

Tartalom:

2. 3. 4. oldal	Bevezetés. Irányítás. Mérés. Vezérlés. Szabályozás. Jelek
5. -11. oldal	Jelek, átviteli tag, lin. és nemlin. jelleggörbe.
12. oldal	Regresszió, Szabályozások
13,14 oldal	Állásos, folytonos
15 oldal	Átv. Tag
16 oldal	P,I,D átv. tényező, D.E.
17 oldal	Hogyan alakul ki a d.e.?
18.oldal	P és D tag D.E.-e
19. - 23. oldal	D.E., Átviteli fgv.
24. 25. oldal	Több tag eredője
26. oldal	Átv. fgv. MATLAB kezelése
$\Sigma = 26$ oldal	

Bevezetés

Az emberi környezetben lezajló különböző tudatunktól független (pl. biológiai) és tudatos (pl. termelési) folyamatok fenntartását és célszerű vezetését a rendszerekhez kapcsolódó szabályozások végzik. A Szabályozástechnika című jegyzet csak a műszaki rendszerekhez kapcsolódó szabályozások ismérveivel foglalkozik.

A jegyzet az elméleti rész elsajátítását példák bemutatásával segíti. További példák a tanult anyag ismereteinek elmélyítését szolgálják. Több esetben, a szakmai körökben elterjedt MATLAB számítógépes program alkalmazása is bemutatásra kerül.

A jegyzet a Szabályozástechnika c. tárgy elsajátításához kíván segítséget nyújtani és az aki részletesebben akar a témában elmélyedni az a szakkönyvekből tudja ismereteit bővíteni. Három magyar nyelven megjelent kötetre hívjuk fel a figyelmet. Ezek:

- A szabályozástechnikai kézikönyve. (Szerkesztő dr. Helm László), 1970
- Automatika mérnököknek (Szerkesztő dr. Oláh Miklós), 1992
- Csáki - Bars: Automatika, 1969
- Mórocz István: Irányítástechnika I. 1998 (Kandó Kálmán Műsz. Főisk.)

Irányítástechnika, méréstechnika, vezérlés, szabályozás

A magyar műszaki szóhasználatban az irányítástechnika három fő résztudományt ölel föl. Ezek:

✿ *méréstechnika:* az adott műszaki rendszerre jellemző jelek (villamos feszültség, villamos áram, hőmérséklet, nyomás, áramlás, stb.) érzékelése, a jel továbbítása, feldolgozása, tárolása, stb.

✿ *vezérléstechnika:* az adott műszaki rendszerben valamilyen utasítás (például: gép induljon, vagy álljon meg, csap nyíljon, vagy csukódjék) megvalósítása anélkül, hogy a végrehajtás megtörténtéről gépi úton jelzést kapnánk (nyitott, nem visszacsatolt információs rendszer)

✿ *szabályozástechnika* az adott műszaki rendszerben valamilyen utasítás (például: meghajtó villamos motor fordulatszáma kívánt értéken állandósuljon, hőkezelő kemence hőmérséklete adott időterv szerint változzon) megvalósítása úgy, hogy az utasítás eredménye az utasításra visszahatással legyen (zárt, visszacsatolt információs rendszer)

Méréstechnika

A jellemző (pl.: fordulatszám, tömeg, stb.) korszerű mérése az ábra szerinti elemekből épül fel



az *érzékelő* az a műszaki eszköz (pl. indukciós helyzetérzékelő, villamos feszültségmérő, stb.) amelyik a mérés megkívánt helyén a jelet érzékeli;

a *távadó* az érzékelt jelet átalakítja, és valamilyen egységes jeltartományban (0...4...20 mA) a (műszerközpontba vagy a szabályozási körhöz) továbbítja; a feladat ellátásához a távadó segédenergiát igényel.

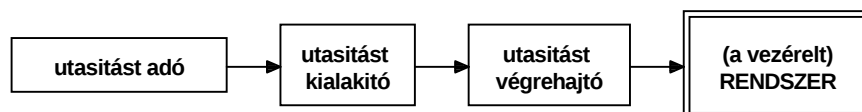
a *kijelző* a kapott jelet valamilyen formában mutatja ill. rögzíti (analóg, digitális, regisztrátum, ill. számítógép memória, stb.);

a *feldolgozó* a jelet további felhasználásra teszi alkalmassá (pl. a térfogatáram jelet a hőmérséklet és a nyomás szerint korrigálja, vagy az illetékes szabályozási körhöz továbbítja; stb.)

A mérés technika részletesebb tárgyalásától eltekinthetünk. Erre az illetékes tárgy keretein belül kerül sor.

Vezérléstechnika

A vezérlés általános elrendezését az ábra mutatja.



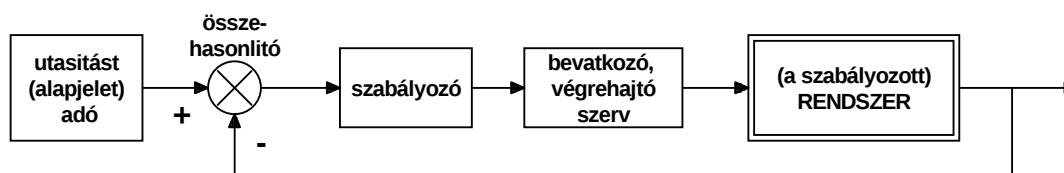
Az ábra vizsgálatával megállapíthatjuk, hogy a vezérlés egy nyílt információ- láncból tevődik össze. Az utasítás kiadása után a folyamat (valószínűleg) lezajlik, eredményéről nincs visszajelzés.

A legegyszerűbb példa a világítás bekapcsolása a szobában. Az utasítást egy személy adja, a kapcsoló az utasítást kialakítja és végre is hajtja. A rendszer a világító test. Arról, hogy a világítás valóban bekapcsolást nyert a személy csak vizuálisan tud meggyőződni. Vezérlési feladat egy szállítószalag rendszer indítása vagy leállítása is. Feltételezhető, hogy itt az

utasítás hatásáról a vezérlést kiadó kezelőt jelzőlámpák tájékoztatják, de ennek a rendszerre nincs közvetlen visszahatása (legfeljebb a kezelő egy újabb utasításán keresztül).

Szabályozástechnika

A szabályozás általános elrendezését az ábra mutatja.



Az ábra vizsgálatával megállapíthatjuk, hogy a szabályozás egy zárt információ-láncot (zárt hurok) képez. A folyamat az utasításnak megfelelően alakul, és a beavatkozás eredményéről visszajelzés van.

A legegyszerűbb példa a háztartási hűtőgép. Az utasítást (a rendszerben fenntartandó *hő-állapotot*) egy - rendszerint a hűtőtérben lévő – alapjel-adó segítségével közöljük a szabályozóval. Amikor a hűtőtérben elhelyezett hőmérsékletérzékelő jele és a beállított alapjel között (itt negatív) különbség mutatkozik a "hideget előállító" rendszer működésbe lép, és igyekszik az eltérést megszüntetni.

Jelek: analóg, digitális, folyamatos, mintavételezett, stb

Az irányítástechnikában a jeleket energiaáramlások hordozzák és közvetítik.

A korszerű technikában a *villamos jelek* használata szinte kizárólagos. Robbanás-veszélyes technológiák (vegyipar, olajfeldolgozás, stb.) esetében gyakran alkalmaznak *pneumatikus jeleket* is. Vannak berendezések, ahol folyadékok közvetítik az információkat: *hidraulikus jelek*.

A legtöbb fejlett országban a jelek terjedelme szabványosított. A két legfontosabb egységes jeltartomány:

a villamos jelek tartománya (0...) 4.....20 mA,

a pneumatikus jelek tartománya 0.2.....1..(1.2) bar.

