

B) A VÍZ ALATTI SZÁRNYAK

1. Bevezetés

A vízkiszorításos hajók körük kialakuló áramlás képe elméletileg csak nehezen követhető nyomon a hajótestek bonyolult alakja miatt, és matematikailag nem írható le pontosan. Emiatt ez ilyen hajók tulajdonságait csak sokoldalú modellkísérletek, vagy a megépített hasonló kialakítású testekkel szerzett tapasztalatok alapján lehet előre megítélni. A szárnyas hajók áramlástani tulajdonságai részben – amíg vízbemerült állapotban, mint vízkiszorításos hajók úsznak – bonyolultabbak, másrészt – a teljesen kiemelkedve haladnak és csupán szárnyfelületeik merülnek a vízbe- egyszerűbbek és az áramlástani ismeretek segítségével vizsgálhatók.

A „szárnynak” nevezett víz alatti felület feladata, hogy minimális ellenállás ébresztése mellett elegendő nagyságú felhajtóerőt keltsen ahhoz, hogy a hajótest teljes egészében a víztülör fölé emelkedhessék.

A víz alatti szárnyakon keletkező dinamikus felhajtóerő elve és létrejöttének körülményei hasonlóak a repülőgép szárnyain keletkező felhajtóerőéhez, és amíg a szárny a víz felszíne alatt nagyobb mélységben mozog, az ismeretes szárnyelméletek és az aerodinamikai kísérletek eredményei alkalmazhatók rá. A vízfelszín közelsége azonban bizonyos korlátozást jelent és az elmélet módosítását kívánja meg.

A szárnyak metszetei, a szárnyszelvények vagy „profilok” is hasonlóak a repülőgépeknél használatosakhoz (vagy még inkább a hajócsavar metszeteihez), de a szárnyakon keletkező erők nagysága különben teljesen azonos viszonyok között, a víz és a levegő egymástól erősen eltérő sűrűsége miatt különböző. A levegő sűrűsége 15 °C hőmérsékleten $\rho_l = 0,12497 \approx 1/8 \text{ kps}^2/\text{m}^4$, ezzel szemben a vízé $\rho_{\text{víz}} = 120 \text{ kps}^2/\text{m}^4$, azaz a levegőének kereken nyolcszázszorosa.

a) Áramlástani alapfogalmak

Ahhoz, hogy a későbbieket követni tudjuk, röviden össze kell foglalnunk az áramlástan néhány alaptételét. Az áramlástani jelenségek szempontjából igen fontos az a körülmény, hogy ha a test –pl. hajó vagy szárnyfelület- a különben nyugvó folyadékhoz viszonyítva mozgásba jön akkor a test körül kialakuló áramlás képe és valamennyi áramlástani jelenség ugyanolyan, mint abban az esetben, ha a nyugvó testhez viszonyítva a folyadék mozog.

Következő vizsgálódásainknál célunk mindig a hidrodinamikai erők meghatározása. Ezek kivétel nélkül kp/m^2 dimenziójú *nyomáseredőiként* jelentkeznek, amelyet a vízbemerült testhez viszonyítva mozgásba levő közeg fejt ki a testek felületére. Ezek a nyomások

Bernoulli törvénye értelmében szoros összefüggésben vannak az előbb említett relatív sebességekkel.

A folyadékban különféleképpen helyezhetünk el nyomásmérőket az áramlás irányához viszonyítva és eszerint *statikai*- és *össznyomást* mérhetünk.

Áramló víz felszíne alá merített test felületén alkalmazott kicsiny nyílásokhoz nyomásmérők csatlakoznak (**28. ábra**). Ha a víz felszínén a levegő nyomása p_1 , és a test felületén levő 1 jelű mérőnyílás a γ [kp/m³] fajsúlyú közeg felszíne alatt z mélységben van, akkor a test felszínén az áramlás irányára (és a felületre is) merőlegesen mérhető statikus nyomás:

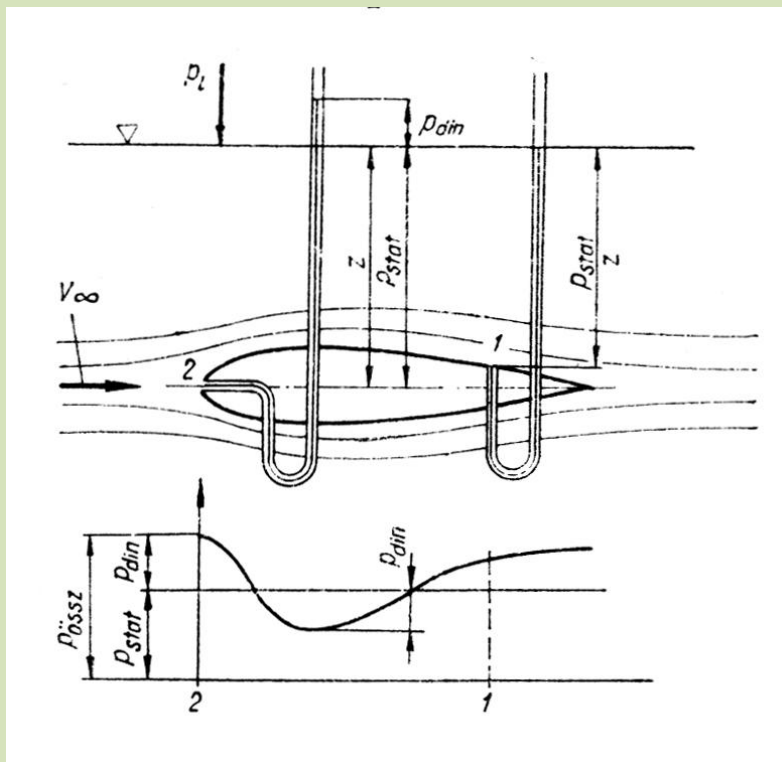
$$p_{stat} = p_l + \gamma z$$

A 2 . jelű mérőnyíláson a $p_{össz}$ össznyomást mérjük az áramlás irányával szembeállított mérővel. A $p_{össz}$ össznyomás és az ezen a helyen mérhető p_{stat} statikus nyomás különbsége a p_{din} dinamikus nyomás. Ha a v_∞ relatív sebességet a testtől távolabb mérjük, ahol a test zavaró hatása már nem jelentkezik, továbbá a v az áramlás sebessége a mérőnyílásnál, akkor a dinamikus nyomás:

$$p_{din} = \frac{\rho}{2} (v_\infty^2 - v^2)$$

így a nyomásmérőn leolvasható össznyomás

$$p_{össz} = p_{stat} + p_{din} = p_l + \gamma z + \frac{\rho}{2} (v_\infty^2 - v^2) \quad (1)$$



28. ábra.

A dinamikus nyomás tehát nyomáskülönbség-méréssel állapítható meg. ehhez a nyomásmérőt két helyre kell csatlakoztatni: a mérési pontban az áramlás irányával szembeállítva és egy azonos z mélységű helyre, az áramlás irányára merőleges. A dinamikus nyomásból ezek után a relatív sebesség is kiszámítható, ha a ρ sűrűség is ismert.

Az (1) egyenletet egy áramvonal bármely két pontján felírhatjuk . ekkor

$$p_l + \gamma z_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_l + \gamma z_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2$$

illetve

$$p_l + \gamma z + \frac{\rho}{2} v^2 = p_{stat} + p_{din} = p_{össz} = \text{állandó} \quad (1a)$$

Az össznyomás értéke egy áramvonal mentén állandó. Vízszintes áramlásban tehát nagyobb sebességű helyen (szűkebb áramcső-keresztmetszetben) kisebb a statikus nyomás, mint az áramlás kisebb sebességű helyén, vagyis nagyobb áramcső-keresztmetszetben.

A (1a) egyenlet *Bernoulli törvénye* súrlódásmentes, állandósult és örvénymentes folyadéokra. Ebben a formában a testek körüli áramlás leírására és a hidrodinamikai erők meghatározására általában alkalmas, ha az áramlást a test közvetlen közelében levő és a közeg belső súrlódásának hatása alatt álló határrétegen kívül vizsgáljuk.

b) Folyadéksúrlódás és határréteg

Rá kell mutatnunk az áramló közegeknek egy olyan tulajdonságára, amely látszólagos csekélyisége ellenére alapvető feltétele a testek körül létrejövő erőhatásoknak: ez az áramló folyadékreszecskek között fellépő belső súrlódás. A valóságos folyadék részecskéinek végtelen lassú elmozdításához a tapasztalat szerint erőre nincs szükség, más szóval: a folyadékban nyugvósúrlódás nincs. Az áramló folyadékokban ezzel szemben akkor lép fel súrlódás, ha az egymás mellett haladó részecskék sebessége különböző és nagysága az áramlás irányára merőleges sebességgradienssel változik

