Közgazdaságtani jelölés- és képletgyűjtemény (Mikroökonómia I. félév)

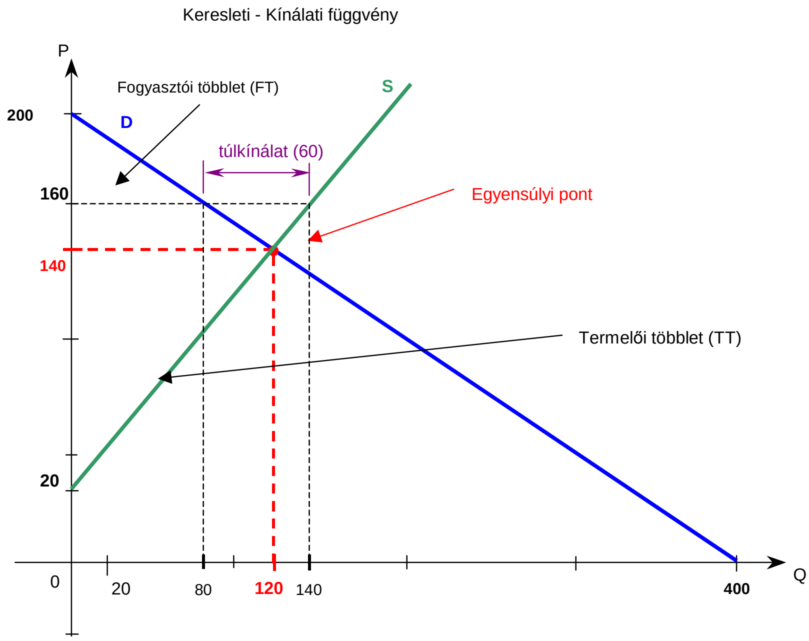
JELÖLÉSEK:

L - munka (Labour)
p - ár (Prise)
p_e - egyensúlyi ár
p_L - a munka ára (= munkabér (w))
A - föld (mint termelési (természeti) tényező)
p_A - föld ára (földbérleti díj)
r - kamat
K - tőke (beruházás)
p_K - a tőke ára (kamat)
E - vállalkozó
t - idő
Π - profit (pi)
$T\Pi$ - teljes profit (Total Profit)
Q - termelési mennyiség (kibocsájtás v. Output)
q - keresleti-, kínálati mennyiség mennyiség (quantity)
S - kínálat (Supply)
D - kereslet (Demand)
dd - egyéni kereslet
DD - piaci kereslet
Q^S - kínálati függvény
Q^D - keresleti függvény
Q_e - egyensúlyi termelési mennyiség
ε - árrugalmasság
TR - teljes bevétel (Total Revenue)
MR - határbevétel (Marginal Revenue)
AC - átlagköltség v. darabköltség (Average Cost)
TC - teljes költség (Total Cost)
FC - állandó költség (Fix Cost)
VC - változó költség (Variable Cost)
MC - határköltség (Marginal Cost)
AVC - átlagos változó költség (Average Variable Cost) – egy termékegységre jutó változó költség.
AFC - átlagos állandó költség (Average Fix Cost) – egy termékegységre jutó állandó (fix) költség.
FT - fogyasztói többlet
TT - termelői többlet
Δ - változás (delta)
I - jövedelem
U - közömbösségi görbe (függvény)
Tu - összhaszon (Total utility)
Mu - határhaszon (Marginal utility)
MP - határtermék (Marginal Product)
AP - átlagtermék v. termelékenység (Average Product)
MFC - termelési tényező határköltség (Marginal Factor Cost)
MFC_L - a munka határköltsége (munka mint termelési tényező)
MRP - határtermék-bevétel (Marginal Revenue Product)
MRP_L - a munka határtermék-bevétele (munka mint termelési tényező)
FV_t - jövő érték (Future Value)
PV_t - jelen érték (Present Value)
NPV - nettó jelenérték (Net Present Value)