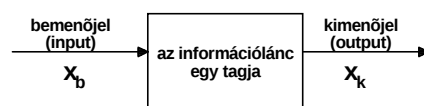
A jel, a maga *véges* változási tartományán belül, lehet folytonos vagy diszkrét értékkészletű. A **folytonos (folyamatos)** értékkészletű jel változási tartományának minden pontja eleme az értékkészletnek. Az ilyen jelet **analóg jelnek** nevezzük (körszámlapos

karóra). A **diszkrét jel** értékkészlete viszont a tartományon belül diszkrét (egyedi) pontok halmaza (számjegy kijelzés). A gyakorlatban azok a diszkrét jelek fontosak, amelyeknek értékkészletét egy *kvantum egész számú többszöröse* alkotják. Az ilyen jelet **digitális jelnek** nevezzük (digitális karóra).

A jelek lehetnek **folyamatosak** illetve **mintavételezettek**. A folyamatos jel aktuális értéke bármely időpontban a feldolgozás (mérés, átalakítás, kiértékelés, beavatkozás) rendelkezésére áll. (pl. villamos hálózat feszültségét mérő műszer jele). A mintavételezett jel esetében csak mindig az utolsó minta értéke áll rendelkezésre. (pl. a beteg testhőmérséklete). A mintavételezések közötti idő: T_{mv} a jel információtartalmát befolyásolja.

Jelek elnevezése, kapcsolataik, csoportosításuk

Az irányítástechnikában használatos legfontosabb jeleket és ábrázolásokat az ábra foglalja össze.



Ha a jel(ek) időben nem változnak úgy **állandósult értékűek**, ellenkező esetben időben **változó értékűek**. Változásukban lehetnek **lineáris** vagy **nemlineáris** tulajdonságúak. A bemenő és kimenő jelekkel rendelkező elemeket **átviteli tagoknak** nevezzük. A bemenő és kimenőjel között meglévő kapcsolatot matematikai egyenlet segítségével igyekszünk általánossá tenni. Ehhez szükséges az átviteli tag tulajdonságának méréssel történő meghatározása. Ezt a műveletet **identifikációnak** nevezzük. A matematikai leírás neve **(matematikai) modell**. A viszonyokat – a szemléletesség érdekében - szokásos diagram segítségével is ábrázolni (a diagramokon a bemenő jel értékeit (független változó) a vízszintes tengelyen, a kimenő jel értékeit (függő változó) a függőleges tengelyen ábrázoljuk.). A diagram visszatükrözhet **statikus viszonyt** (a két állandósult állapotban lévő jel közötti kapcsolatot ábrázoljuk) vagy **dinamikus viszonyt** (valamelyik jel időbeni változását mutatja). Az átviteli tag legfontosabb két jellemző adata :

- **az átviteli tényező** (későbbiekben: **K**), és
- **az időállandó** (későbbiekben: **T**).

A jelek lehetnek **determinisztikusak** illetve lehetnek **sztochasztikusak**. Előbbiek értékei valamely független változótól (pl. időtől) - valamilyen matematikai formulával leírható módon - megközelítőleg függnak. Utóbbiak az idővel nem állnak függvénytípusú

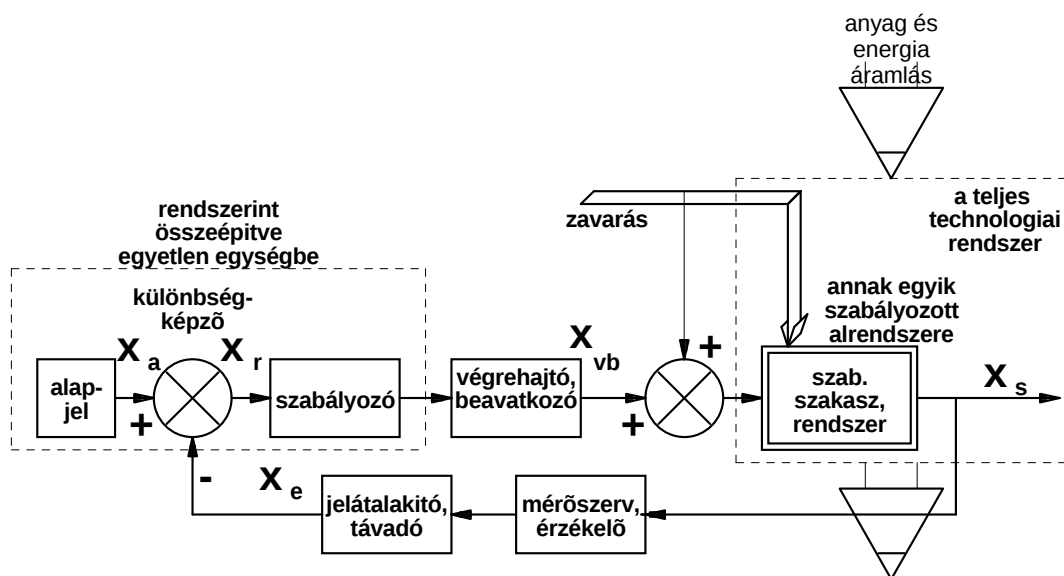
kapcsolatban, hanem valószínűségi változónak tekinthetők. A technológiai berendezésekkel kapcsolatos jelek az utóbbi csoportba tartoznak.

A jelek "tisztaságát" a rájuk rakódó **zajok** (pl. elektromágneses terek hatásai) is rontják.

Szabályozástechnika

A technológiai folyamat - amelyen a termelés mikéntjének megfelelően anyag és energia áramlik át - több részrendszerre bontható. A feladat az, hogy ezek mindegyikében valamilyen megkívánt állapot uralkodjék. Ezeket tartják fenn a szabályozások. A rendszert azonban zavarások érik, amelyek a kialakult megkívánt állapotból a (rész)rendszert kimozdítják. A szabályozás feladata a megkívánt állapot visszaállítása és fenntartása.

Az ábra egy szabályozási kör általános felépítését mutatja.



A szabályozási kört alkotó tagok, feladatuk ill. jellemző tulajdonságuk:

- ✿ **szabályozott szakasz** a szabályozás célja az, hogy ebben a rendszerben olyan állapot legyen amilyent a technológia megkíván; tulajdonságait a technológia határozza meg; a szabályozástechnika ezen cél kiszolgálására alakítandó ki.
- ✿ **végrehajtó, ill. beavatkozó szerv** ennek (pl. egy tirisztoros jelalakító) beavatkozásait: x_{vb} , a szabályozó határozza meg és a kimenő jele közvetlenül hat a sz. szakaszra, ill. annak kimenetén, az x_s szabályozott jellemzőre (amelyet az alapjellel

határoznak meg). A végrehajtó-beavatkozó szervek valamilyen segédenergiával valósítják meg a beavatkozást (*teljesítményerősítés*). (A teljesség kedvéért itt kell megemlíteni, hogy vannak segédenergia nélkül működő szabályozások is, pl. a gázpalackokra szerelt nyomásszabályozók).

✿ **mérőszerv, érzékelő** az x_s értéknek mérésére alkalmas érzékelő eszköz;

✿ **jelátalakító, távadó** a mérőszerv kimenőjelét a sz. körben alkalmazott jelrendszer (pl. (0)...4...20 mA) szerinti egységes jellé alakítja és azt x_e ellenőrző-jelként a szabályozási körhöz (táv)adja.

A szabályozás milyenségét és nagyságát kialakító átviteli tagok feladatai:

✿ **alapjel(adó)** a sz. kör által szabályozott rendszer x_s kimenő értékét adja meg;

✿ **különbségképző** kialakítja az x_r rendelkező jelet: $x_r = x_a - x_e$;

✿ **szabályozó** a szabályozás milyenségének kialakítására alkalmas eszköz, amelynek paramétereit a rendszer tulajdonságait figyelembe véve kell beállítani ill. változtatni; (a kereskedelembe kapható műszerben ezen utóbbi három egység rendszerint összeépítve található)

Az utóbb felsorolt három egységben - amennyiben a leggyakrabban alkalmazott villamos segédenergiás megoldásról van szó - a szabványos jeltartománynak megfelelő 4..20 mA jeltartományú áram hordozza a jeleket. Ezzel a kisteljesítményű jellel nem lehet nagyobb energiaigényű berendezéseket (pl. villamos pozicionáló motorokat) meghajtani. Ezt a feladatot a végrehajtó-beavatkozó eszköz végzi el.