Ha az áramlásra merőleges irányt y -al jelöljük, akkor a folyadékreszecskek között fellépő *súrlódási feszültség* :

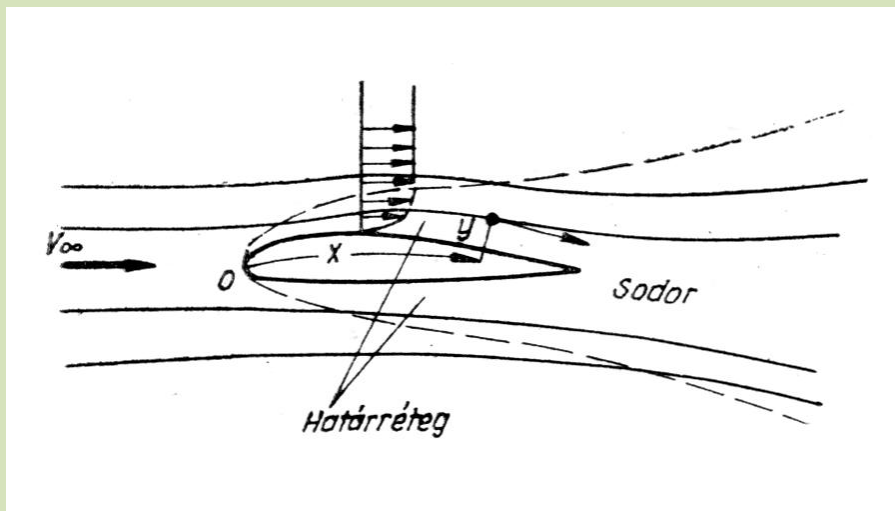
$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

ahol η az anyagra és hőmérsékletre jellemző viszkozitási tényező (21 C° hőmérsékletű, $\gamma = 1000 \text{ kp}/\text{m}^3$ fajsúlyú és $\rho = 101,9 \text{ kps}^2/\text{m}^4$ sűrűségű vízre $\eta = 133 \cdot 10^{-6} \text{ kps}/\text{m}^2$) Igen kicsiny szám, amelyet általában elhanyagolhatunk, ha a testektől távolabbi szabad áramlásról van szó.

Az áramló folyadékba merült testeken a felülettel közvetlenül érintkező részecskék nem siklanak végig, hanem rátapadnak és burokként veszik körül. Sebességük tehát a test felületén $v = 0$, a távolabbi részecskék sebessége azonban fokozatosan nő, míg a felülettől bizonyos távolságban eléri a zavartalan áramlás v_{∞} sebességét. A sebességváltozás ebben a *határrétegben* a szilárd falra merőleges irányban igen rohamos, a dv/dy differenciálhányados megnő és a súrlódás már nem hanyagolható el. A belső súrlódó erők összege a test súrlódási ellemállításaként jelentkezik.

A határréteg jelenlétét kísérletekkel állapították meg. Bebizonyosodott, hogy a felületre tapadó folyadékburok a súrlódás következtében követi a test mozgását. Ha például egy test nyugvó közegben mozog, akkor a közeg közvetlenül a felület mentén átveszi a sebességét, vagyis a test mozgásra kényszeríti a közeget. Ugyanúgy, ha a közeg mozog az álló testhez viszonyítva, a testhez tapadó részecskék lefékeződnek, de távolabb az áramlás sebessége zavartalan marad.

A határrétegben áramló részecskék a test tovahaladása következtében az áramlásban elmaradnak, de a határrétegben való tartózkodásuk nyomait megőrzik, sebességük kisebb, mint a testtől nagyobb távolságban haladóké. A lefékezett részecskék a test *sodrát* alkotják (**29. ábra**)



29. ábra.

A határréteg és a sodor fogalmához

A test körüli áramlás tehát két részre osztható: A test közvetlen közelében a viszkozitás hatása alatt álló határrétegre és a határrétegen kívüli, gyakorlatilag súrlódásmentes részre. A test körüli nyomás eloszlást egyedül ez utóbbi határozza meg, mert a határrétegben a nyomásváltozás akadálytalanul érvényesül. Igen fontos tulajdonsága azonban az, hogy a Bernoulli tétel (1a) nem érvényes benne.

