
VILLANYSZERELŐ KÉPZÉS

2 0 1 5

ELEKTROTECHNIKA 4.

EGYFÁZISÚ VÁLTAKOZÓ ÁRAM

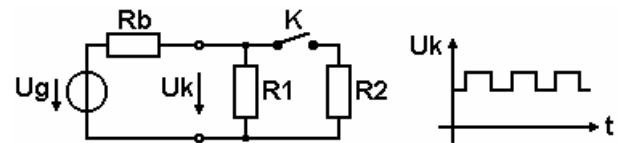
ÖSSZEÁLLÍTOTTA
NAGY LÁSZLÓ
MÉRNÖKTANÁR

Tartalomjegyzék

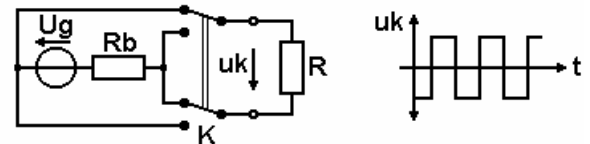
Váltakozó áram fogalma és jellemzői.....	3
Szinuszos lefolyású váltakozó feszültség előállítása.....	3
A szinuszos lefolyású váltakozó feszültség (áram) értékei	4
A váltakozó feszültség (áram) megadása.....	5
Ellenállás a váltakozó áramú áramkörben	5
Tekercs a váltakozó áramú áramkörben	5
Kondenzátor a váltakozó áramú áramkörben.....	6
R - L és R - C elemek hálózatai.....	6
R - L - C elemek hálózatai	8
Váltakozó áramú teljesítmény	9
Fázisjavítás	10

Váltakozó áram fogalma és jellemzői

Változó feszültség (áram): melynek csak az értéke változik.



Váltakozó feszültség (áram): melynek értéke és iránya is változik.



A váltakozó feszültség periodikus, ha az egymás után következő azonos időközökben a feszültséggörbe lefolyása ismétlődik. Egy periódus (ciklus) lezajlásának időtartama a periódusidő. Periódusidő jele: T [sec]

Egy időegység alatt lejátszódó periódusok száma a frekvencia.

A frekvencia jele: $f = 1 / T$ [1/sec] [Hz] [ciklus/sec]

2π sec alatt lejátszódó periódusok száma a körfrekvencia (szögsebesség).

Körfrekvencia jele: ω (omega) = $2 \pi f$ [1/sec] [radián/sec]

A periódus idő alatt, a fénysebességgel terjedő villamos energia által megtett út a hullámhossz. Hullámhossz jele: $\lambda = c T = c / f$ [m]

A váltakozó feszültség időbeli lefolyása lehet szinuszos és nem szinuszos (négyszög, háromszög, fűrész, stb.).

Szinuszos lefolyású váltakozó feszültség előállítása

Homogén mágneses térben, a tér irányára merőlegesen, v sebességgel mozgó vezetőben az indukált feszültség:

$$u_i = B \ell v$$

Az indukció vonalakra merőleges forgástengelyű, egyenletes

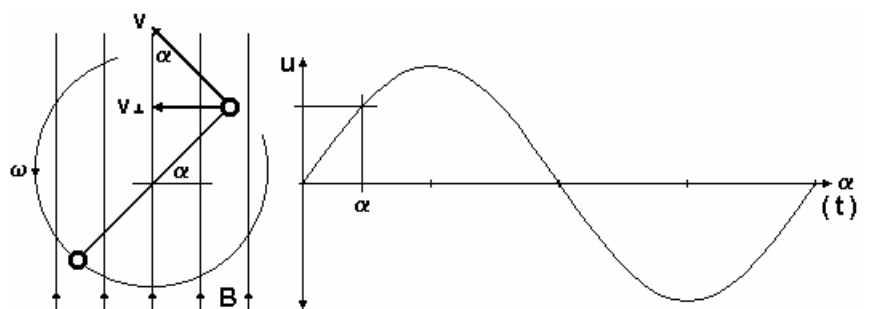
sebességgel forgó vezető keret vezetője, v kerületi sebességgel mozog. A keret vezetőjében indukált feszültség, a kerületi sebesség, indukció vonalakra merőleges összetevőjével arányos. A forgó keret csúszógyűrűin mérhető indukált feszültség:

$$u_i = B \ell v \sin \alpha = \hat{U} \sin \alpha$$

A keret ω szögsebességgel forog, t idő alatt a szögelfordulás: $\alpha = \omega t$