A szabályozási kör tagjai közül a (végrehajtó-beavatkozó + mérőszerv + távadó) a szakasz közelében, az (alapjeladó + szabályozó) pedig - legtöbbször egybeépítve - az irányító helyiségben található.

Az ábrán a **zavarás hatása** (pl. villamos motor terhelő nyomatékváltozása, vagy a gázhálózat nyomás változása) a beavatkozó jelre rácsatlakozva (szuperponálva) került ábrázolásra, de beléphet más helyeken is. Magasabb követelményeket is teljesítő szabályozásoknál az (ismert) zavaró hatásokat is mérik és a szabályozót úgy alakítják ki, hogy ez(e)ket a jeleket is figyelembe tudja venni.

A szabályozás eredményes működése érdekében a kör egyes tagjainak viselkedése alapján kell kiválasztani a szabályozás mikéntjét. *A szakasz az adott technológia miatt adott, tehát ennek viselkedéséből kell kiindulni.* A végrehajtó és a mérőszerv is eléggé lehatárolt egység, tehát a *szabályozót* és a *távadót* lehet viszonylagosan szabadon választani. A szabályozás „művészete”: a technológiai rendszerben legjobb eredményt biztosító

(szabályozó) paraméterek meghatározása és ezeknek a szabályozó eszközön való beállítása (behangolása). Ehhez azonban szükséges a körben lévő tagok tulajdonságait ismerni.

A tagok átviteli tulajdonságait leíró jelleggörbék

Egy rendszer bemenő (input) és kimenő (output) jelei közötti kapcsolatot mérésekkel lehet meghatározni (identifikáció). A mérési módszerek részletesebb ismertetésére később kerül sor. Itt a linearitás kérdésével foglalkozunk.

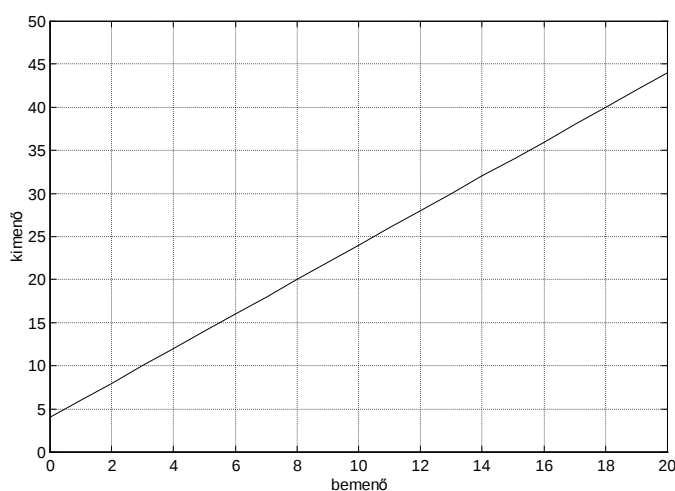
A szabályozástechnikában arra törekszünk, hogy a tag bemenő/kimenő jele közötti kapcsolat lineáris legyen, azaz hányadosuk (az átviteli tényező, a jelleggörbe tangense) a két jel teljes tartományában azonos legyen. A végrehajtók, de legfőképpen az adott szabályozott rendszerek gyakran **nemlineáris** tulajdonságúak, az átviteli tényező az éppen kialakult *munkaponttól* függ, A nemlineáris tulajdonság a szabályozás eredményességét (jóságát) nehezíti

Példák:

1. Egy jeladó bemenő és kimenő jelei közötti kapcsolat mérésekor a következő eredményeket kaptuk:

bemenő	0	2	5	6	7	8	9	10	11	15	16	19	20
kimenő	4	8	14	16	18	20	22	24	26	34	36	42	44

Az adatokat a diagramban az egyenes ábrázolja.



A lineáris kapcsolat a diagramról megállapítható.

A következő feladat az adatsort leíró egyenlet kialakítása. A két ponton átmenő egyenes egyenletét $[y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)]$ felhasználva, két bemenő/kimenő jelpár (pl. 6/16 ill.

16/36) behelyettesítése után az egyenlet: $y = 2 \cdot x + 4$.

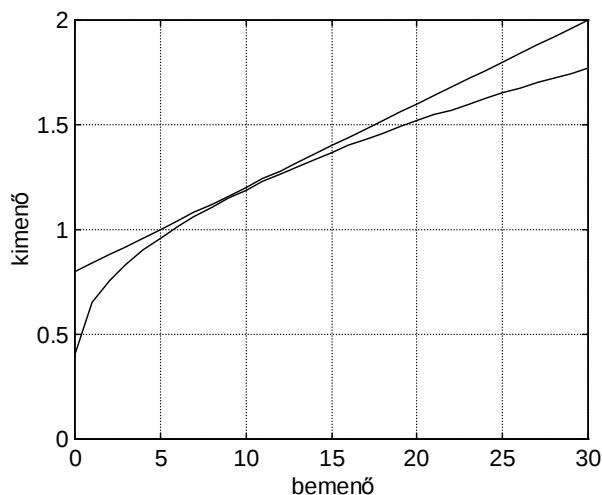
A független változó (x) együtthatója (2) a vizsgált rendszer **átviteli tényezője**, amelyik – lineáris tulajdonságú tag esetében – a teljes bemenő/kimenő jeltartományban azonos.

2. Egy másik jeladó bemenő és kimenő jelei közötti kapcsolat mérésekor a következő eredményeket kaptuk:

bemenő	0.0	1.0	2.0	3.0	0.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
kimenő	0.40	0.65	0.75	0.83	0.90	0.96	1.01	1.06	1.11	1.15	1.19

15.0	20.0	25.0	30.0
1.37	1.52	1.65	1.77

Az adatokat diagramban a görbe ábrázolja



A vizsgált rendszer nem lineáris átvitelt mutat. A görbe alakjából következtethető, hogy a görbét leíró egyenlet alakja a következő:

$$y_{ki} = c \cdot \sqrt{x_{be}} + k$$

Az összefüggésben c és k két állandó.

A nem lineáris tulajdonságokkal rendelkező átviteli tag átviteli tényezője nem állandó érték, hanem a független változó értékének – a **munkapontnak** - megfelelően változik. Értékét

differentiál számítással (dy_{ki} / dx_{be}) vagy (grafikusan) érintő szerkesztéssel lehet meghatározni. A két módszert a példa segítségével mutatjuk be.

a./ algebrai út:

Alakítsuk át az egyenletet: $y_{ki} = c \cdot (x_{be})^{1/2} + k$. Ezt differenciálva

$$\frac{dy_{ki}}{dx_{be}} = c \cdot 0.5 \cdot (x_{be})^{-1/2}$$

összefüggéshez jutunk. Ez a görbe valamelyik pontjához húzható érintő értéke, azaz a ponthoz tartozó **átviteli tényező**.

A c állandó értékét a mérési adatokból, a k állandó értékét a 0.0 ponthoz tartozó értékből lehet kiszámítani (itt:0.4). Pl. a 20/1.52 adatokkal:

$$c = \frac{1.52 - 0.4}{\sqrt{20}} = \frac{1.52 - 0.4}{4.47} = 0.25$$

(pontosabb c érték nyerése céljából végleges értéként több adat párral végzett számítás átlagát kell figyelembe venni).

Az átviteli tényező értéke az előző számításnál már kiválasztott munkapontban:

$$K = 0.25 \cdot 0.5 \cdot (20)^{-0.5} = 0.028$$

b./ grafikus út

A kiválasztott ponthoz húzott érintő emelkedése adja a munkaponti átviteli tényezőt. Az ábrán az érintő is látható. Ennek két pontját (5/1 ill. 30/2) kiválasztva:

$$K = \frac{2 - 1}{30 - 5} = 0.04$$

érték adódik.

