

## TARTALOM JEGYZÉK

### 1. Egyenergiatárolós áramkörök átmeneti függvényeinek meghatározása

Példák az egyenergiatárolós áramkörök átmeneti függvényeinek meghatározására

[1.1 feladat](#)

[1.2 feladat](#)

[1.3 feladat](#)

[1.4 feladat](#)

[1.5 feladat](#)

[1.6 feladat](#)

[1.7 feladat](#)

[1.8 feladat](#)

[1.9 feladat](#)

[1.10 feladat](#)

[1.11 feladat](#)

### 2. Soros RLC kör átmeneti függvényei

Példák a soros RLC körök átmeneti függvényeinek meghatározására

[2.1 feladat](#)

[2.2 feladat](#)

[2.3 feladat](#)

[2.4 feladat](#)

[2.5 feladat](#)

[2.6 feladat](#)

[2.7 feladat](#)

### 3. A párhuzamos RLC kör átmeneti függvényei

Példák a párhuzamos RLC kör átmeneti függvényeinek meghatározására

[3.1 feladat](#)

[3.2 feladat](#)

## Átmeneti jelenségek egyenergiatárolós áramkörökben

Az energiatárolók energiakészletének időfüggvénye folytonos függvény !

Induktivitáson :  $W_L = \frac{1}{2} Li^2$  alapján :  $i(0) = i(-0)$ ,

kondenzátoron :  $W_C = \frac{1}{2} Cu^2$  alapján :  $u(0) = u(-0)$ .

Energiamentes állapotban :

Induktivitáson :  $W_L = 0$  azaz  $i = 0$ ,

kondenzátoron :  $W_C = 0$  azaz  $u = 0$

Forrásmentes, magárahagyott áramkörben az energiatárolók - a rendelkezésre álló áramutak ellenállásán átfolyó áramok következtében  $t \rightarrow \infty$  alatt, energiájukat

-

kisütik . A valóságos áramkörökben ideális szakadás nincs !

Összefoglalva az  $L$  és  $C$  elemek viselkedését a következő táblázatot állíthatjuk össze :

| Energiatároló               | Induktivitás                        | Kapacitás                                 |
|-----------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------------|
|                             | $t = 0$                             |                                           |
| Energiamentes               | szakadás                            | zárlat                                    |
| Nem energiamentes           | áramgenerátor<br>$i_L(0) = i_L(-0)$ | feszültséggenerátor<br>$u_C(0) = u_C(-0)$ |
|                             | $t \rightarrow \infty$              |                                           |
| Egyenáramú generátor        | rövidzár                            | szakadás                                  |
| Szinuszos jellegű generátor | $\bar{Z}_L = j\omega L$             | $\bar{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C}$       |
| Nincs generátor             | $i_L = 0 \quad u_L = 0$             | $i_C = 0 \quad u_C = 0$                   |

## Egyenergiatárolós áramkörök átmeneti függvényeinek meghatározása

Módszer:

1, Felírjuk az érvényes differenciál egyenletet Kirchhoff törvényei szerint.  
-Állandó együtthatós lineáris differenciál egyenlet adódik.

2, Az inhomogén differenciál egyenlet partikuláris megoldását az állandósult

állapot időfüggvénye adja ,  $t \rightarrow \infty$

3, A homogén differenciál egyenlet általános megoldását  $A \cdot e^{\lambda t}$  alakban

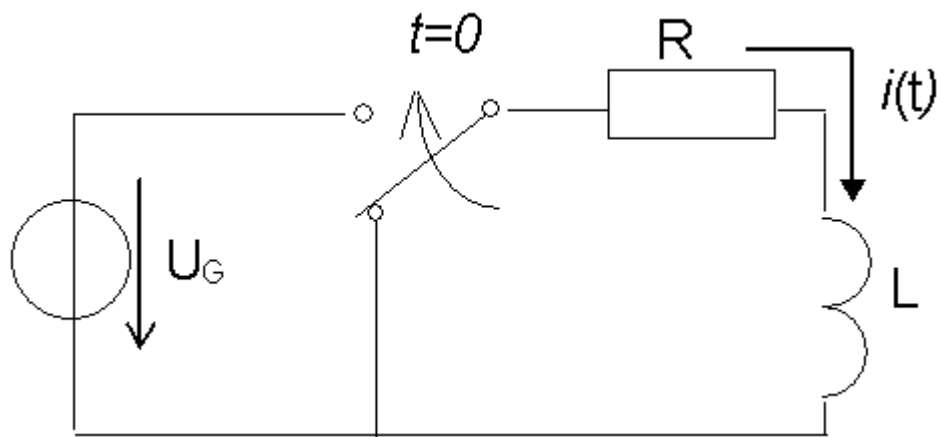
keresve,  $\lambda - t$  a karakterisztikus egyenletből meghatározzuk  $A$ .

homogén differenciál egyenlet megoldása a tranziens tagot adja.

4, Az inhomogén differenciál egyenlet általános megoldását felírva a kezdeti feltételekből meghatározzuk "A" értékét.

## I. Egyenáramú generátorral táplált hálózat

### 1, RL kör



$$U_G = iR + L \frac{di}{dt}$$

$$i_S = ? \quad t \rightarrow \infty \text{ tehát}$$

$$i_S(t) = \frac{U_G}{R}$$

A homogén differenciál egyenlet:

$$0 = i_{tr} R + L \frac{di_{tr}}{dt}$$

A tranziens tag, mint az előző egyenlet általános megoldása:

$$i_{tr}(t) = A \cdot e^{\lambda t}$$

ebből :

$$\frac{di_{tr}}{dt} = \lambda \cdot e^{\lambda t} \cdot A$$

Így a karakterisztikus egyenlet :

$$0 = R + L \cdot \lambda$$

tehát:

$$\lambda = -\frac{R}{L} = -\frac{1}{T} \quad T = \frac{L}{R}$$

ezzel:

$$i_{tr} = A \cdot e^{\frac{-t}{T}}$$

Az inhomogén egyenlet általános megoldása tehát így írható fel:

$$i(t) = i_s + i_{tr} = \frac{U_G}{R} + A \cdot e^{\frac{-t}{T}}$$

Az "A" együttható a kezdeti energia feltételből kapható, amikor is  $t = 0$ , tehát:

$$A = i(0) - i_s(0)$$

a, Ha az áram kezdeti értéke zérus, azaz  $i(0) = 0$ , akkor

$$0 = \frac{U_G}{R} + A \quad A = -\frac{U_G}{R} \quad i(t) = \frac{U_G}{R} \left( 1 - e^{\frac{-t}{T}} \right)$$

b, Egyébként,  $i(0) \neq 0$  ekkor

$$A = i(0) - \frac{U_G}{R} \quad i(t) = \frac{U_G}{R} + \left( i(0) - \frac{U_G}{R} \right) \cdot e^{\frac{-t}{T}}$$

Általánosabban :

$$i_s(t) = \frac{U_G}{R} \quad i(0) = i_s(0) + A \quad A = i(0) - i_s(0)$$

Ezzel

$$i(t) = i_s(t) + [i(0) - i_s(0)] \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

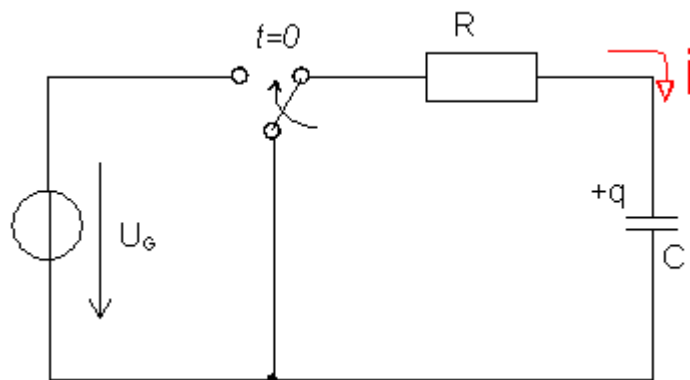
c, Kikapcsolás esetén, feltételeink a következők:

$$i(0) \neq 0 \quad U_G = 0 \quad \text{tehát} \quad i(t) = i(0) \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

ahol :

$$i(0) = i(-0) = \frac{U_G}{R}$$

## 2, RC kör



Ennek a kapcsolásnak a  $q(t)$  függvénye ugyanúgy állítható elő, mint az RL kapcsolás  $i(t)$  függvénye:

$$U_G = iR + \frac{q(t)}{C} = R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q(t)$$

$$q_s = CU_G q_{tr} = Ae^{\lambda t}$$

$$0 = R \cdot \lambda + \frac{1}{C} \quad \lambda = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{T}$$

azaz :

$$T = RC$$

$$q(t) = CU_G + A \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad A = q(0) - q_s(0)$$

a, Ha a kondenzátor kezdeti töltése zérus, azaz  $q(0) = 0$ , akkor:

$$A = -CU_G$$

$$u_c(t) = \frac{q(t)}{C} = U_G \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{U_G}{R} e^{-\frac{t}{T}}$$

b, Egyébként a bekapcsoláskor

$q(0) \neq 0$ , tehát:

$$A = q(0) - CU_G \quad q(t) = CU_G + [q(0) - CU_G] \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

$$u_c(t) = U_G + [u_c(0) - U_G] \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

Általánosabban:

$$u(t) = u_s(t) + [u(0) - u_s(0)] \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

c, Kikapcsolás esetén feltételeink a következők:

$u(0) \neq 0$  és  $U_G = 0$  tehát

$$q(t) = q(0) \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

$$i(t) = \frac{-q(0)}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{T}} = \frac{-U_c(0)}{R} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

$$U_c(t) = U(0) \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

Az eredmények általánosítása bármely kapcsolású egyenergiatárolós áramkörre:

Az egyenergiatárolós áramkörök bármely árama és feszültsége az alábbi alakban írható fel:

$$i(t) = i_s(t) + [i(0) - i_s(0)] e^{-\frac{t}{T}}$$

$$u(t) = u_s(t) + [u(0) - u_s(0)] \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

$t \rightarrow \infty$  állapotra  $u_s(t)$  meghatározható, /állandósult állapot/  
 $i_s(t)$ ,

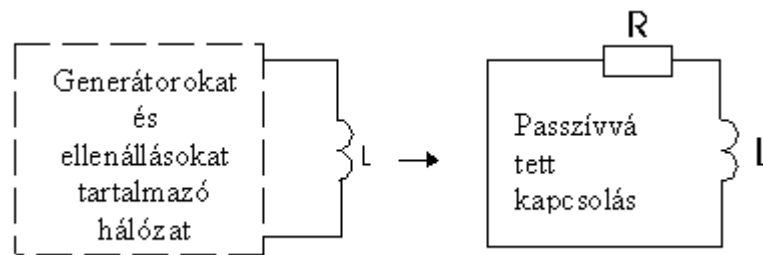
$t = 0$  állapotban  $i(0)$ ,  $u(0)$  meghatározható, /kezdeti állapot/.

Az időállandók számítása :

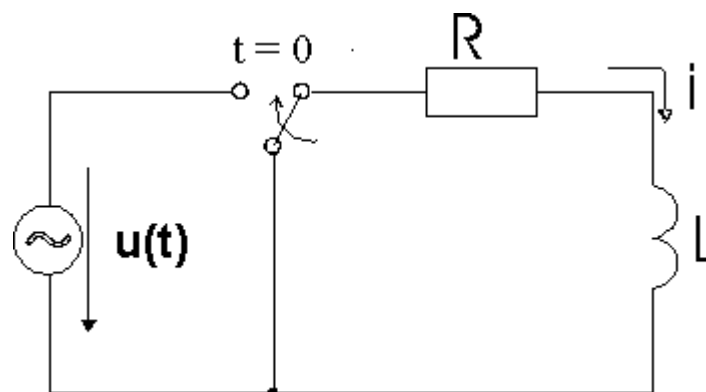
$$T = RC \quad \text{vagy} \quad T = \frac{L}{R}, \quad \text{ahol}$$

$R$  : az átkapcsolás után passzívvá tett hálózat eredő ellenállása az energiatároló felől nézve.

Az alábbi ábra "R" általános értelmezését szemlélteti.



## II, Szinuszos generátorral táplált hálózat :



A generátor feszültségének időfüggvénye:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi)$$

Ennek alapján az állandósult áram leírása:

$$i_s(t) = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi - \varphi)$$

A tranziens tag és a megoldás általános alakja a következő:

$$i_{tr}(t) = A' e^{\frac{-t}{T}} i(t) = i_s(t) + A' e^{\frac{-t}{T}}$$

Utóbbinak a  $t = 0$  pillanatban vett értéke:

$$i(0) = i_s(t) + A$$

Ebből kapva "A" értékét, és behelyettesítve:

$$i(t) = i_s(t) + [i(0) - i_s(0)] \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

Például, ha fenáll az  $i(0) = 0$  feltétel, akkor a megoldás konkrét alakja a következő:

$$i(t) = i_s(t) - i_s(0)e^{-\frac{t}{T}} = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi - \varphi) - \frac{U_m}{Z} \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{t}{T}}$$

Általános esetben pedig :

$$i(t) = \frac{U_m}{Z} \cdot \sin(\omega t + \psi - \varphi) + \left[ i(0) - \frac{U_m}{Z} \sin(\psi - \varphi) \right] \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

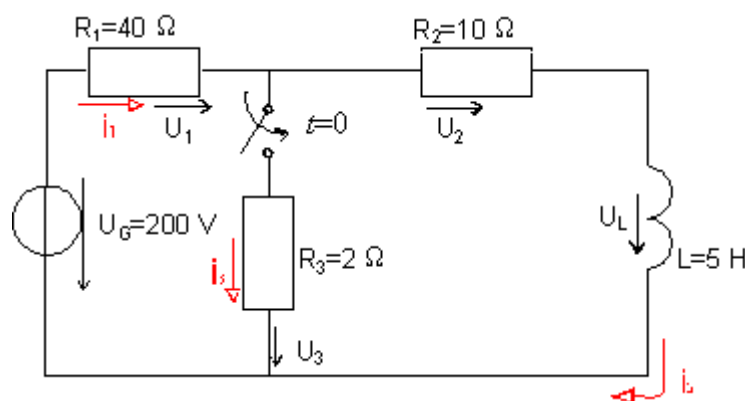
Tehát az egyenergiatárolós áramkörökre vonatkozó függvények általános formája a tápláló generátor jellegétől független. A generátor feszültségének időfüggvénye az állandósult függvények konkrét alakját befolyásolja.

A tranziens tag az idő múlásával zérushoz tart. Ennek üteméről érdemes megjegyezni, hogy  $t = T$  pillanatra a tranziens a kezdeti értékének 36,8 %-ára ,  $t = 5T$  pillanatra pedig kezdeti értékének 1 %-a alá csökken.....

## Egyenergiatárolós áramkörök átmeneti függvényeinek meghatározása

### 1, példa

Vizsgáljuk a következő kapcsolást !



A  $t = 0$  pillanatban zárjuk a kapcsolót . Előzetesen 1 perc üzem biztosított !

Az időállandó a kapcsoló nyitott üzemiében :

$$T_{NY} = \frac{L}{R_1 + R_2} = \frac{5}{50} = 0,1 \text{ sec}$$

$$i_2(0) = i_2(-0) = 4\text{ A} ;$$

Az állandósult állapotban érvényes időfüggvényt úgy kapjuk meg, hogy az áramkört  $t$  időben vizsgáljuk. Ekkor az induktivitáson feszültségesés nincs, ezért rövidzárnak tekinthető.

$$i_{s2}(t) = \frac{U_G}{R_1 + R_2 \times R_3} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{200 \cdot 2}{12 \cdot 40 + 20} = \frac{400}{500} = 0,8\text{ A}$$

Ennek a függvénynek a  $t = 0$  pillanatban vett helyettesítési értéke :

$$i_{s2}(0) = 0,8\text{ A} ;$$

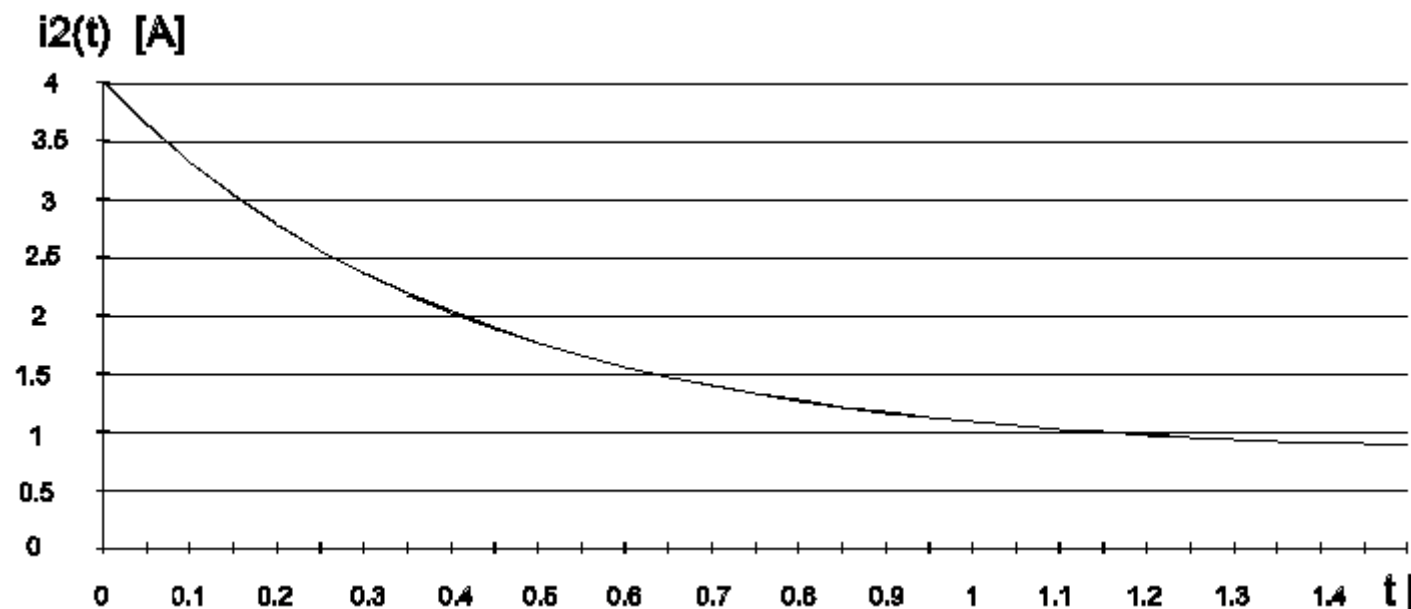
Az időállandó pedig :

$$T = \frac{L}{R_1 + R_2 \times R_3} = \frac{5}{10 + \frac{80}{42}} = \frac{5 \cdot 42}{500} = 0,42\text{ sec}$$

Ezekkel az adatokkal a keresett függvény az általános formulába való behelyettesítéssel felírható :

$$i_2(t) = 0,8 + (4 - 0,8) \cdot e^{\frac{-t}{T}}\text{ A} = 0,8 + 3,2 \cdot e^{\frac{-t}{T}}\text{ A}$$

A függvény ábrázolása :



További függvények:

$$u_L = L \frac{di_2}{dt} = 5 \cdot 3,2 \cdot \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{-0,42} = -38,095 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \text{ V}$$

$$u_2 = R_2 \cdot i_2 = 8 + 32 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \text{ V}$$

$$u_3 = u_2 + u_L = 8 - 6,095 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \text{ V}$$

$$i_3 = \frac{U_3}{R_3} = 4 - 3,0475 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \text{ A}$$

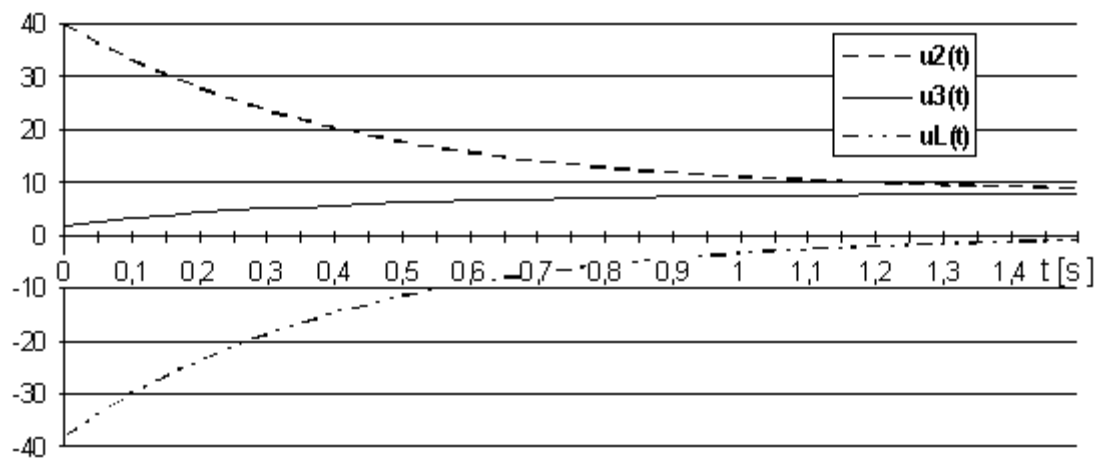
$$i_1 = i_2 + i_3 = 4,8 + 0,1525 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \text{ A}$$

$$u_1 = i_1 R_1 = 192 + 6,1 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \text{ V}$$

Ellenőrzés:

$$u_1 + u_3 \cong 192 + 8 = 200 \text{ V} = U_G$$

$u(t)$  [V]

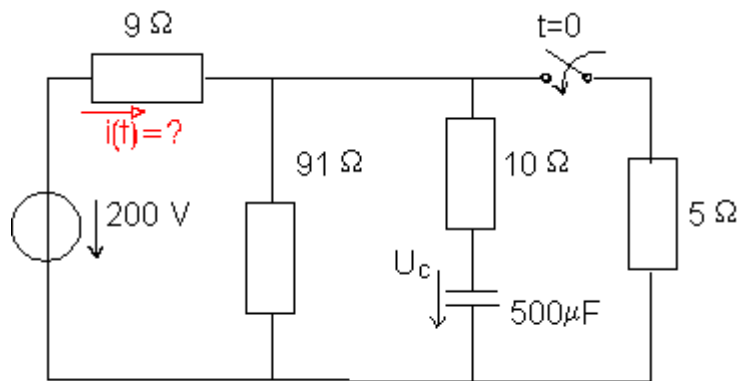


A diagram három kiválasztott feszültségfüggvény menetét mutatja.