SZÁMÍTÁSOK:

KERESLET-KÍNÁLAT (keresleti függvény Q^D - kínálati függvény Q^S „Marschall kereszt”)

Pl. Egy termék piaci keresleti függvénye: Q = 400-2∗p, a kínálati függvénye: Q = p-20



Egyensúlyi ár számítás:

$$Q^D = Q^S$$
$$400 - 2xp = p - 20 \quad / + 20$$
$$420 = 3p \quad / : 3$$
$$140 = p$$
$$p_e = 140 \text{ (egyensúlyi ár)}$$

Az egyensúlyi árhoz tartozó keresett **(egyensúlyi) mennyiség számítás**:

$$Q^D = Q^S$$
$$Q^D = 400 - 2x\ 140 = 400 - 280 = 120$$
$$Q^S = 140 - 20 = 120$$
$$Qe = 120 \text{ (egyensúlyi mennyiség)}$$

Fogyasztói többlet számítás (FT):

A fogyasztói többlet (FT) az ár és a keresleti függvény (Q^D = 400 – 2 x p) közé eső terület.
A fogyasztói többlet számítása a területszámításának képletéből T = a x b / 2 ahol „a” az egyik befogó,
„b” a másik befogó , majd ennek a négyszög a területét elosztjuk 2-vel mivel a derékszögű háromszög területe ennek a fele lesz.
A Q helyébe 0-t rendelünk. A keresleti ár 0 mennyiségnél: Q^D = 0, p = 200

A fogyasztó többlet: $$FT = \frac{(200 - 140) \times 120}{2} = 3600$$

Termelői többlet számítás (TT):

A termelői többlet az ár és a keresleti függvény (Q^S = p – 20) közé eső terület
a termelő többlet számítása a területszámításának képletéből T = a x b / 2 ahol „a” az egyik befogó,
„b” a másik befogó , majd ennek a négyszög a területét elosztjuk 2-vel mivel a derékszögű háromszög területe ennek a fele lesz.

A kínálati függvény értéke az egyensúlyi árnál: Q^S = p – 20 = 140 – 20 = 120

A termelői többlet: $$TT = \frac{(140 - 20) \times 120}{2} = 7200$$

Az adott piac jellemzése:
Ha $Q^D < Q^S$ = túlkínálat, az ár csökkenni fog
$Q^D > Q^S$ = túlkereslet, hiány, az ár növekedni fog
piaci egyensúlyi árnál (p_e) $Q^D = Q^S$
Ez Adam Smith a „láthatatlan kéz” elve.

ÁRRUGALMASSÁG

A kereslet árrugalmassága: $\boxed{\varepsilon_{Q\ P} = \dfrac{\Delta Q\ \%}{\Delta p\ \%} = \dfrac{Q_2 - Q_1}{p_2 - p_1} \times \dfrac{p_1 + p_2}{Q_1 + Q_2}}$

$$\Delta Q\ \% = \frac{Q_2 - Q_1}{(Q_1 + Q_2)/2} \times 100\%$$

$$\Delta p\% = \frac{p_2 - p_1}{(p_1 + p_2)/2} \times 100\%$$

$\varepsilon_{Q\ P} |\langle 1|$ = rugalmatlan kereslet, (ha az ár nő, akkor a TR (összbevétel) nő)

$\varepsilon_{Q\ P} = 0$ = tökéletesen rugalmatlan kereslet,

$\varepsilon_{Q\ P} |\rangle 1|$ = rugalmas kereslet, (ha az ár nő a bevétel csökken)

$\varepsilon_{Q\ P} |{=}1|$ = egységnyi rugalmasság (maximális a bevétel TR_{max}),

$\varepsilon_{Q\ P} |\ \rangle 0|$ = paradox árhatás (nő az ár, de mégis többet vesznek belőle = paradox árhatás)

