



Cmmdc si cmmmc

Din punct de vedere matematic, **cel mai mare divizor comun a două numere naturale a și b** este un număr natural d , care:

- divide și pe a și pe b ;
- este divizibil cu orice divizor al lui a și b .

Pentru a afla cel mai mare divizor comun al două sau mai multor numere naturale mai mari decât 1 se procedează astfel:

- se descompun numerele în factori primi
- se iau toți factorii primi comuni, o singură dată, la puterea cea mai mică și se înmulțesc între ei.

Două sau mai multe numere naturale care au cel mai mare divizor comun al lor egal cu 1 se numesc **numere prime între ele**.



Matematic, **cel mai mic multiplu comun** a două numere naturale a și b este un număr natural m , care:

- este multiplu al lui a și al lui b ;
- se divide cu orice multiplu al numerelor a și b .

Cel mai mic multiplu comun dintre două numere naturale a și b , se calculează cu relația:

$$[a; b] = \frac{a \cdot b}{(a; b)}$$

$$\begin{array}{r|l} 420 & 2 \cdot 5 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 504 & 2 \\ 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$(420; 504) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$$

$$[420; 504] = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$$



Algoritmul lui Euclid:

Varianta 1: Folosind operația de împărțire

Se citesc cele două numere naturale a și b, iar în situația în care a nu este mai mare decât b se interschimbă valorile celor două variabile. Se împarte a la b până la obținerea unui rest egal cu zero. Dacă restul obținut în urma împărțirii lui a la b nu este zero atunci valoarea lui b va fi transferată în variabila a, valoarea restului va fi transferat în b și se va relua algoritmul prin calcularea restului împărțirii lui a la b, dar cu noile valori ale variabilelor a și b. Valoarea celui mai mare divizor comun dintre a și b, notată $\text{cmmdc}(a,b)$, va fi egală cu ultimul rest diferit de zero (care va fi păstrat în variabila b)

$$504 = 420 \cdot 1 + 84$$

$$420 = 84 \cdot 5 + 0$$

$$(420; 504) = 84$$

$$[420; 504] = \frac{420 \cdot 504}{84} = 2520$$



Algoritmul în pseudocod este:

```
citește a,b           // două numere naturale pentru care calculez cmmdc
dacă a<b atunci //interschimb valoarea lui a cu valoarea lui b
    aux=a
    a=b
    b=aux
■

r=a%b                 // determin restul impartirii lui a la b
cât timp r≠ 0 execută
    a=b
    b=r
    r=a%b
■

scrie "cmmdc dinte ", a," si ", b, " este ",b //ultimul rest
diferit de zero
```



Varianta 2: Folosind operația de scădere

Se citesc cele două numere naturale a și b pentru care se dorește să se calculeze valoarea celui mai mare divizor comun. Algoritmul în acest caz este mai simplu și presupunerea scăderii variabilei de valoare mai mică din variabila de valoare mai mare, păstrând rezultatul obținut în variabila din care am scăzut. Această operație de scădere repetată va continua în același mod cât timp valorile variabilelor a și b sunt diferite. Valoarea comună la care se ajunge este chiar valoarea celui mai mare divizor comun dintre numerele date inițial.

$$(420;504) = (420;84) = (336;84) = (252;84) = (168;84) = (84;84) = 84$$

$$[420;504] = \frac{420 \cdot 504}{84} = 2520$$



Algoritmul în pseudocod este:

```
citește a,b                                //două numere naturale pentru care calculez cmmdc
cât timp a ≠ b execută                    //dacă numerele sunt diferite atunci până când ajung
    //egale din cel mai mare numar il scad pe cel mai mic
    dacă a > b atunci
        a = a-b
    altfel
        b = b-a
scrie "cmmdc dinte ",a," si ",b," este ",a //valoarea comuna dintre a si b
```



Cel mai mic multiplu comun dintre două numere naturale a și b

```
citește a,b    // numere naturale
// determină cmmdc(a,b) cu una din variantele Algoritmului lui
Euclid
scrie "cmmdc dintre", a, " și ", b, " este:"
c=a*b
//deoarece valorile inițiale ale variabilelor a și b se alterează
după //rularea algoritmului lui Euclid voi calcula produsul lor
inainte de a le
//strica valoarea
cât timp a ≠ b execută
    dacă a > b atunci
        a = a-b
    altfel
        b = b-a
scrie c/a      //a=b după incheierea algoritmului de determinare a
cmmdc si
//reprezinta chiar valoarea determinată
```