## 2. példa

Határozzuk meg az ábrán jelölt áram  
időfüggvényét, ha

$t \geq 0!$

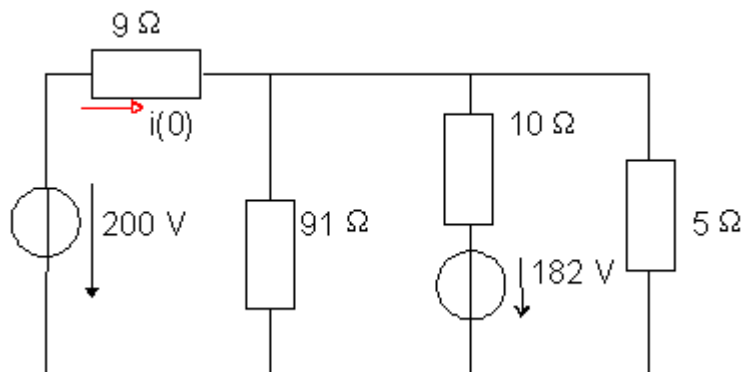


Az előző állapot állandósult , amikor a kapcsolót bekapcsoljuk.

A kondenzátor feszültsége az átkapcsolás pillanatában nem változhat meg !

$$u_c(0) = u_c(-0) = 200 \frac{91}{100} = 182V$$

A  $t = 0$  pillanatra a következő helyettesítő kapcsolás érvényes :



Az áram kezdeti értékét a két generátorra tekintettel a szuperpozíció elv alkalmazásával számítjuk ki.

$$i(0) = \frac{200}{9 + 91 \times 10 \times 5} - \frac{182}{10 + 91 \times 5 \times 9} \cdot \frac{91 \times 5}{9 + 91 \times 5} = \frac{200}{12,2155} - \frac{182 \cdot 4,7396}{13,1046 \cdot 13,7396} = 16,3726 - 4,7908 = 11,5817 \text{ A}$$

A replusz műveletek részeredményei:

$$91 \times 5 = 4,7396$$

$$91 \times 5 \times 10 = 3,2155$$

$$91 \times 5 \times 9 = 3,1046$$

Az állandósult áramfüggvény,  
amely a

$t \rightarrow \infty$  időkbén érvényes :

$$i_s(t) = \frac{200}{9 + 91 \times 10 \times 5} = 16,3726 \text{ A} \quad i_s(0) = 16,3726 \text{ A}$$

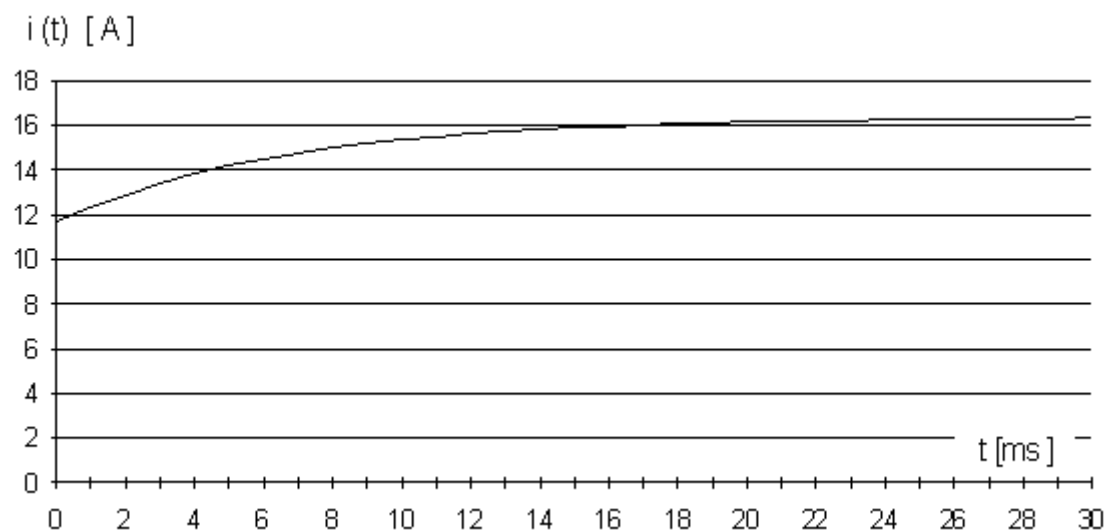
Az időállandót a kondenzátor kapcsai felől tekintett eredő ellenállással kell meghatározni !

$$T = R \cdot C = (10 + 91 \times 5 \times 9) \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 13,1046 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 6,5523 \text{ ms}$$

Tehát a keresett áramfüggvény a következőképpen adható meg :

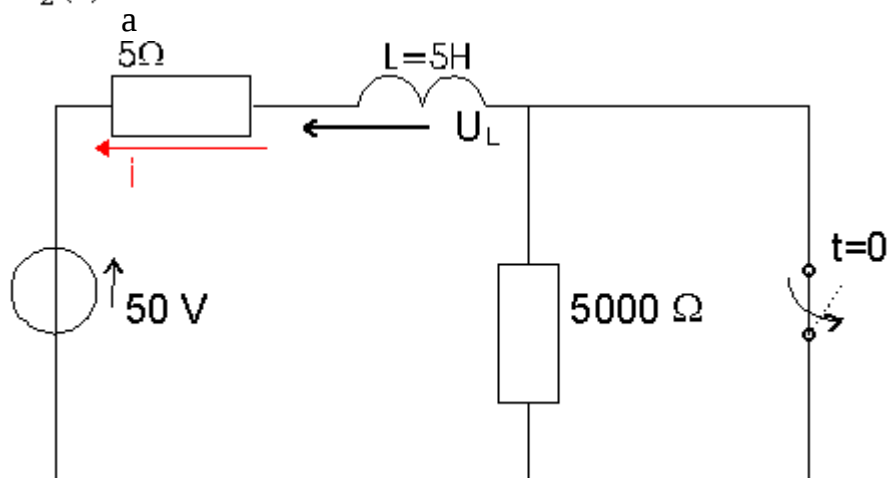
$$i(t) = 16,3726 + (11,5817 - 16,3726) \cdot e^{-\frac{t}{T}} = 16,3726 - 4,7908 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \text{ A}$$

Ábrázolva a kapott függvényt :



### 3. példa

Keressük  $U_L(t)$  időfüggvényét  $t \geq 0$  időtartományra!



Mivel  $u_L(t) = L \frac{di}{dt}$  ezért először  $i(t)$  keresendő .

Az induktivitás árama az átkapcsolás pillanatában nem változhat meg, tehát :

$$i(0) = i(-0) = 10 \text{ A}$$

$$i_s(t) = \frac{50}{5005} = 9,99 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

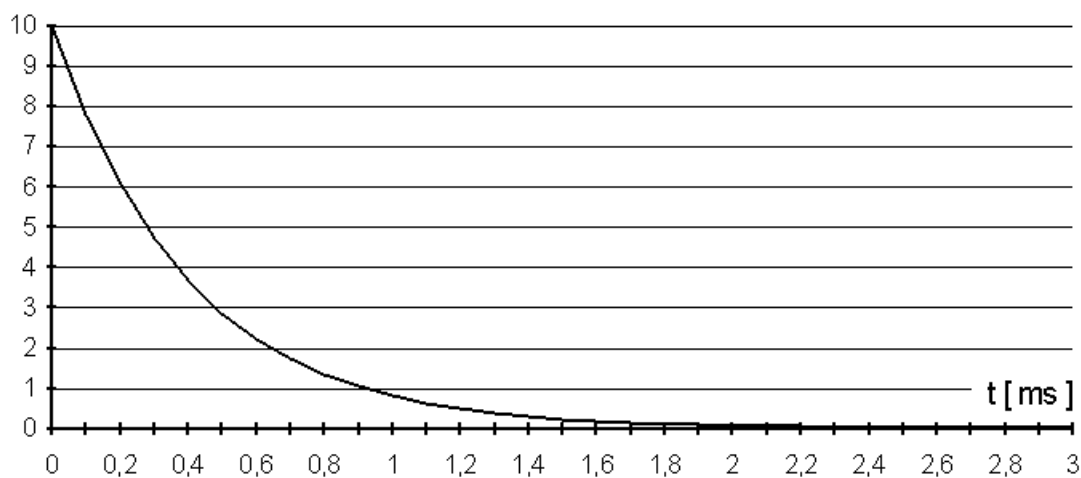
$$T = \frac{2}{5005} = 0,3996 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

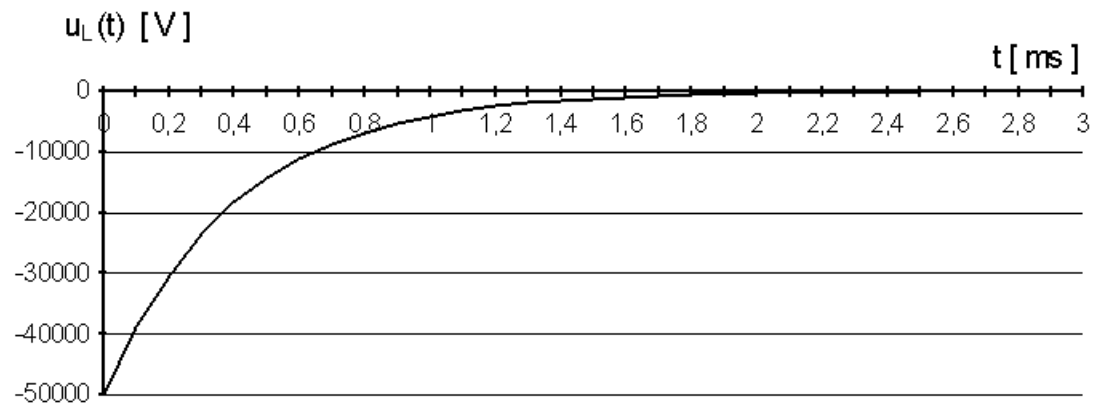
$$i(t) = 9,99 \cdot 10^{-3} + 9,99 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A};$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = 2 \left( -\frac{10^3}{0,3996} \right) \cdot 9,99 \cdot e^{\frac{-t}{T}} = -50000 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ V}$$

Az eredmény meggyőzően mutatja, hogy a tranziens folyamatok jelentős kapcsolási túlfeszültségeket okozhatnak.

$i(t) \text{ [A]}$

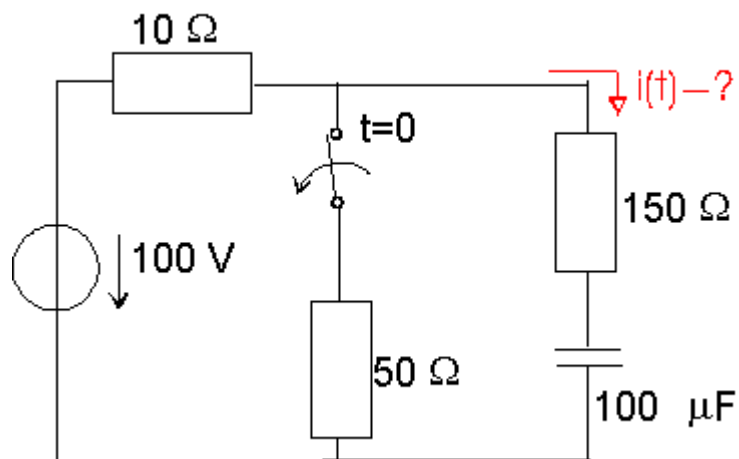




#### 4, példa

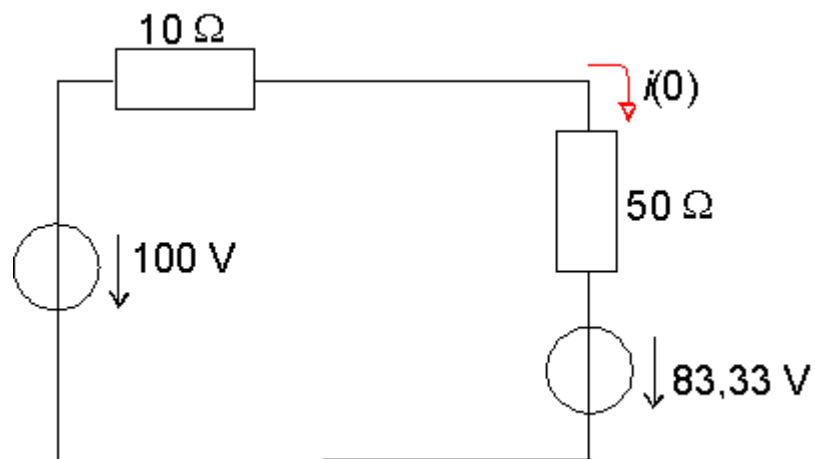
A kapcsoló nyitása előtt az áramkör állapota állandósult.

Határozzuk meg az  $i(t)$  időfüggvényt a kapcsoló nyitását követő időtartományra !



$$u(-0) = u(0) = 100 \frac{50}{50 + 10} = 83,33\ \text{V}$$

Ezzel  $t = 0$  pillanatban a következő kapcsolásból számolhatunk :



$$i(0) = \frac{100 - 83,33}{160} = 0,104 \text{ A}$$

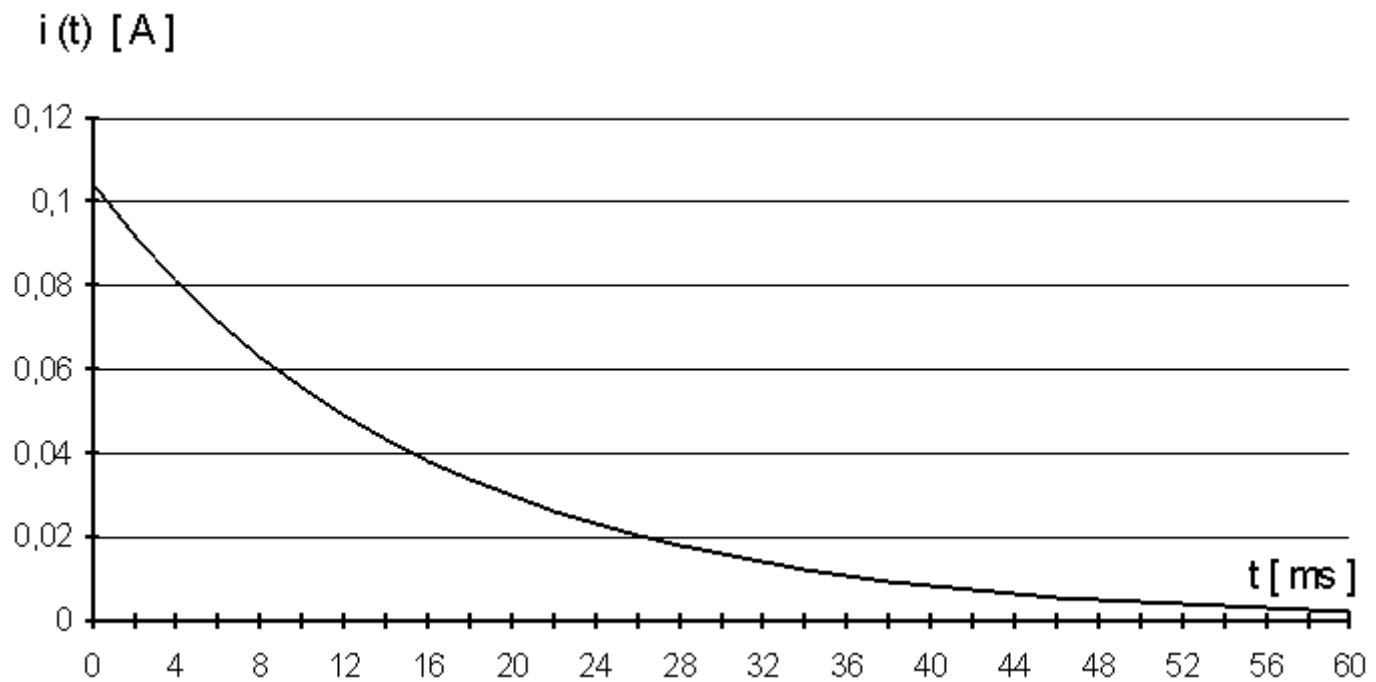
Az állandósult áram időfüggvénye azonosan zérus, mert a kondenzátor töltése állandó

lesz ha  $t \rightarrow \infty$ .

$$i_s(t) = 0 \quad ; \quad i_s(0) = 0$$

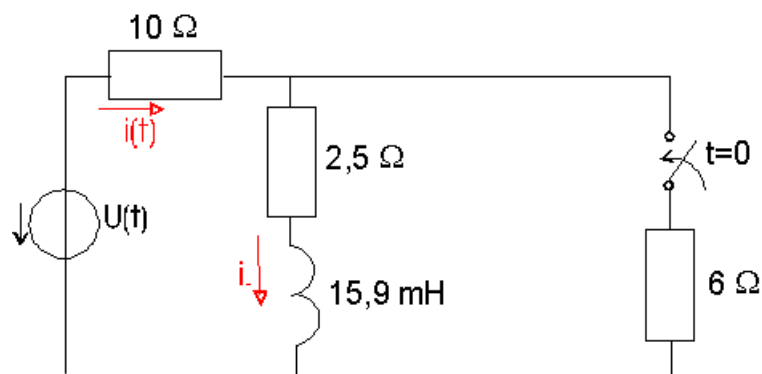
$$T = R \cdot C = 160 \cdot 10^{-4} = 16 \text{ ms} ; i(t) = 0,104 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A}$$

A kondenzátor töltésének növekedését az ábrán látható töltőáram-függvény biztosítja.



### 5. példa

Színuszos feszültségű generátorral állandósult állapotú áramkörben az ábra szerinti átkapcsolást végezve milyen függvénnyel írható le a generátoros ág árama?



A generátor feszültsége :

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot 200 \sin(314t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$X_L = \omega \cdot L = 5 \Omega$$

Mivel  $t < 0$  időben az állapot állandósult, és ekkor a kör impedanciája:

$$Z = |12,5 + j5| \Omega,$$

az áram csúcsérték szerinti komplex szimbóluma a következő :

$$\bar{I}_m = 21 \cdot e^{j23,2^\circ} \text{ A}$$

Tehát az átkapcsolás előtt kialakult áramfüggvényből az induktivitás ágának kezdeti árama így írható fel :

$$i_L(0) = 21 \cdot \sin 23,2^\circ = 8,272 \text{ A}$$

A kapcsoló működtetése után,  $t \rightarrow \infty$ , a főágban és az induktivitáson új ha állandósult

szinuszos változású áramok alakul ki, amiket a komplex Ohm-törvénnyel és az áramosztó összefüggéssel határozzunk meg.

$$\bar{I}_m = \frac{282,84}{(2,5 + j5) \times 6} = 21,78 \cdot e^{j36,8^\circ} \text{ A}$$

$$\bar{I}_{Lm} = \bar{I}_m \frac{6}{2,5 + j5} = 21,78 \cdot e^{j36,8^\circ} \cdot \frac{6}{2,5 + j5} = 23,38 \cdot e^{-j26,63^\circ} \text{ A}$$

Tehát :

$$i_{Ls} = 23,38 \sin(314t - 26,630^\circ) \text{ A és } i_{Ls}(0) = -10,4798 \text{ A}$$

Ezzel az induktivitás ágának átmeneti függvénye felírható :

$$i_L(t) = 23,38 \sin(314t - 26,630^\circ) + (8,272 + 10,4798)e^{\frac{t}{T}} \text{ A}$$

$$i_L(t) = 23,38 \sin(314t - 26,630^\circ) + 18,75e^{\frac{t}{T}} \text{ A}$$

ahol :

$$T = \frac{15,9}{6,25} = 2,544 \text{ ms}$$

A generátoroság áramának kezdeti értéke a szuperpozíció elve szerint határozható meg :

$$\left. \begin{aligned} i'(0) &= \frac{u(0)}{10 + 6} = \frac{282,840 \cdot \sin 45^\circ}{16} = 12,5 \text{ A} \\ i''(0) &= i_L(0) \cdot \frac{6}{6 + 10} = 3,1 \text{ A} \end{aligned} \right\} i(0) = 15,6 \text{ A}$$

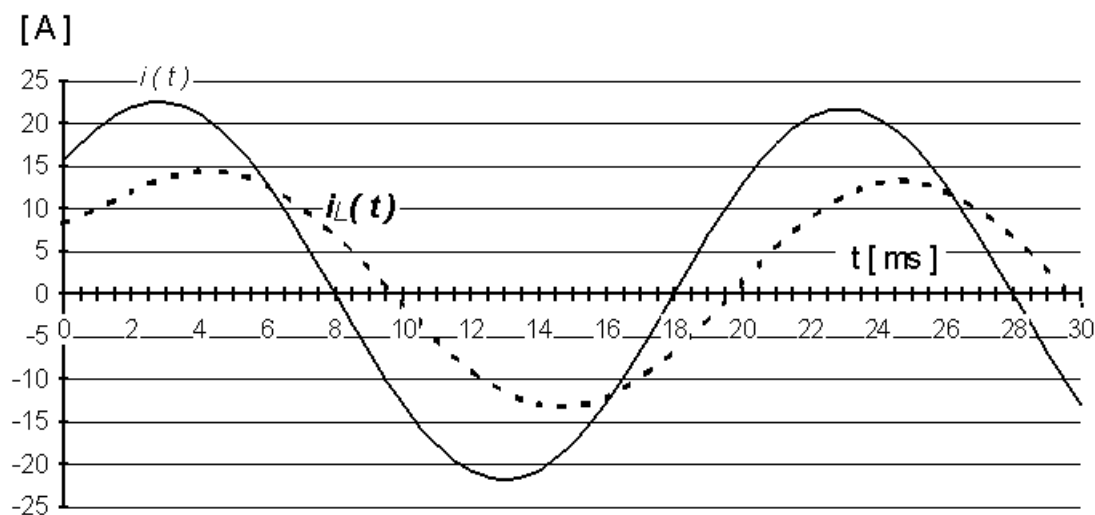
Az átkapcsolás után, az állandósult állapotban kialakuló eredő áram komplex alakját már korábban kiszámítottuk. Ebből felírjuk az időfüggvényt és kiszámítjuk annak kezdeti értékét :

$$\bar{I}_m = 21,78 \cdot e^{j36,8^\circ} \Rightarrow i_s(t) = 21,78 \cdot \sin(\omega \cdot t + 36,8^\circ) \text{ A, } i_s(0) = 13,046 \text{ A}$$

A kapott részeredmények felhasználásával a keresett áramfüggvény a következőképpen adható meg :

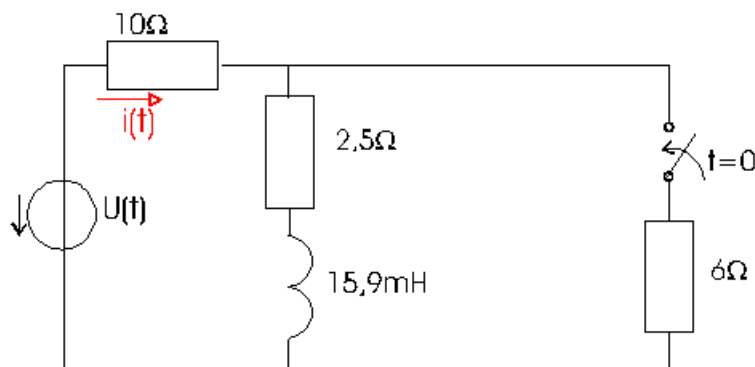
$$i(t) = (15,6 - 13,046) \cdot e^{\frac{-t}{T}} + 21,78 \cdot \sin(314t + 36,8^\circ) = 21,78 \cdot \sin(314t + 36,8^\circ) + 2,554 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A}$$

Végül ábrázoljuk a kiszámított áramfüggvényeket !



## 7. példa

Keressük  $i(t)$  áram időfüggvényét a  $t \geq 0$  időtartományban!



A generátor feszültségének időfüggvénye:

$$u(t) = 311 \cdot \sin(314t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$X_L = \omega \cdot L = 5 \text{ } \Omega$$

Ha  $t < 0$  időszakban az állapot állandósult, akkor a kapcsoló nyitott helyzetében kialakult áram komplex alakját, és az ehhez tartozó időfüggvényből az induktivitáson

folyó áram kezdeti értékét,

$i_L(0) = i_L(-0)$  energiafeltétel szerint felírhatjuk :

$$\bar{I}_m = 23,09 \cdot e^{j23,2^\circ} \quad A i_L(0) = 23,09 \cdot \sin 23,2^\circ = 9,095 \text{ A}$$

A keresett áram kezdeti értékét a szuperpozíció elv szerint határozzuk meg :

$$\left. \begin{aligned} i'(0) &= \frac{u(0)}{6+10} = \frac{311 \cdot \sin 45^\circ}{16} = 13,744 \text{ A} \\ i''(0) &= i_L(0) \frac{6}{6+10} = 9,095 \frac{6}{16} = 3,408 \text{ A} \end{aligned} \right\} i(0) = 17,15 \text{ A}$$

Az állandósult áram komplex alakja és időfüggvénye a

$t \rightarrow \infty$  időtartományban,

valamint annak helyettesítési értéke a kezdeti pillanatban, továbbá az időállandó, a következők :

$$\bar{I}_m = 23,95 \cdot e^{j36,8^\circ} \Rightarrow i_s(t) = 23,95 \cdot \sin(\omega \cdot t + 36,8^\circ) \text{ A}$$

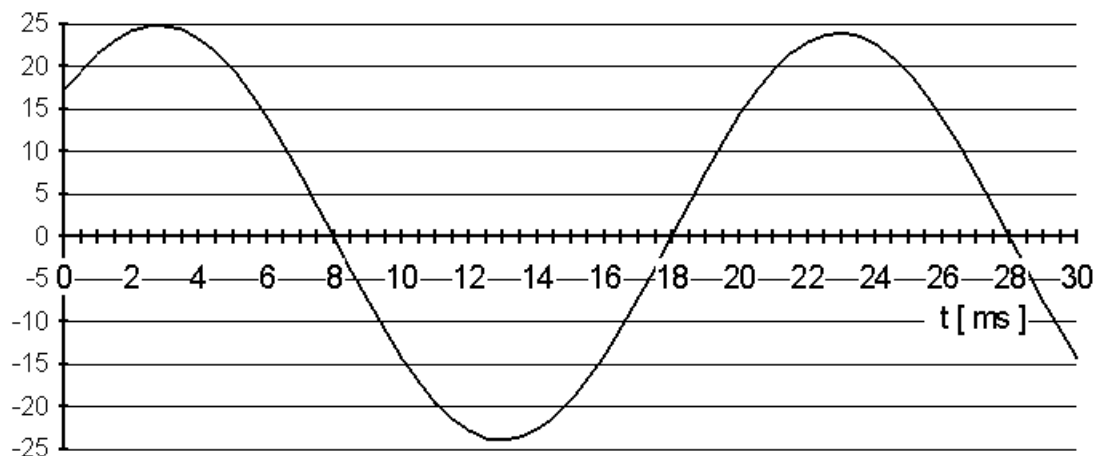
$$i_s(0) = 14,34 \text{ A}$$

$$T = \frac{L}{R} = \frac{15,9 \cdot 10^{-3}}{2,5 + 10 \times 6} = \frac{15,9}{6,25} \cdot 10^{-3} = 2,544 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

A keresett időfüggvényt a kiszámított adataink alapján felírjuk és ábrázoljuk:

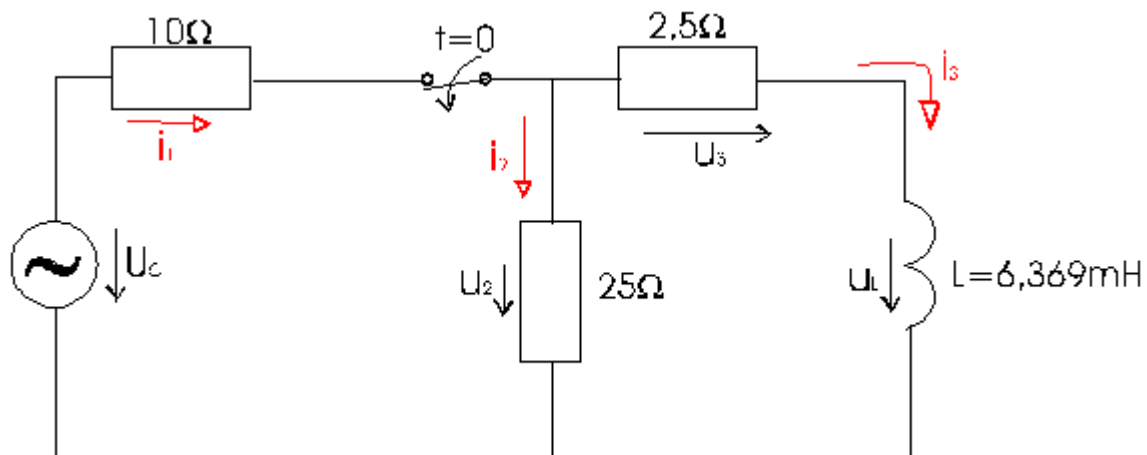
$$i(t) = 23,95 \cdot \sin(\omega \cdot t + 36,8^\circ) + [17,15 - 14,343] \cdot e^{\frac{-t}{T}} = 23,95 \cdot \sin(\omega \cdot t + 36,8^\circ) + 2,805 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A}$$

$i(t) \text{ [A]}$



8. példa

Az áramkört szinuszos generátor táplálja. A kapcsoló zárt állapotában az állandósult állapot kialakult. Határozzuk meg a kapcsolási elemek áramainak és feszültségeinek átmeneti függvényét !



$$u_G(t) = 311 \cdot \sin(311t - 60^\circ) \text{ V}$$

A kapcsoló nyitása előtti állandósult állapotban az áramok komplex szimbólumait a szokásos áramköri számítással kaptuk :

$$\overline{I_{1m}} = 25,42 \cdot e^{-j70^\circ} \text{ A} ; \overline{I_{2m}} = 3 \cdot e^{-j23,95^\circ} \text{ A} ; \overline{I_{3m}} = 23,43 \cdot e^{-j75,29^\circ} \text{ A}$$

A kapcsoló nyitásának pillanatában az induktivitás árama nem változhat meg, ezért :

$$i_3(0) = i_3(-0) = 23,43 \cdot \sin(-75,29^\circ) = -22,662 \text{ A}$$

A kapcsoló nyitott állapotában a zárt áramút árama nullához tart.

$$i_{3s}(0) = 0 \text{ A} \quad i_{3s}(0) = 0 \text{ A}$$

Az időállandó a kapcsoló nyitása után :

$$T = \frac{L}{R} = \frac{6,369 \cdot 10^{-3}}{27,5} = 0,2316 \text{ ms}$$

Ezzel az induktivitás árama :

$$i_3(t) = -22,662 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A}$$

Ezzel :

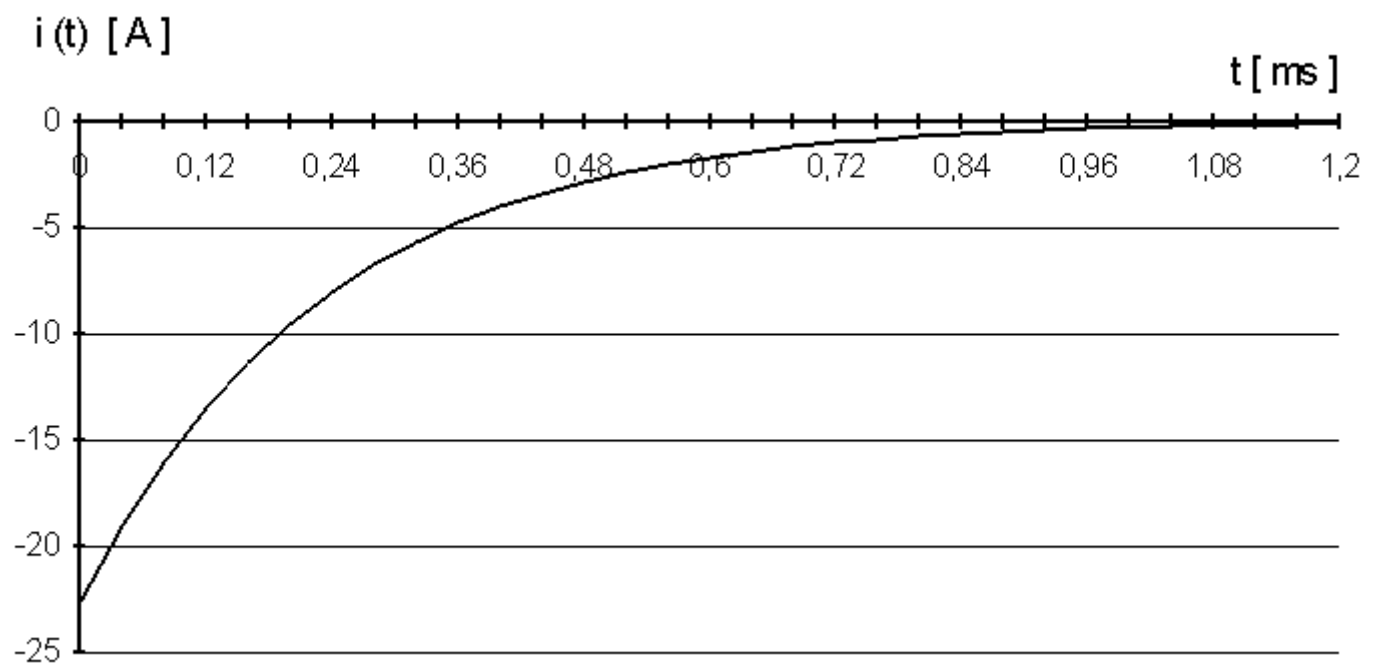
$$u_3 = i_3 \cdot 2,5 = -56,655 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ V}, u_2 = -i_3 \cdot 25 = 566,55 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ V}$$

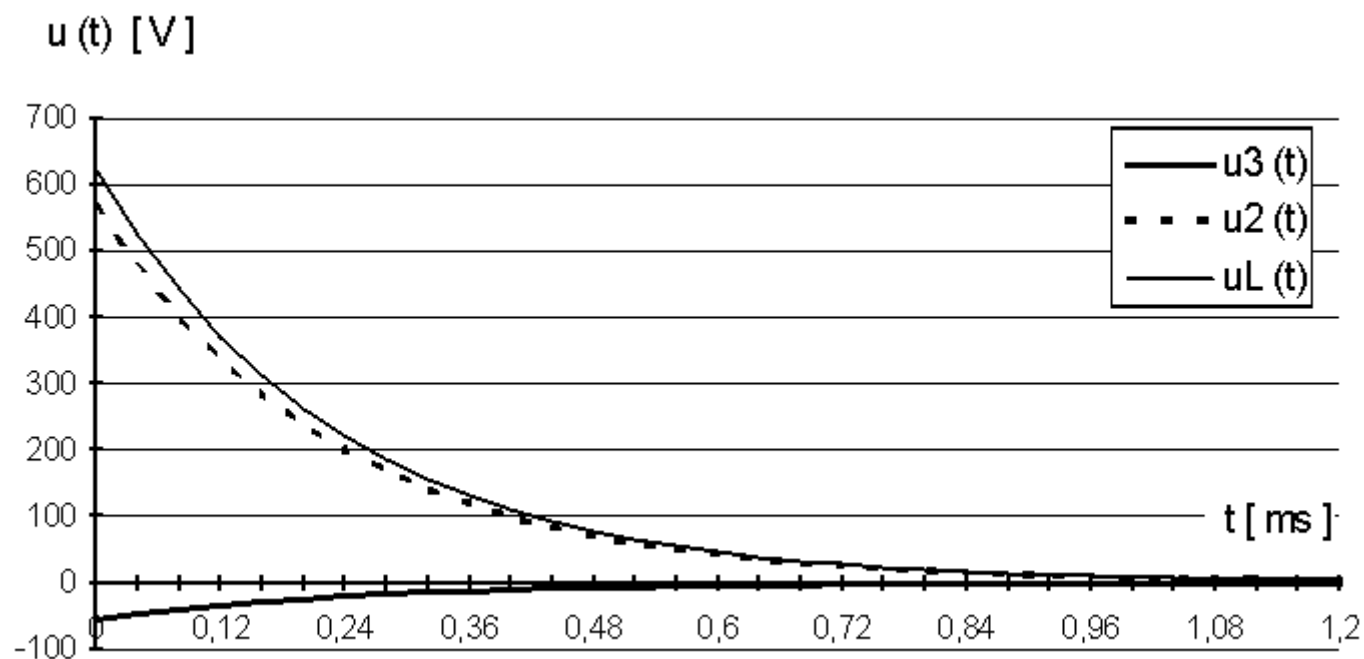
$$u_L = L \frac{di}{dt} = 6,369 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{22,662}{0,2316 \cdot 10^{-3}} \cdot e^{\frac{-t}{T}} = 623,205 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ V}$$

Másként :

$$u_L = -u_3 + u_2 = (56,655 + 566,55) \cdot e^{\frac{-t}{T}} = 623,205 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ V}$$

A kapott függvények ábrázolása :





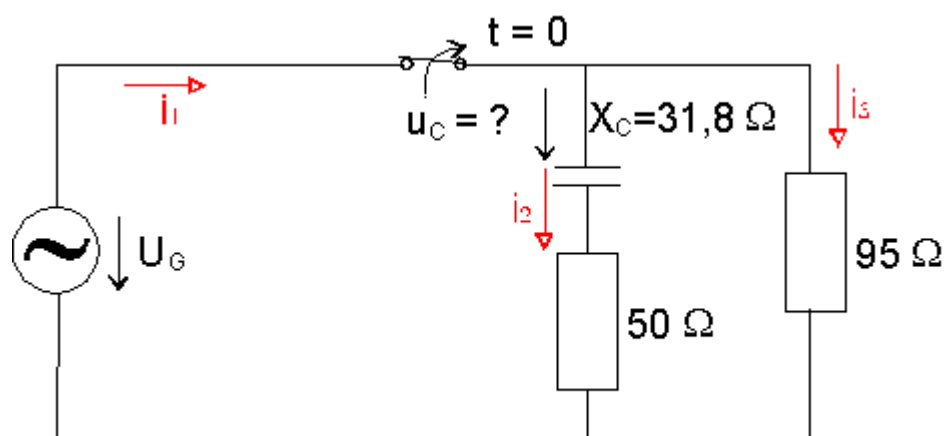
Továbbá fennállnak a következő összefüggések:

$$i_2 = -i_3 \text{ és } i_1 = 0, u_1 = 0.$$

### 9. példa

Írjuk fel a kondenzátor áramának és feszültségének időfüggvényét a  $t > 0$  időtartományra!

kapcsoló nyitása előtti állapot állandósultnak tekinthető.



$$u_G = 311 \cdot \sin(314t + 30^\circ) \text{ V}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = 100 \text{ } \mu\text{F}$$

A kikapcsolás előtti állandósult áramok és a kondenzátor feszültsége a szokásos komplex áramköri számítások alapján:

$$\begin{cases} \overline{I_{1m}} = 8,2 \cdot e^{i50^\circ} \text{ A} \\ \overline{I_{2m}} = 5,248 \cdot e^{i62,46^\circ} \text{ A} \\ \overline{I_{3m}} = 3,2748 \cdot e^{i30^\circ} \text{ A} \\ \overline{U_{Cm}} = -jX_C \cdot \overline{I_{2m}} = 166,89 \cdot e^{-i27,54^\circ} \text{ V} \end{cases}$$

A kondenzátor kezdeti feszültsége :

$$u_C(0) = u_C(-0) = 166,89 \cdot \sin(-27,54^\circ) = -77,164 \text{ V}$$

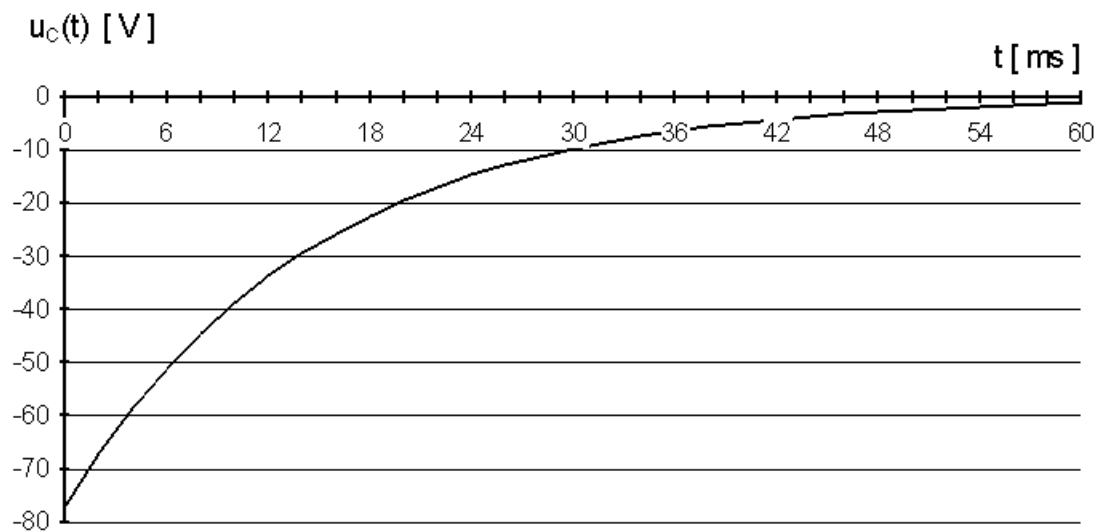
A stacionáris állapotban a kondenzátor feszültségfüggvénye, és annak  $t = 0$  -ban vett helyettesítési értéke, továbbá az időállandó :

$$u_{Cs}(t) = 0 \quad u_{Cs}(0) = 0 \quad T = 145 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 14,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Ezek alapján a kondenzátor feszültsége könnyen felírható :

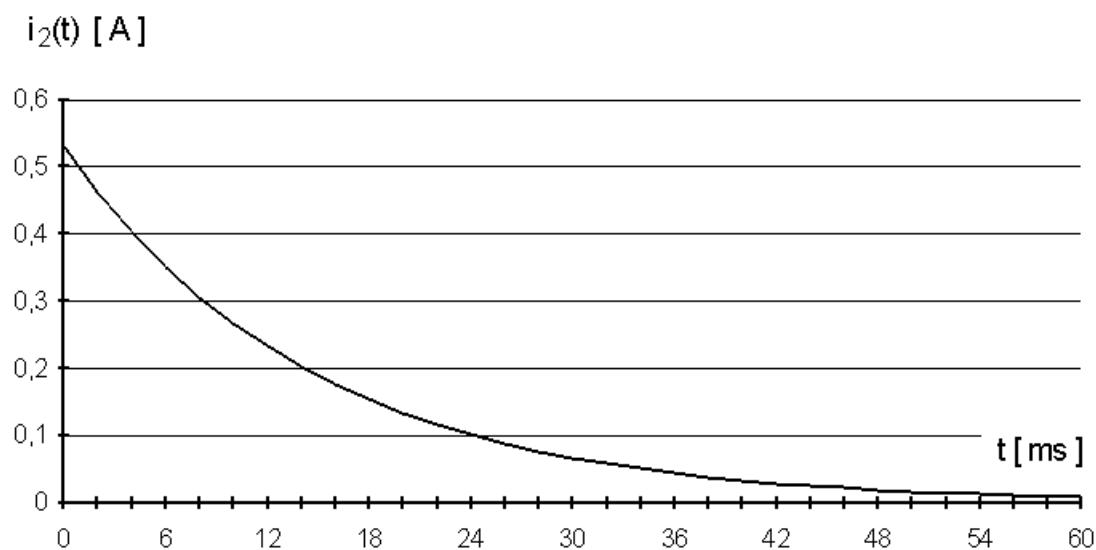
$$u_C = -77,164 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ V};$$

A feszültségfüggvény ábrázolása :



A kondenzátor áramfüggvényének kiszámítása és ábrázolása :

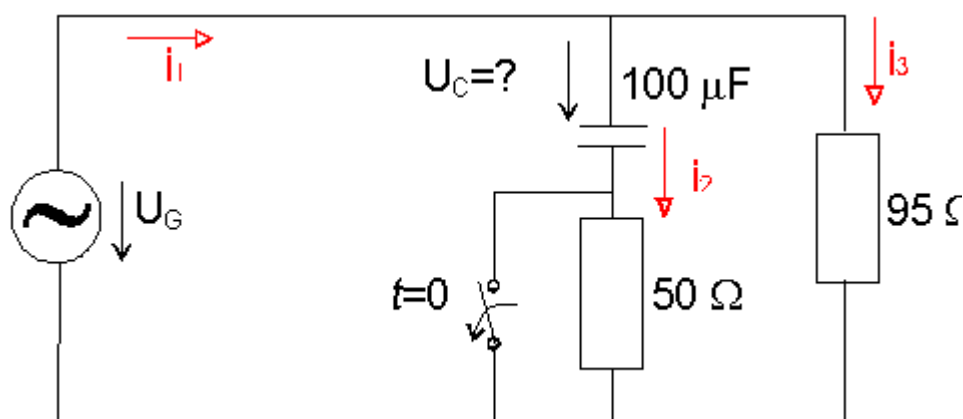
$$i_C = i_2 = C \frac{du_C}{dt} = 10^{-4} \cdot 77,164 \frac{1}{145 \cdot 10^{-4}} \cdot e^{\frac{-t}{T}} = 0,532 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A}$$



### 10. példa

Előzetesen kialakult állandósult állapot után  $t = 0$  pillanatban nyitjuk a kapcsolót.

Írjuk fel a kondenzátor áramának és feszültségének időfüggvényét !



$$u_G = 311 \cdot \sin(314t + 30^\circ) \text{ V}$$

$$C = 100 \text{ mF, így } XC = \frac{1}{\omega \cdot C} = 31,8 \text{ W}$$

A kondenzátor feszültsége a kapcsoló nyitása előtt :

$$\overline{u_{Cn}} = 311 \cdot e^{j30^\circ} \text{ V}$$

A kondenzátor kezdeti feszültsége :

$$u_C(0) = u_C(-0) = 311 \cdot \sin(30^\circ) = 155,5 \text{ V}$$

Az állandósult állapot időfüggvényéhez először a komplex szimbólumot számítjuk ki.

$$\overline{U_{Cm}} = 166,89 \cdot e^{-j27,54^\circ} \rightarrow u_{Cs}(t) = 166,89 \cdot \sin(-27,54^\circ + \omega \cdot t) \text{ V}$$

$$u_{Cs}(0) = 166,89 \cdot \sin(-27,54) = -77,164 \text{ V}$$

Meghatározzuk az időállandót, majd felírjuk a keresett függvényeket.

$$T = 50 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$u_c(t) = 166,89 \cdot \sin(\omega \cdot t - 27,54^\circ) + (155,5 + 77,164) \cdot e^{\frac{-t}{T}} =$$

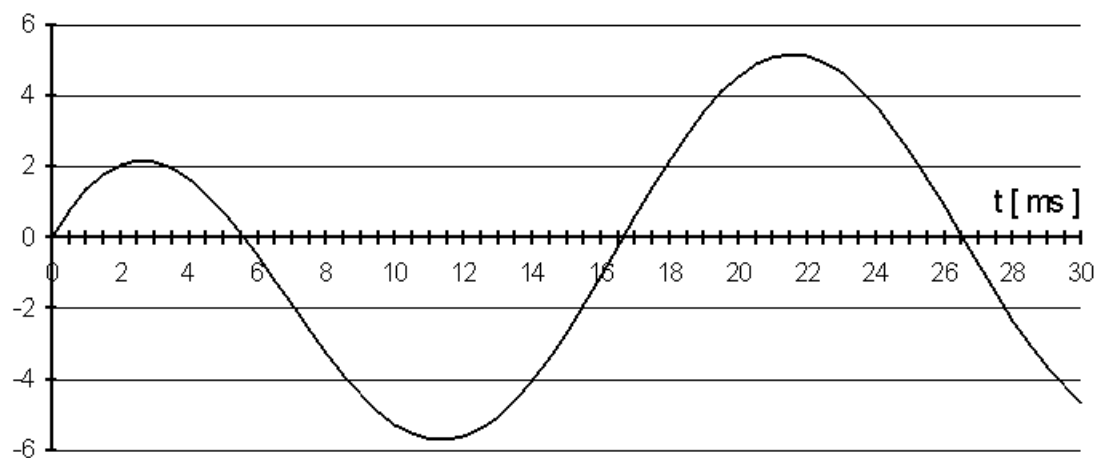
$$= 166,89 \cdot \sin(\omega \cdot t - 27,54^\circ) + 232,664 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ V}$$

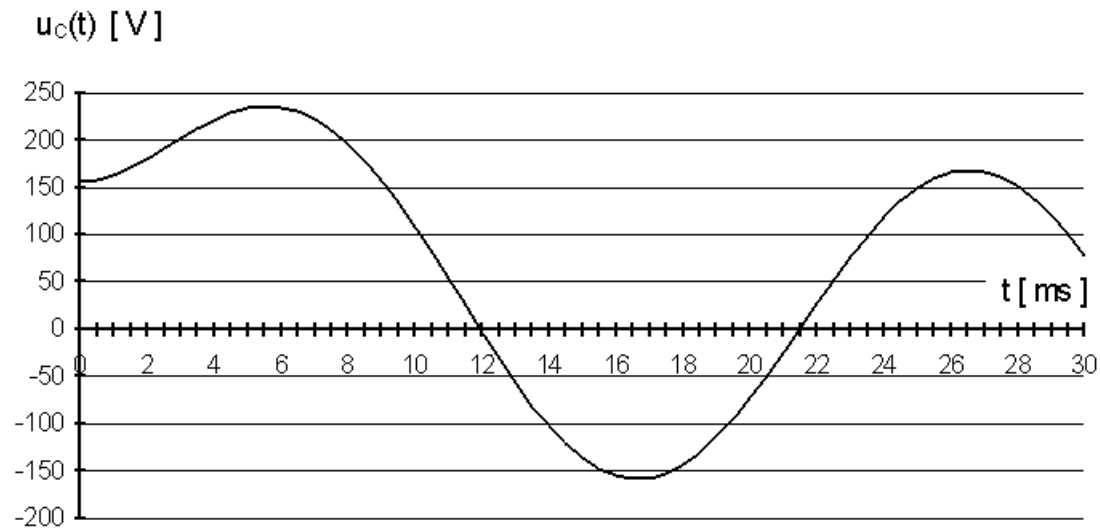
$$i_c = i_2 = C \frac{du_c}{dt} = 10^{-4} \cdot \left[ 314 \cdot 166,89 \cdot \cos(\omega \cdot t - 27,54^\circ) - \frac{232,664}{50 \cdot 10^{-4}} \cdot e^{\frac{-t}{T}} \right] =$$

$$= 5,2403 \cdot \sin(\omega \cdot t + 62,46^\circ) - 4,653 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A}$$

A függvények ábrázolása :

$i_c(t)$  [A]

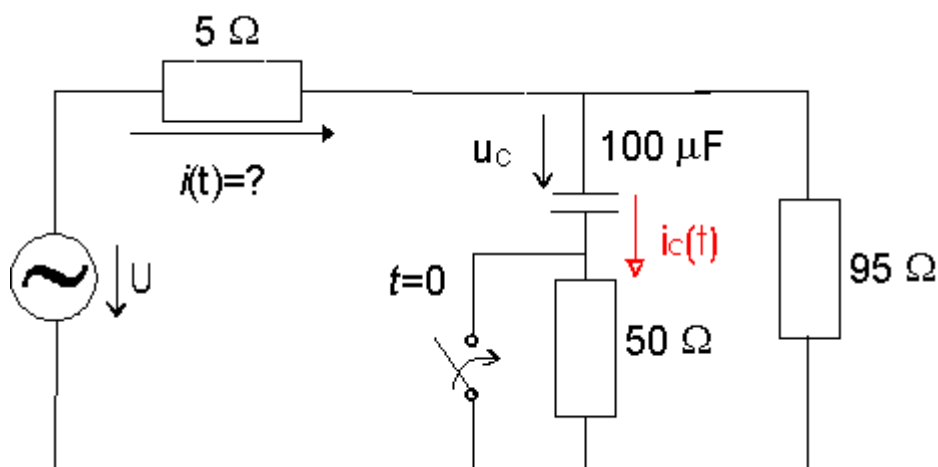




### 11. példa

Az áramkör állapota nyitott kapcsoló mellett állandósult. A kapcsolót zárjuk  $t = 0$  pillanatban.

Számítsuk ki a generátor áramának időfüggvényét a  $t > 0$  időtartományra !



A generátor feszültsége :

$$u_G = 311 \cdot \sin(314t + 30^\circ) \text{ V}$$

Tehát  $\omega = 314 \frac{1}{s}$  ezzel a kapacitás reaktanciája :

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = 31,8 \text{ } \Omega$$

A kapcsoló zárását megelőző időszakban a kondenzátor állandósult feszültségfüggvényét keresve, először annak komplex alakját számítjuk ki. Az ehhez

tartozó időfüggvény redkívvül fontos, mert az új állapotra vonatkozó energia feltételt

$u_C(0) = u_C(-0)$  jelenti !

$$\begin{aligned}\overline{U_{Cm}} &= \overline{U_m} \frac{95 \times (50 - j31,8)}{5 + 95 \times (50 - j31,8)} \cdot \frac{-j31,8}{50 - j31,8} = \overline{U_m} \frac{95(50 - j31,8)}{5 + \frac{95(50 - j31,8)}{145 - j31,8}} \cdot \frac{-j31,8}{50 - j31,8} = \\ &= \overline{U_m} \frac{-j31,8 \cdot \overline{U_m} \cdot 95}{5 \cdot (145 - j31,8) + 95 \cdot (50 - j31,8)} = \frac{-j31,8 \cdot 311 \cdot e^{j30^\circ} \cdot 95}{5475 - j3180} = \frac{939531 \cdot e^{-j60^\circ}}{6331,5 \cdot e^{-j30,15^\circ}} = 148,4\end{aligned}$$

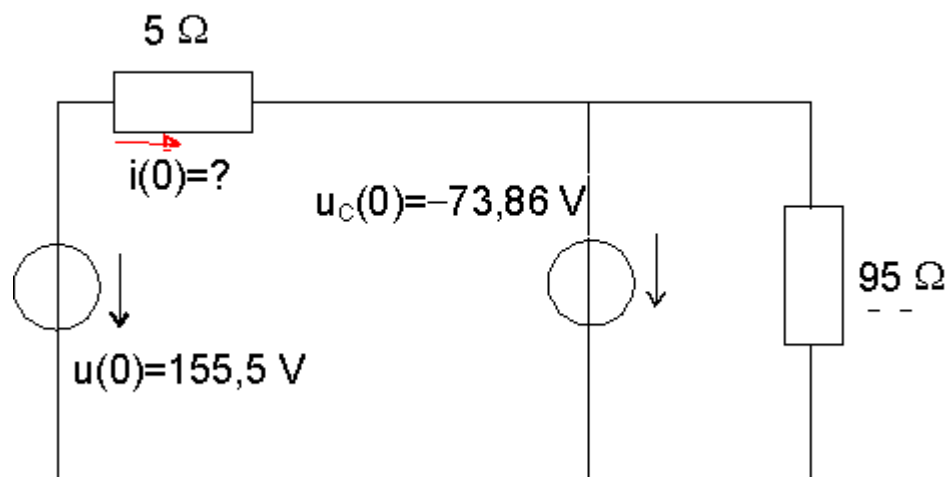
$$u_C(-0) = 148,4 \cdot \sin(-29,85^\circ) = -73,86 \text{ V}$$

A kondenzátor árama a kapcsoló zárásának pillanatában ugrásszerűen megváltozik. Számítsuk ki a kondenzátor nyitás előtti pillanatnyi áramát !

$$\overline{I_m} = \frac{\overline{U_{Cm}}}{31,8 \cdot e^{-j90^\circ}} = 4,666 \cdot e^{j60,15^\circ} \text{ A}$$

$$i(-0) = 4,66 \sin 60,15^\circ = 4,047 \text{ A}$$

A  $t = 0$  pillanatra vonatkozó helyettesítő kapcsolás :



A szuperpozíció elv alkalmazásával :

$$i(0) = \frac{155,5}{5} - \frac{-73,86}{5 \times 95} = 31,1 + 15,55 = 46,65 \text{ A}$$

Az állandósult áram időfüggvényének komplex szimbólumából írjuk fel az  $i_S(t)$  függvényt !

$$\begin{aligned}\overline{I_{Sm}} &= \frac{\overline{U_m}}{5 + 95 \times (-j31,8)} \cdot \frac{95}{95 - j31,8} = \frac{311 \cdot e^{j30^\circ} \cdot 95}{5(95 - j31,8) - j95 \cdot 31,8} = \frac{311 \cdot 95 \cdot e^{j30^\circ}}{475 - j3180} = \\ &= \frac{29545 \cdot e^{j30^\circ}}{3215 \cdot e^{-j81,5^\circ}} = 9,189 \cdot e^{j111,5^\circ} \text{ A}\end{aligned}$$

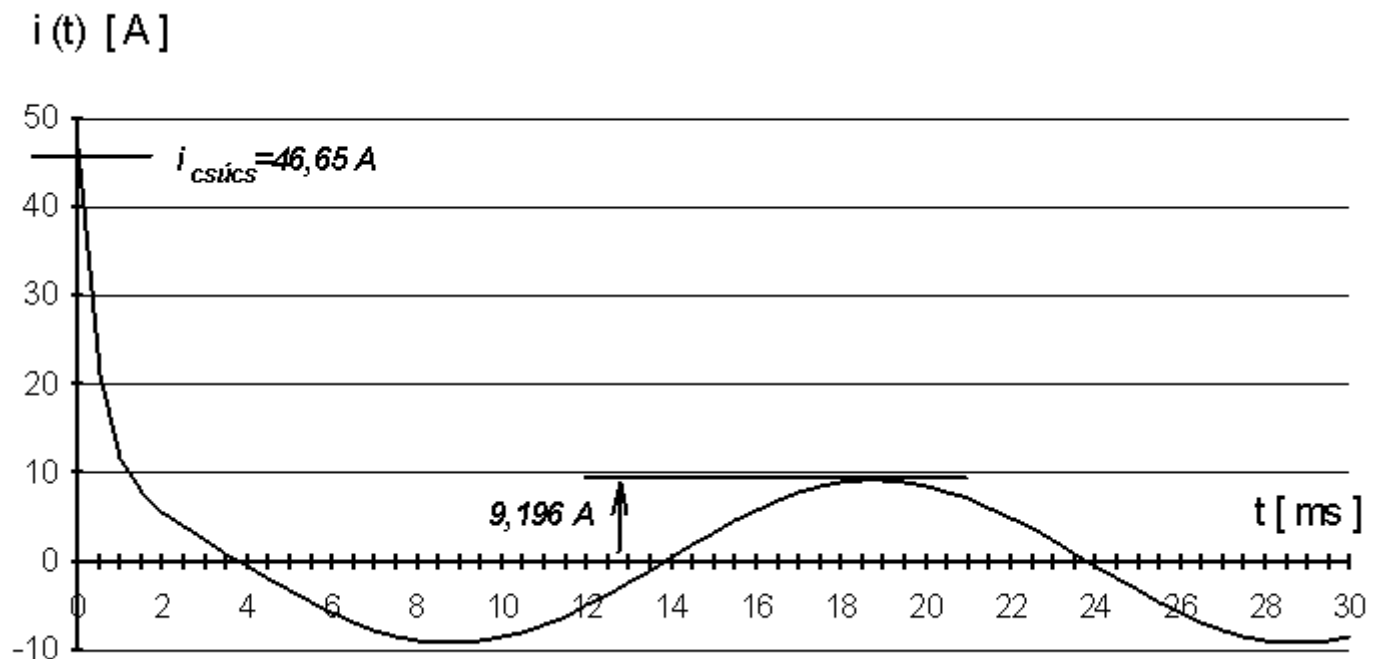
$$i_s(t) = 9,189 \cdot \sin(314t + 111,5^\circ) \text{ A}$$

Az időállandó kiszámítása után felírjuk a keresett függvényt :

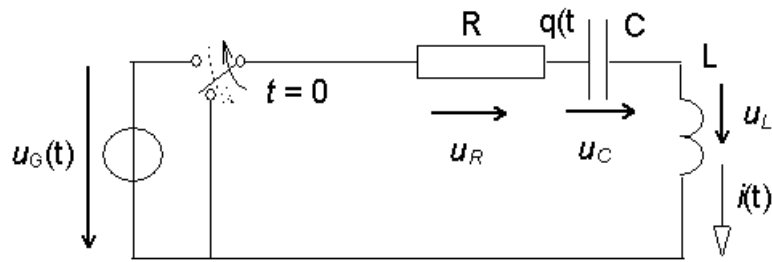
$$T = R \cdot C = (5 \times 95) \cdot 10^{-4} = 0,475 \text{ ms}$$

$$\begin{aligned}i(t) &= 9,189 \cdot \sin(314t + 111,5^\circ) + (46,65 - 8,55) \cdot e^{\frac{-t}{T}} = \\ &= 9,189 \cdot \sin(314t + 111,5^\circ) + 38,1 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A}\end{aligned}$$

Az áramfüggvény rajza jól mutatja a kapcsolással együttjáró tranziens áramcsúcs fellépését.



**A soros RLC kör átmeneti függvényei:**



Írjuk fel az áramkörre érvényes differenciál egyenletet !

$$u_G(t) = iR + L \frac{di}{dt} + \frac{q(t)}{C} = \frac{1}{C} q(t) + R \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2 q}{dt^2}$$

A homogén egyenlet és a megoldás általános függvényének formája :

$$0 = \frac{dq^2}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q_h(t) ; \quad q_h(t) = B \cdot e^{\lambda t}$$

Karakterisztikus egyenlet alakja és gyökei:

$$\lambda^2 + \frac{R}{L} \lambda + \frac{1}{LC} = 0 \quad ; \quad \lambda_{12} = \left( -\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}} \right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$\lambda_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left( \frac{R}{2L} \right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} ; \quad \delta = \frac{R}{2L} ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

**A homogén egyenlet általános megoldásának esetei :**

a./ Két valós gyök adódik , ha :  $\delta > \omega_0$  (túlcsillapított rezgőkör)

$$\lambda_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

$$\lambda_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

$$q_h(t) = B_1 e^{\lambda_1 t} + B_2 e^{\lambda_2 t}$$

b./ Konjugált komplex gyökpár adódik  $\omega_0 > \delta$  (csillapított rezgőkör)  
, ha

Ekkor :

$$\lambda_1 = -\delta + j\omega_{cs} \quad \lambda_2 = -\delta - j\omega_{cs} ,$$

ahol

$$\omega_{cs} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

Ezzel :

$$q_h(t) = B_1 e^{(-\delta + j\omega_s)t} + B_2 e^{(-\delta - j\omega_s)t}$$

Mivel  $q_h(t)$  valós,  $B_1$  és  $B_2$  egymásnak konjugáltjai

Legyen :

$$B_1 = \frac{A}{2} \cdot e^{j(\gamma - \frac{\pi}{2})} = \frac{A}{2j} \cdot e^{j\gamma} \quad B_2 = \frac{A}{2} \cdot e^{-j(\gamma - \frac{\pi}{2})} = -\frac{A}{2j} \cdot e^{-j\gamma}$$

tehát

$$\begin{aligned} q_h(t) &= \frac{A}{2j} e^{-\delta t} \cdot e^{j(\omega_s t + \gamma)} - \frac{A}{2j} e^{-\delta t} \cdot e^{-j(\omega_s t + \gamma)} = A \cdot e^{-\delta t} \frac{e^{j(\omega_s t + \gamma)} - e^{-j(\omega_s t + \gamma)}}{2j} = \\ &= A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_s t + \gamma) \end{aligned}$$

c./ Kettős valós gyök  $\omega_0 = \delta$  ekkor  $\lambda_1 = \lambda_2 = -\delta$   
adódik,

$$q_h(t) = C_1 \cdot e^{-\delta t} + t \cdot C \cdot e^{-\delta t} = C \cdot e^{-\delta t} \left( \frac{C_1}{C} + t \right) = C \cdot e^{-\delta t} \cdot (t + \Delta t)$$

Az inhomogén egyenlet egy partikuláris  $t \rightarrow \infty$  vizsgálattal, az  
megoldását, állandósult

függvény adja :

$$q(t)|_{t \rightarrow \infty} = q_s(t)$$

Az általános megoldás  $\omega_0$  és  $\delta$  relációja szerint, a következők egyike  
alakja, lehet :

$$\begin{aligned} \omega_0 &> \delta & q(t) &= q_s(t) + A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_s t + \gamma) \\ \omega_0 &< \delta & q(t) &= q_s(t) + B_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + B_2 \cdot e^{\lambda_2 t} \\ \omega_0 &= \delta & q(t) &= q_s(t) + C \cdot e^{-\delta t} (t + \Delta t) \end{aligned}$$

Az együtthatók a kezdeti energiafeltételek alapján kaphatók,  $u_{C0}$  és  $i(0)$   
amelyeket

tartalmaz.

Az áramfüggvények a töltésfüggvények deriválásával előállíthatók . Matematikai

alakjuk a töltés függvényekkel egyezik , de  
természetesen az

$$A, B_1, B_2, C, \gamma, \Delta t,$$

konstansok megváltoznak .

Tehát az áramfüggvények általános megoldásai :

$$\omega_0 > \delta \quad i(t) = i_s(t) + A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_{cs} t + \gamma)$$

$$\omega_0 < \delta \quad i(t) = i_s(t) + B_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + B_2 \cdot e^{\lambda_2 t}$$

$$\omega_0 = \delta \quad i(t) = i_s(t) + C \cdot e^{-\delta t} (t + \Delta t)$$

A feszültség függvények az áramfüggvényekből az

$$i \cdot R + L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = u_C(0) + \int_0^t i dt$$

összefüggésekkel kaphatók. Alakjuk az  $A, B_1, B_2, C, \gamma, \Delta t$ , konstansok ismét előzőekkel azonos, de az  $\omega_{cs}$  megváltoznak.

$$\omega_0 > \delta \quad u(t) = u_s(t) + A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_{cs} t + \gamma)$$

$$\omega_0 < \delta \quad u(t) = u_s(t) + B_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + B_2 \cdot e^{\lambda_2 t}$$

$$\omega_0 = \delta \quad u(t) = u_s(t) + C \cdot e^{-\delta t} (t + \Delta t)$$

Speciális esetek :

1, Energiaforrást nem tartalmazó köröknél  $q_s(t)$ ,  $u_s(t)$ ,  $i_s(t)$  zérus, ha a kör zárt.

2, Egyenáramú táplálás esetén  $u_s(t)$  R,L elemeken,  $i_s(t)$  minden elemen zérus.

Kondenzátoron  $q_s(t)$ ;  $u_s(t)$  konstans.

3, Energiamentes kör egyenfeszültségre kapcsolásakor  $i_s(t)=0$  és  $i(0)=0$ .

Ezért az áramfüggvényben  $\gamma = 0$ ,  $\Delta t = 0$ ,  $B_2 = -B_1$  stb.

Az együtthatók, konstansok keresése a kezdeti feltételekből :

Vezessük be a következő rövidítéseket :

Az induktivitás kezdeti árama :  $i(0) = I_0$ , és a kondenzátor kezdeti feszültsége :  $u_C(0) = U_{C0}$

Ha  $\delta < \omega_0$  eset áll fenn, és  $t = 0$  pillanatra alkalmazzuk a helyettesítést, akkor a pl. következő két

egyenletet írhatjuk fel :

$$i(0) = I_0 = i_s(0) + A \cdot \sin \gamma ;$$

$$u_G(0) = I_0 \cdot R + L \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} + U_{C0}$$

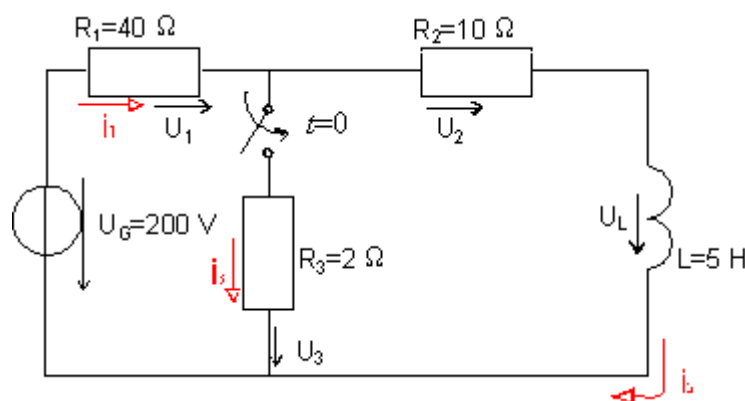
Ismerni kell a két energiafeltételt  $I_0$  és  $U_{C0}$  adatot.  
kifejező

A két egyenletből az áramfüggvény két konstansa meghatározható.

## Egyenergiatárolós áramkörök átmeneti függvényeinek meghatározása

### 1. példa

Vizsgáljuk a következő kapcsolást !



A  $t = 0$  pillanatban zárjuk a kapcsolót . Előzetesen 1 perc üzem biztosított !

Az időállandó a kapcsoló nyitott üzemiében :

$$T_{NY} = \frac{L}{R_1 + R_2} = \frac{5}{50} = 0,1 \text{ sec}$$

$$i_2(0) = i_2(-0) = 4 \text{ A} ;$$

Az állandósult állapotban érvényes időfüggvényt úgy kapjuk meg, hogy az áramkört  $t$  időben vizsgáljuk. Ekkor az induktivitáson feszültségesés nincs, ezért rövidzárnak tekinthető.

$$i_{s2}(t) = \frac{U_G}{R_1 + R_2 \times R_3} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{200 \cdot 2}{12 \cdot 40 + 20} = \frac{400}{500} = 0,8 \text{ A}$$

Ennek a függvénynek a  $t = 0$  pillanatban vett helyettesítési értéke :

$$i_{s2}(0) = 0,8 \text{ A} ;$$

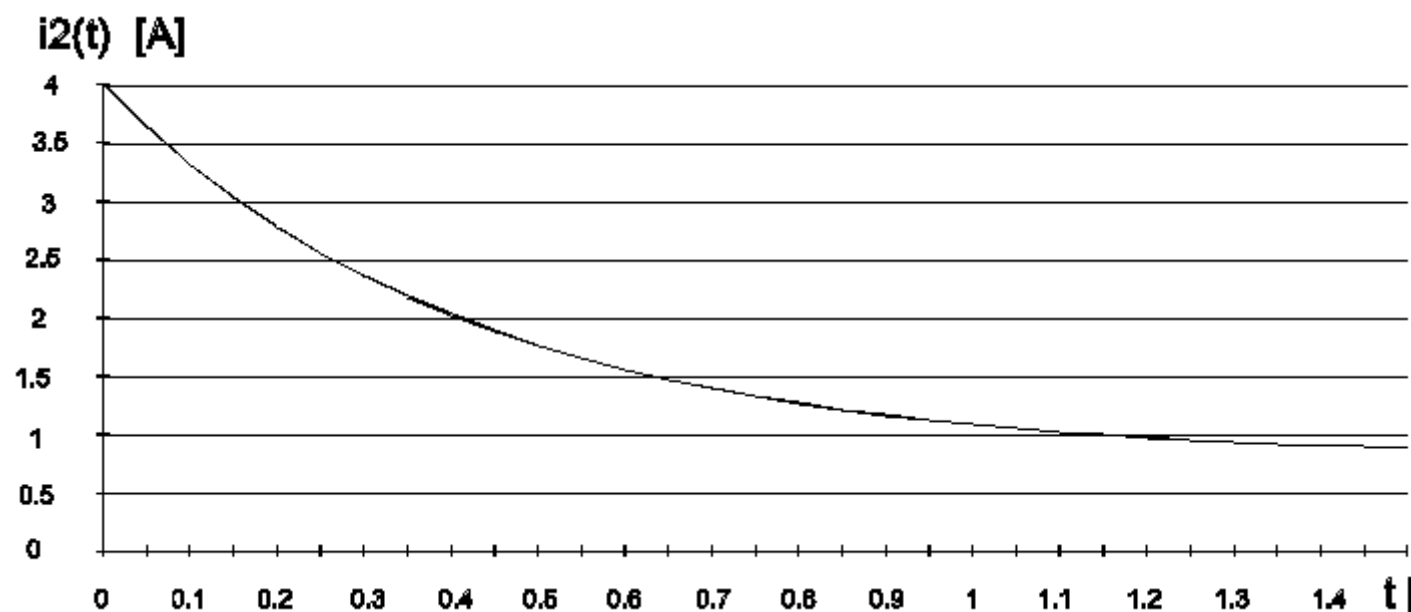
Az időállandó pedig :

$$T = \frac{L}{R_1 + R_2 \times R_3} = \frac{5}{10 + \frac{80}{42}} = \frac{5 \cdot 42}{500} = 0,42 \text{ sec}$$

Ezekkel az adatokkal a keresett függvény az általános formulába való behelyettesítéssel felírható :

$$i_2(t) = 0,8 + (4 - 0,8) \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A} = 0,8 + 3,2 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A}$$

A függvény ábrázolása :



További függvények:

$$u_L = L \frac{di_2}{dt} = 5 \cdot 3,2 \cdot \frac{e^{\frac{-t}{T}}}{-0,42} = -38,095 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ V}$$

$$u_2 = R_2 \cdot i_2 = 8 + 32 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ V}$$

$$u_3 = u_2 + u_L = 8 - 6,095 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ V}$$

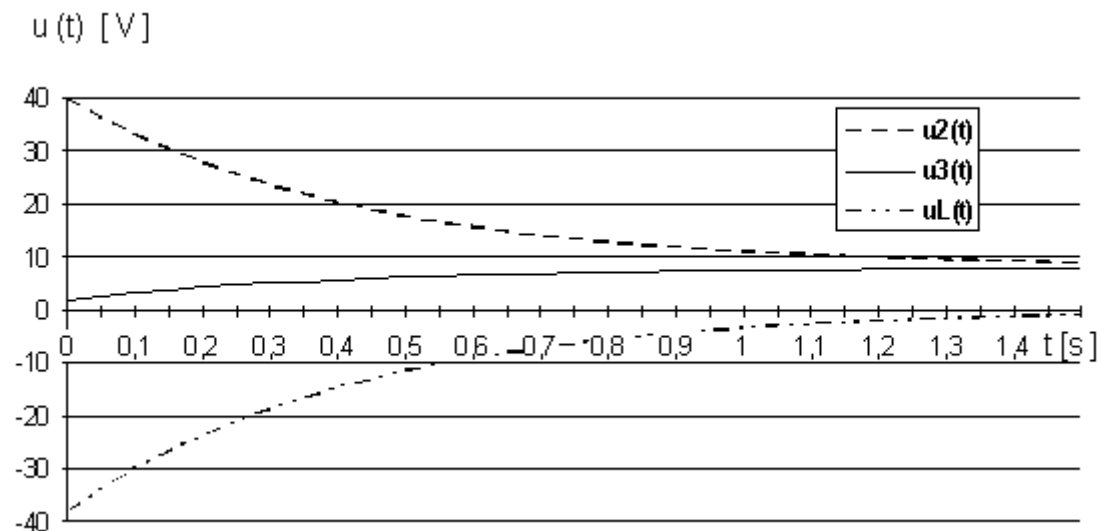
$$i_3 = \frac{U_3}{R_3} = 4 - 3,0475 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A}$$

$$i_1 = i_2 + i_3 = 4,8 + 0,1525 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A}$$

$$u_1 = i_1 R_1 = 192 + 6,1 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ V}$$

Ellenőrzés:

$$u_1 + u_3 \cong 192 + 8 = 200 \text{ V} = U_G$$

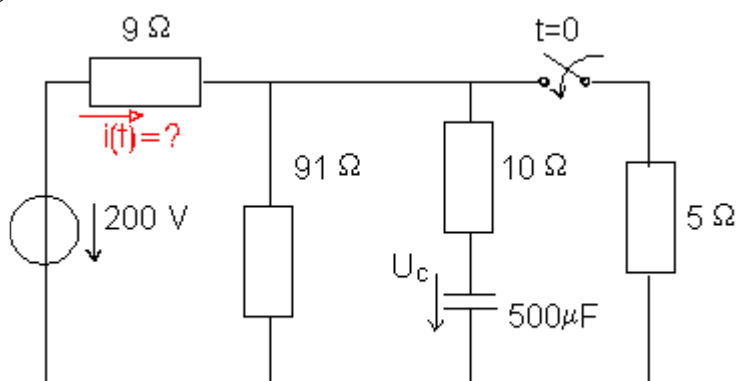


A diagram három kiválasztott feszültségfüggvény menetét mutatja.

## 2. példa

Határozzuk meg az ábrán jelölt áram időfüggvényét, ha

$t \geq 0!$

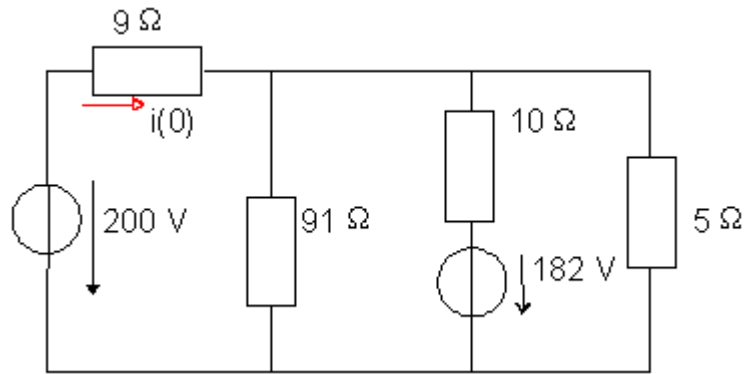


Az előző állapot állandósult, amikor a kapcsolót bekapcsoljuk.

A kondenzátor feszültsége az átkapcsolás pillanatában nem változhat meg!

$$u_c(0) = u_c(-0) = 200 \frac{91}{100} = 182 \text{ V}$$

A  $t = 0$  pillanatra a következő helyettesítő kapcsolás érvényes:



Az áram kezdeti értékét a két generátorra tekintettel a szuperpozíció elv alkalmazásával számítjuk ki.

$$i(0) = \frac{200}{9 + 91 \times 10 \times 5} - \frac{182}{10 + 91 \times 5 \times 9} \cdot \frac{91 \times 5}{9 + 91 \times 5} = \frac{200}{12,2155} - \frac{182 \cdot 4,7396}{13,1046 \cdot 13,7396} = 16,3726 - 4,7908 = 11,5817 \text{ A}$$

A replusz műveletek részeredményei:

$$91 \times 5 = 4,7396$$

$$91 \times 5 \times 10 = 3,2155$$

$$91 \times 5 \times 9 = 3,1046$$

Az állandósult áramfüggvény,  
amely a

$t \rightarrow \infty$  időkbén érvényes :

$$i_s(t) = \frac{200}{9 + 91 \times 10 \times 5} = 16,3726 \text{ A} \quad i_s(0) = 16,3726 \text{ A}$$

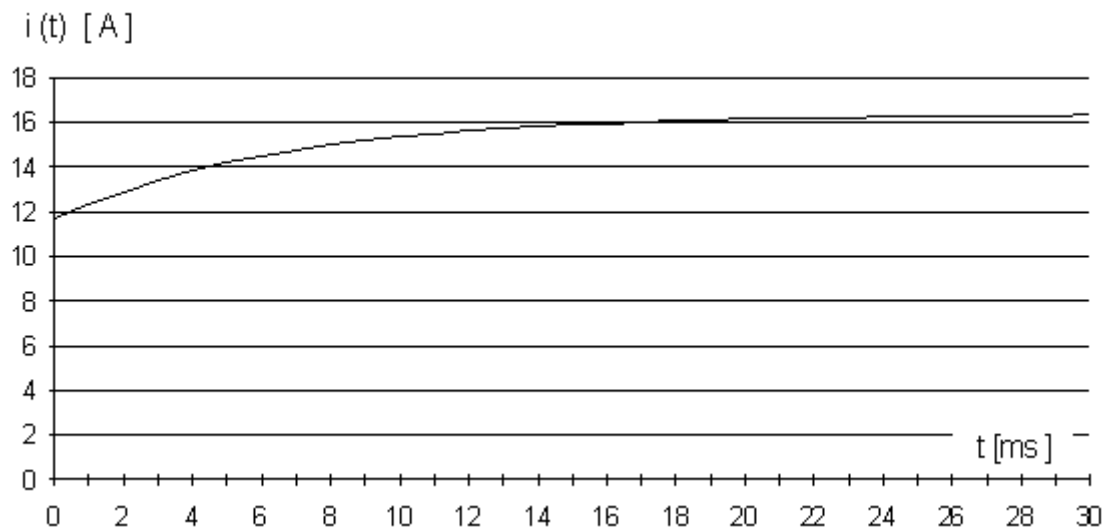
Az időállandót a kondenzátor kapcsai felől tekintett eredő ellenállással kell meghatározni !

$$T = R \cdot C = (10 + 91 \times 5 \times 9) \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 13,1046 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 6,5523 \text{ ms}$$

Tehát a keresett áramfüggvény a következőképpen adható meg :

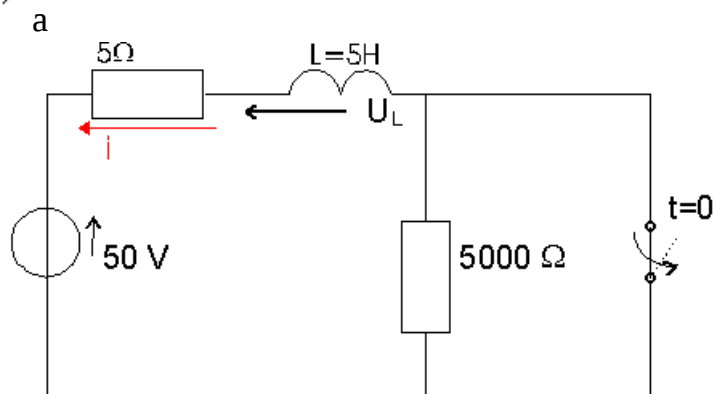
$$i(t) = 16,3726 + (11,5817 - 16,3726) \cdot e^{-\frac{t}{T}} = 16,3726 - 4,7908 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \text{ A}$$

Ábrázolva a kapott függvényt :



### 3. példa

Keressük  $U_L(t)$  időfüggvényét  $t \geq 0$  időtartományra!



Mivel  $u_L(t) = L \frac{di}{dt}$  ezért először  $i(t)$  keresendő.

Az induktivitás árama az átkapcsolás pillanatában nem változhat meg, tehát :

$$i(0) = i(-0) = 10 \text{ A}$$

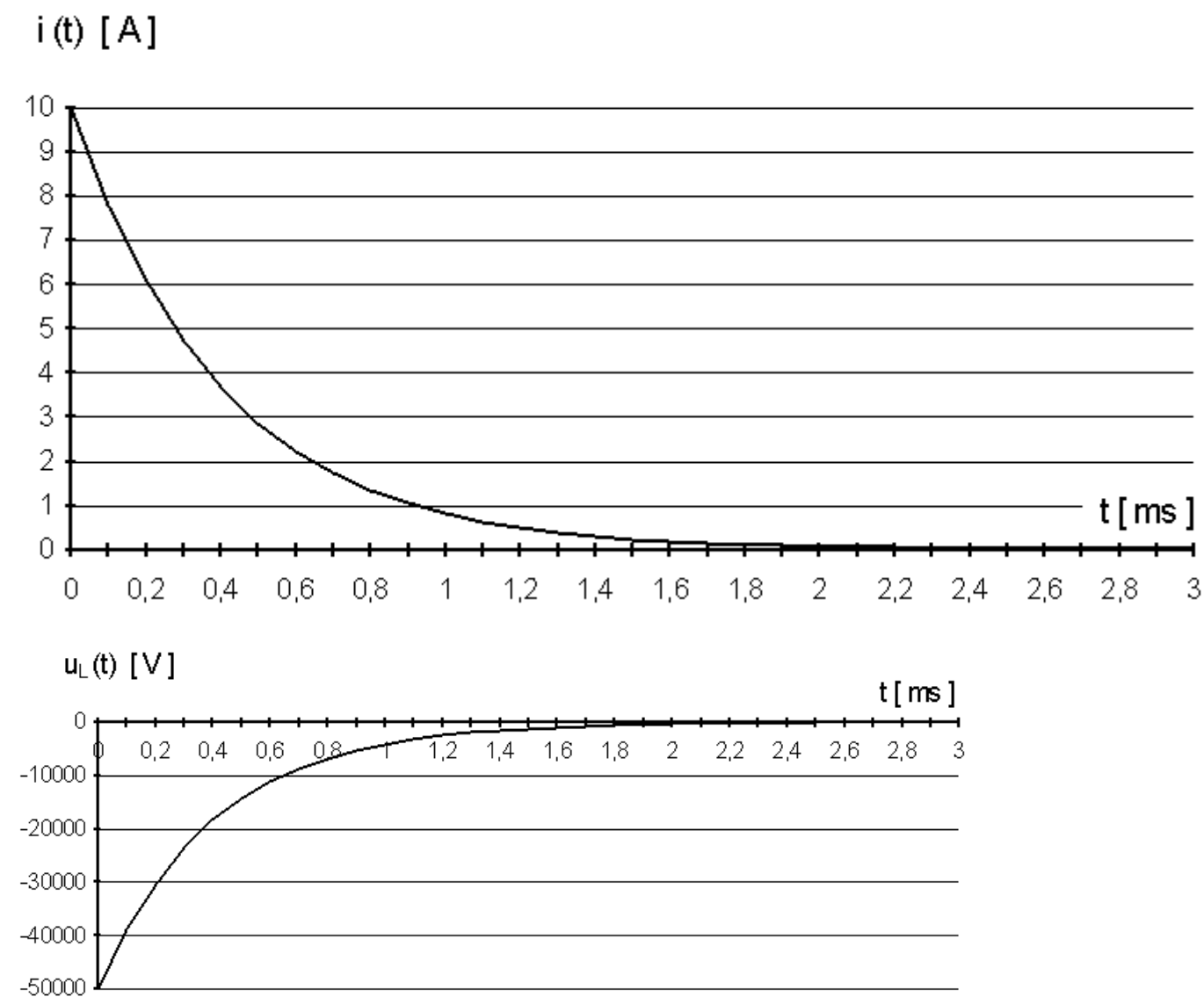
$$i_s(t) = \frac{50}{5005} = 9,99 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

$$T = \frac{2}{5005} = 0,3996 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$i(t) = 9,99 \cdot 10^{-3} + 9,99 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A};$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = 2 \left( -\frac{10^3}{0,3996} \right) \cdot 9,99 \cdot e^{\frac{-t}{T}} = -50000 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ V}$$

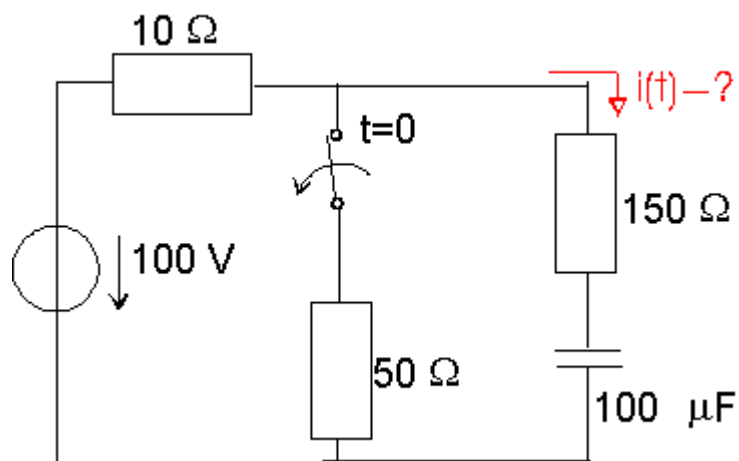
Az eredmény meggyőzően mutatja, hogy a tranziens folyamatok jelentős kapcsolási túlfeszültségeket okozhatnak.



#### 4, példa

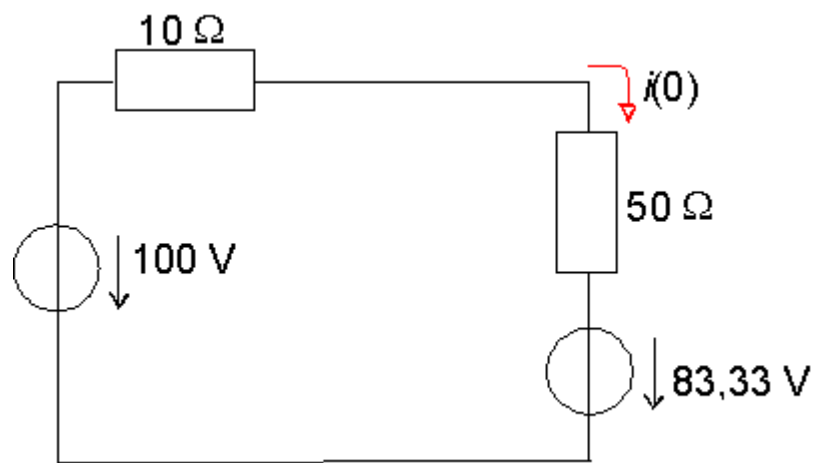
A kapcsoló nyitása előtt az áramkör állapota állandósult.

Határozzuk meg az  $i(t)$  időfüggvényt a kapcsoló nyitását követő időtartományra !



$$u(-0) = u(0) = 100 \frac{50}{50 + 10} = 83,33 \text{ V}$$

Ezzel  $t = 0$  pillanatban a következő kapcsolásból számolhatunk :



$$i(0) = \frac{100 - 83,33}{160} = 0,104 \text{ A}$$

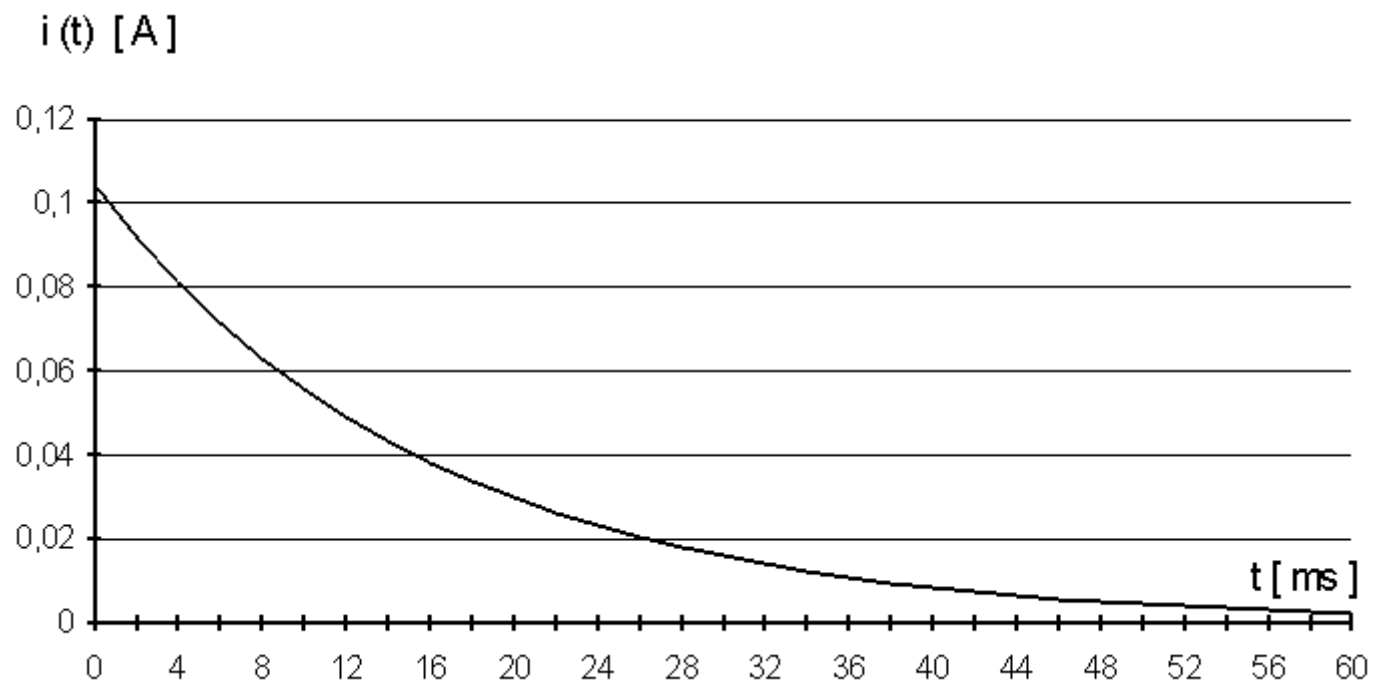
Az állandósult áram időfüggvénye azonosan zérus, mert a kondenzátor töltése állandó

lesz ha  $t \rightarrow \infty$ .

$$i_s(t) = 0 \quad ; \quad i_s(0) = 0$$

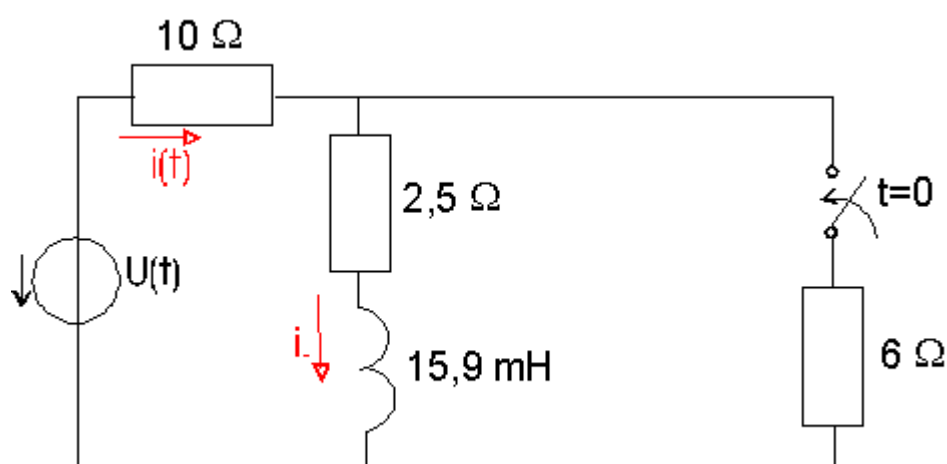
$$T = R \cdot C = 160 \cdot 10^{-4} = 16 \text{ ms}; i(t) = 0,104 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A}$$

A kondenzátor töltésének növekedését az ábrán látható töltőáram-függvény biztosítja.



### 5. példa

Szinuszos feszültségű generátorral állandósult állapotú áramkörben az ábra szerinti átkapcsolást végezve milyen függvénnyel írható le a generátoros ág árama?



A generátor feszültsége :

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot 200 \sin(314t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$X_L = \omega \cdot L = 5 \Omega$$

Mivel  $t < 0$  időben az állapot állandósult, és ekkor a kör impedanciája:

$$Z = |12,5 + j5| \Omega,$$

az áram csúcsérték szerinti komplex szimbóluma a következő :

$$\bar{I}_m = 21 \cdot e^{j23,2^\circ} \text{ A}$$

Tehát az átkapcsolás előtt kialakult áramfüggvényből az induktivitás ágának kezdeti árama így írható fel :

$$i_L(0) = 21 \cdot \sin 23,2^\circ = 8,272 \text{ A}$$

A kapcsoló működtetése után,  $t \rightarrow \infty$ , a főágban és az induktivitáson új ha állandósult

szinuszos változású áramok alakul ki, amiket a komplex Ohm-törvénnyel és az áramosztó összefüggéssel határozzuk meg.

$$\bar{I}_m = \frac{282,84}{(2,5 + j5) \times 6} = 21,78 \cdot e^{j36,8^\circ} \text{ A}$$

$$\bar{I}_{Lm} = \bar{I}_m \frac{6}{2,5 + j5} = 21,78 \cdot e^{j36,8^\circ} \cdot \frac{6}{2,5 + j5} = 23,38 \cdot e^{-j26,63^\circ} \text{ A}$$

Tehát :

$$i_{Ls} = 23,38 \sin(314t - 26,630^\circ) \text{ A} \quad \text{és} \quad i_{Ls}(0) = -10,4798 \text{ A}$$

Ezzel az induktivitás ágának átmeneti függvénye felírható :

$$i_L(t) = 23,38 \sin(314t - 26,630^\circ) + (8,272 + 10,4798)e^{\frac{t}{T}} \text{ A}$$

$$i_L(t) = 23,38 \sin(314t - 26,630^\circ) + 18,75e^{\frac{t}{T}} \text{ A}$$

ahol :

$$T = \frac{15,9}{6,25} = 2,544 \text{ ms}$$

A generátoroság áramának kezdeti értéke a szuperpozíció elve szerint határozható meg :

$$\left. \begin{aligned} i^+(0) &= \frac{u(0)}{10 + 6} = \frac{282,840 \cdot \sin 45^\circ}{16} = 12,5 \text{ A} \\ i^-(0) &= i_L(0) \cdot \frac{6}{6 + 10} = 3,1 \text{ A} \end{aligned} \right\} i(0) = 15,6 \text{ A}$$

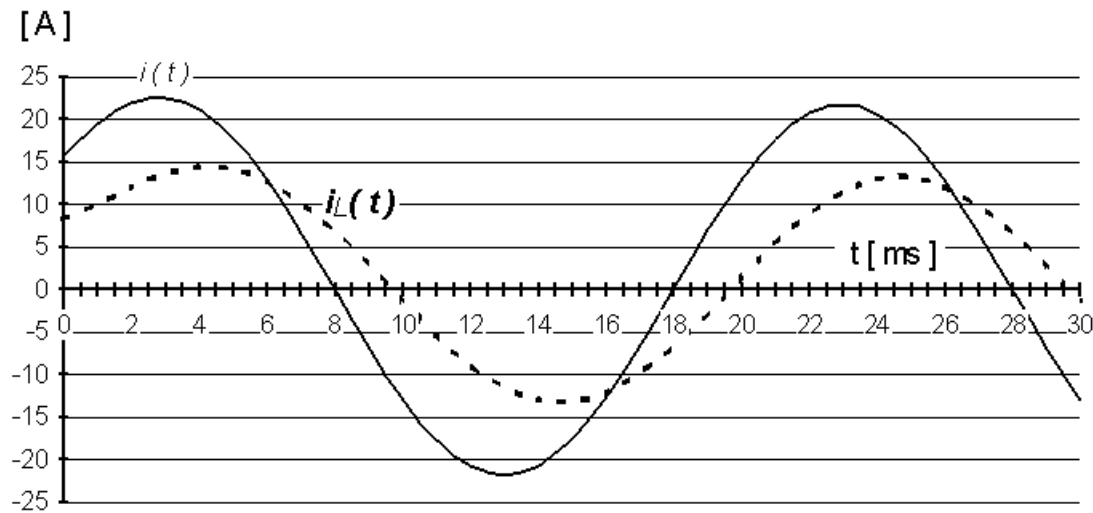
Az átkapcsolás után, az állandósult állapotban kialakuló eredő áram komplex alakját már korábban kiszámítottuk. Ebből felírjuk az időfüggvényt és kiszámítjuk annak kezdeti értékét :

$$\overline{I_m} = 21,78 \cdot e^{j36,8^\circ} \Rightarrow i_s(t) = 21,78 \cdot \sin(\omega \cdot t + 36,8^\circ) \text{ A}, i_s(0) = 13,046 \text{ A}$$

A kapott részeredmények felhasználásával a keresett áramfüggvény a következőképpen adható meg :

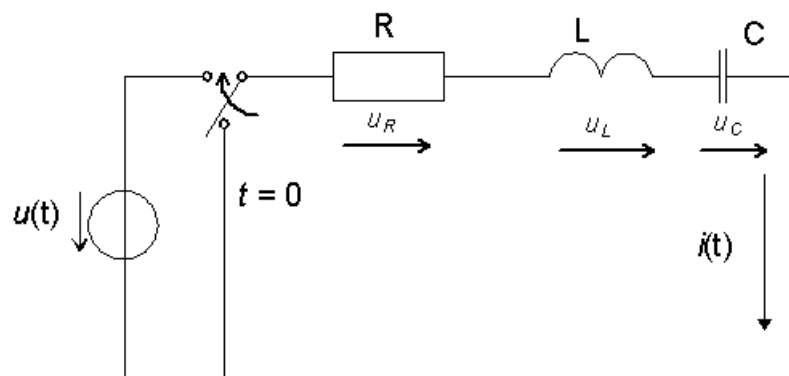
$$i(t) = (15,6 - 13,046) \cdot e^{-\frac{t}{T}} + 21,78 \cdot \sin(314t + 36,8^\circ) = 21,78 \cdot \sin(314t + 36,8^\circ) + 2,554 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \text{ A}$$

Végül ábrázoljuk a kiszámított áramfüggvényeket !



## 6. példa

RLC kör bekapcsolása /általános eset/,  $\omega_0 > \delta$



Legyen  $i(0) = I_0$  és  $u_C(0) = U_0$

$$R = 20 \, \Omega \quad L = 0,2 \, \text{H} \quad C = 80 \, \mu\text{F} \quad I_0 = 5 \, \text{A} \quad U_0 = 100 \, \text{V}$$

$$u(t) = 300 \cdot \sin(314t + 30^\circ) \, \text{V}$$

$$\delta = \frac{R}{2L} = 50 \frac{1}{\text{s}} \quad \omega_0 = 250 \frac{1}{\text{s}} \quad \omega_{cs} = 244,95 \frac{1}{\text{s}} \quad \omega L = 62,8 \, \Omega \quad Z = 30,48 \, \Omega$$

$$\varphi_Z = 49^\circ$$

Az állandósult állapot időfüggvényei, ha  $t > 0$ :

$$i_s(t) = 9,84 \cdot \sin(314t - 19^\circ) \, \text{A}$$

$$u_{Ls}(t) = 617,9 \cdot \sin(314t + 71^\circ) \, \text{V}$$

$$u_{Rs}(t) = 196,8 \cdot \sin(314t - 19^\circ) \, \text{V}$$

$$u_{Cs}(t) = 391,6 \cdot \sin(314t - 109^\circ) \, \text{V}$$

Az induktivitás feszültségének kifejezése a  $t = 0$  pillanatra:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = u_{Ls}(t) + [L \cdot (-\delta) \cdot A \cdot \sin(\omega_{cs}t + \gamma) + L \cdot A \cdot \cos(\omega_{cs}t + \gamma)] \cdot e^{-\delta t}$$

$$u_L(0) = 617,9 \cdot 0,9455 - A \cdot 10 \cdot \sin \gamma + A \cdot 48,99 \cdot \cos \gamma$$

Az  $A$  és konstansok kiszámítása:

$$i(t) = i_s(t) + A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_{cs}t + \gamma)$$

$$I_0 = 5 \, \text{A} = 9,84 \cdot \sin(-19^\circ) + A \cdot \sin \gamma \quad A \cdot \sin \gamma = 5 + 3,2 = 8,2 \, \text{A}$$

$$u(0) = 300 \cdot \sin 30^\circ = 150 \, \text{V} \quad u_R(0) = IR = 100 \, \text{V} \quad u_C(0) = U_0 = 100 \, \text{V}$$

$$u(0) = u_R(0) + U_0 + u_L(0) \quad 150 = 100 + 100 + 584,22 - 82 + \frac{401,72}{\text{tg} \gamma}$$

$$\gamma = \arctg \frac{401,72}{-552,22} = 143,97^\circ \quad / \text{mert a nevező a negatív} /$$

$$A = \frac{8,2}{\sin \gamma} = \frac{8,2}{0,5882} = 13,94 \, \text{A} \quad i_p(t) = 13,94 \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_{cs}t + 143,97^\circ) \, \text{A}$$

Ezzel, a tranziens tagokat önállóan számolva:

$$u_{Rr}(t) = 278,8 \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_{cs}t + 143,97^\circ) \, \text{V}$$

$$u_{Lr}(t) = [-193,4 \cdot \sin(\omega_{cs}t + 143,96^\circ) + 682,92 \cdot \cos(\omega_{cs}t + 143,96^\circ)] e^{-\delta t} =$$

$$= [-193,4 \cdot \sin(\omega_{cs}t - 36,04^\circ) + 682,92 \cdot \cos(\omega_{cs}t - 126,04^\circ)] e^{-\delta t} \, \text{V}$$

$$tg \alpha = \frac{193,4 \cdot \sin(-36,04^\circ) + 682,92 \cdot \sin(-126,04^\circ)}{193,4 \cdot \cos(-36,04^\circ) + 682,92 \cdot \cos(-126,04^\circ)} = 2,194 \quad \alpha = 245,5^\circ$$

$$u_{Lr \max} = \sqrt{634,21^2 + 289^2} = 696,95 \text{ V}$$

$$u_{Lr} = 696,95 \cdot e^{-\delta} \cdot \sin(\omega_{cs} t + 245,5^\circ) \text{ V}$$

$$u_{Cr} = -u_{Lr} - u_{Rr} = [696,95 \cdot \sin(\omega_{cs} t + 65,5^\circ) + 278,8 \cdot \sin(\omega_{cs} t - 36,03^\circ)] e^{-\delta}$$

$$tg \beta = \frac{696,95 \cdot \sin(65,5^\circ) + 278,8 \cdot \sin(-36,03^\circ)}{696,95 \cdot \cos(65,5^\circ) + 278,8 \cdot \cos(-36,03^\circ)} = 0,9139 \quad \beta = 42,42^\circ$$

$$u_{Cr \max} = \sqrt{470,2049^2 + 514,488^2} = 696,98 \text{ V}$$

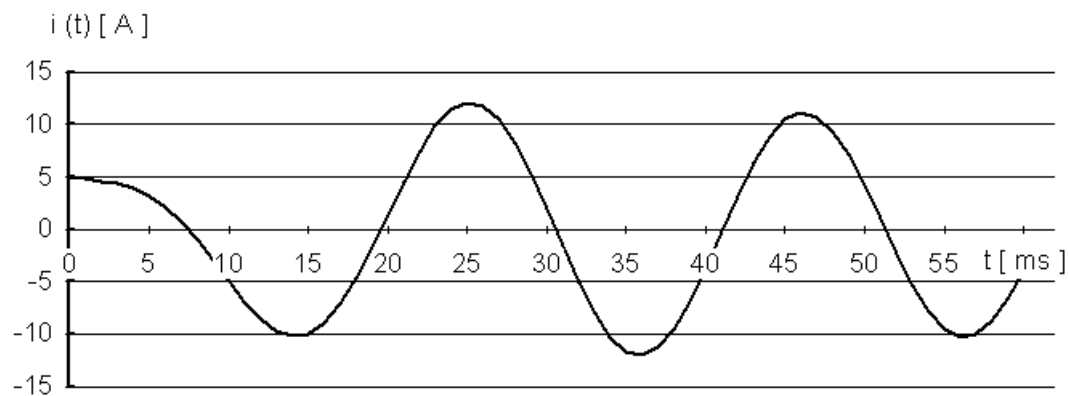
$$u_{Cr} = 696,98 \cdot e^{-\delta} \cdot \sin(\omega_{cs} t + 42,42^\circ) \text{ V}$$

Végül, a függvények a fenti részletek felhasználásával felírhatók :

$$i(t) = i_s(t) + i_{tr}(t) \quad u_R(t) = u_{Rs}(t) + u_{Rtr}(t) \quad u_L(t) = u_{Ls}(t) + u_{Ltr}(t)$$

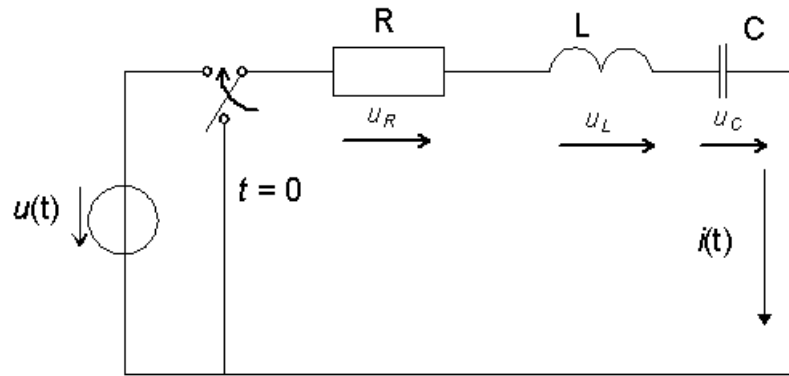
$$u_C(t) = u_{Cs}(t) + u_{Ctr}(t)$$

Ezek közül végezzük el az áramfüggvény ábrázolását!



## 7. példa

RLC kör bekapcsolása /általános eset/,  $\omega_0 < \delta$



Legyen  $i_{(0)} = I_0$  és  $u_C(0) = U_0$

$$R = 120\Omega \quad L = 2H \quad C = 800\mu F \quad U_0 = 100V \quad I_0 = 5A$$

$$u(t) = 300 \cdot \sin(314t + 30^\circ) V$$

$$\delta = \frac{R}{2L} = 30 \frac{1}{s} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 25 \frac{1}{s} \quad \lambda_1 = -30 + \sqrt{275} = -13,417 \frac{1}{s}$$

$$\lambda_2 = -30 - \sqrt{275} = -46,583 \frac{1}{s} \quad \omega L = 628\Omega \quad \frac{1}{\omega C} = 3,98\Omega \quad \varphi_Z = 79,11^\circ$$

$$Z = 635,45\Omega$$

Az állandósult függvények,  $t > 0$  :

$$i_s(t) = 0,4721 \cdot \sin(314t - 49,11^\circ) A$$

$$u_{Rs}(t) = 56,652 \cdot \sin(314t - 49,11^\circ) V$$

$$u_{Ls}(t) = 296,39 \cdot \sin(314t + 40,89^\circ) V$$

$$u_{Cs}(t) = 1,879 \cdot \sin(314t - 139,11^\circ) V$$

B1 és B2 konstansok meghatározása :

$$I_0 = 0,4721 \cdot \sin(-49,11^\circ) + B_1 + B_2 \quad B_2 = -B_1 + I_0 + 0,356 = -B_1 + 5,356$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = u_{Ls} + 2 \cdot \lambda_1 \cdot B_1 \cdot e^{-\lambda_1 t} + 2 \cdot (5,356 - B_1) \cdot \lambda_2 \cdot e^{-\lambda_2 t}$$

$$u_L(0) = 194 + B_1(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot 2 + 2 \cdot \lambda_2 \cdot 5,356 = -305 + B_1 \cdot 66,33$$

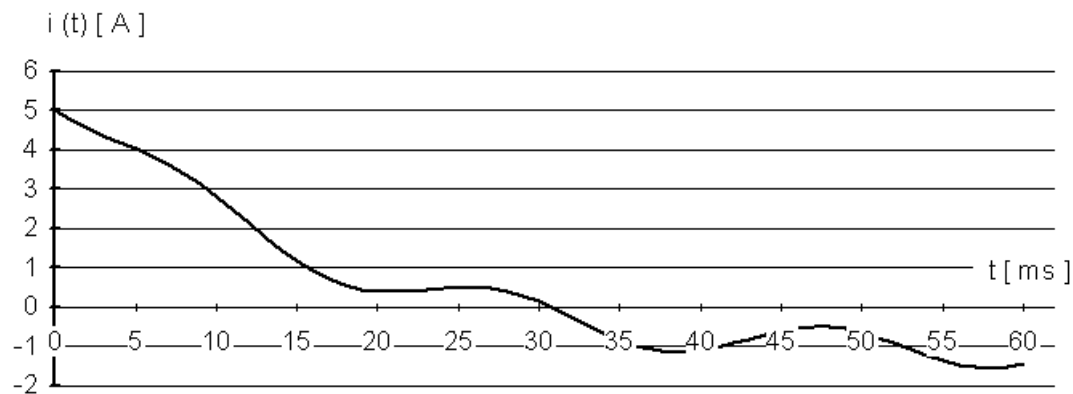
$$u(0) = U_0 + I_0 R + u_L(0) \Rightarrow 150 = 100 + 600 - 305 + B_1 \cdot 66,33$$

$$B_1 = \frac{150 - 700 + 305}{66,33} = \frac{-245}{66,33} = -3,69 A \quad B_2 = -B_1 + 5,356 = 9,05 A$$

A konstansok értékeinek felhasználásával, először az áramfüggvényt, ennek birtokában pedig a feszültségfüggvényeket állítjuk elő.

$$\begin{aligned}
 i_{tr}(t) &= -3,69 \cdot e^{\lambda_1 t} + 9,05 \cdot e^{\lambda_2 t} \text{ A} & i(t) &= i_s(t) + i_{tr}(t) \\
 u_{Rtr}(t) &= -443,16 \cdot e^{\lambda_1 t} + 1086 \cdot e^{\lambda_2 t} \text{ V} & u_R(t) &= u_{Rs}(t) + u_{Rtr}(t) \\
 u_{Ltr}(t) &= 99 \cdot e^{\lambda_1 t} - 843,15 \cdot e^{\lambda_2 t} \text{ V} & u_L(t) &= u_{Ls}(t) + u_{Ltr}(t) \\
 u_{Ctr}(t) &= -u_{Rtr}(t) - u_{Ltr}(t) = (443,16 - 99) \cdot e^{\lambda_1 t} + (-1086 + 843,15) \cdot e^{\lambda_2 t} \\
 u_{Ctr}(t) &= 344,16 \cdot e^{\lambda_1 t} - 242,85 \cdot e^{\lambda_2 t} \text{ V}
 \end{aligned}$$

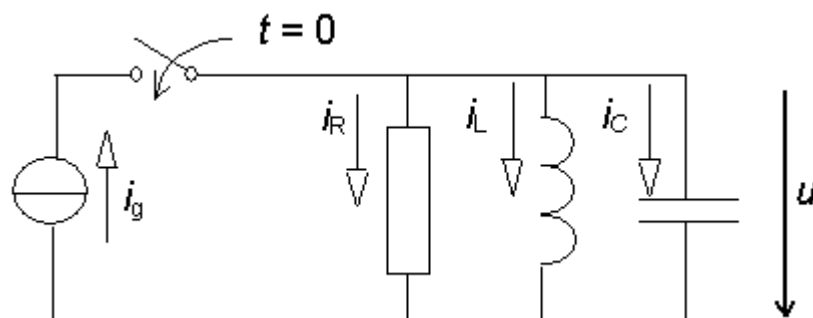
Az áramfüggvény menetét a következő ábrán tanulmányozhatjuk.



## A párhuzamos RLC kör átmeneti függvényei :

A párhuzamos RLC  $I_g$  áramgenerátor táplálja. Az  $i_L(t)$  függvény meghatározásához másodrendű,

inhomogén differenciál egyenlet írható fel :



Az áramfüggvényekre fennáll a csomóponti törvény :

$$i_g = i_R + i_L + i_C$$

Ahol :

$$u = L \frac{di_L}{dt} \quad i_R = \frac{L}{R} \frac{di_L}{dt} \quad i_C = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} = C \frac{d^2 i_L}{dt^2} \cdot L$$

$$i_g = i_L + \frac{L}{R} \frac{di_L}{dt} + C \frac{d^2 i_L}{dt^2}$$

A homogén egyenlet :

$$0 = i_L + \frac{L}{R} \frac{di_L}{dt} + LC \frac{d^2 i_L}{dt^2}$$

A megoldást az alábbi alakban keressük :

$$i_{Lh} = A \cdot e^{\lambda t}$$

A karakterisztikus egyenlet feírása, és gyökei :

$$0 = 1 + \frac{L}{R} \lambda + LC \lambda^2$$

$$0 = \lambda^2 + \frac{1}{RC} \cdot \lambda + \frac{1}{LC}$$

$$\lambda_{12} = \frac{-\frac{1}{RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{RC}\right)^2 - \frac{4}{LC}}}{2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Legyen :

$$\delta = \frac{1}{2RC} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Ezekkel a gyökök rövidebben írhatók :

$$\lambda_{12} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

A megoldások alakilag megegyeznek a soros RLC kör függvényeivel. A matematikai eljárás részleteit itt nem ismételjük meg.

Tehát az induktivitás áramának  $\omega_0, \delta$  relációi szerint alábbiak időfüggvényei :

$$\begin{array}{ll} \omega_0 > \delta & i_L(t) = i_{LS}(t) + A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_{cs} t + \gamma) \\ \omega_0 < \delta & i_L(t) = i_{LS}(t) + B_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + B_2 \cdot e^{\lambda_2 t} \\ \omega_0 = \delta & i_L(t) = i_{LS}(t) + C \cdot e^{-\delta t} (t + \Delta t) \end{array}$$

Továbbá az induktivitás áramából kiszámíthatjuk a párhuzamos elemek feszültségét:

$$u = L \frac{di_L}{dt}$$

Ezzel a művelettel, új  $A, \gamma, B_1, B_2, C, \Delta t$ , konstansokkal, de azonos alakban kapjuk a feszültségfüggvényeket:

$$\omega_0 > \delta \quad u(t) = u_s(t) + A \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega_{cs} t + \gamma)$$

$$\omega_0 < \delta \quad u(t) = u_s(t) + B_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + B_2 \cdot e^{\lambda_2 t}$$

$$\omega_0 = \delta \quad u(t) = u_s(t) + C \cdot e^{-\delta t} (t + \Delta t)$$

Az állandósult állapotra  $t \rightarrow \infty$  szerinti vizsgálattal, a szokásos áramköri vonatkozó tagot a számításokkal

határozzuk meg. A függvények konstansainak kiszámításához  $u_C(0), i_L(0)$  felhasználjuk az energiatárolók

adatait, mint kezdeti feltételeket.

Ha  $\delta$  és  $\omega_0$  kiszámítása után a feszültségfüggvényt keressük, akkor az eljárásunk a soros RLC kapcsolásnál

tanultakkal teljesen analóg módon alakul. Így pl. az energiafeltételek alapján a következő összefüggésekkel kereshetjük a függvény konstansait:

$$U_0 = u(0) \quad \text{és} \quad i_g(0) = \frac{U_0}{R} + I_0 + C \frac{du}{dt}(0)$$

Továbbá, fennállnak az alábbi összefüggések:

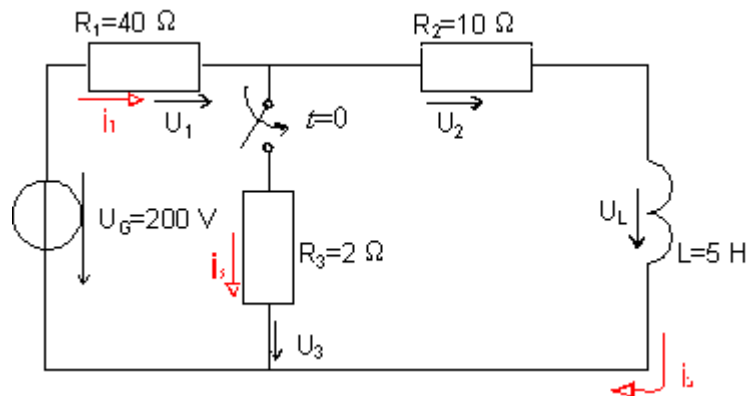
$$i_R = \frac{u}{R} \quad i_C = C \frac{du}{dt} \quad i_L = i_g - i_C - i_R$$

Ezek alkalmazásával mindegyik időfüggvényt meghatározhatjuk.

## Egyenergiatárolós áramkörök átmeneti függvényeinek meghatározása

### 1. példa

Vizsgáljuk a következő kapcsolást !



A  $t = 0$  pillanatban zárjuk a kapcsolót . Előzetesen 1 perc üzem biztosított !

Az időállandó a kapcsoló nyitott üzemiében :

$$T_{NY} = \frac{L}{R_1 + R_2} = \frac{5}{50} = 0,1 \text{ sec}$$

$$i_2(0) = i_2(-0) = 4 \text{ A} ;$$

Az állandósult állapotban érvényes időfüggvényt úgy kapjuk meg, hogy az áramkört  $t$  időben vizsgáljuk. Ekkor az induktivitáson feszültségesés nincs, ezért rövidzárnak tekinthető.

$$i_{s2}(t) = \frac{U_G}{R_1 + R_2 \times R_3} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{200 \cdot 2}{10 \cdot 40 + 20} = \frac{400}{500} = 0,8 \text{ A}$$

Ennek a függvénynek a  $t = 0$  pillanatban vett helyettesítési értéke :

$$i_{s2}(0) = 0,8 \text{ A} ;$$

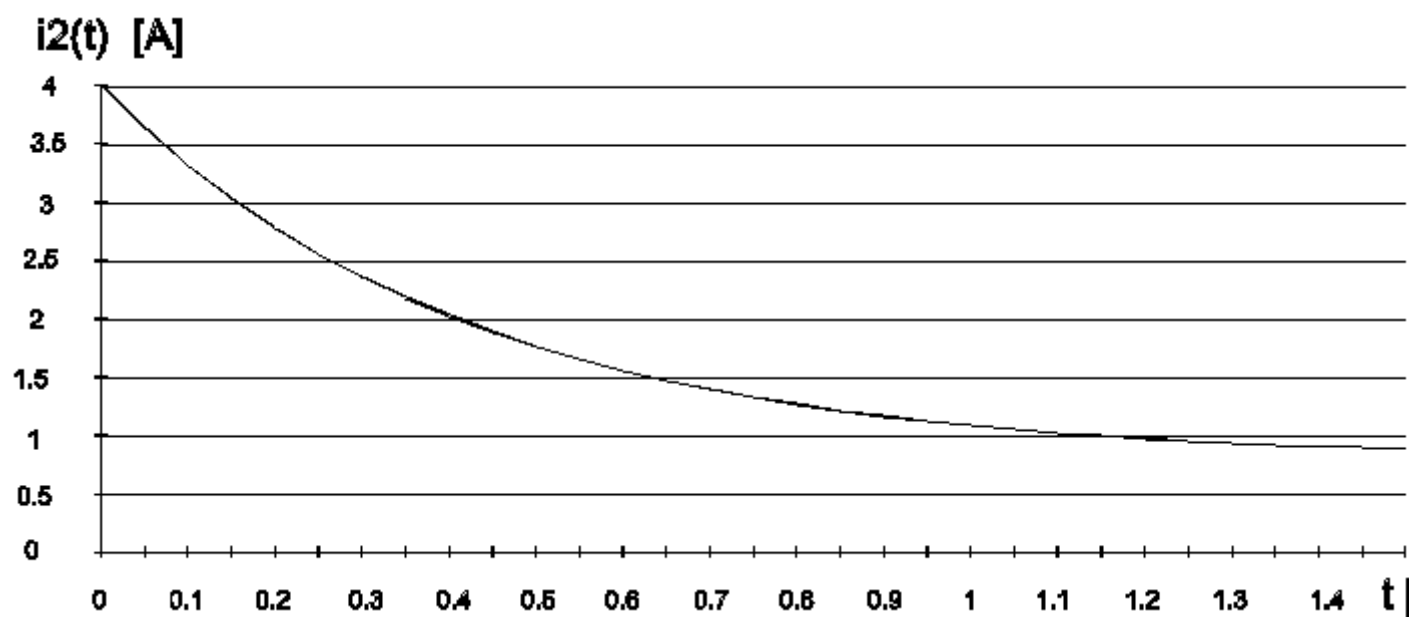
Az időállandó pedig :

$$T = \frac{L}{R_1 + R_2 \times R_3} = \frac{5}{10 + \frac{80}{42}} = \frac{5 \cdot 42}{500} = 0,42 \text{ sec}$$

Ezekkel az adatokkal a keresett függvény az általános formulába való behelyettesítéssel felírható :

$$i_2(t) = 0,8 + (4 - 0,8) \cdot e^{-\frac{t}{T}} \text{ A} = 0,8 + 3,2 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \text{ A}$$

A függvény ábrázolása :



További függvények:

$$u_L = L \frac{di_2}{dt} = 5 \cdot 3,2 \cdot \frac{e^{\frac{-t}{\tau}}}{-0,42} = -38,095 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \text{ V}$$

$$u_2 = R_2 \cdot i_2 = 8 + 32 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \text{ V}$$

$$u_3 = u_2 + u_L = 8 - 6,095 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \text{ V}$$

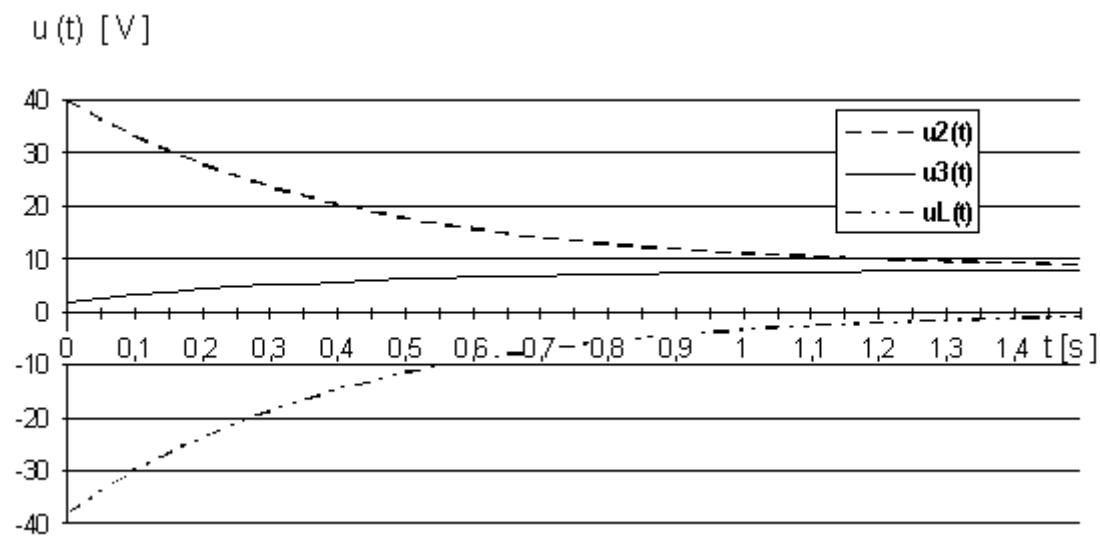
$$i_3 = \frac{U_3}{R_3} = 4 - 3,0475 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \text{ A}$$

$$i_1 = i_2 + i_3 = 4,8 + 0,1525 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \text{ A}$$

$$u_1 = i_1 R_1 = 192 + 6,1 \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \text{ V}$$

Ellenőrzés:

$$u_1 + u_3 \cong 192 + 8 = 200 \text{ V} = U_G$$

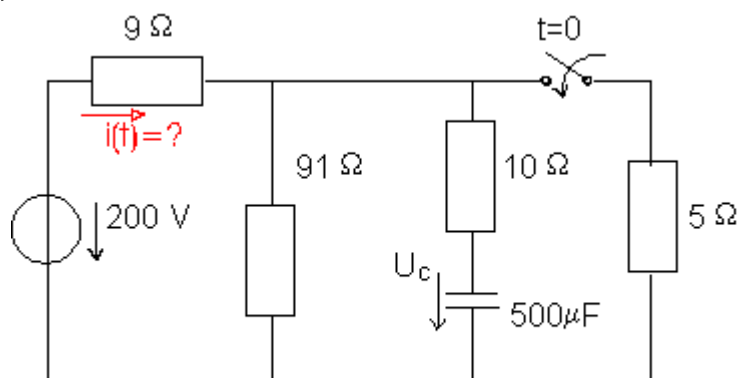


A diagram három kiválasztott feszültségfüggvény menetét mutatja.

## 2. példa

Határozzuk meg az ábrán jelölt áram időfüggvényét, ha

$t \geq 0!$

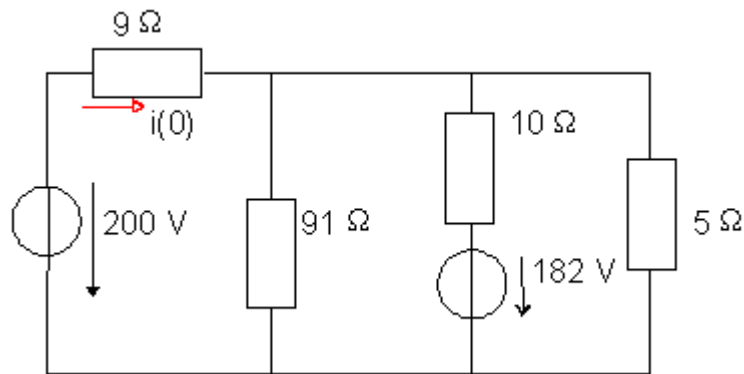


Az előző állapot állandósult, amikor a kapcsolót bekapcsoljuk.

A kondenzátor feszültsége az átkapcsolás pillanatában nem változhat meg !

$$u_c(0) = u_c(-0) = 200 \frac{91}{100} = 182 \text{ V}$$

A  $t = 0$  pillanatra a következő helyettesítő kapcsolás érvényes :



Az áram kezdeti értékét a két generátorra tekintettel a szuperpozíció elv alkalmazásával számítjuk ki.

$$i(0) = \frac{200}{9 + 91 \times 10 \times 5} - \frac{182}{10 + 91 \times 5 \times 9} \cdot \frac{91 \times 5}{9 + 91 \times 5} = \frac{200}{12,2155} - \frac{182 \cdot 4,7396}{13,1046 \cdot 13,7396} = 16,3726 - 4,7908 = 11,5817 \text{ A}$$

A replusz műveletek részeredményei:

$$91 \times 5 = 4,7396$$

$$91 \times 5 \times 10 = 3,2155$$

$$91 \times 5 \times 9 = 3,1046$$

Az állandósult áramfüggvény,  
amely a

$t \rightarrow \infty$  időkbén érvényes :

$$i_s(t) = \frac{200}{9 + 91 \times 10 \times 5} = 16,3726 \text{ A} \quad i_s(0) = 16,3726 \text{ A}$$

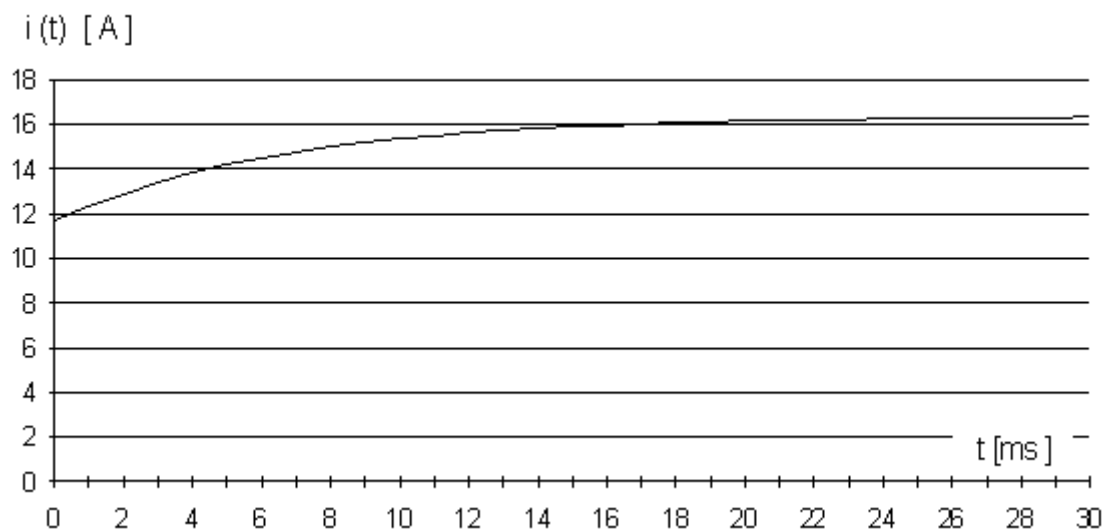
Az időállandót a kondenzátor kapcsai felől tekintett eredő ellenállással kell meghatározni !

$$T = R \cdot C = (10 + 91 \times 5 \times 9) \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 13,1046 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 6,5523 \text{ ms}$$

Tehát a keresett áramfüggvény a következőképpen adható meg :

$$i(t) = 16,3726 + (11,5817 - 16,3726) \cdot e^{-\frac{t}{T}} = 16,3726 - 4,7908 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \text{ A}$$

Ábrázolva a kapott függvényt :



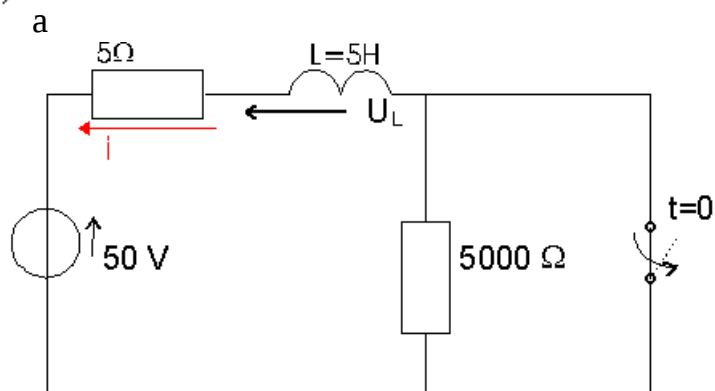
[Előző feladat](#)

[Tartalomjegyzék](#)

[Következő feladat](#)

### 3. példa

Keressük  $U_L(t)$  időfüggvényét  $t \geq 0$  időtartományra!



Mivel  $u_L(t) = L \frac{di}{dt}$  ezért először  $i(t)$  keresendő.

Az induktivitás árama az átkapcsolás pillanatában nem változhat meg, tehát :

$$i(0) = i(-0) = 10 \text{ A}$$

$$i_s(t) = \frac{50}{5005} = 9,99 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

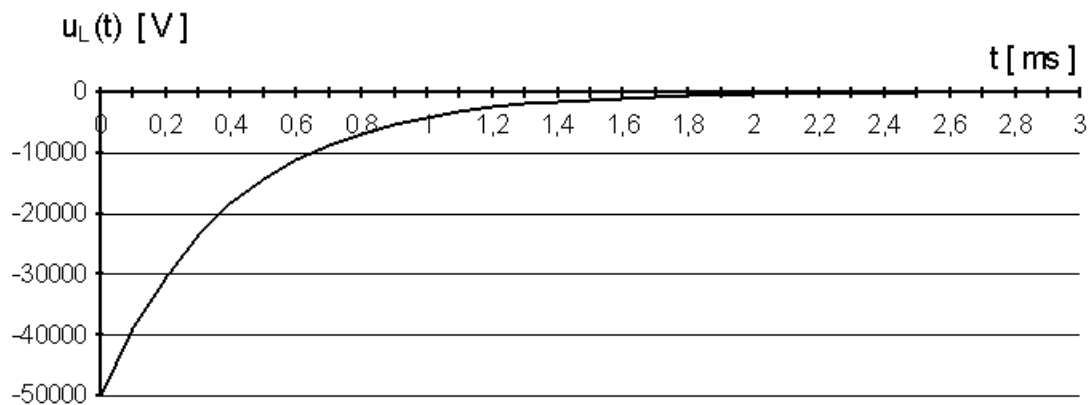
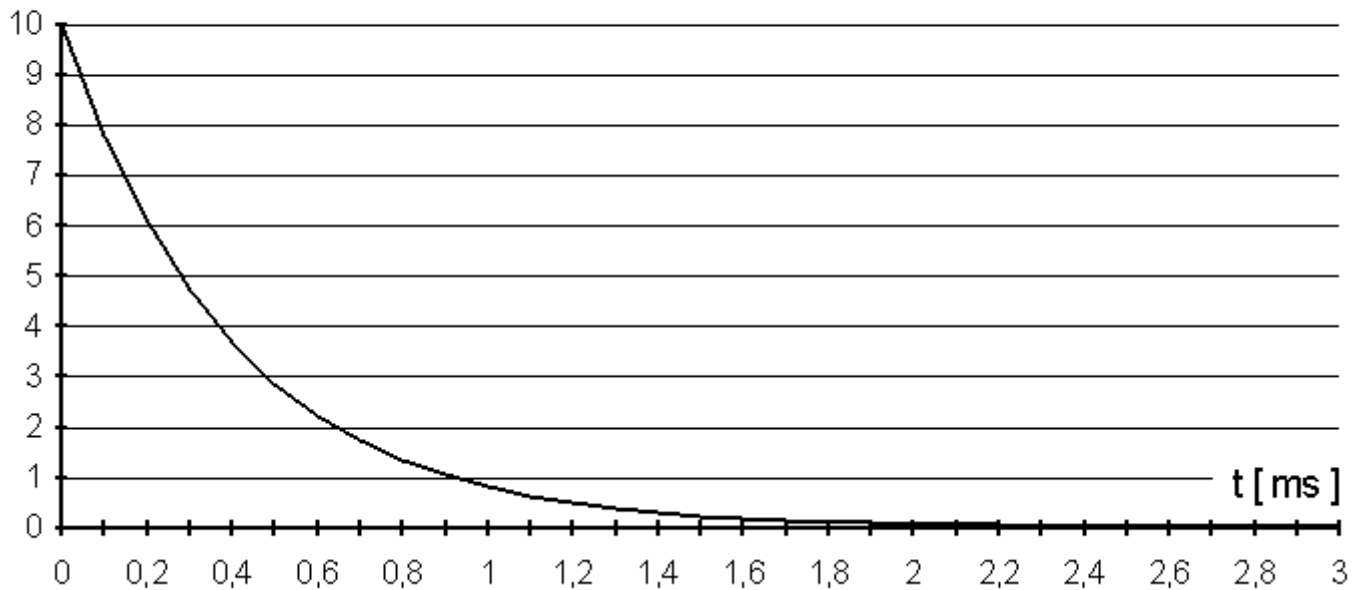
$$T = \frac{2}{5005} = 0,3996 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$i(t) = 9,99 \cdot 10^{-3} + 9,99 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A};$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = 2 \cdot \left( -\frac{10^3}{0,3996} \right) \cdot 9,99 \cdot e^{\frac{-t}{T}} = -50000 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \quad \text{V}$$

Az eredmény meggyőzően mutatja, hogy a tranziens folyamatok jelentős kapcsolási túlfeszültségeket okozhatnak.

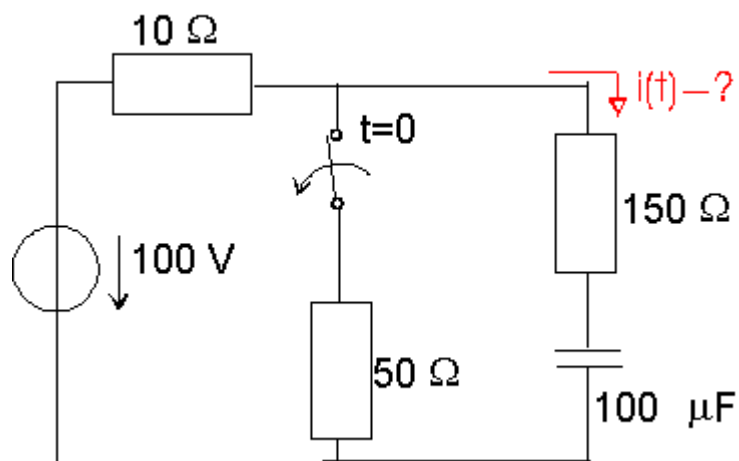
$i(t)$  [A]



#### 4, példa

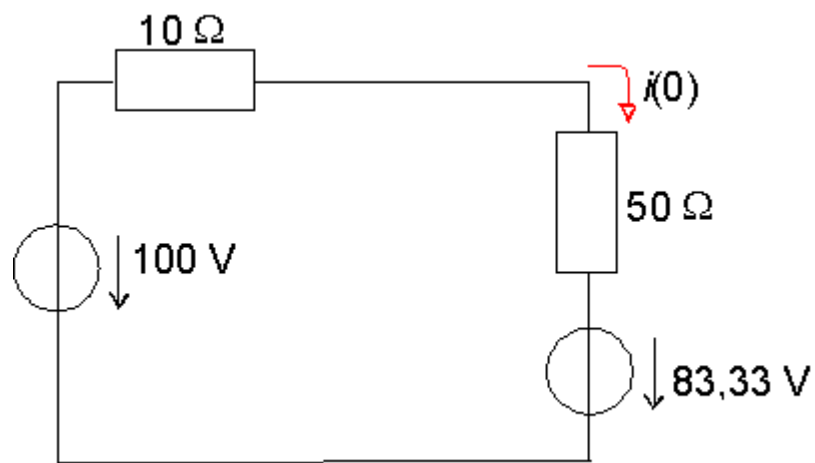
A kapcsoló nyitása előtt az áramkör állapota állandósult.

Határozzuk meg az  $i(t)$  időfüggvényt a kapcsoló nyitását követő időtartományra !



$$u(-0) = u(0) = 100 \frac{50}{50 + 10} = 83,33 \text{ V}$$

Ezzel  $t = 0$  pillanatban a következő kapcsolásból számolhatunk :



$$i(0) = \frac{100 - 83,33}{160} = 0,104 \text{ A}$$

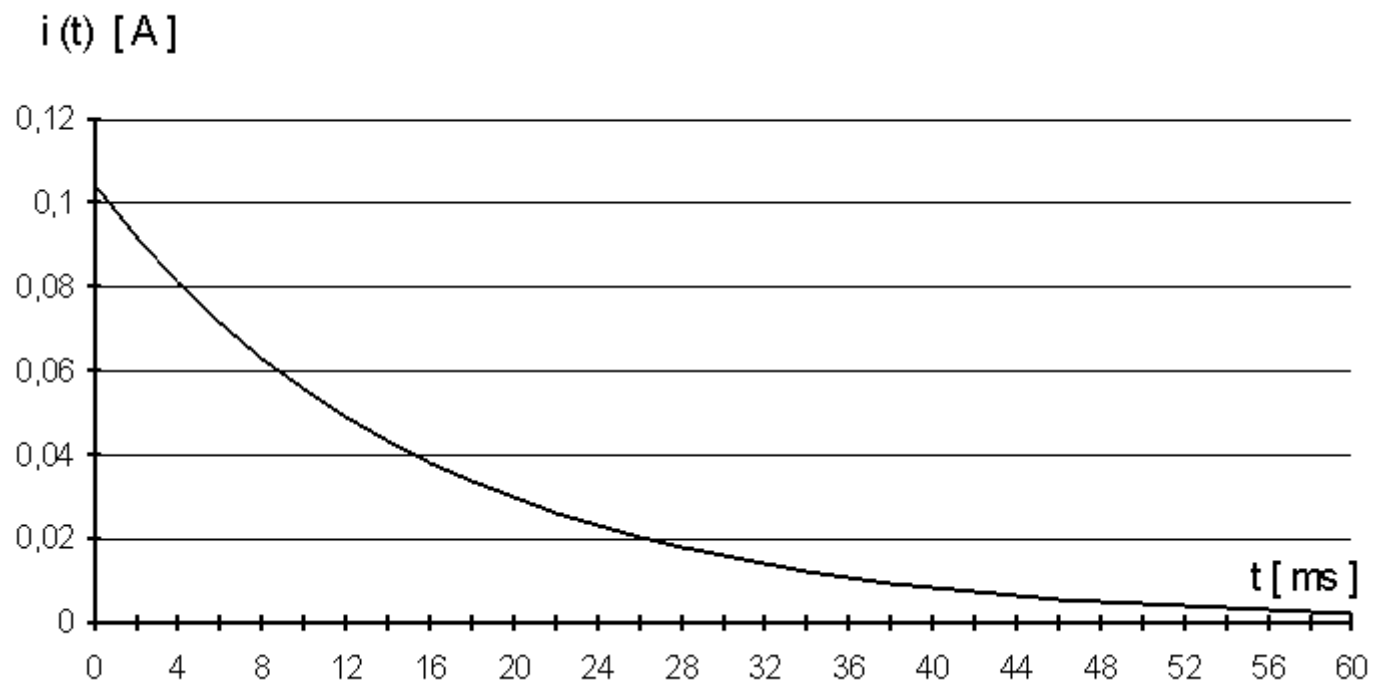
Az állandósult áram időfüggvénye azonosan zérus, mert a kondenzátor töltése állandó

lesz ha  $t \rightarrow \infty$ .

$$i_s(t) = 0 \quad ; \quad i_s(0) = 0$$

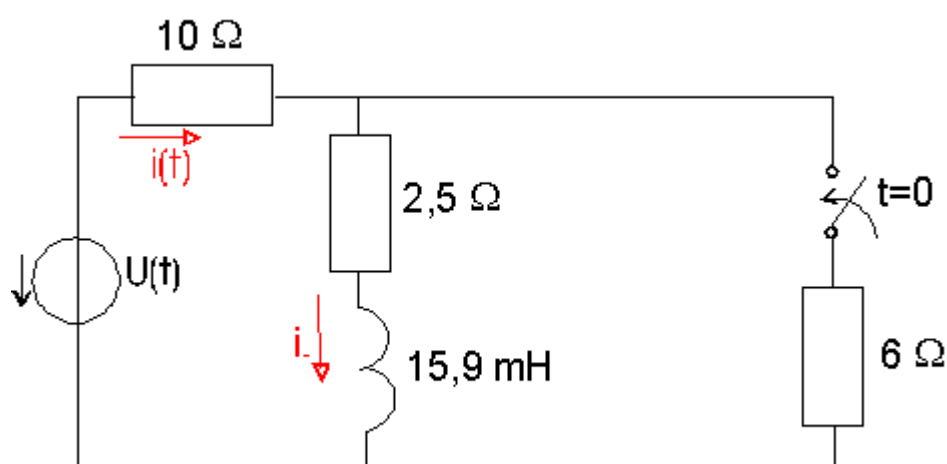
$$T = R \cdot C = 160 \cdot 10^{-4} = 16 \text{ ms}; i(t) = 0,104 \cdot e^{\frac{-t}{T}} \text{ A}$$

A kondenzátor töltésének növekedését az ábrán látható töltőáram-függvény biztosítja.



### 5. példa

Szinuszos feszültségű generátorral állandósult állapotú áramkörben az ábra szerinti átkapcsolást végezve milyen függvénnyel írható le a generátoros ág árama?



A generátor feszültsége :

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot 200 \sin(314t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$X_L = \omega \cdot L = 5 \Omega$$

Mivel  $t < 0$  időben az állapot állandósult, és ekkor a kör impedanciája:

$$Z = |12,5 + j5| W,$$

az áram csúcsérték szerinti komplex szimbóluma a következő :

$$\bar{I}_m = 21 \cdot e^{j23,2^\circ} A$$

Tehát az átkapcsolás előtt kialakult áramfüggvényből az induktivitás ágának kezdeti árama így írható fel :

$$i_L(0) = 21 \cdot \sin 23,2^\circ = 8,272 A$$

A kapcsoló működtetése után,  $t \rightarrow \infty$ , a főágban és az induktivitáson új ha állandósult

szinuszos változású áramok alakul ki, amiket a komplex Ohm-törvénnyel és az áramosztó összefüggéssel határozzunk meg.

$$\bar{I}_m = \frac{282,84}{(2,5 + j5) \times 6} = 21,78 \cdot e^{j36,8^\circ} A$$

$$\bar{I}_{Lm} = \bar{I}_m \frac{6}{2,5 + j5} = 21,78 \cdot e^{j36,8^\circ} \cdot \frac{6}{2,5 + j5} = 23,38 \cdot e^{-j26,63^\circ} A$$

Tehát :

$$i_{Ls} = 23,38 \sin(314t - 26,630^\circ) A \quad \text{és} \quad i_{Ls}(0) = -10,4798 A$$

Ezzel az induktivitás ágának átmeneti függvénye felírható :

$$i_L(t) = 23,38 \sin(314t - 26,630^\circ) + (8,272 + 10,4798)e^{\frac{t}{T}} A$$

$$i_L(t) = 23,38 \sin(314t - 26,630^\circ) + 18,75 e^{\frac{t}{T}} A$$

ahol :

$$T = \frac{15,9}{6,25} = 2,544 \text{ ms}$$

A generátoroság áramának kezdeti értéke a szuperpozíció elve szerint határozható meg :

$$\left. \begin{aligned} i'(0) &= \frac{u(0)}{10+6} = \frac{282,840 \cdot \sin 45^\circ}{16} = 12,5 \text{ A} \\ i''(0) &= i_L(0) \cdot \frac{6}{6+10} = 3,1 \text{ A} \end{aligned} \right\} i(0) = 15,6 \text{ A}$$

Az átkapcsolás után, az állandósult állapotban kialakuló eredő áram komplex alakját már korábban kiszámítottuk. Ebből felírjuk az időfüggvényt és kiszámítjuk annak kezdeti értékét :

$$\overline{I_m} = 21,78 \cdot e^{j36,8^\circ} \Rightarrow i_s(t) = 21,78 \cdot \sin(\omega \cdot t + 36,8^\circ) \text{ A}, i_s(0) = 13,046 \text{ A}$$

A kapott részeredmények felhasználásával a keresett áramfüggvény a következőképpen adható meg :

$$i(t) = (15,6 - 13,046) \cdot e^{\frac{-t}{T}} + 21,78 \cdot \sin(314t + 36,8^\circ) = 21,78 \cdot \sin(314t + 36,8^\circ) + 2,554 \cdot e^{-t/T}$$

Végül ábrázoljuk a kiszámított áramfüggvényeket !

