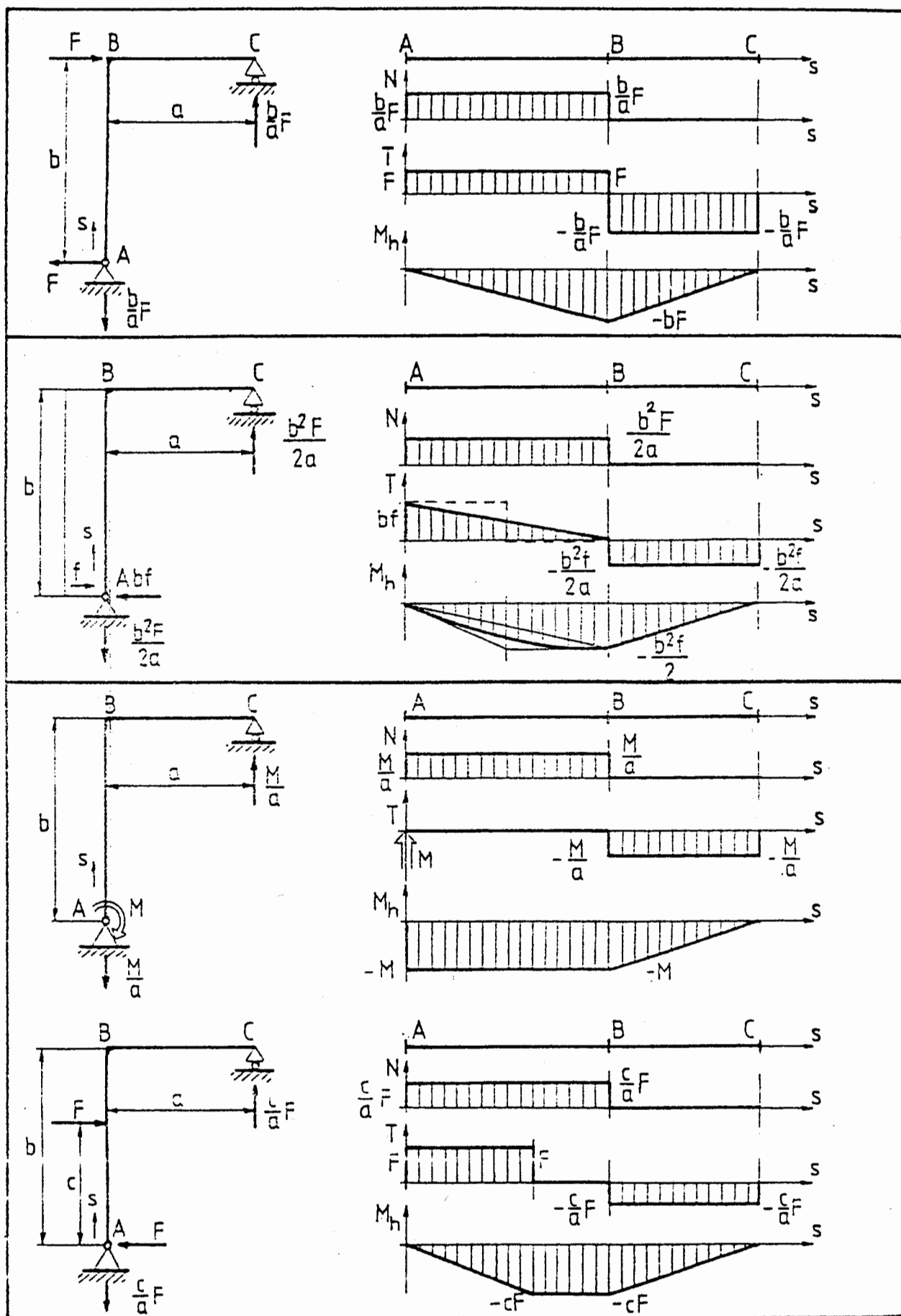
Szuperpozíció!