Megjegyzés: a grafikus módszer, az érintő meghúzás bizonytalanságából adódóan, pontatlanabb eredményt szolgáltat.

További példák:

A következő példákban lineáris átviteli tagok bemenő/kimenő adatai vannak. Számítsa ki az átviteli tényezőt és a tengelymetszet értékeket. Ábrázolja a jelleggörbét.

1.

bemenő	4	8	12	16
kimenő	13.3	14.6	16.0	17.3

(K=0.33)

2.

bemenő	5	8	11	14
kimenő	1.4	5.3	9.0	12.9

(K=1.28)

3.

bemenő	3	5	7	9
kimenő	8.7	19.8	31.0	42.1

(K=5.56)

A következő példákban nem lineáris átviteli tagok bemenő/kimenő adatai vannak. Állapítsa meg a k és a c értékét, számítsa ki az átviteli tényezőt a $bemenő=4$ munkapontban. Ábrázolja a jelleggörbét és grafikusan is ellenőrizze a munkaponti átviteli tényezőt.

1. $y = c \cdot x^2 + k$ alakú

bemenő	0	2	4	6	8	10
kimenő	4	5.7	10.9	19.5	31.5	47.0

2. $y = c \sqrt{x} + k$ alakú

bemenő	0	2	4	6	8	10
kimenő	-1.5	-0.6	-0.2	0.11	0.36	0.58

3. $y = c \cdot x^3 + k$ alakú

bemenő	0	2	4	6	8	10
kimenő	-2.0	-1.1	5.0	21.8	54.3	108.0

Mérési adatok megjelenítése MATLAB segítségével

A MATLAB Command Window felületre - az első gyakorló feladat adatait alkalmazva - a következő utasításokat kell bevinni:

$xbe = [4,8,12,16];$ ↵, a bemenő jelek vektora ;..sorzárás: a művelet végrehajtásra kerül, de a tartalom nem kerül megjelenítésre; ↵ jel ENTER, a későbbiekben is ezt a jelet alkalmazzuk.

$yki = [13.3,14.6,16.0,17.3];$ ↵ a kimenő jelek vektora

$plot(xbe,yki); grid$ ↵ diagram rajzolás; grid: koordináta hálózatot is rajzol

másik megoldás: diagram rajzolás mátrix alakból

$x_{be} = x_{be}'$; ↙ sorvektorból oszlopvektort alakít ki

$y_{ki} = y_{ki}'$; ↙

$m = [x_{be}, y_{ki}]$; ↙ oszlopmátrixot alakít ki

m ↙ a mátrixot megjeleníti

$\text{plot}(m)$; grid ↙ diagramot rajzol

A leíró egyenlet együtthatóinak kiszámítása MATLAB segítségével

A mérési adatokból származtatható egyenlet együtthatóit regresszió számítás segítségével lehet kiszámítani. Az eljárás során a következő mátrix egyenletet kell megoldani:

$$b = [X^T \cdot X]^{-1} \cdot [X^T \cdot Y]$$

itt: b – az együtthatók vektora

X – a bemenő jelek vektora egységvektorral kiegészítve

Y – a kimenő jelek vektora

Az előző példa adataival $X =$

1	4
1	8
1	12
1	16

A MATLAB megoldás:

$x_{be} = [1, 1, 1, 1; 4, 8, 12, 16]$; ↙ a bemenő jelek vektora egységvektorral kiegészítve

$y_{ki} = [13.3, 14.6, 16.0, 17.3]$; ↙ a kimenő jelek vektora

$x_{bet} = x_{be}'$ ↙ sormátrixból oszlopmátrix

$y_{kit} = y_{ki}'$ ↙ sorvektorból oszlopvektor

$x_{inv} = \text{inv}(x_{be} * x_{bet})$ ↙ a két mátrix szorzatának invertálása

$y_{xbe} = x_{be} * y_{kit}$ ↙ kimenőjelek vektora * bemenő jelek mátrixa

$b = x_{inv} * y_{xbe}$ ↙ az együtthatók kiszámítása

a b értékek vektor formában jelennek meg, első elem a tengelymetszet, második az átviteli tényező (meredekség, tangens). {Eredmény: $b = (11.95 \text{ ill. } 0.335)$ }

A MATLAB programjában ismeretes a **polyfit** nevű utasítás, amelyik az előző számítást lényegesen egyszerűbbé teszi.

Megadandók a bemenő és a kimenő jelekből kialakított vektorok, majd a polyfit utasítás.

Példa:

```
x=[5 8 11 14];      ↵      bemenő jelek vektora
y=[1.4 5.24 9.08 12.92];      ↵      kimenő jelek vektora
polyfit(x,y,1)      ↵      a zárójelben a közelítés fokszáma írandó;
                        itt most 1
ans =                (eredmény)
      1.2800  -5.0000      (átviteli tényező ill. tengelymetszet)
```

Egyszerű szabályozások felosztása és fajtái

A következőkben itt csak a legegyszerűbb szabályozások osztályaival ill. fajtáival ismerkedünk.

A szabályozások lehetnek:

- **értéktartó szabályozások;** ezekre az alapjellel beállított érték (hosszabb időn keresztül történő) állandósága jellemző (pl. hőmérséklet tartás egy kemencében, vagy a háztartási hűtőgépben, stb.)
- **követő szabályozás;** ezeknél az alapjel valamilyen más jel értékétől függően változik (pl. hőkezelő kemence hőmérséklete valamilyen időterv szerint, tüzeléstechnikában a levegő térfogatárama a gáz térfogatárama függvényében, stb.)

A szabályozások lehetnek:

- **folytonos (folyamatos) szabályozások;** a szabályozási hatásláncban (körben) valamennyi jel folytonos; ez azt jelenti, hogy a szabályozási körben a szabályozó a rendelkező jellel arányos és folytonos jelet ad át a végrehajtó-beavatkozó szervnek. A fokozott követelményeket kielégítő szabályozások ilyenek. (**analóg** szabályozásként is említhető)
- **állásos szabályozások;** a szabályozó csak diszkrét értékű utasításokat ad a beavatkozónak. A legtöbb ilyen szabályozásnál a beavatkozó jelnek csak két állapota szokásos, pl. bekapcsol/kikapcsol. Ilyen a legtöbb háztartási szabályozó: vasaló, hűtőgép, stb. de sokszor ipari rendszerbe is beépíthetők. A szabályozott jellemző értéke az ilyen szabályozás esetében - a folytonos szabályozással összehasonlítva - nagyobb eltéréseket mutat.

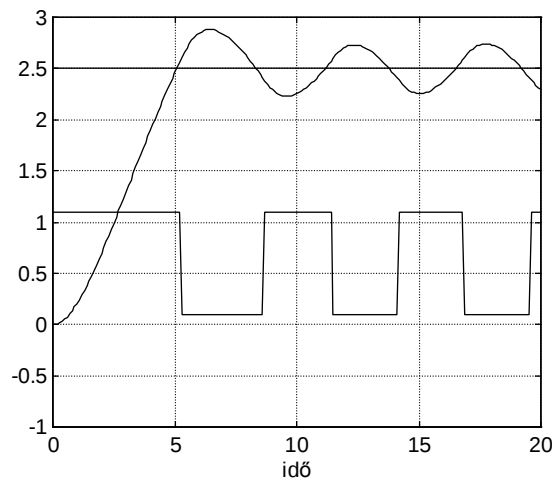
Meg kell emlékezni a **mintavételes** szabályozásról is. Ez azt jelenti, hogy a folytonos szabályozás zárt információlánca időnként megszakad. Ennek oka lehet az, hogy a mérés nem folyamatos (pl. időigényes kémiai összetétel-mérés szolgáltatja az ellenőrző jelet), de oka lehet az is, hogy több szabályozási kör feladatát egy közös számítógép látja el, amelyik ciklikusan foglalkozik a hozzátartozó körökkel, és amíg az egyikkel van kapcsolatban, a többi megszakított állapotban várakozik. A várakozás ideje alatt a végrehajtó szerv "tartásban" van. Ezeket a korszerű irányításokat **digitális irányításnak** is nevezik. A mintavételes szabályozás elméleti kezelése a szabályozástechnika külön fejezetét képezi.