A forgó keretben indukált szinuszos lefolyású feszültség és az így kialakuló áram:

$$u_i = \hat{U} \sin \omega t$$



A forgó keret vezetője a 2π kerületet másodpercenként f -szer teszi meg, azaz T periódus idő alatt 360° -ot fordul el, ezért az indukált feszültség pillanat értéke:

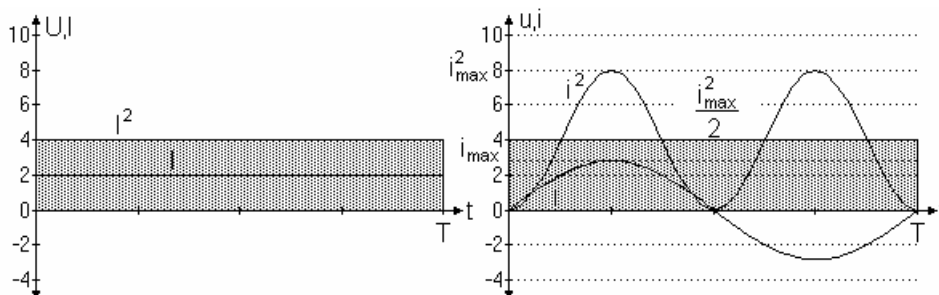
$$u_i = \hat{U} \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t) = \hat{U} \cdot \sin(360^\circ \cdot \frac{t}{T})$$

A szinuszos lefolyású váltakozó feszültség (áram) értékei

A szinuszos lefolyású áram effektív értéke vagy négyzetes középértéke annak az egyen áramnak az értékével egyezik meg, amely ugyanakkora ellenálláson, ugyanannyi idő alatt, ugyanakkora hőmennyiséget termel, mint a váltakozó áram. Az egyen- és a váltakozó áramú munka egyenlősége alapján:

$$I^2 = \frac{\hat{I}^2}{2}$$

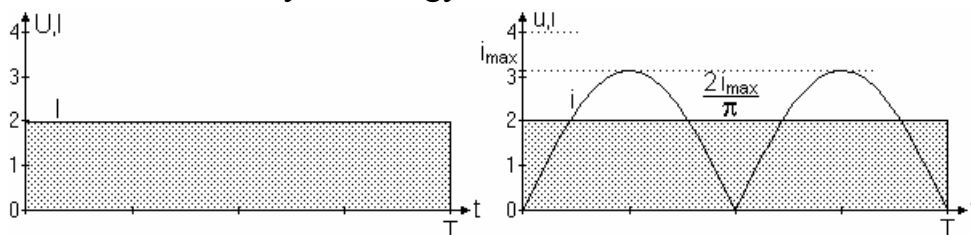
$$I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$



A szinuszos lefolyású váltakozó feszültség (áram) effektív értéke a csúcserték $\sqrt{2}$ -ed része. (pl. $U_{eff}=230$ V, $U_{csúcs}=325$ V). Általános értelemben az effektív érték a pillanatértékek négyzeteinek átlagértéke egy periódusra vonatkoztatva.

A szinuszos lefolyású áram elektrolitikus vagy abszolút közép értéke annak az egyenáramnak az értékével egyezik meg, amely ugyanannyi idő alatt, ugyanannyi anyagmennyiséget választ ki egy elektrolitból, mint az egyenirányított váltakozó áram. A kiválasztott anyagmennyiség az áramgörbe alatti területtel arányos. Az egyen- és váltakozó áram által lefedett területek egyenlősége alapján:

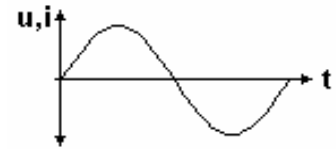
$$I = \frac{2 \cdot \hat{I}}{\pi}$$



A szinuszos lefolyású váltakozó feszültség (áram) elektrolitikus középértéke a csúcserték kétszeresének π -ed része. (pl. $U_{átl.}=207$ V, $U_{csúcs}=325$ V). Általános értelemben a középérték a pillanatértékek átlaga, egy periódusra vonatkoztatva.