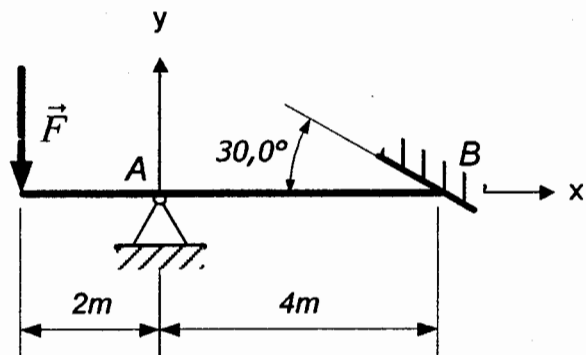


MP.I. 5.08. példa

Határozza meg az ábrán vázolt, tatrtós nyugalomban lévő tartó $\vec{F}_A$ és $\vec{F}_B$ támasztóerőit számítással és szerkesztéssel!

$$\vec{F} = (-4\vec{e}_y) \text{ kN}$$

$$\mu_0 = 0$$

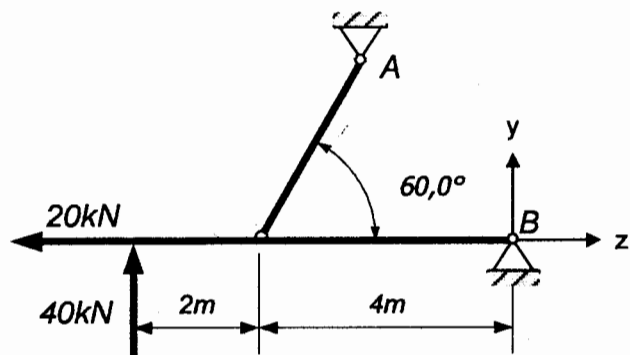


Eredmény:

$$\vec{F}_A = (1,15\vec{e}_x + 6\vec{e}_y) \text{ kN}, \quad \vec{F}_B = (-1,15\vec{e}_x - 2\vec{e}_y) \text{ kN}$$

MP.I. 5.20. példa

Határozza meg az ábrán vázolt, tatrtós nyugalomban lévő tartó $\vec{F}_A$ és $\vec{F}_B$ támasztóerőit számítással és szerkesztéssel!

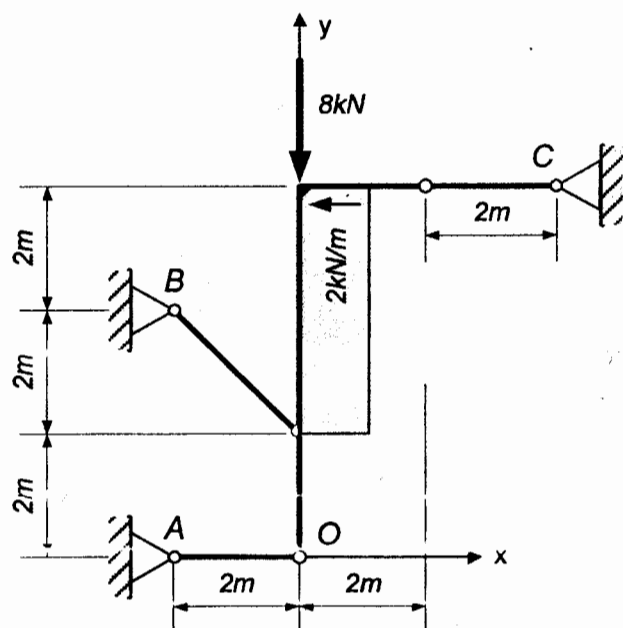


Eredmény:

$$\vec{F}_A = (-60\vec{e}_y - 34,6\vec{e}_z) \text{ kN}, \quad \vec{F}_B = (20\vec{e}_y + 54,6\vec{e}_z) \text{ kN}$$

MP.I. 5.34. példa

Határozza meg számítással és szerkesztéssel az ábrán vázolt, tatrtós nyugalomban lévő szerkezet támasztóerő - rendszerét!