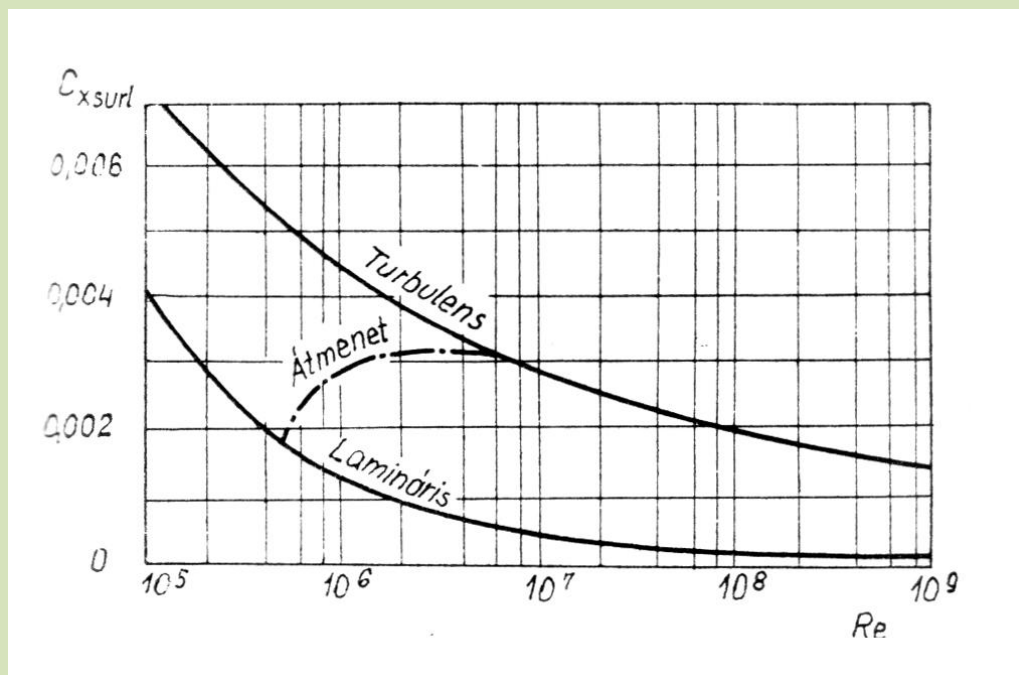
Fontos még megjegyeznünk, hogy a határréteg széle a folyadék áramvonalával nem esik egybe. A **29. ábrán** látható, hogy az áramvonalak a határréteg szaggatott vonallal jelzett szélét metszik.

c) A határréteg és a test = ellenállás

Áramlásba helyezett testre ható ellenállás-erők két részből tevődnek össze:

- a súrlódási- és
- a nyomási- vagy alak ellenállásból.

A határrétegben keletkező súrlódási ellenállás nagysága a határréteg áramlásának jellegétől függ. Ez lehet *lamináris* vagy *turbulens*. (A lamináris, vagy réteges áramlás folyadékrészecskéi rendezett áramban haladnak egymás mellett. Turbulens vagy örvényes áramlásban az áramlás főirányára merőlegesen is mozognak.) A test orrpontjából kiinduló határréteg minden esetben lamináris, majd a kritikus Reynolds-számnál turbulensbe vált át. A test felületének azt a pontját, amely felett a határréteg áramlása lamináris jellegből turbulensbe vált át, *átváltási pontnak* nevezzük. A test súrlódási ellenállásának nagyságára igen nagy hatással van az átváltási pont helye és a határréteg jellege. A lamináris határréteg ellenállása kisebb a turbulensénél, viszonyt alakulását több tényező befolyásolja: nem utolsó sorban a test felületének minősége, ugyanis a durvább, szemcsésebb felület ebből a szempontból kedvezőtlen. Növekvő Reynold-szám esetén az átváltási pont a test orrpontja felé vándorol előre, és a turbulens határréteg terjeszkedése a súrlódási ellenállás megnövekedéséhez vezet.



30. ábra.

Sík lap súrlódási tényezője a Re-szám függvényében

A 30. ábrán síklap $c_{x\text{ súrl}}$ súrlódási ellenállás-tényezőjét ábrázoltuk a Reynolds-szám függvényében lamináris és turbulens áramlásra. Az ábrából kitűnik, hogy különösen kis Reynolds-számok környezetében milyen döntő hatása van a határréteg jellegének a súrlódási ellenállás nagyságára. a Reynols-szám növekedésével a $c_{x\text{ súrl}}$ tényező csökken. ennek az a

magyarázata, hogy a határréteg – akármilyen jellegű is benne az áramlás – a test mentén az áramlás irányába nézve vastagszik. Legvékonyabb a test orrpontján, és az innen kiinduló lamináris határréteg az átváltási pontban a legvastagabb. A határréteg jellege innen kezdve turbulens, ez tehát itt a legvékonyabb és vastagsága hátrafelé egyre fokozódik. Minél vastagabb azonban a határréteg, annál fokozatosabban nő benne az áramlás sebessége és ezért a helyenként keletkező $\tau = \eta \frac{dv}{dy}$ súrlódási feszültségek viszonylag kisebbek.