A váltakozó feszültség (áram) megadása

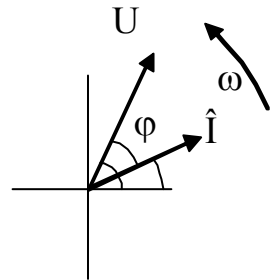
- idő függvényében szinuszgörbével (grafikusan):



- időfüggvénnyel: $u = \hat{U} \sin \omega t$

- effektív értékkel és fázishelyzettel: $U_{\text{eff}} \text{ V } \angle \varphi^\circ$

- forgó vektorral: egy képzeletbeli koordináta rendszer középpontjában egyik végén rögzített, U_p -vel illetve I_p -vel arányos hosszúságú, az óramutató járásával ellentétes irányban, ω szögsebességgel forgó vektorok, melyek éppen φ_U illetve φ_I fázishelyzetben vannak. A pillanatértéket a függőleges tengelyre vett vetület adja meg. A koordináta tengelyek elhagyhatók és ilyenkor csak a feszültség és az áram közötti szöget jelöljük. Ha az áram késik a feszültséghez viszonyítva, akkor a fázisszög pozitív.



Ellenállás a váltakozó áramú áramkörben

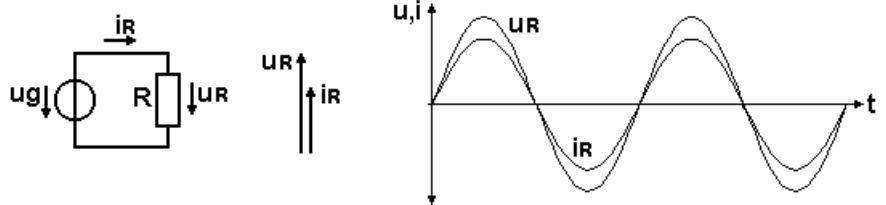
Egy ellenálláson, váltakozó feszültség hatására, váltakozó áram folyik. Az Ohm törvényt a pillanatértékekre alkalmazva:

$$\hat{U} \sin \omega t = R \hat{I} \sin \omega t$$

Az ellenálláson a feszültség és az áram azonos fázisban van.

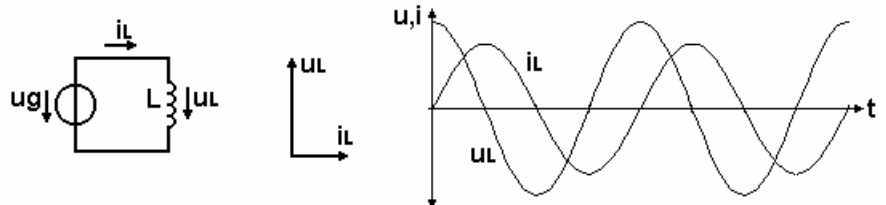
$$\hat{U} = \hat{I} R$$

$$U_{\text{eff}} = I_{\text{eff}} R$$



Tekercs a váltakozó áramú áramkörben

Egy induktivitáson, váltakozó feszültség hatására, váltakozó áram folyik. A tekercsben folyó áram, feszültséget indukál a tekercsben, mely arányos az áram változásával. Az indukált feszültség az áramcsúcs pillanatában nulla, mert az áram változása is nulla, és maximális az áram nulla átmeneténél, mert az áram változása maximális. A tekercsben kialakuló önindukciós feszültség polaritása az áram változásának iránya alapján határozható meg: növekvő áram esetén pozitív, csökkenő áram esetén negatív. A



tekercsben indukált feszültség, egyben a generátor forrásfeszültsége:

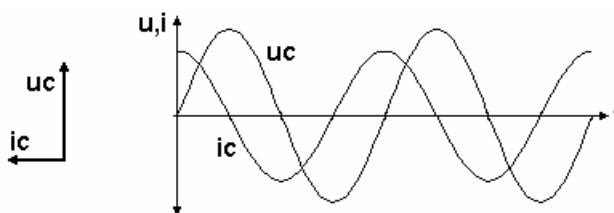
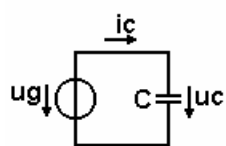
$$u_L = L \Delta i / \Delta t = L \hat{I} \Delta \sin \omega t / \Delta t = \omega L \hat{I} \cos \omega t = \hat{U} \cos \omega t$$

Az ideális induktivitáson a feszültség 90°-al siet az áramhoz képest. Az ωL a tekercs váltakozó áramú ellenállása azaz induktív reaktanciája.

Az induktív reaktancia jele: $X_L = \hat{U} / \hat{I} = U_{\text{eff}} / I_{\text{eff}} [\text{V/A}] [\Omega]$

Kondenzátor a váltakozó áramú áramkörben

Egy kondenzátoron, váltakozó feszültség hatására, váltakozó áram folyik. A kondenzátorra kapcsolt váltakozó feszültség töltésáramlást hoz létre, mely a



feszültség változásával arányos. A töltés áramlás a feszültségcsúcs pillanatában nulla, mert a feszültség nem változik, és maximális a feszültség nulla átmeneténél, mert a feszültség változás nagy. A kondenzátor árama a feszültség változási sebességével arányos. Az áram iránya a feszültség változásának iránya alapján határozható meg: növekvő feszültség esetén pozitív, csökkenő feszültség esetén negatív. A váltakozó feszültségre kapcsolt kondenzátor árama:

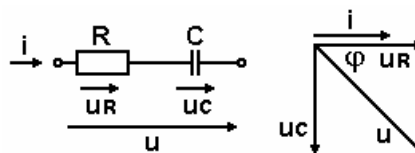
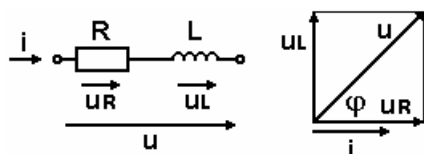
$$i_C = C \Delta u / \Delta t = C \hat{U} \Delta \sin \omega t / \Delta t = \omega C \hat{U} \cos \omega t = \hat{I} \cos \omega t$$

Az ideális kapacitáson az áram 90°-al siet a feszültséghez képest. Az $1 / \omega C$ a kondenzátor váltakozó áramú ellenállása, azaz kapacitív reaktanciája.

A kapacitív reaktancia jele: $X_C = \hat{U} / \hat{I} = U_{\text{eff}} / I_{\text{eff}} [\text{V/A}] [\Omega]$

R - L és R - C elemek hálózatai

Sorosan kapcsolt RL illetve RC elemeken az áram azonos. Az áramhoz viszonyítva, az ellenálláson eső feszültség azonos fázisú, az induktivitáson eső feszültség 90°-al siet, a kapacitáson eső feszültség 90°-al késik.



A kétpólusokon eső feszültség a részfeszültségek vektoros eredőjével egyezik meg:

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2$$

$$U^2 = U_R^2 + U_C^2$$

A soros kétpólus látszólagos ellenállását Z -vel jelölve és a feszültségeket az árammal és az ellenállásokkal kifejezve:

$$U = I \cdot Z$$

$$U_R = I \cdot R$$

$$U_L = I \cdot X_L$$

$$U_C = I \cdot X_C$$

A részfeszültségeket behelyettesítve:

$$(I \cdot Z)^2 = (I \cdot R)^2 + (I \cdot X_L)^2$$

$$(I \cdot Z)^2 = (I \cdot R)^2 + (I \cdot X_C)^2$$

Az árammal való osztás után a soros kétpólus látszólagos ellenállása:

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

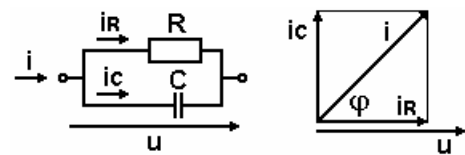
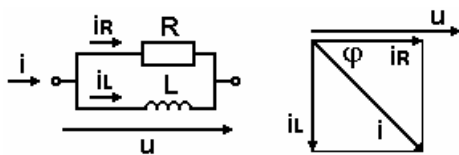
$$Z^2 = R^2 + X_C^2 \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

A soros kétpólus feszültsége és árama közötti φ fáziseltérést az ohmos és reaktív elemeken eső feszültségek aránya határozza meg.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{X_L}{R}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_C}{U_R} = \frac{X_C}{R}$$

Párhuzamosan kapcsolt RL illetve RC elemeken a feszültség azonos. A feszültséghez viszonyítva, az ellenálláson folyó áram azonos fázisú, az induktivitáson folyó áram 90° -al késik, a kapacitáson folyó áram 90° -al siet.



A kétpólusokon folyó áram a részáramok vektoros eredőjével egyezik meg.

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2$$

$$I^2 = I_R^2 + I_C^2$$

A párhuzamos kétpólus látszólagos ellenállását szintén Z -vel jelölve és az áramokat a feszültséggel és az ellenállásokkal kifejezve:

$$I = \frac{U}{Z}$$

$$I_R = \frac{U}{R}$$

$$I_L = \frac{U}{X_L}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C}$$

A részáramokat behelyettesítve:

$$\left(\frac{U}{Z}\right)^2 = \left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{X_L}\right)^2$$

$$\left(\frac{U}{Z}\right)^2 = \left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{X_C}\right)^2$$

A feszültséggel való osztás után a párhuzamos kétpólus látszólagos ellenállása:

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2} \Rightarrow Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2} \Rightarrow Z = \frac{R \cdot X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

A párhuzamos kétpólus feszültsége és árama közötti φ fáziseltérést az ohmos és reaktív elemeken folyó áramok aránya határozza meg.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_L}{I_R} = \frac{R}{X_L}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_C}{I_R} = \frac{R}{X_C}$$

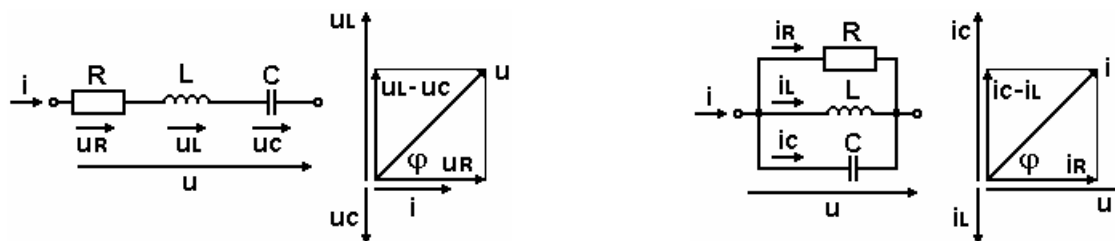
A kétpólusok feszültsége és árama által meghatározott látszólagos vagy váltakozó áramú ellenállást impedanciának nevezzük.

Az impedancia jele: $Z = U_{\text{eff}} / I_{\text{eff}} = \hat{U} / \hat{I} \quad [\text{V/A}] \quad [\Omega]$

Az impedanciát abszolút értéke és fázisszöge határozza meg. A fázisszög pozitív ha az áram késik és negatív ha az áram siet feszültséghez viszonyítva.

R - L - C elemek hálózatai

Sorosan kapcsolt RLC elemeken az áram, a párhuzamosan kapcsolt RLC elemeken a feszültség azonos.



A soros kétpóluson eső feszültség a részfeszültségek, a párhuzamos kétpóluson folyó áram az ágáramok vektoros eredőjével egyezik meg.