Eredmény:

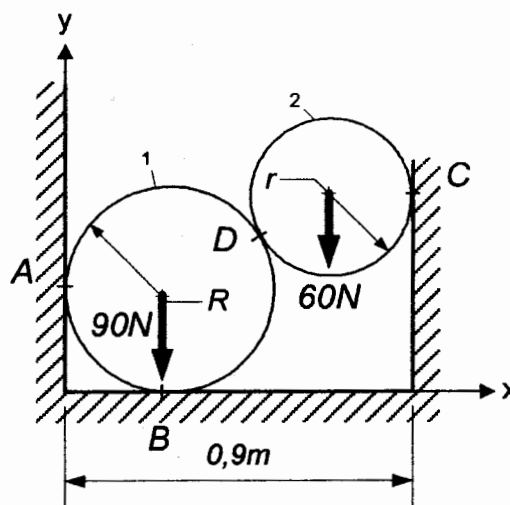
$$\vec{F}_A = \vec{F}_C = (8\vec{e}_x) \text{ kN}, \quad \vec{F}_B = (-8\vec{e}_x + 8\vec{e}_y) \text{ kN}$$

MP.I. 5.57. példa

Határozza meg az alábbi ábrán vázolt szerkezet támasztóerőit és a belső erőket! Az érintkező felületek simák.

$$R = 0,3m$$

$$r = 0,2m$$



Eredmény:

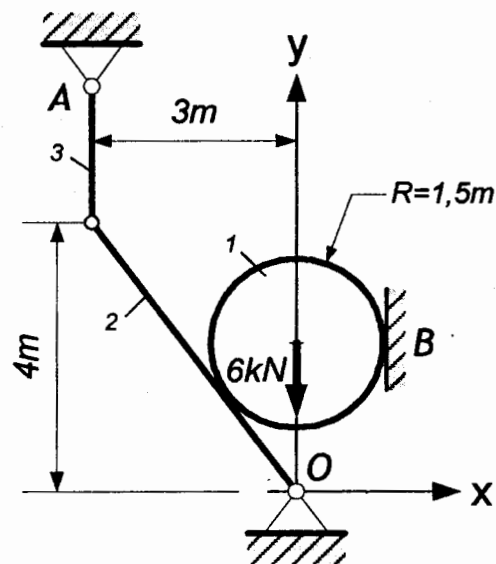
$$\vec{F}_A = (80\vec{e}_x)N, \quad \vec{F}_B = (150\vec{e}_y)N, \quad \vec{F}_C = (-80\vec{e}_x)N, \quad \vec{F}_{12} = (-80\vec{e}_x - 60\vec{e}_y)N$$

MP.I. 5.60. példa

Határozza meg az alábbi ábrán vázolt szerkezet támasztóerőit és a belső erőket! Az érintkező felületek simák.

$$R = 1,5m$$

$$r = 0,2m$$



Eredmény:

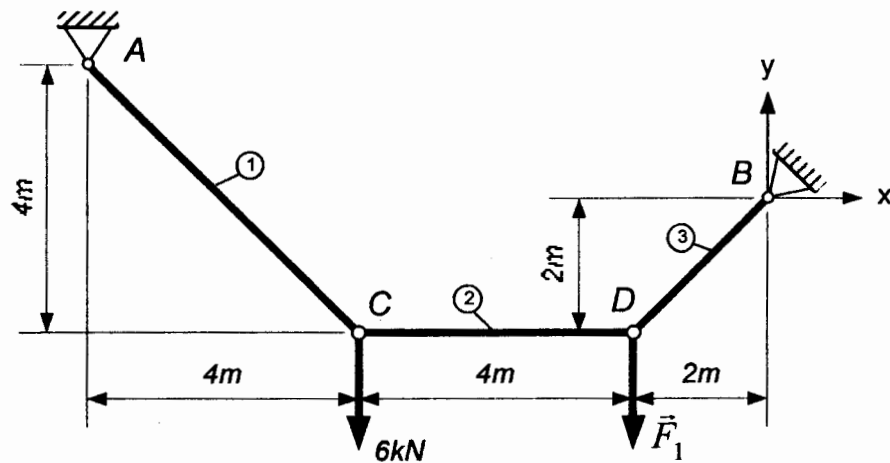
$$\vec{F}_A = (6,61\vec{e}_y)kN, \quad \vec{F}_B = (-8\vec{e}_x)kN,$$

$$\vec{F}_O = (8\vec{e}_x - 0,67\vec{e}_y)kN$$

$$\vec{F}_{12} = (8\vec{e}_x + 6\vec{e}_y)kN$$

MP.I. 5.94. példa

Az ábrán vázolt rúdszerkezet trtós nyugalomban van. Határozza meg számtással és szerkesztéssel az $\vec{F}_1$ erőt, a támasztó- és belső erőket!