A kereslet keresztár rugalmassága: $\boxed{\varepsilon_{Qx\ Py} = \dfrac{\Delta Q\ \%}{\Delta p\ \%} = \dfrac{Qx_2 - Qx_1}{py_2 - py_1} \times \dfrac{py_1 + py_2}{Qx_1 + Qx_2}}$

A kereslet - jövedelem rugalmassága: $\boxed{\varepsilon_{Q\ I} = \dfrac{\Delta Q\ \%}{\Delta I\ \%} = \dfrac{Q_2 - Q_1}{I_2 - I_1} \times \dfrac{I_1 + I_2}{Q_1 + Q_2}}$

HASZNOSSÁG

Hasznosság (haszon): $= \boxed{\dfrac{Mu_{áru}}{p_{áru}}}$

A határhaszon (Marginal Utility): Mu $= \dfrac{\Delta TU}{\Delta Q}$

Gossen II. törvénye: $\dfrac{Mu_{áru1}}{p_{áru1}} = \dfrac{Mu_{áru2}}{p_{áru2}} = .\dfrac{Mu_{áru3}}{p_{áru3}} =$ .... = az egy pénzegységnyi jövedelem határhaszna

azaz $\boxed{\dfrac{Mu_x}{p_x} = \dfrac{Mu_y}{p_y}}$

Pl. két termék esetén, határhaszon számítás: Mu $= \dfrac{\Delta TU}{\Delta Q}$**,** $MU_X = \dfrac{\Delta Tu_X}{\Delta Q} \Rightarrow \Delta Tu_X = \dfrac{Mu_X}{\Delta Q}$, $MU_Y = \dfrac{\Delta Tu_Y}{\Delta Q} \Rightarrow \Delta Tu_Y = \dfrac{Mu_Y}{\Delta Q}$

Az x termék haszna $= \dfrac{Mu_X}{p_X}$, az y termék haszna $= \dfrac{Mu_Y}{p_Y}$

Összhaszon számítás: $\boxed{\sum Tu = TU_x + TU_y}$

Példa feladat

Egy fogyasztó 450 Ft-os jövedelemét x és y termékre költi. A két termék határhasznai függetlenek egymás és más termékek elfogyasztott mennyiségétől. Mennyit vásároljon a racionális fogyasztó x-ből és y-ból, ha a határhasznok és az egységárak a következők Px=100; Py=50.

Mennyi a fogyasztó összhaszna a két termék fogyasztásából ?

I = 450, Px=100, Py=50.

Q	MUx	Muy
1	2500	1900
2	2000	1600
3	1600	1350
4	1300	1150
5	1100	1000
6	1000	855
7	920	810
8	900	795

Q	Tux	Mux	Mux / px	Tuy	Muy	Muy / py
0	0	-	-	0	-	-
1	2 500	**2 500**	25	2 500	**1 900**	50
2	4 500	**2 000**	20	4 100	**1 600**	32
3	6 100	**1 600**	16	5 400	**1 350**	27
4	7 400	**1 300**	13	6 600	**1 150**	23
5	8 500	**1 100**	11	7 600	**1 000**	20
6	9 500	**1 000**	10	8 455	**855**	17,1
7	10 420	**920**	9,2	9 265	**810**	16,2
8	11 320	**900**	9	10 060	**795**	15,9

I = 450, Px=100, Py=50.

Megoldás: A fogyasztó először, másodszor és harmadszor is y-t (50,32,27)majd x-et választ (25).
Az ötödik alkalomra ismét y-t vesz (23), a hatodik és hetedik termék kiválasztási sorrendje mindegy, mivel egyforma a haszonnövekedés (20). A fogyasztó akkor választ optimálisan, ha 5 db y-t és 2 db x-et választ.

5* 50 = 250 Ft
2*100 = 200 Ft
250 Ft + 200 Ft = 450 Ft (I) **A fogyasztó összhaszna:** ΣTU=TUx+TUy=4500+7000=11500

Költségek, amortizáció, profit:

Implicit költség = Amortizáció + Normál profit, másképpen: = Gazdasági költség – Explicit költség
Számviteli költség = Explicit költség + Amortizáció
Normál profit = Implicit költség – Amortizáció
Számviteli profit = Árbevétel – Számviteli költség
Gazdasági profit = Árbevétel – Gazdasági költség

Rövidtávú vagy Parciális termelési függvényhez kapcsolodó számítások:

Határtermék

A munka határterméke: $MP_L = \frac{\Delta q}{\Delta L}$ diszkrét függvény esetében pontokból áll

folytonos függvénye: $MP_L = (qI'L)$ a q L szerinti deriváltja

pl. $q = 20\times\sqrt{2} = 20\times\frac{1}{2}$ $MP_L = (20\times L^{\frac{1}{2}})'_L = 10\times L^{-\frac{1}{2}} = \frac{10}{\sqrt{L}}$

A tőke határterméke:

$MP_K = \frac{\Delta q}{\Delta K}$ diszkrét függvény esetében pontokból áll

folytonos függvénye: $MP_K = (q\ I'\ K)$ a q K szerinti deriváltja (folytonos függvény) rövid távon nem értelmezhető!

Átlagtermék (termelékenység)

A munka átlagterméke: $AP_L = \frac{q}{L}$

A tőke átlagterméke: $AP_K = \frac{q}{K}$

A parciális termelési függvény, táblázatos formában:

L (munkaerő)	**Q** (termelési mennyiség)	**MPL** = q/L	**APL** = q/K
0	0	-	-
1	10	10	10
2	40	30	20
3	78	38	26
4	110	32	27,5
5	140	30	28
6	156	16	26
7	161	5	23
8	152	-9	19

<u>Költségek, költségfüggvények:</u>

Állandó költség: FC = $K \times p_K$ K = tőke, p_K = r (kamat)

Változó költség: VC = $L \times p_L$ = f(q) = az adott termelési függvénnyel

L = munka, p_L = munka ára = munkabér

pl. $q = 20 \times \sqrt{L}$, tehát $L = \frac{q^2}{400} = \left(\frac{q^2}{20^2}\right) \times 1200 = 3q^2$ p_L = 1200

Teljes költség: TC = FC (fix költség)+VC (változó költség),

ha nincs termelés tehát q = 0 akkor TC = FC , vagy $TC_{(0)} = FC$

Határköltség: MC = $\frac{\Delta TC}{\Delta q} = \frac{\Delta VC + \Delta FC}{\Delta q}$

Határköltség tökéletes verseny esetén: MC = = $\frac{\Delta TC}{\Delta q} = \frac{\Delta VC + \Delta FC}{\Delta q} = \frac{\Delta VC}{\Delta q}$ MC = p (ár)

MC = $\frac{\Delta VC}{\Delta q} = \frac{\Delta L \times p_L}{\Delta q} = \frac{1}{Mp_L} \times p_L = \frac{p_L}{Mp_L}$ $q = \frac{1}{Mp_L}$

Változó függvénye: MC = (TC)′q = (VC)’q (VC= 0)

Átlagköltség: AC = $\frac{TC}{q} = \frac{FC + VC}{q} = AFC + AVC$

Átlagos változó költség: AVC = $\frac{VC}{q} = \frac{L \times p_L}{q} = \frac{1}{Ap_L} \times p_L = \frac{p_L}{Ap_L}$ $q = \frac{1}{Ap_L}$

Átlagos fix költség: AFC = $\frac{FC}{q}$

<u>Bevételek, profit:</u>

Határbevétel számítás tökéletes versenynél : MR = p

Profit számítás: $T\Pi = TR - TC$ egy vállalkozás megéri, ha $T\Pi > 0$

Tökéletes versenynél: TR = p x q ; FC + $VC_{(q)}$

Profit maximum akkor van tökéletes versenynél ha teljesül az MR = MC feltétel

A vállalatok száma az adott iparágban: n = $\frac{Q}{q}$

<u>Példa</u>

Egy tökéletesen versenyző vállalat költségfüggvénye: TC = $0{,}25^* q^2 + 100^* q$
A keresleti függvény: Q = 16000 – 10p. A termék ára: 120
Mennyit termel, és mekkora a profitja a tökéletesen versenyző vállalatnak?
Hány vállalat van az iparágban, ha a többi vállalat termelése is az adott költségfüggvénnyel értelmezhető?

<u>Megoldás:</u>
MC = (TC)′q = (VC)’q (VC= 0)
MC = (0,25*q2 + 100*q)′ = 0,5q + 100
p = 120
Tökéletes verseny esetén p (ár) = MC (határköltség)
p = MC
120 = 0,5q + 100 /-100
20 = 0,5q /: 0,5
40 = q
q = 40 ,tehát a vállalat által termelt mennyiség az adott termékből: **40**

TR (összbevétel) = p*q (tökéletes versenynél)
TR = 120*40 = 4800 ,tehát a vállalat összes bevétele: **4800**

TC (gazdasági költség) = $0{,}25 * q^2 + 100 * q = 0{,}25 * (40)^2 + (100 * 40)$ = (0,25*1600) + 4000 = 400 + 4000 = 4400
,tehát a vállalat összes gazdasági költsége: **4400**

TΠ (profit) = TR – TC = 4800 – 4400 = 400 ,tehát a vállalat profitja: **400**

Vállalatok száma az adott iparágban: $n = \dfrac{Q}{q}$

ebből q = 40 és Q = 16000 – 10p = 16000 – (10*120) = 16000 – 1200 = 14800 mennyiség adható el összesen a termékből.

$n = \dfrac{Q}{q} = \dfrac{14800}{40} = 370$,tehát az adott piacon **370** vállalat van jelen.

Példa
Egy monopólium keresleti görbéje Q = 100 – 2*P. A teljes költség képlete TC = 20*Q.
Mennyi a vállalat optimális termelése? Milyen áron kínálja a terméket? Mennyi a vállalat profitja?
Megoldás:

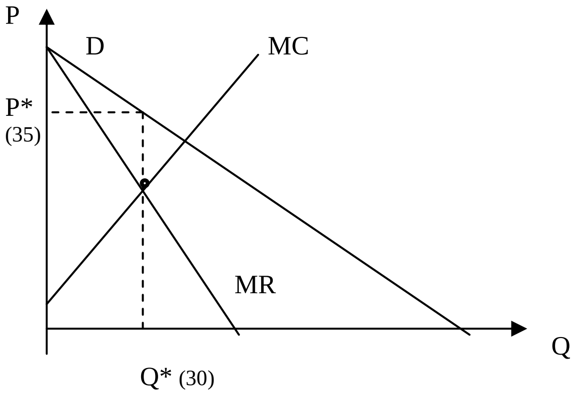
Q = 100 – 2*P /*0,5
0,5*Q = 50 – P /+P; -(-0,5*Q)
0,5*Q + P = 50
P = 50 – 0,5*Q ⇒ MR (határbevétel) = 50 – Q ,mert ez a függvény kétszer meredekebb

MR = 50 – Q
MC = MR – P
TC = 20*Q ⇒ MC (határköltség) = 20

MC = MR
20 = 50 – Q /+Q
20 + Q = 50 /-20
Q^* = 30 ,tehát a vállalat optimális termelése: **30**

Q = 100 – 2*P
P^* = 50 – 0,5*Q = 50 – 0,5*30 = 50 – 15 = 35 , tehát a vállalat optimális kínálati ára: **35**

T Π (profit) = TR – TC = (P*Q) – TC = 30*35 – (20*30) = 1050 – 600 = 450 ,tehát a vállalat profitja: **450**



A hosszútávú költség függvényhez kapcsolodó számítások:

TC = VC
TC = p_L x L + p_K x K ahol TC, p_L, p_K = konstans (állandó)

$K = \dfrac{TC}{p_K} - \dfrac{p_L}{p_K} \times L$

Termelési tényezők piaca

Optimális tényező (input) felhasználás:

MRP = MFC ,azaz a tényező határtermék bevétele = a tényező határköltségével

Optimális tényező (input) felhasználás tökéletes versenynél:

p_x (termékár) = állandó (konstans), p_L (munkaára, munkabér) = állandó (konstans)

Munka piaci optimalizálás:

$$MRP_L = \frac{\Delta TR}{\Delta L} = \frac{\Delta q \times p_x}{\Delta L} \Rightarrow MRP_L = MP_L \times p_x$$

$$MFC_L = \frac{\Delta TC}{\Delta L} = \frac{\Delta VC}{\Delta L} = \frac{\Delta L \times p_L}{\Delta L} = p_L$$

,mert hosszú távon csak változó költség van TC = VC (FC = 0)

$$\Downarrow$$

$$MP_L \times p_x = p_L$$

Tökéletes verseny esetében: MP_L x p_x = MRP_L (VMP_L) és p_L = MFC_L

<u>Példa</u>

L	Q	MP_L	MRP_L (MP_L x p_x)	MFC_L (p_L)
0.	0	-	-	-
1.	10	10	500	400
2.	18	8	400	400
3.	24	6	300	400
4.	28	4	200	400
5.	30	2	100	400

itt optimális a tényező felhasználás (MRP_L = MFC_L)

<u>Példa</u>

$p_x = 150$ $\quad$ $p_L = 400$

$$q = 8\sqrt{L} \quad \Rightarrow \quad MP_L = (q)'_L = \frac{4}{\sqrt{L}}$$

L = ?
q = ?
TΠ = ?

MP_L x p_x = p_L

$$\frac{4}{\sqrt{L}} \times 150 = 400$$

$$\frac{3}{2} = \sqrt{L}$$

L = 2,25

$$q = 8 \times \sqrt{2{,}25} = \mathbf{12}$$

TΠ = (p_x x q) – (p_L x L) = (150 x 12) – (400 x 2,25) = **900**

<u>Példa</u>

Egy termék piacán a kereslet és a kínálat a következő: p = 3775-5*Q, p = Q-725.
A termék termeléséhez szükséges input piacán a keresleti függvény: Q = 1800-3*p_i, a kínálati függvény Q = p_i -200.
A termék egyik előállítójának a termelési függvénye: q=-0,5*i^2+36*i, míg határtermék függvénye: MP(i) = 36-i.

Hány terméket készítsen a vállalkozó és mennyi az optimális inputfelhasználás ?

$$3775 - 5Q = Q - 725$$
$$4500 = 6Q$$
$$Q = 750$$
$$p = Q - 725 = 750 - 725 = 25$$

$$1800 - 3p_i = p_i - 200$$
$$2000 = 4p_i$$
$$p_i = 500$$
$$Q = p_i - 200 = 500 - 200 = 300$$

$$MP_i \times p = p_i$$
$$36 - i \times 25 = 500$$
$$25i = 400$$
$$i = 16$$

$$q = -0.5i^2 + 36i = -0.5 \times 256 + 576 = 448$$

Optimális tényező (input) felhasználás monopólium esetében:

p_x (termékár) = nem állandó , p_L (munkaára, munkabér) = állandó (konstans)
,azaz tiszta monopólium a termékpiacon és tökéletes verseny a munkaerő piacon.

$$\boxed{\begin{array}{lcl} MRP_L & = & MFC_L \\ MP_L \text{ x } MR & = & p_L \end{array}}$$

Ebben az esetben a termelési függvény kétszeres meredekségű !

Példa

$Q^S = 2000 – 4p$ (kínálati függvény)
$p_L = 225$ (munkabér)
(keresleti függvény)

$$Q^D = 10 \times \sqrt{L}$$

$\Downarrow$,mert a termelési (kínálati) függvény kétszeres meredekségű !

$$MP_L = \frac{5}{\sqrt{L}}$$

L = ?
Q = ?
p_x = ?

$$Q = 2000 - 4p \quad \Rightarrow \; p = 500 - 0{,}25Q$$

$\Downarrow$ kétszeres meredekség !

$$MR = 500 - 0{,}5Q$$

$$p_x = \frac{p_L}{MP_L} = \frac{225}{\frac{5}{\sqrt{L}}} = 45\sqrt{L}$$

$$\frac{5}{\sqrt{L}} \times (500 - 05{,}Q) = 225$$

$$\frac{5}{\sqrt{L}} \times \left(500 - 0{,}5 \times 10\sqrt{L}\right) = 225$$

$$\frac{2500}{\sqrt{L}} = 250$$

$$\sqrt{L} = 10$$

$$L = 100$$

$$Q = 10 \times \sqrt{100} = 10x10 = 100$$

p_x = 500 - (0,25 x 100) = 475

TΠ = (p x Q) – (L x p_L) = (475 x 100) – (100 x 225) = 25.000

Jövő érték számítás:

$\boxed{FV_t = PV_0 \text{ x } (1 + r)^t}$

számolásnál: r (kamat) 20% = 0,2
r (kamat) 5% = 0,05

Példa

PV_0 = 50.000 Ft
r = 10%
t = 3 év

$\Longrightarrow$ FV_3 = 50.000 x $(1 + 0{,}1)^3$ = 66.500

Jelen érték számítás (diszkontálás):

$$PV_0 = \frac{FV_t}{(1 + r)^3}$$

Nettó jelen érték számítás (Beruházási döntés) :

nettó jelenérték $\boxed{NP_V = \sum PV_0 - K_0}$

Példa

r = 20%
K_0 = 10 Millió (induló beruházás)
K_1 = 4 Millió (1. évi beruházás)
K_2 = 4 Millió (2. évi beruházás)
K_3 = 4 Millió (3. évi beruházás)

$$NP_V = \sum PV_0 - K_0 = \frac{4M}{(1+0,2)^1} + \frac{4M}{(1+0,2)^2} + \frac{4M}{(1+0,2)^3} - 10M = \frac{4}{1,2} + \frac{4}{1,44} + \frac{4}{1,728} = 3,333 + 2,777 + 2,3148 - 10 = -1,5752$$

a beruházás nettó jelenértéke negatív, azaz a beruházás 3 év alatt nem megtérülő mert a hozama kisebb mintha a bankban tartanák az erre fordított pénzünket.

Példa

Megéri-e az a beruházás, amely 30 millióba kerül és az első két évben évi 5 milliót, majd további négy évig évi 13 milliót hoz. A kamatláb az első három évben évente 25 %, majd a továbbiakban évi 12 %-ra csökken ?

$r_{1,2,3}$ = 25 % ; $r_{4,5,6}$ = 12 % NPv = $\sum PV_0 - K_0$ (nettó jelenérték = jővőbeli hozamok jelenértéke – beruházás)

$$NPv = \frac{5}{1,25} + \frac{5}{1,25^2} + \frac{13}{1,25^3} + \frac{13}{1,25^3 \times 1,12} + \frac{13}{1,25^3 \times 1,12^2} + \frac{13}{1,25^3 \times 1,12^3} - 30 =$$

$$= \frac{5}{1,25} + \frac{5}{1,5625} + \frac{13}{1,953125} + \frac{13}{2,1875} + \frac{13}{2,45} + \frac{13}{2,744} - 30 =$$

$$= 4 + 3,2 + 6,656 + 5,9428571 + 5,3061224 + 4,7376093 - 30 =$$

$$= 29,842588 - 30 = -0,157412 \approx -0,16$$

A beruházás nem éri meg mivel NPv (nettó jelenérték) negatív.