$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$$

$$I^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2$$

A soros kétpólus feszültségeire, a párhuzamos kétpólus áramaira az Ohm törvényt alkalmazva, valamint a kétpólusok látszólagos ellenállását Z -vel jelölve:

$$U = I \cdot Z \quad U_R = I \cdot R$$

$$I = \frac{U}{Z} \quad I_R = \frac{U}{R}$$

$$U_L = I \cdot X_L \quad U_C = I \cdot X_C$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} \quad I_C = \frac{U}{X_C}$$

A részfeszültségeket és a részáramokat behelyettesítve:

$$(I \cdot Z)^2 = (I \cdot R)^2 + (I \cdot X_L - I \cdot X_C)^2 \quad \left(\frac{U}{Z}\right)^2 = \left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{X_C} - \frac{U}{X_L}\right)^2$$

Az árammal illetve a feszültséggel való osztás után a látszólagos ellenállások:

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \quad \left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2$$

Az impedanciák abszolút értéke:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}}$$

A kétpólusok feszültsége és árama közötti fázisszöget az ohmos és a reaktív elemek viszonya határozza meg:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R} - \frac{X_C}{R} \qquad \operatorname{tg} \varphi = \frac{R}{X_C} - \frac{R}{X_L}$$

A sorosan kapcsolt RLC hálózatban a reaktív elemeken eső feszültség a frekvencia függvényében ellentétesen változik. Alacsony frekvencián az X_C értéke nagy, a kétpólus eredőben kapacitív jellegű. Magas frekvencián az X_L értéke nagy, a kétpólus eredőben induktív jellegű. $X_L = X_C$ esetén a reaktív elemeken eső feszültségek eredője nulla, a kétpólus tisztán ohmos jellegű. Azt a frekvenciát ahol a soros RLC hálózat tisztán ohmos jelleget mutat rezonancia frekvenciának, az állapotot feszültség rezonanciának, a kétpólust soros rezgőkörnek nevezzük. Ideális reaktív elemek és $R = 0$ esetén a soros rezgőkör rezonancia frekvencián rövidzár.

A párhuzamosan kapcsolt RLC hálózatban a reaktív elemeken folyó áram a frekvencia függvényében ellentétesen változik. Alacsony frekvencián az X_L értéke kicsi, a kétpólus eredőben induktív jellegű. Magas frekvencián az X_C értéke kicsi, a kétpólus eredőben kapacitív jellegű. $X_L = X_C$ esetén a reaktív elemeken folyó áramok eredője nulla, a kétpólus tisztán ohmos jellegű. Azt a frekvenciát ahol a párhuzamos RLC hálózat tisztán ohmos jelleget mutat rezonancia frekvenciának, az állapotot áram rezonanciának, a kétpólust párhuzamos rezgőkörnek nevezzük. Ideális reaktív elemek és $R = \infty$ esetén a párhuzamos rezgőkör rezonancia frekvencián szakadás.

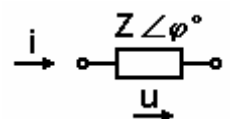
A rezonancia frekvencia számítása (Thomson képlet):

$$X_L = X_C = 2\pi \cdot f \cdot L = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Váltakozó áramú teljesítmény

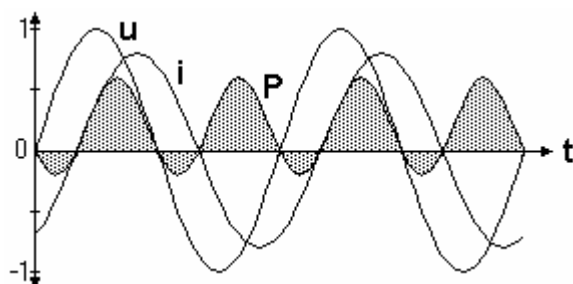
Egy váltakozó áramú fogyasztón kialakuló látszólagos vagy fázisszögtől független teljesítmény, egyenesen arányos az árammal és a feszültséggel.