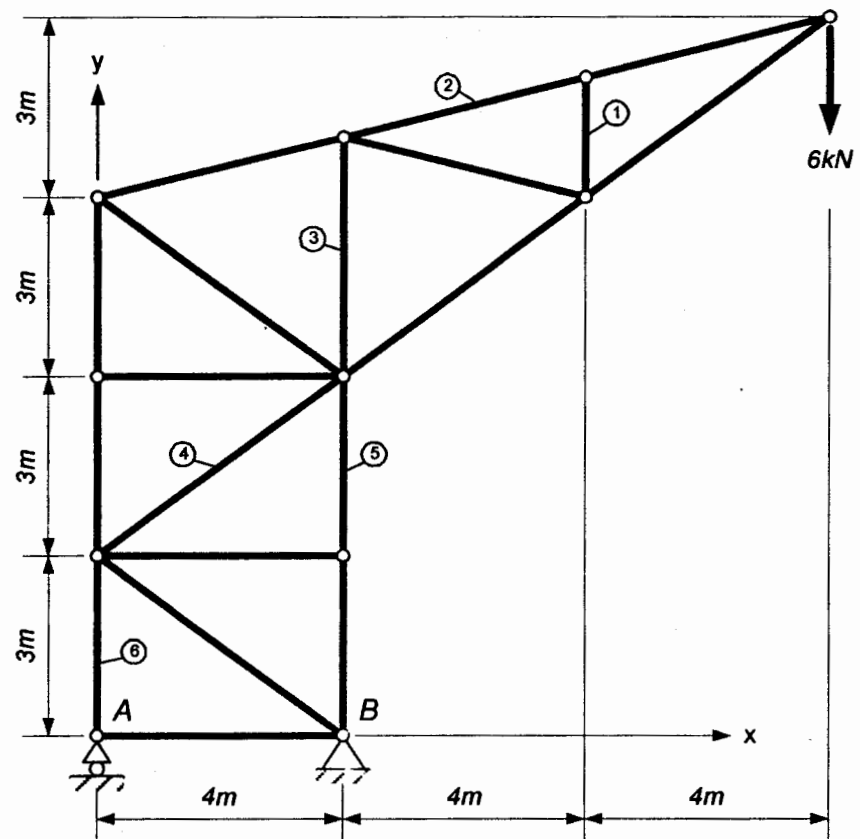


Eredmény:

$$\begin{aligned}\vec{F}_1 &= (-120\vec{e}_y) \text{ kN}, \quad \vec{F}_A = (-120\vec{e}_x + 120\vec{e}_y) \text{ N}, \quad \vec{F}_{2C} = (120\vec{e}_x) \text{ N}, \quad \vec{F}_{2D} = (-120\vec{e}_x) \text{ N}, \\ \vec{F}_B &= (120\vec{e}_x + 120\vec{e}_y) \text{ N}, \quad \vec{F}_{3D} = (120\vec{e}_x + 120\vec{e}_y) \text{ N}\end{aligned}$$

MP.I. 5.108. példa

Határozza meg az ábrán vázolt rácsos szerkezet kijelölt (számozással ellátott) rúdjaiban ébredő rúderőket!

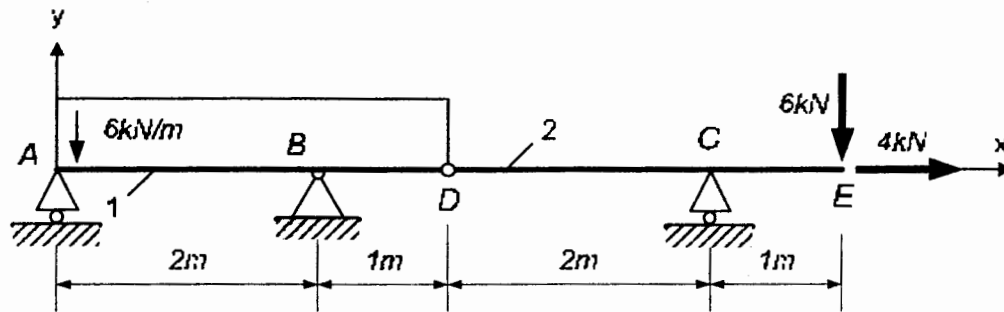


Eredmény:

$$N_1 = 0 \text{ kN} = N_3 = N_4, \quad N_2 = 12,37 \text{ kN}, \quad N_5 = -18 \text{ kN}, \quad N_6 = 12 \text{ kN}$$

MP.I. 5.90. példa

Határozza meg az ábrán vázolt Gerber-tartó támasztóerő-rendszerét és belső erőit!