A folytonos (folyamatos) és az állásos szabályozás összehasonlítása.

A szabályozó akkor ad a beavatkozó szervnek utasítást, ha az alapjel és az ellenőrző jel eltérő értéke következtében rendelkező jel alakul ki. Ennek előjele és nagysága a szabályozón tovább alakul és ez a végrehajtó bemenő jele.

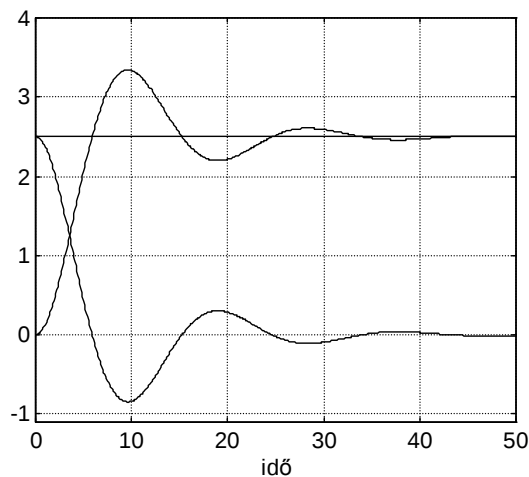
Az állásos szabályozásnál a beavatkozás csak két értéket vehet fel. Amennyiben a rendelkező jel értéke nulla (vagy alig tér el nullától), nincs beavatkozás. Amennyiben jelentősen eltér nullától a beavatkozás egy **megengedett maximális értékű**. A szabályozás eredményességét a szabályozási láncban vagy meglévő, vagy beiktatott hiszterézissel kell kialakítani. A hiszterézis (ami sokszor a rendszer elemeiben meglévő időálló(k) következtében önmagától alakul ki) azt biztosítja, hogy a beavatkozás ki/be kapcsolási időszakai megfeleljenek az elvárásoknak. Az ábrán egy állásos szabályozás *idődiagramja* látható. Három jel került rögzítésre. Ezek: az *alapjel* (2.5 értékű), a szab. szak. *kimenő jele* (a hullámvonal), és *rendelkezőjel* (alsó "sarkos" jel). Utóbbi azt jelenti, hogy amikor ez a jel nem nulla értékű (itt a jobb szemléltetőség miatt kb.1.1) van beavatkozás., ha minimális értékű (itt kb. 0.1) nincs beavatkozás. Megfigyelhető, hogy az $1 \rightarrow 0$ váltás akkor következik be, amikor a *kimenőjel* eléri az *alapjelet*, és akkor kapcsolódik újra be, amikor a *kimenőjel* az *alapjel* értékére csökken. A *kimenőjel* (felfelé és lefelé mutatott) túllendüléseit a rendszer (az időállókból származó) hiszterézise okozza. A hiszterézis csökkenésével a hullámosság csökken, de a ki/be kapcsolások száma növekszik. Hiszterézis hiányában a kapcsolgatás állandósulna, és a szabályozás (szerkezeti okokból) nem működne. A kimenőjel lengése tehát megengedett, de minimálisra szorítás célszerű, mert csak így érhető el az, hogy a kimenőjel a lehető legjobban közelítse meg az alapjelet. Az állásos szabályozás kimenő jele tehát állandósult lengéseket mutat. *Amennyiben ez a lengés nem engedhető meg, úgy ezen jegyzetben elsősorban részletesen ismertetett és tárgyalt **folyamatos szabályozást** kell kialakítani.*

Az állásos szabályozók - főleg a háztartási gépekben - nagyon elterjedtek, mert olcsóbbak mint a folyamatosak. Pontosságuk nem éri el a folyamatos szabályozásokkal elérhető értéket, de az említett eszközök (gépek) nem is igénylik a nagy pontosságot.



A **folyamatos szabályozásnál** a beavatkozás mértéke függ a rendelkező jel nagyságától. Az ábrán az *alapjel* (2.5), a *kimenőjel* és a *rendelkező jel* (alsó hullámos vonal) időbeni alakulása van rögzítve. Az ábra a következőket teszi szemléletessé:

- a kimenőjel néhány csillapodó lengés után az alapjel értékével egyezővé válik;
- a rendelkező jel negatív értékeket is felvehet;
- a rendelkező jel az (alapjel - kimenőjel) értékével egyezik meg, és így ugyancsak lengést mutat.



A szabályozás jóságának (pontosságának) kérdését még a későbbiekben részletesen tárgyaljuk, de már most utalunk arra, hogy a szabályozás jósága összefügg a kimenőjel és az alapjel görbéi között összegezhető területtel is. A cél ennek a minimalizálása. Ezt a *szabályozó átviteli tulajdonságainak* (arányos – integráló - differenciáló tulajdonságainak) a célnak megfelelő kiválasztásával lehet elérni (a szabályozás "tudománya" a szabályozó helyes megválasztásának megtanulása).

Integrálkritériumok

Az integrálkritérium az irányított folyamatok minőségének megítélésére szolgáló olyan kritérium, amelynél a minőséget egy időszerinti végtelen határú integrál jellemzi. Az integrandus az irányított (szabályozott) jellemző pillanatértéke és állandósult értéke közötti különbségnek valamilyen függvénye, esetleg az idő valamilyen hatványával szorozva. Ha az integrandusban maga az irányított jellemző pillanatnyi és állandósult értéke közötti különbség fordul elő, akkor lineáris integrálkritérium, ha annak abszolút értéke akkor abszolútérték integrálkritérium, ha pedig ennek a négyzete, akkor négyzetes integrálkritérium forog fenn.

Lineáris integrálkritérium:
$$I_{\text{lin}} = \int_0^t (x(\infty) - x(t)) \cdot dt$$

Abszolút integrálkritérium:
$$I_{\text{absz}} = \int_0^t |(x(\infty) - x(t))| dt$$

Négyzetes integrálkritérium:
$$I_{\text{négyz}} = \int_0^t (x(\infty) - x(t))^2 dt$$

Idővel súlyozott integrálkritérium:
$$I_{\text{idő}} = \int_0^t (x(\infty) - x(t)) \cdot t dt$$

$x(\infty) - x(t)$ az állandósult érték és az időpontokhoz tartozó kimenő jel értéke; utóbbi a vizsgálat időszakában az időben változó érték, és időben közelíti az állandósult értéket. Túllendülések esetében értéke negatív is lehet, és lineáris integrálkritérium alkalmazásakor a pozitív-negatív értékek egymást kiegészíthetik. Az így számolt integrálkritérium sokkal kisebb eltérést jelez, mint az abszolút vagy a négyzetes. Utóbbiaknál az előjelek az összegzést nem befolyásolják, így használatuk szigorúbb előírást jelent. Az integrálkritériumok a szabályozási körök modellezésénél és működő ipari rendszerek vizsgálatára egyaránt alkalmasak. A cél az, hogy értékük a lehető legkisebb legyen, mert így a szabályozás pontossága az adott viszonyok között a legnagyobb.