Jele: $S = U \cdot I = U^2 / Z = I^2 \cdot Z$ [VA]



A teljesítmény pillanatértéke, a feszültség és az áram előjelétől, fázisszögétől függ. Azonos

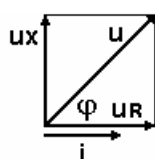
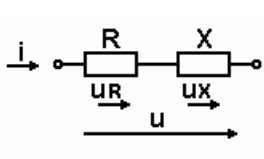
fázishelyzet esetén a teljesítmény pillanatértéke pozitív, ellentétes fázishelyzet esetén negatív. Egy kétpóluson kialakuló váltakozó áramú teljesítmény a pozitív és negatív pillanatértékek átlagának a különbsége.



Ohmos fogyasztó fázisszöge 0° , minden pillanatérték és így az átlagérték is pozitív, a teljesítmény hasznos vagy wattos. Jele: P [W]

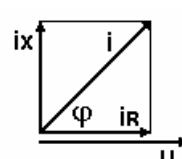
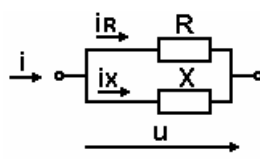
Reaktív fogyasztó fázisszöge 90° , a pozitív és negatív pillanatértékek átlaga 0, a teljesítmény - mivel haszontalanul leng a fogyasztó és a generátor között- reaktív vagy meddő. Jele: Q [VAr]

Egy impedancia feszültsége vagy árama -a kapcsolási módozattól függetlenül- wattos és reaktív összetevőre bontható.



$$U_R = U \cos \varphi$$

$$U_X = U \sin \varphi$$



$$I_R = I \cos \varphi$$

$$I_X = I \sin \varphi$$

Egy impedancián a fázisszög függvényében kialakuló teljesítmények:

$$S = U I \text{ [VA]}$$

látszólagos

$$P = U_R I = U I_R = U I \cos \varphi = S \cos \varphi \text{ [W]}$$

wattos

$$Q = U_X I = U I_X = U I \sin \varphi = S \sin \varphi \text{ [VAr]}$$

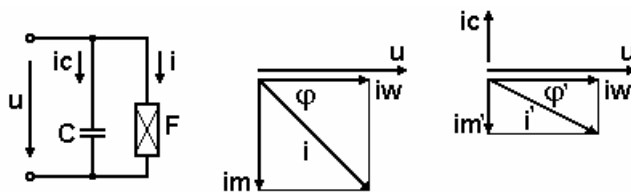
meddő.

A teljesítmények közötti összefüggés: $S^2 = P^2 + Q^2$

Fázisjavítás

A váltakozó áramú fogyasztók többsége, a hatásos teljesítmény mellett jelentős induktív meddő teljesítményt is felvesznek. A meddő teljesítmény következtében a hálózatot a hatásos teljesítményhez szükséges áramnál nagyobb áram terheli. Ez az áram az energiaátviteli vezetéken feszültségesést és többletvesztést okoz. A veszteségének csökkentése a fogyasztók meddő teljesítmény igényének részben vagy egészben a felhasználás helyén való

előállításával lehetséges, ami egyben a fázisjavítás célja is. Az induktív meddő áramot egy ellentétes irányú, tehát kapacitív meddő árammal, azaz egy megfelelő nagyságú párhuzamos kondenzátorral lehet csökkenteni.



A kondenzátor értékének meghatározásához első lépésben a fogyasztó wattos és meddő áramának értékére van szükség, amelyek a vektorábra alapján:

$$I_w = I \cdot \cos \varphi \quad \text{és} \quad I_m = I \cdot \sin \varphi$$

Az adott és a szükséges (') teljesítménytényezők szögértékeinek tangense:

$$\cos \varphi \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi \quad \text{és} \quad \cos \varphi' \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi'$$

A wattos áram a fázisjavítástól függetlenül állandó, tehát:

$$I_w = \frac{I_m}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{I_m'}{\operatorname{tg} \varphi'}$$

Az I_m' kompenzált meddő áram:

$$I_m' = I_m \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{\operatorname{tg} \varphi}$$

A kapacitás árama a meddő és a kompenzált áram különbsége:

$$I_c = I_m - I_m'$$

A szükséges kapacitás:

$$C = \frac{I_c}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot U}$$