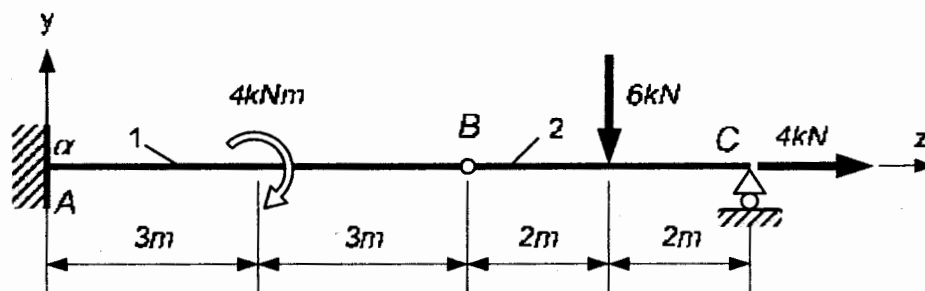


Eredmény:

$$\vec{F}_A = (6\vec{e}_y) \text{ kN}, \quad \vec{F}_B = (+9\vec{e}_y - 4\vec{e}_z) \text{ kN}, \quad \vec{F}_C = (9\vec{e}_y) \text{ kN}, \quad \vec{F}_D = (-3\vec{e}_y - 4\vec{e}_z) \text{ kN}$$

MP.I. 5.91. példa

Határozza meg az ábrán vázolt Gerber-tartó támasztóerő-rendszerét és belső erőit!

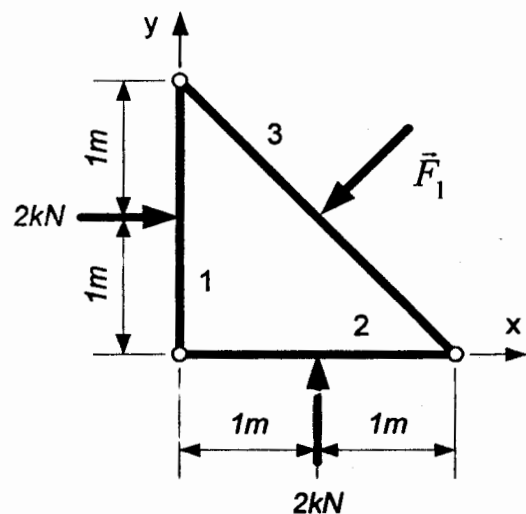


Eredmény:

$$\vec{F}_A = (3\vec{e}_y - 2\vec{e}_z) \text{ kN}, \quad \vec{M}_{Ax} = (-22\vec{e}_x) \text{ kNm}, \quad \vec{F}_C = (3\vec{e}_y) \text{ kN}, \quad \vec{F}_{12} = (+3\vec{e}_y - 2\vec{e}_z) \text{ kN}$$

MP.I. 5.93. példa

Az ábrán vázolt rúdszerkezet trtós nyugalomban van. Határozza meg számtással és szerkesztéssel az $\vec{F}_1$ erőt, a támasztó- és belső erőket!

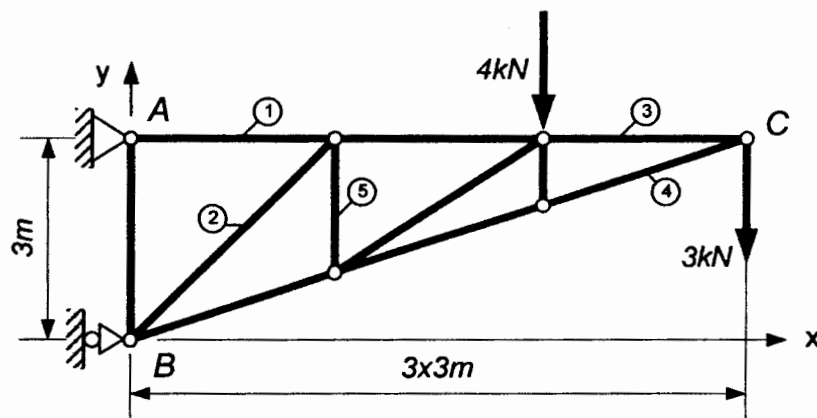


Eredmény:

$$\vec{F}_1 = (-2\vec{e}_x - 2\vec{e}_y) \text{ kN}, \quad \vec{F}_{12} = (\vec{e}_x - \vec{e}_y) \text{ kN}, \quad \vec{F}_{23} = (\vec{e}_x + \vec{e}_y) \text{ kN}, \quad \vec{F}_{13} = (\vec{e}_x + \vec{e}_y) \text{ kN}$$

MP.I. 5.108. példa

Határozza meg az ábrán vázolt rácsos szerkezet kijelölt (számozással ellátott) rúdjaiban ébredő rúderőket!

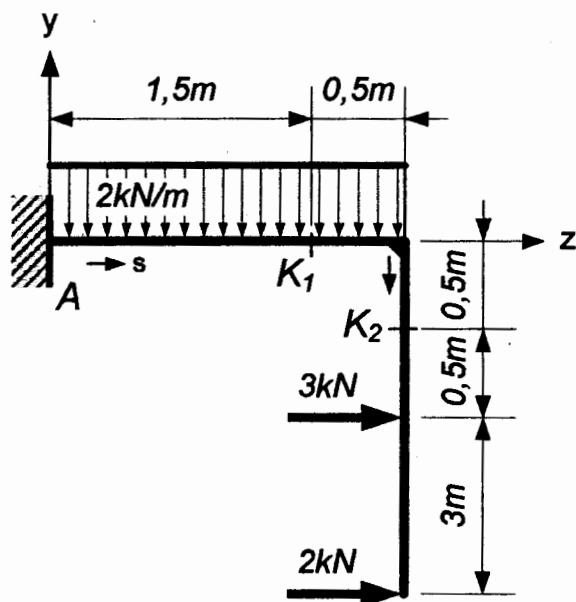


Eredmény:

$$N_1 = 17kN, N_2 = -2,83kN, N_3 = 9kN, N_4 = -9,49kN, N_5 = 2kN.$$

MP.II. 1.7. példa

Határozza meg arúdszerkezet kijelölt K_i ($i=1,2$) keresztmetszeteiben az N_i , T_i és M_{hi} igénybevételeket!



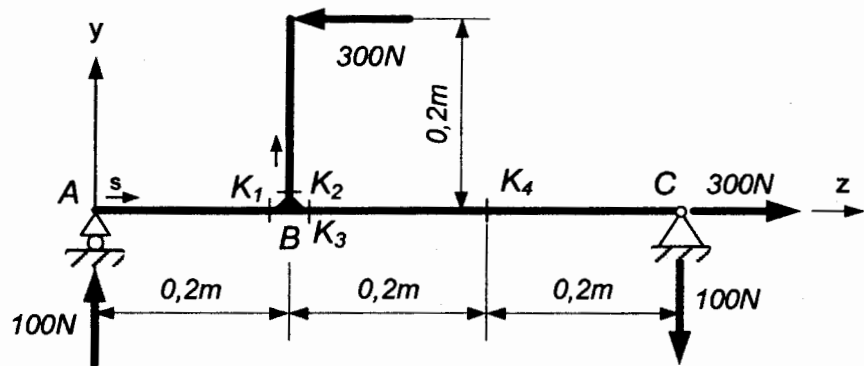
Eredmény:

$N_1 = 5kN$		$T_1 = 1kN$		$M_{h1} = -6,75kNm$	
$N_2 = 0kN$		$T_1 = -51kN$		$M_{h1} = -6,75kNm$	

MP.II. 1.11. példa

Ismeretes a tartó terhelése és támasztó erőrendszere. A tartón kijelölt K_1 , K_2 és K_3 keresztmetszet a B elágazási hely közvetlen közelében van (elhanyagolható távolságra).