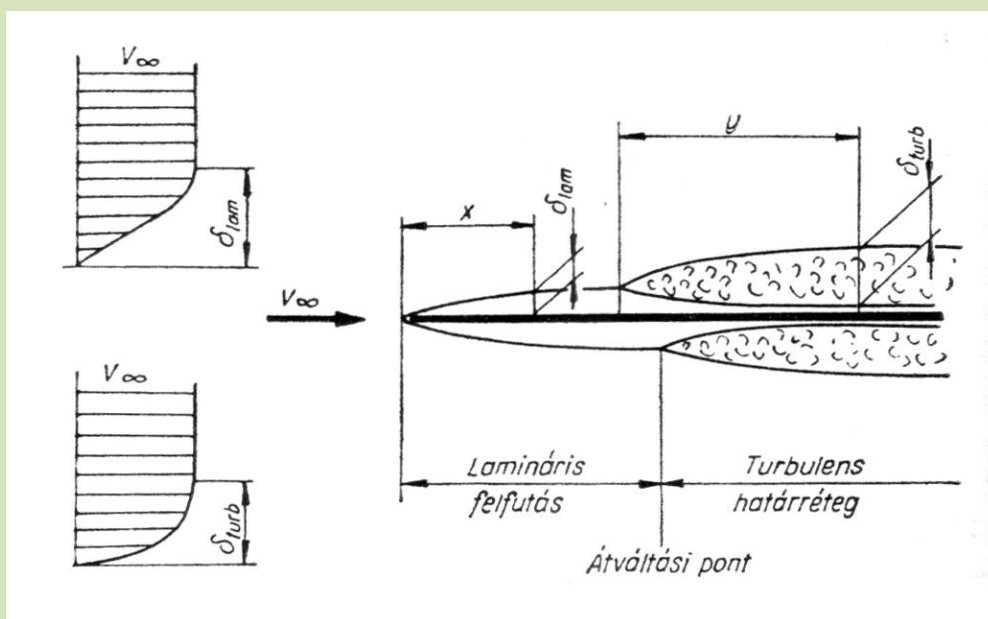
A Reynolds-szám ismert kifejezésében:

$$Re = \frac{l \cdot \vartheta}{\nu}$$

l a testnek egy vonatkoztatási hossza, amit most tekintsünk a test teljes hosszának. Azonos áramlási sebességeket véve figyelembe, a Reynolds-szám csak akkor lehet nagyobb, ha a vizsgált test hossza is nagyobb. Az áramlás irányában hosszabb méretű testnek tehát kisebb lesz a súrlódási ellenállási tényezője, mint az ugyanolyan alakú, de rövidebb testé.

A határréteg általában igen vékony. Egy szárny esetében a szárnyszelvény húr hosszúságának rendszerint csak néhány századrészét éri el: 1-1,5 m hossz esetén tehát legfeljebb néhány cm vastagságú, de 100 m hosszú hajótest után keletkező nyom sem tehető 1 m-nél szélesebbre.

A lamináris határréteg vastagsága a test orrpontjától x m távolságban (31. ábra):



31. ábra.

A lamináris és a turbulens határréteg

$$\delta_{lam} = 5,83 \sqrt{\frac{\nu \cdot x}{v}} [m]$$

A turbulens határréteg az átváltási pont mögött y m távolságban

$$\delta_{turb} = 0,37 \sqrt[5]{\frac{v \cdot y^4}{\nu}} [m]$$

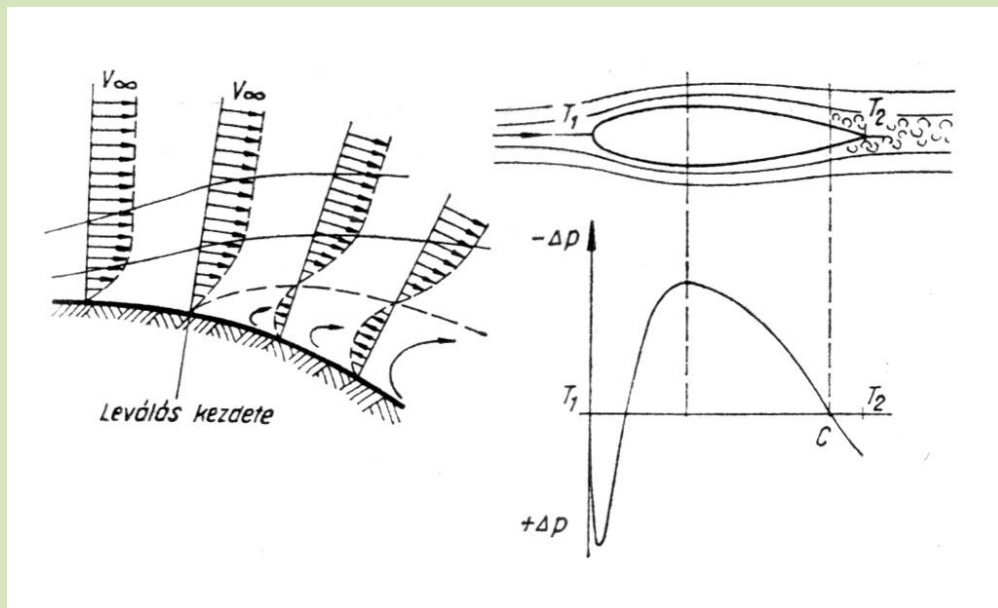
A súrlódási ellenállási tényező lamináris határrétegnél:

$$c_{x\ surl} = \frac{1,328}{\sqrt{Re}} \quad (2)$$

illetőleg turbulens határréteggel kapcsolatos mérési eredmények alapján *Schlichting* szerint:

$$c_{x\ surl} = \frac{0,455}{(\lg Re)^{2,58}} \quad (2a)$$

A határrétegnek igen fontosszerepe van a nyomási vagy alak ellenállás keletkezésében is. Ívelt felületű test – pl. szimmetrikus, áramvonalas profil (**32. ábra**) – körüli áramlás gyorsuló és lassuló szakaszát különböztetjük meg.



32. ábra.

Visszáramlás a határrétegben

A sebességek ismeretében a Bernoulli-tétel segítségével a nyomáseloszlást is követhetjük a test fala mentén. A szimmetriatengelyben futó áramvonal a test legelső pontjánál szétválik és kétoldalt kitér. E pontban az áramlásnak a testhez viszonyított sebessége $v = 0$, ezért a nyomás itt a legnagyobb: $p = p_{össz}$. A szimmetriatengely két oldalán haladó részecskék sebessége csökken, így a test elő részén nagynyomású rész keletkezik, melynek középpontjában a T_1 torlópont van.

A két oldalon kitérő részecskék sebessége a test görbülete mentén haladva legnagyobb vastagságig nő, ahol a p_{stat} nyomás a legkisebb. Ettől kezdve a sebesség állandóan csökken, a nyomás pedig növekszik. ezen a részen tehát a test közelében futó áramvonalaknak a nyomásnövekedéssel szemben kell haladniuk. A Bernoulli-törvénynek megfelelően viselkedő sűrűdésmentes közegben a T_1 torlópontnál kétfelé való áramlásnak a hátsó T_2 torlóponthoz kellene ismét összezárulnia. Ezzel szemben a határrétegben bekövetkezett erős lefékezés miatt az áramlás mozgási energiája már a hátsó torlóponthoz elérése előtt kisebb annál, mint amekkorára a Bernoulli- egyenlet szerint szükség lenne a növekvő statikus nyomás legyőzésére. Így a folyadék részecskék sebessége teljesen lecsökken, megállnak és a test fala mentén visszafelé kezdenek haladni. A visszaáramlást újabb és újabb részecskék érkezése akadályozza meg, így az áramlás leválik a test felszínéről. A leválási hely mögött örvény keletkezik, amely egyre növekedve marad el a test mögött.

Az elmélet szerint a folyadéknak a test felületével érintkező részecskéit a felülettel való érintkezés forgómozgásra kényszeríti, és így azt *örvényréteg* veszi körül. Ha a felületen feltételezett elemi örvények sebességét a felületen végig sikló áramlás sebességével összegezzük – a két sebesség a test fala mentén éppen egymással ellenkező irányú -, akkor beláthatjuk, hogy ezek bizonyos sebességnél éppen megsemmisítik egymást és a felületen a részecskék valóban állnak, mintegy odatapadnak. A visszaáramlás következtében keletkező és végül leváló örvény ezeknek az elemi örvényeknek a láncából áll.

Míg az örvény leválása után a test után elmaradó folyadék igyekszik helyreállítani az eredeti ideális sebességi és nyomáseloszlást, a határrétegben újabb visszaáramlás és örvényleválás következik be. A test egyenletes mozgása közben hátsó végének két oldaláról váltakozva maradnak el egymással ellentétes forgásirányú örvények a határrétegből, hogy a test mögött húzóó örvénysort alkossanak. Az örvénysor keletkezéséhez szükséges és az áramlás mozgási energiájából elvont energia *alaki ellenállásként* érvényesül, amely annál kisebb, minél keskenyebb sávban húzóódik az örvénysor a test mögött. Minél közelebb helyezkedik el a leválási pont a test orrpontjához, annál szélesebb lesz az örvénylő rész. Hogy az alaki ellenállás csekély legyen, a testnek lehetőleg áramvonalas alakot adnak, amely a legnagyobb vastagsága mögött minél hosszabb szakaszon keskenyedik el.

A lamináris határréteggel ellentétben a turbulens határréteg a külső áramlásból is képes mozgási energia felvételére (ugyanis a részecskék ennél az áramlási formánál a haladás főirányára merőlegesen is mozoghatnak) és az így megnövelt energiájú határréteg tovább haladhat a nyomásnövekedéssel szemben, mint a lamináris. A leválási pont ezért hátrább tolódik.

Valamely test ellenállása a sűrűdési és az alaki ellenállásból tevődik össze.

$$P_{x\ test} = P_{x\ surt} + P_{x\ alaki}$$

vagy az áramlástanban szokásos módon egyedül a test alakjától függő erőtenyezőkkel kifejezve:

$$c_{x \text{ test}} = c_{x \text{ surl}} + c_{x \text{ alaki}}$$

ahol általában

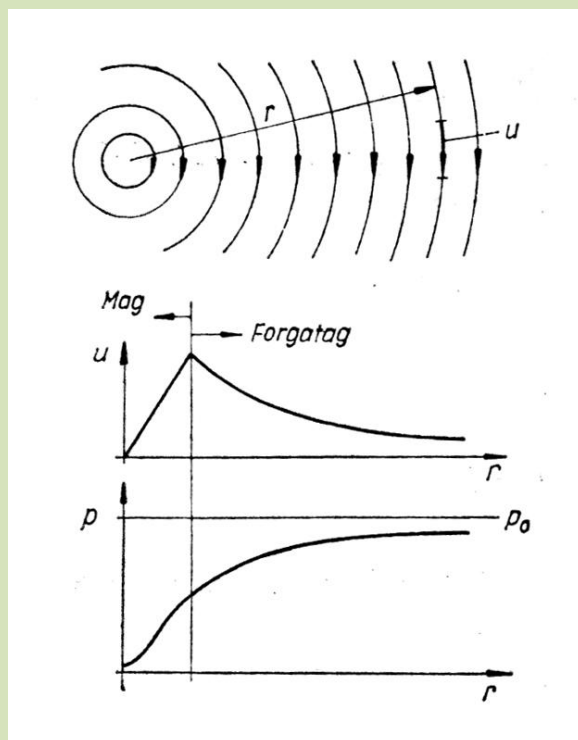
$$c_x = \frac{P_x}{\frac{\rho}{2} \cdot v^2 \cdot F}$$

Ellenállás-testeknél F az áramlás irányára merőleges legnagyobb keresztmetszeti felület.

Mint láttuk, egy test ellenállása döntő módon függ a határréteg alakulásától. A súrlódási ellenállás lamináris, az alaki ellenállás turbulens határréteg esetén kisebb. Bár a turbulens határréteg esetében a súrlódási ellenállás nagyobb, a később bekövetkező leválás miatt a test ellenállása – amelyet szárnyaknál $c_{x \text{ pr}}$ profil-ellenállásnak is nevezünk- végeredményben kisebb lehet, mint lamináris határréteg esetén.

d) Az örvényes áramlás törvényszerűségei

Az áramlási jelenségek között igen gyakori az *örvény*, melynek létrejöttében fontos szerepet játszik a közeg belső súrlódása. Az örvényben a folyadékrészek az örvény tengelye körül koncentrikus körökben forognak és sebességük a körmozgás törvényeivel ellentétben annál kisebb, mennél távolabb vannak az *örvénymagtól* (**33. ábra**). Az örvénymagban a nyomás lényegesen lecsökken a forgatagtól távollevő nyomáshoz viszonyítva.



33. ábra.

Az örvény fogalmához

Az örvénylő mozgások és a felhajtóerő vizsgálatában nagy szerepet játszik az egyenes, igen hosszú örvényvonal keltette áramlás. A folyadékrészek az örvényvonalra merőleges síkokban koncentrikus körökön mozognak, és a tengelytől r távolságú pontban az áramlás sebessége:

$$u = \frac{c}{r}$$

ahol c állandó. Így az örvénymagot képzeletben egy egyenes vonalra szorítottuk össze. Ha az örvényben áramló folyadékrészecske érintőleges u sebességétkörpályájának hosszával (tehát a kör kerületével) megszorozzuk, akkor a Γ *cirkuláció* fogalmát nyerjük, amellyel az örvény erősségét jellemezzük:

$$\Gamma = 2r \cdot \pi \cdot u = 2\pi \cdot c$$

A fenti képlet alapján valamely Γ erősségű örvény egy pontjában a sebesség:

$$v = \frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \frac{1}{r}$$

Igen fontos megjegyezni, hogy a cirkuláció nagysága független a körpálya sugarától, így bármely folyadékrész pályájának felhasználásával határozzuk is meg az örvény erősséget, az állandó értéket ad. Az örvényes áramlás fontos törvényszerűsége, hogy ha a folyadék úgy mozog, mint a tengely körül forgó merev test, akkor a mozgás minden pontban örvényes. Képzeljünk el ilyen áramlásban tetszőleges felületdarabot. Vizsgáljuk meg a cirkulációt e felületdarab kerülete mentén. A kerület ds hosszúságú szakaszát egy folyadékrészecske v sebességgel teszi meg. Az előbbi tételünk szerint az áramlás örvényes, tehát a v sebesség kerületi sebesség, amely az áramlásban levő valamelyik elemi örvényből adódik. Ha a v szorzatot képezzük, akkor eredeti értelmezésünk szerint a $d\Gamma$ elemi cirkulációt nyerjük. Ha a kerület mentén az elemi cirkulációkat összegezzük, akkor megkapjuk az egész kerületre vonatkozó

$$\Gamma = \oint v ds$$

cirkulációt.

Ha az áramlásban levő elemi örvényeket olyan csövecskéknek fogjuk fel, amelyek középvonala az örvények forgástengelye és keresztmetszeti felületük $\Delta F_1, F_2, \dots$, továbbá forgási szögsebességük ω , akkor v kerületi sebességet az alábbi formában írhatjuk fel:

$$v = r \cdot \omega$$

ahol r az elemi örvények forgástengelyétől mért távolsága.

Egy elemi örvény cirkulációja eszerint:

$$\Delta\Gamma = 2\pi \cdot r \cdot r \cdot \omega = 2 \cdot \omega \cdot r^2 \cdot \pi$$

Mivel $r^2\pi = \Delta F$, azaz az örvénycső keresztmetszeti felülete, írhatjuk, hogy:

$$\Delta\Gamma = 2 \omega \Delta F$$

Hasonló meggondolásból a tetszőlegesen választott felület kerületén felírt elemi cirkuláció

$$d\Gamma = v ds = 2\omega \cdot dF$$

A felület teljes kerületére felírt cirkuláció pedig

$$\Gamma = \oint d\Gamma = \oint 2 \cdot \omega \cdot dF$$

Ha a folyadékban zárt vonalon $\Gamma = 0$, akkor a zárt vonal olyan felületet zár körbe, amelyet nem metszenek örvényvonalak. A következők szempontjából igen fontos, hogy a cirkuláció akkor is zérus, ha a felületet ellenkező forgási értelmű örvényvonalak metszik és ezek erősségének összege zérus: Ha súrlódásmentes, összenyomhatatlan folyadékban egy ugyanazokból a folyadékelemekből álló zárt vonalat kísérünk figyelemmel, ennek helyzete és alakja ugyan változik az idő folyamán, de e vonalra vonatkozó cirkuláció állandó marad. Ha a cirkuláció eredetileg zérus volt, úgy a mozgás folyamán is zérus marad. Ez *Helmholtz törvénye*, mely más szavakkal úgy fejezhető ki, hogy ideális áramlásban magától nem keletkezhet örvény, viszont a keletkezett örvények a végtelenbe nyúlnak.