A táblázat *néhány adat* segítségével az integrálkritérium számítását mutatja be:

Állandósult érték	12.5	12.5	12.5	12.5	12.5
Idő (sec)	0	2	4	6	8
Kimenőjel érték	0	6	9	12	12.4
$x(\infty) - x(t)$	12.5	6.5	3.5	0.5	0.1

$$I_{\text{lin}} = \sum (x(\infty) - x(t)) = (12.5 + 6.5 + 3.5 + 0.5 + 0.1) = 23.1$$

$$I_{\text{absz}} = \sum |(x(\infty) - x(t))| = (12.5 + 6.5 + 3.5 + 0.5 + 0.1) = 23.1$$

(negatív érték hiányában a két integrálkritérium azonos értékű)

$$I_{\text{négysz}} = \sum (x(\infty) - x(t))^2 = (12.5^2 + 6.5^2 + 3.5^2 + 0.5^2 + 0.1^2) = 211.01$$

$$I_{\text{idő}} = \sum (x(\infty) - x(t)) \cdot t = (12.5 \cdot 0 + 6.5 \cdot 2 + 3.5 \cdot 4 + 0.5 \cdot 6 + 0.1 \cdot 8) = (13 + 14 + 3 + 0.8) = 30.8$$

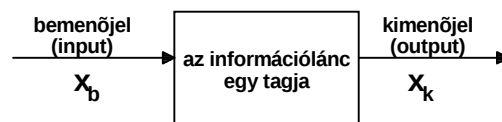
A néhány adattal készült bemutatásból is látható, hogy a legszigorúbb integrálkritérium a négyzetes, mert a különbségek négyzete mindig pozitív és ezek kerülnek összegzésre.

Kis értékű integrálkritérium érték arra mutat, hogy a szabályozás gyors, nincs túllendülés, és nincs állandósult szabályozási eltérés.

A következő fejezetekben megismerjük azokat a jelenségeket, törvényeket, stb. amelyek hozzásegítenek az eredményes szabályozás kialakításához.

Átviteli tag

Az információ továbbításában ill. átalakításában résztvevő bármelyik műveleti elemet általánosítva **átviteli tagnak** nevezik.



Az átviteli tagok, a kimenő- ill. bemenőjelük viszonyától függően **három** viselkedést mutathatnak. Ezek:

Arányos (proporcionális) tulajdonságúak Jele: **P**

Integráló tulajdonságúak Jele: **I**

Differenciáló tulajdonságúak Jele: **D**

Az átviteli tagok viselkedésének jellemzésére **két** számadat szolgál. Ezek:

az **átviteli tényező** **K_p** **K_i** **K_d**, illetve

az **időállandó** **T_p** **T_i** **T_d**.

Az átviteli tényező számszerűen adja meg a **kimenő/bemenő-jel** (statikus és dinamikus körülmények közötti) **viszonyát**. Az időállandó a dinamikus tulajdonság mérőszáma, és a **változás** (tranziens) **időbeliségét** adja meg.

A három **átviteli tényező** definíciója:

$$K_p = \frac{\Delta x_k}{\Delta x_b}; \quad K_i = \frac{\frac{d x_k}{d t}}{\Delta x_b}; \quad K_d = \frac{\Delta x_k}{\frac{d x_b}{d t}};$$

itt: Δx_b ..a bemenő jel változása, Δx_k ..a kimenő jel változása, dt ..időegység

A definíciókból is következik, hogy

- a P tag átviteli tényezője az időben állandósult ki- és bemenőjelek viszonyát rögzíti,
- az I tagnál állandósult bemenőjelre időben állandósult kimenőjel változás jelentkezik,
- míg D tagnál csak akkor van kimenőjel, ha bemenőjel változás következik be.

Az átviteli tényezőknek lehet (műszaki) egysége (dimenziója) is. K_i esetében a nevezőben, K_d esetében a számlálóban mindig van *időegység* is.

Az **időálló** az átviteli tag (tágabb értelemben tárgyalva: a **rendszer**) energiatároló képességének függvénye. Vannak rendszerek (főleg az elektronikában) amelyeknek időállója a másodperc ezred...tized része, de vannak rendszerek (például nagy tömegű mozgó testek, kemencék, stb.) amelyeknek időállója percekben...órákban mérhető.

A szabályozástechnika szempontjából mindkét jellemző igen nagy jelentőségű. Az átviteli tényező meghatározza azt, hogy a beavatkozások milyen mértékű eredményt hozhatnak, míg az időálló arra ad választ, hogy mennyi időn belül várható a beavatkozás eredménye?

Az átviteli tagot leíró differenciál-egyenlet

Az átviteli tagokat viselkedését több-fajta matematikai módszerrel lehet leírni. A leggyakrabban alkalmazott módszerek:

- differenciál egyenlet(ek) alkalmazása
- átviteli függvény(ek) használata
- átmeneti függvény(ek) megadása
- amplitúdó - fázis függvény(ek) kialakítása.

Itt most a **differenciálegyenlet** segítségével történő leírás ismertetésére kerül sor.

A következő differenciál-egyenlet a legáltalánosabb alak

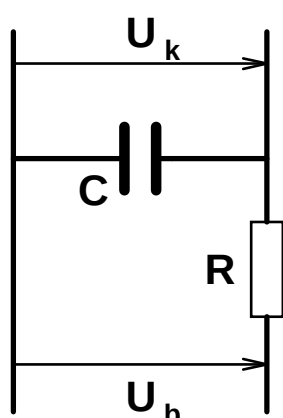
$$T_n^n \frac{d^n x_k(t)}{dt^n} + \dots + T_1 \frac{dx_k(t)}{dt} + x_k(t) = K \left(\tau_1 \frac{dx_b(t)}{dt} + x_b(t) \right)$$

ebben a T-k - a differenciál. egyenlet. rendűségének megfelelő hatványra emelt - időálló, a jobb oldalon szereplő τ_1 ugyancsak időálló.

A rendszer lehet időállandó nélküli, de a műszaki rendszerek legtöbbszörnél van időkéésés, és ennek megfelelően egy-, két-, három- stb. időállandóval (más szóhasználat: késleltetéssel vagy tárolóval) rendelkező rendszerekről beszélünk. A hazai irodalomban használatos jelöléssel pl. P2T arányos, két tárolós átviteli tagot (rendszert) jelent.

Hogyan alakul ki az átviteli tag differenciál-egyenlete?

Az ábra szerinti R-C tagot leíró jellemzők:



C....kapacitás; Farad : $A^2 \cdot s^4 / m^2 \cdot kg$

R....ellenállás; Ohm : $m^2 \cdot kg / s^3 \cdot A^2$

U_b ...bemenő feszültség; Volt

U_k ...kimenő feszültség; Volt

I.....áram; Amper

t.....idő

$$U_b = (R \cdot I) + \frac{1}{C} \int I \cdot dt; \quad U_k = \frac{1}{C} \int I \cdot dt;$$

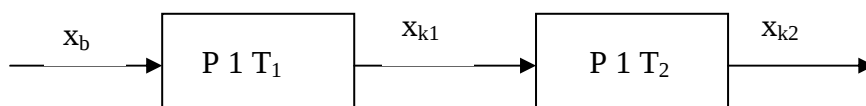
$$U_k \text{ kifejezéből } I = C \frac{dU_k}{dt}; \quad \text{ez } U_b - \text{be}$$

$$U_b = (R \cdot C) \frac{dU_k}{dt} + U_k; \quad (R \cdot C) = (T) \dots \text{idő}$$

$$T \frac{dU_k}{dt} + U_k = K_p \cdot U_b; \quad K_p \dots \text{átviteli tényező, itt } = 1$$

Amennyiben az R-C tag kimenő jelét egy hasonló R-C tag bemenő jeleként kapcsoljuk, olyan rendszert nyerünk, amelyik két: T_1 és T_2 időállandókkal jellemezhető.

Példa: két P1T tagból kialakított rendszer eredő differenciál egyenlete



$$T_1 \frac{dx_{k1}}{dt} + x_{k1} = x_b \quad (1); \quad T_2 \frac{dx_{k2}}{dt} + x_{k2} = x_{k1} \quad (2);$$

$$\text{utóbbit differenciálva:} \quad \frac{dx_{k1}}{dt} = T_2 \frac{d^2 x_{k2}}{dt^2} + \frac{dx_{k2}}{dt} \quad (3);$$

a 2. és 3. differenciál. egyenletet 1-be helyettesítve

$$T_1 \left(T_2 \frac{d^2 x_{k2}}{dt^2} + \frac{dx_{k2}}{dt} \right) + T_2 \frac{dx_{k2}}{dt} + x_{k2} = x_b$$

ezt rendezve :

$$T_1 \cdot T_2 \frac{d^2 x_{k2}}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{dx_{k2}}{dt} + x_{k2} = x_b.$$

Az **elektronikus és pneumatikus** rendszerek viselkedése hasonló összefüggésekkel közelíthető. A villamos feszültségnek a nyomáskülönbség, a villamos áramnak a (gáz) térfogatárama, a villamos ellenállásnak a csővezeték és a szerelvények pneumatikus ellenállása, a villamos kapacitásnak a tartályok térfogata felel meg.

A következő példa egy integráló jellegű - időkésés nélküli – tag diff. egyenletét mutatja be. A példa egy hengeres alakú tartály, amibe egyenletes (de ismert) térfogatárammal folyadék ömlik be. A (megfigyelés tárgyát képező) kimenőjel a **h** szint. A jellemzők:

Q_b - a folyadék beömlés térfogatárama; m^3 / h ,

h - a folyadékszint a tartályban, m

d - a tartály átmérője; m

t - idő;

A - a tartály keresztmetszete; $(d^2 \cdot \pi) / 4$. m^2

A diff. egyenlet; $dh/dt = (1 / (d^2 \cdot \pi) / 4) \cdot Q_b = 1/A \cdot Q_b = K_i \cdot Q_b$.

A K_i az integráló tulajdonságú tag átviteli tényezője. (Minél nagyobb az átmérő, K_i annál kisebb, és annál lassabban emelkedik a **h** szint.)

Példa az integráló tulajdonságú tartályra vonatkozóan:

Átmérő: $d = 8 \text{ m}$

Keresztmetszet: $A = d^2 \pi / 4 = 50,26 \text{ m}^2$

Beömlés: $Q_b = 0,3 \text{ m}^3 / s$

A szintemelkedés sebessége: $\frac{dh}{dt} = \frac{Q_b}{A} = \frac{0,3}{50,26} = 0,0059 \text{ m/s}$

Differenciál egyenlet: $\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A} Q_b = K_i \cdot Q_b$; $K_i = \frac{1}{50,26} = 0,00198 \text{ [1/m}^2 \text{]}$

A tartály, a bemutatott felépítésben, **időkésés nélküli átviteli tag**.

A következő táblázat a műszaki gyakorlatban legfontosabb tagok diff. egyenletét mutatja be.

$$T \cdot \frac{d x_k}{d t} + x_k = K_p \cdot x_b \quad \text{P1T}$$

$$T_1 \cdot T_2 \cdot \frac{d^2 x_k}{d t^2} + (T_1 + T_2) \frac{d x_k}{d t} + x_k = K_p \cdot x_b \quad \text{P2T}$$

$$T_i \cdot \frac{d^2 x_k}{d t^2} + \frac{d x_k}{d t} = K_i \cdot x_b \quad \text{I1T}$$

Az általános diff. egyenlettel összehasonlítva a legfontosabb jellemzők a következők:

- ✿ az egyenletek jobboldalán az aktuális átviteli tényező és a bemenőjel szorzata van (itt egyik sem D jellegű!),

- ✿ az egyenletek baloldalán az **idő-diff.** hányadost tartalmazó tagok száma az időállandók számával azonos,

- ✿ az I-tagnál csak idő-differenciál. hányados tagok vannak a jobboldalon.

Külön említendő a **holt-idő** fogalma. Ez nem az energiafelvétel/leadás következtében jelentkező időkésés, hanem a rendszerben meglévő, rendszerint anyagmozgatással (szállítószalag, csővezeték, stb.) kapcsolatos időeltolódással van összefüggésben. A *tároló nélküli arányos holtidős tag* egyenlete :

$$x_k(t) = A_p \cdot x_b (t - T_h)$$

ami tárolók (időállandók) esetén a kimenőjel további diff. hányadosaival bővül. A T_h a holtidőt jelenti. A holtidős tag jelölése **H** jel beiktatásával történik. Pl: HP1T-egyártárolós holtidős tag.

Átviteli függvény

Az átviteli tagok tulajdonságainak leírásának második fontos módszere az **átviteli függvények** alkalmazása.

Az **átviteli függvény** az átviteli tag differenciál-egyenletének **Laplace** transzformálásával alakítható ki.

A Laplace transzformáció a differenciálegyenletek megoldását segíti elő. Először képezzük a differenciál egyenlet Laplace-transzformáltját, elvégezzük az szükséges (rendszerint már csak algebrai) műveleteket, majd inverz L.-transzformálással megkapjuk a differenciál egyenlet megoldását. Sokszor nincs is szükség az inverz L.-transzformálásra, mert a további számításoknál a L.-transzformált alakokkal is jól lehet dolgozni.

Az eljárás a logaritmussal való számoláshoz hasonlítható, ahol az szorzás ill. osztás a számok logaritmusának használatával összeadás ill. kivonás műveletté egyszerűsödik, majd az inverz művelettel eljutunk az eredeti feladat megoldásához.

A Laplace transzformáció néhány, később alkalmazásra kerülő szabályát a táblázat mutatja. (A transzformáció matematikai tárgyalása és részletesebb táblázatok a kézikönyvekben megtalálhatók).

Megjegyzés: a L. transzformáltban az s jel utal a transzformált formára, és az időfüggvény t változóját váltja fel; a L. transzformált változót nagy betűvel jelöljük. Pl. $x_k(t)$ helyett $X_k(s)$.

$f(t)$ (időfüggvény)	$F(s)$ (Laplace transzformált)
$c \cdot f(t)$	$c \cdot F(s)$
$1(t)$	$\frac{1}{s}$
$\frac{d}{dt} f(t)$	$s \cdot F(s)$
$\frac{d^2}{dt^2} f(t)$	$s^2 \cdot F(s)$
$\int_0^t f(t) \cdot dt$	$\frac{1}{s} \cdot F(s)$

Példa: Az egyetlen időállandóval jellemezhető arányos tulajdonságú átviteli tag már ismert differenciál egyenlete a következő:

$$T \frac{dx_k}{dt} + x_k = K_p \cdot x_b$$

$$\text{L.-transzformáltja: } T \cdot s \cdot X_k(s) + X_k(s) = K_p \cdot X_b(s)$$

(táblázat szerint a differenciál hányados L. transzformáltja: $s \cdot X_k(s)$, az x_b és x_k tagoké pedig $X_b(s)$ ill. $X_k(s)$)

Az **átviteli függvény** $Y(s)$ a kimenőjel ill. a bemenőjel L.-transzformáljának hányadosa és a L-transzformált differenciál .egyenletből a következő lépés szerint származtatható:

$$X_k(s) - t \text{ kiemelve: } X_k(s) \cdot (T \cdot s + 1) = K_p \cdot X_b(s)$$

$$Y(s) = \frac{X_k(s)}{X_b(s)} = \frac{K_p}{(Ts+1)}$$

A szabályozástechnikában az átviteli függvénnyel az átviteli tagokat ill. rendszereket szemléletesen lehet leírni és vizsgálni. A gyakrabban előforduló tagok átviteli függvényét a következő táblázat mutatja be.

P	P1T	P2T
$Y(s)=K_p;$	$Y(s)=\frac{K_p}{(Ts+1)};$	$Y(s)=\frac{K_p}{(T_1 \cdot T_2 \cdot s^2 + (T_1 + T_2) \cdot s + 1)}$
I	D	I1T
$Y(s)=\frac{K_i}{s};$	$Y(s)=K_d \cdot s;$	$Y(s)=\frac{K_i}{s(Ts+1)};$
HP	HP1T	
$Y(s)=K_p \cdot e^{-T_h \cdot s};$	$Y(s)=\frac{K_p}{Ts+1} \cdot e^{-T_h \cdot s}$	

Megfigyelhető, hogy egy tároló belépése a nevezőben újabb $(T \cdot s + 1)$ belépését jelenti. Az átviteli függvények különböző rendszerek, szabályozási körök tervezésénél és szimulációs vizsgálatánál igen eredményesen használhatók. Segítségükkel bonyolult számítások egyszerűbben és szemléletesebben is elvégezhetők.

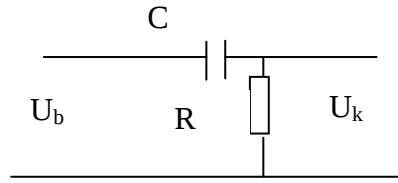
Összetett, több átviteli tagból álló rendszerek blokkvázlatos ábrázolásánál az egyes tagok átviteli tulajdonságát a blokkba (rajz négyzetbe) írt átviteli függvénnyel is lehet jelezni, szemléletessé tenni. Ilyenkor vagy csak az átviteli függvény jelölést vagy a teljes átviteli függvény beírást alkalmazzuk.

Példák:



Példa: a differenciáló tag, ennek differenciál egyenlete, és átviteli függvénye

Az ábrán látható **CR-tag** differenciáló tulajdonságú.



A feszültségviszonyok: $U_k = I \cdot R$, $U_b = U_k + \frac{1}{C} \int_0^t I \cdot dt$, $(I = \frac{U_k}{R})$

Az integrálos egyenlet differenciálása után, **I** értékének behelyettesítésével majd átrendezve kapjuk a differenciálegyenletet:

$$R \cdot C \frac{d U_k}{d t} + U_k = R \cdot C \frac{d U_b}{d t}$$

Az R.C szorzatról már előbb bebizonyítottuk azt, hogy idő dimenziójú mennyiség. Ebben a differenciál. egyenletben a bal oldalon ez az **időállandó** (R.C szorzat idő dimenziójú), míg a jobb oldalon van az **átviteli tényező**, amelynek dimenziója **secundumot** is tartalmaz. A differenciál. egyenlet Laplace transzformáltja :

$$T \cdot U_k(s) \cdot s + U_k(s) = K_d U_b(s) \cdot s$$

Ebből az átviteli függvény. $Y(s) = \frac{U_k(s)}{U_b(s)} = \frac{K_d \cdot s}{T \cdot s + 1}$ (D1T-tag)

Több átviteli tagból álló elemcsoport eredő átviteli függvénye

A különböző átviteli tagokból kialakuló csoportok lehetnek egymással

⚙ sorba-kapcsolt

⚙ párhuzamos

⚙ visszacsatolt kapcsolatban. (lásd ábra) Az átviteli függvény eredő értéke a következő levezetések szerint alakul. ($X_b(s)$ bemenőjel, $X_k(s)$ kimenőjel Laplace transzformáltja, $Y_n(s)$ átviteli függvény.)

Sorba-kapcsolás

$$X_{k1}(s) = Y_1(s) \cdot X_{b1}(s); \quad \text{és} \quad X_{k2}(s) = Y_2(s) \cdot X_{b2}(s)$$

$$\text{minthogy} \quad X_{b2}(s) = X_{k1}(s)$$

$$X_{k2}(s) = Y_2(s) \cdot Y_1(s) \cdot X_{b1}(s) = Y(s) \cdot X_{b1}(s);$$

ahol $Y(s) = Y_1(s) \cdot Y_2(s)$. **Y(s) az eredő átviteli függvény**

Párhuzamos-kapcsolás

$$X_k(s) = X_{k1}(s) + X_{k2}(s) = [Y_1(s) \cdot X_b(s)] + [Y_2(s) \cdot X_b(s)];$$

$$Y(s) = X_k(s)/X_b(s) = Y_1(s) + Y_2(s). \quad \textbf{Y(s) az eredő átviteli függvény}$$

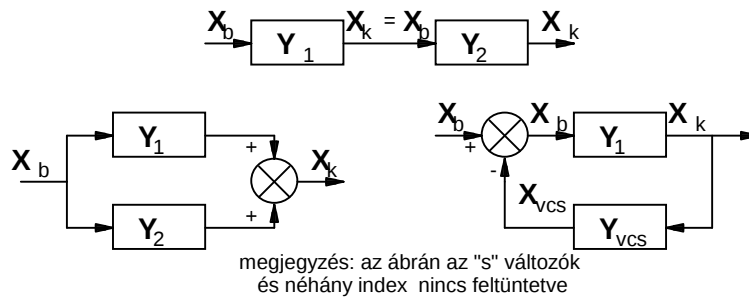
Visszacsatolás (negatív)

$$X_{b1}(s) = X_b(s) - X_{vcs}(s) = X_b(s) - Y_{vcs}(s) \cdot X_k(s);$$

$$X_k(s) = Y_1(s) \cdot X_{b1}(s) = Y_1(s) [X_b(s) - Y_{vcs}(s) \cdot X_k(s)];$$

$$X_k(s) + Y_1(s) \cdot Y_{vcs}(s) \cdot X_k(s) = Y_1(s) \cdot X_b(s);$$

$$Y(s) = X_k(s)/X_b(s) = \frac{Y_1(s)}{(1 + Y_1(s) \cdot Y_{vcs}(s))} \quad \mathbf{Y(s) \text{ az eredő átviteli fgv.}}$$



Pozitív visszacsatolásnál - hasonló levezetés eredményeként - az eredő átviteli tényező kifejezésében a *nevezőben negatív* előjel van: $(1 - Y_1(s) \cdot Y_{vcs}(s))$.

Példa:

P-taggal negatívan visszacsatolt **I-tag** eredője **P1T** tulajdonságot mutat.

I-tag átviteli függvénye: $Y(s) = K_i / s$;

P-tag átviteli függvénye: $Y(s) = K_p$

a visszacsatolt rendszer eredő átviteli tényezőén $Y(s) = \frac{\frac{K_i}{s}}{1 + \frac{K_p \cdot K_i}{s}}$

az egész átviteli függvényt s -el szorozva: $= \frac{K_i}{s + K_p \cdot K_i}$;

majd $K_p \cdot K_i$ -vel osztva és átrendezve; $= \frac{1}{K_p} \cdot \frac{1}{\frac{1}{K_p \cdot K_i} \cdot s + 1}$;

$\frac{1}{K_p} = K$ és $\frac{1}{K_p \cdot K_i} = T$ helyettesítéssel végül

$Y(s) = \frac{K}{T \cdot s + 1}$ (P1T) alakhoz jutunk.

Az átviteli függvény kezelése MATLAB segítségével

Az átviteli függvény számlálóját és nevezőjét külön- külön kell bevinni a Command Window-ra. Példa: $Y(s) = 3.4 / (8 s^2 + 6 s + 1)$ alakú P2T tag bevitele

`nu = [ 3.4];` ↙ az átviteli függvény számlálója (angol numerator szóból)

`de = [ 8 6 1 ]` ↙ az átviteli függvény nevezőjében lévő paraméterek s csökkenő hatványa szerinti sorrendben (angol denominator szóból)

`nu1 = [ 2.8 ]` ↙ egy másik átviteli függvény számlálója (P1T)

`de1 = [ 4 1 ]` ↙ egy másik átviteli függvény nevezője (P1T)

A két átviteli tag sorba kötésével kapott tag eredő átviteli függvénye a két tag átviteli függvényének szorzata:

`[num,den] = series (nu,de,nu1,de1)` ↙ a két átviteli függvény szorzatát kiírja:

`num =`

`0 0 0 9.52` az eredő átviteli függvény számlálója (3.4 . 2.8)

`den =`

`32 32 10 1` az eredő átviteli függvény nevezője

($32 s^3 + 32 s^2 + 10 s + 1$) ez egy P3T-tag

Megjegyzés: a művelet csak két taggal lehetséges, amennyiben három vagy több tag eredőjét akarjuk kiszámolni úgy lépésről lépésre páronként kell a műveletet elvégezni.

A párhuzamosan kapcsolt átviteli függvények eredőjét a (series helyett) *parallel*, a visszacsatolt rendszerekét *feedback*, az egységgel visszacsatolt rendszerekét a *cloop* utasítással lehet kiszámítani. Használatukat pl. „help parallel” beírásra adott válasszal lehet megismerni és tanulmányozni.