- Számítsa ki a K_1 , K_2 és K_3 keresztmetszet igénybevételét!
- Ellenőrizze, hogy a kiszámított igénybevételek hatására a K_1 , K_2 és K_3 keresztmetszetek által közrefogott rész egyensúlyban van-e?
- Határozza meg a K_4 keresztmetszet igénybevételét!



Eredmény:

a.) $N_1 = 0N = N_2$, $N_3 = 300N$

$T_1 = 100N$, $T_2 = -300N$, $T_3 = 300N$,

$M_{h1} = -20Nm$, $M_{h2} = -60Nm$, $M_{h3} = 40Nm$

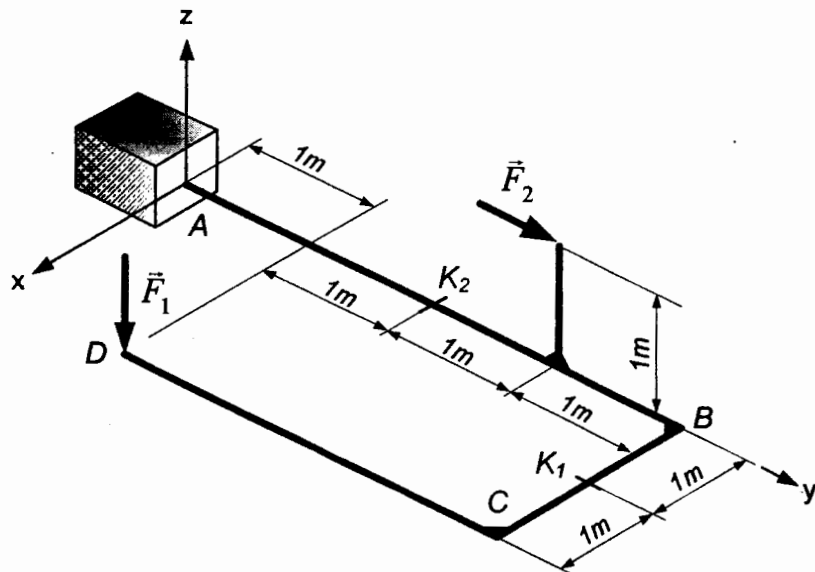
c.) $N_4 = 300N$, $T_4 = 100N$, $M_{h4} = 20Nm$

MP.II. 1.26. példa

Határozzuk meg az ábrán vázolt térbeli tartók K_1 , K_2 keresztmetszeteinek igénybevételét!

$$\vec{F}_1 = (4\vec{e}_y)kN$$

$$\vec{F}_2 = (-2\vec{e}_z)kN$$



Eredmény:

$N_1 = 0kN$, $T_{y1} = 0kN$, $T_{z1} = 2kN$,

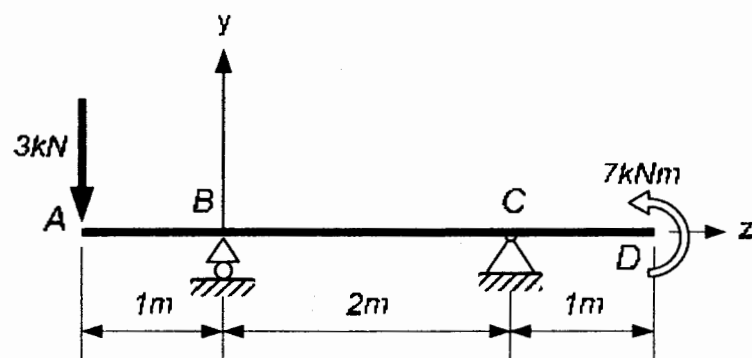
$N_2 = 4kN$, $T_{x2} = 0kN$, $T_{z2} = 2kN$,

$M_{c1} = 6kNm$, $M_{hy1} = 2kNm$, $M_{hz1} = 0kNm$

$M_{c2} = 4kNm$, $M_{hx2} = 2kNm$, $M_{hz2} = 0kNm$

MP.II. 1.42. példa

Ismeretes a tartó terhelése. Rajzolja meg a hajlítónyomatéki ábrát közvetlenül (a támasztó erőrendszer és a nyróerőábra megrajzolása nélkül)!



Eredmény:

