Jereb Gábor
Szárnyas Hajók
Új technika sorozat

B) A VÍZ ALATTI SZÁRNYAK

3. A véges terjedtségű szárny

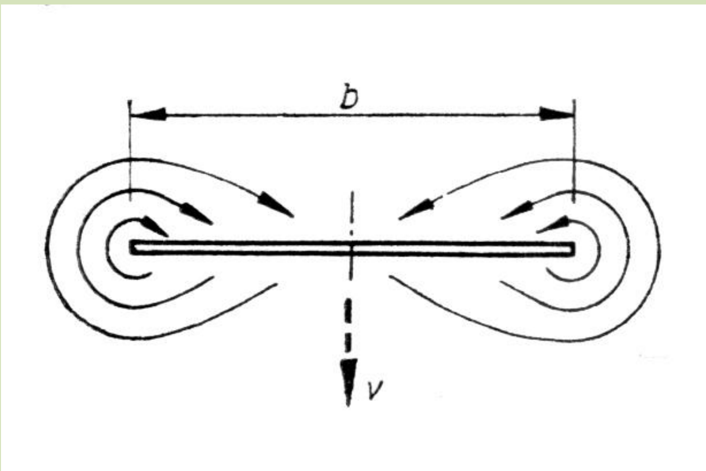
a) A szárny örvényrendszere és az indukált ellenállás

A víz alatti szárnyfelületek körül kialakuló áramlást és a keletkező erők alakulását mindeddig azzal az egyszerűsítő feltevéssel vizsgáltuk, hogy a szárnyat az áramlás irányára merőlegesen végtelen hosszúnak képzeltük el. Ezzel a feltételezéssel a szárny egymás melletti metszetei körül kialakuló áramlás képét teljesen egyformának tekinthettük és egyetlen, az áramlás irányával párhuzamos síkban vizsgálhattuk.

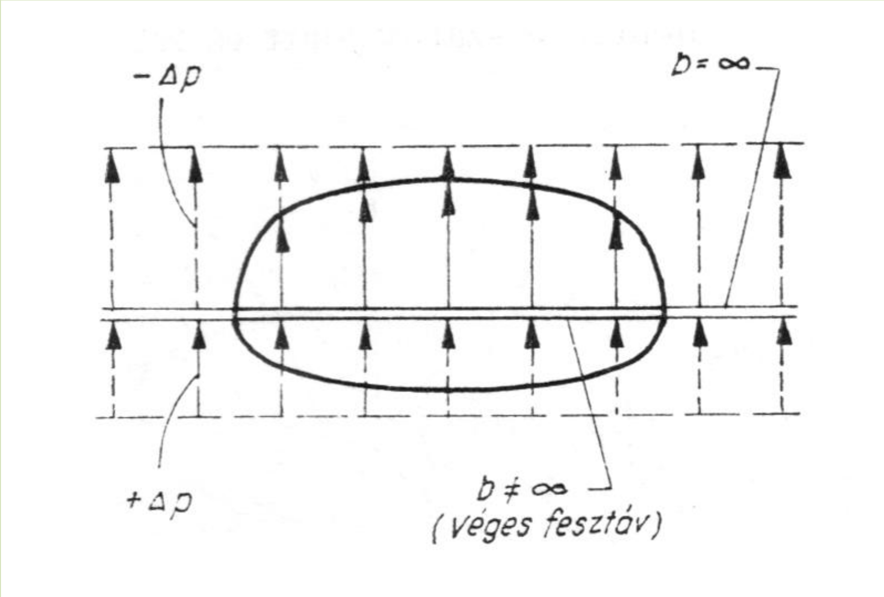
A valóságos szárnyak véges volta azonban, ha nem is érinti a felhajtóerő keletkezésével kapcsolatos előző megállapításainkat, térbelileg lefolyó áramlást eredményez, és ezt semmiképpen sem hagyhatjuk figyelmen kívül.

A térbeli áramlás kialakulásának oka az áramlásban a szárny alatt és felett uralkodó nyomások különbözősége. Ez a nyomáskülönbség véges szárnynál a szárnyvégek körül igyekszik kiegyenlítődni. A végtelen kiterjedésűnek képzelt szárnynál erre nem volt lehetőség és így azt felülről nézve az áramvonalak egymással párhuzamosan futottak. A véges terjedtségű szárnyak körül az áramvonalak kilépnek az áramlással párhuzamos síkokból és a nyomáskiegyenlítődési törekvés hatására alul a szárnyvégek felé, felül pedig a szárny szimmetriasíkja felé irányulnak. A nyomáskiegyenlítődés következtében fellépő áramlás hasonló ahhoz, ami egy síkjára merőlegesen mozgatott sík lap körül jön létre (**48. ábra**).

A nyomáskiegyenlítődés következtében a fesztávirányú nyomáseloszlás is megváltozik a végtelen terjedtségű esetben egyenletesnek tekintett eloszláshoz képest (**49. ábra**).



48. ábra.

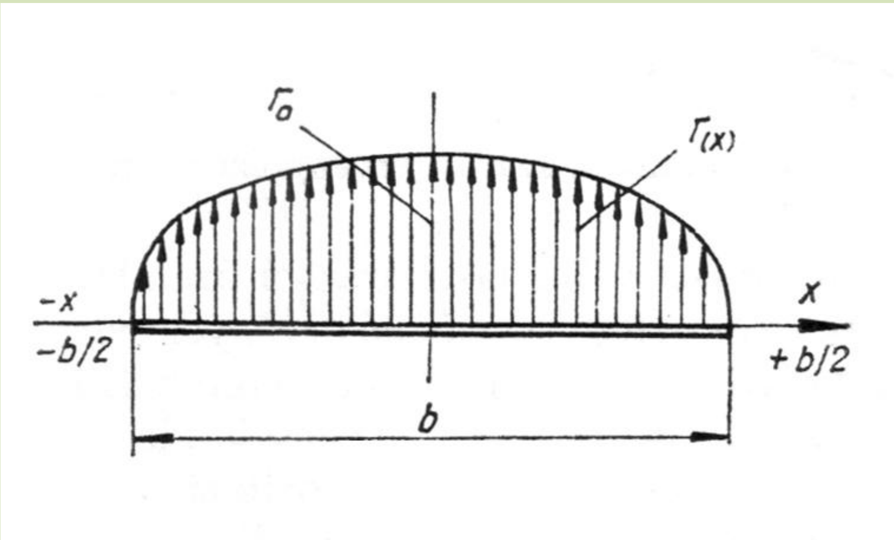


49. ábra.
Eltérések a véges és a végtelen terjedtségű szárny körüli nyomáseloszlásban

Ugyanígy a cirkuláció is változik és a szárny középrészén elért Γ_0 erősségű maximális értékről a szárnyvégek felé haladva 0-ra csökken (**50. ábra**). Tudjuk, hogy a felhajtóerő a cirkulációval arányos, nyilvánvaló tehát, hogy a felhajtóerő fesztávmenti alakulása is hasonló és a szárnyvégek irányában csökken. Így a véges terjedtségű szárnyon keletkező felhajtóerőt az egész szárnyra érvényes közepes cirkulációval kell számításba venni:

$$P_y = \varrho \cdot v \cdot \int_{-b/2}^{+b/2} \Gamma db \qquad (12)$$

ez pedig kisebb, mint az azonos állásszögre állított és azonos profilozású végtelen kiterjedésűnek tekintett szárny esetében.



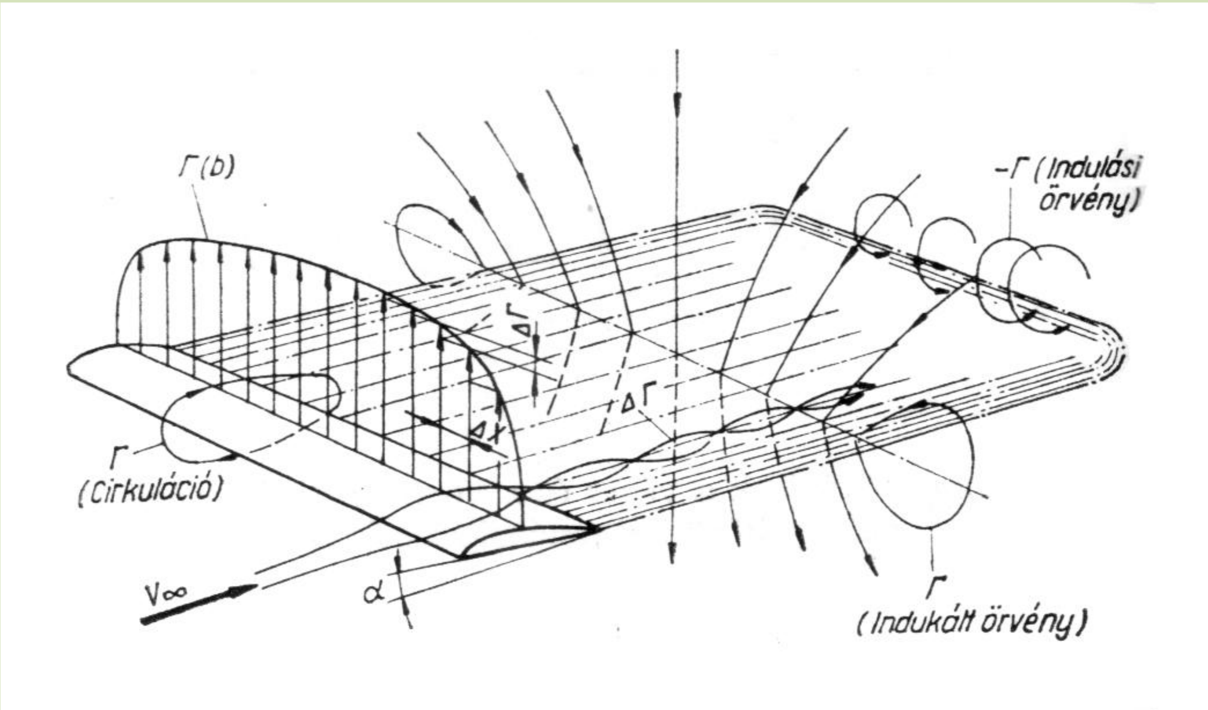
50. ábra.

A szárnyról a cirkuláció csökkenésének mértékében örvények válnak le és maradnak el a főáramban. (Ezek az örvények a kilépőél mentén a szárny alatt és felett a nyomás kiegyenlítődés miatt különböző irányú áramlás találkozása révén jönnek létre). Hogy az előálló örvényeloszlással tisztába jöjjünk, két olyan hidrodinamikai alaptételt kell figyelembe vennünk, amelyek szigorúan véve csak ideális folyadékra érvényesek, azonban kicsiny viszkozitást tételezve fel, a határréteg kivételével esetünkben is alkalmazhatók. Helmholtz szerint az örvényvonalak, amelyek körül a folyadékrészek mozogna, mindig zártak, másrészt ilyen örvényvonal cirkulációja minden pontban azonos értékű. Ha most a szárny körüli cirkuláció változatlan volna a teljes fesztáv mentén, akkor csak a szárnyvégeken maradnának le Γ erősségű szabad örvények. Ezek aztán a szárny kötött örvényével együtt patkó alakú örvényt alkotnának, illetve az indulási örvénnyel zárulnának be. Ha ezzel szemben a szárnyat egyenletes szélességű dx darabokra osztjuk, azt tapasztalhatjuk, hogy folyamatosan válnak le $\Delta\Gamma$ erősségű örvények, amelyek a szárny mögött örvényfelületet alkotnak. Ezek a $\Delta\Gamma$ erősségű szabad örvények a szárny középrészétől kiindulva a szárny vége felé éppen olyan mértékben nőnek, mint ahogyan a cirkuláció csökken, és így a szárny egy x abszcisszájú helyén

$$\Gamma_{(x)} + \Delta\Gamma = \Gamma_o$$

ahol $\Gamma_{(x)}$ a cirkuláció az adott pontban, $\Delta\Gamma$ a szárnyról elmaradó szabad örvény és Γ_o a cirkuláció értéke a szárny szimmetriasíkjában. Vagyis a helyi kötött örvények és a leváló szabad örvények erőssége együttesen a cirkuláció maximális értékével egyenlő.

A **51. ábrán** a szárny teljes örvényrendszerét ábrázoltuk. Látható, hogy a szárnyvégek mögött húzódó Γ erősségű örvényeken kívül a szárnyvégek felé erősödő és szintén zárt rendszert alkotó örvények egész sora húzódik a kilépőél mögött.Ez az örvényfelület azonban instabil és rövidesen felgöngyölödik a **52. ábrán** látható módon. (Az egymás alá rajzolt képek a szárnytól egyre nagyobb távolságban levő állapotot jelzik.)



51. ábra.
A szárny örvényrendszere

A szárny előtt v_∞ sebességű áramlás a nyomáskiegyenlítődés hatására tehát a szárny mögött lefelé irányul. Sebessége itt v . Az áramlás sebességét a szárny mögött két összetevőre bonthatjuk, a vízszintes irányú v_∞-re és a függőleges w -re. A v_∞ és v közötti irányeltérés a szárny mögött (**53. ábra**)

$$tg\ \alpha_i = \frac{w}{v_\infty}$$

és a szárny helyén

$$tg\ \alpha_i = \frac{w}{2 \cdot v_\infty} \tag{13}$$

Általában kis szögekről van szó, így jó közelítéssel írhatjuk, hogy

$$tg\ \alpha_i = \alpha_i$$

A v_∞ sebességre irányú α geometriai állásszögben beállított szárny körüli áramlás iránya megváltozik és az állásszög α_i indukált állásszöggel kisebb lesz.

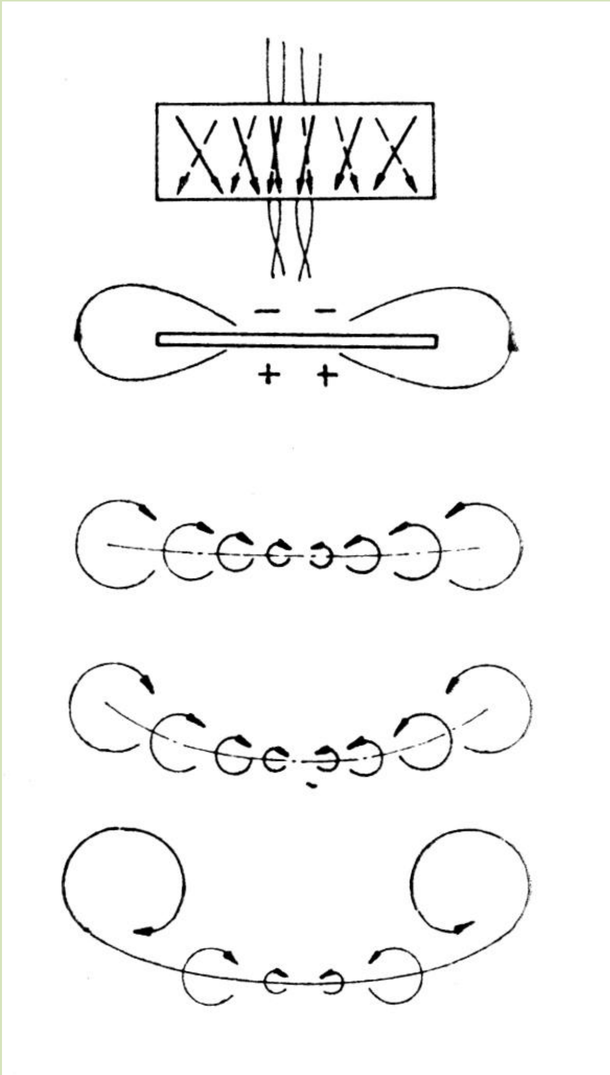
Az effektív állásszög:

$$\alpha_{eff} = \alpha - \alpha_i$$

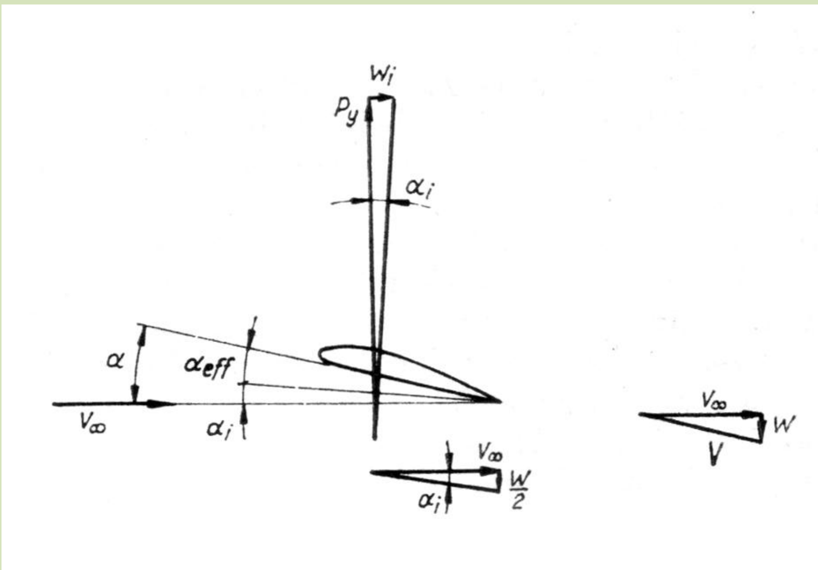
A Kutta-Zsukovszkij törvény értelmében a P_y felhajtóerő az áramlás irányára, azaz végtelen hosszúságú szárnynál v_∞-re merőleges. Véges terjedtségű szárnynál a leáremlás következtében a felhajtóerő iránya v_∞-hez viszonyítva hátrahajlik és az α_{eff} állásszöggel jellemzett valódi ellenállási irányra merőleges. a hátrahajlás következtében azonban a haladást gátló

$$W_i = P_y \cdot\ tg\ \alpha_i \tag{14.}$$

vízszintes komponense keletkezik, melyet Prandtl, a szárny örvényelméletének megalkotója, *indukált ellenállásnak* nevezett.



52. ábra.
Az örvényfelület felgöngyölödése

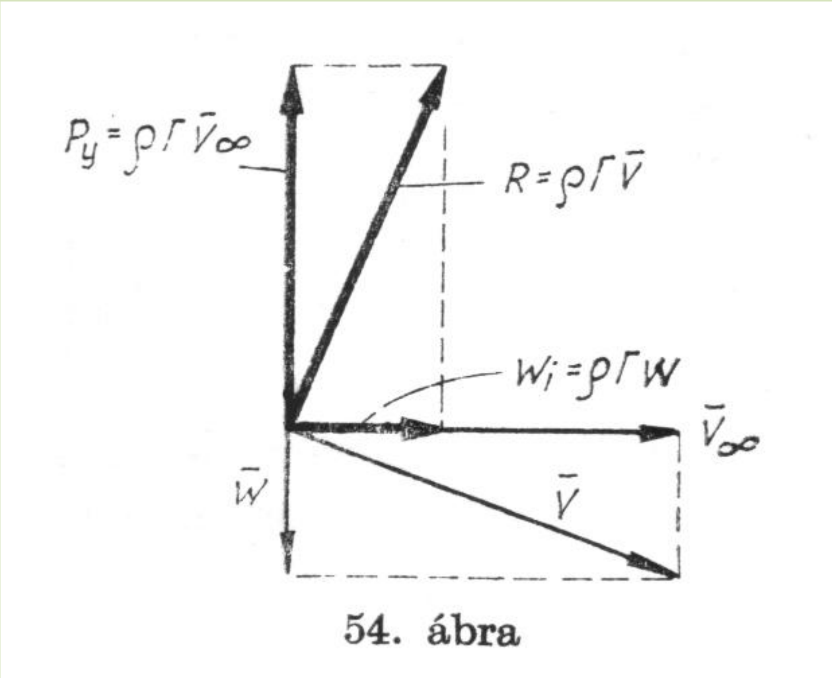


53. ábra.
Indukált és effektív állásszög

Érdekes, hogy az indukált ellenállást a felhajtóerőhöz teljesen hasonló módon származtathatjuk. A véges terjedtségű szárny dx szélességű darabját úgy is elképzelhetjük, mintha két egymástól független párhuzamos áramlás áramolná körül. Az egyik a haladással párhuzamos irányú főáramlás, sebessége v_∞, a másik pedig az erre merőleges w sebességű mellékáramlás. Ahogyan a főáramlás a cirkulációval a v_∞ sebességre merőleges

$$dP_y = \varrho \cdot v_\infty \cdot \Gamma\, dx$$

felhajtóerőt hozta létre, úgy a mellékáramlás a w leáramlási sebességre merőleges indukált ellenállást kelti (**54. ábra**)



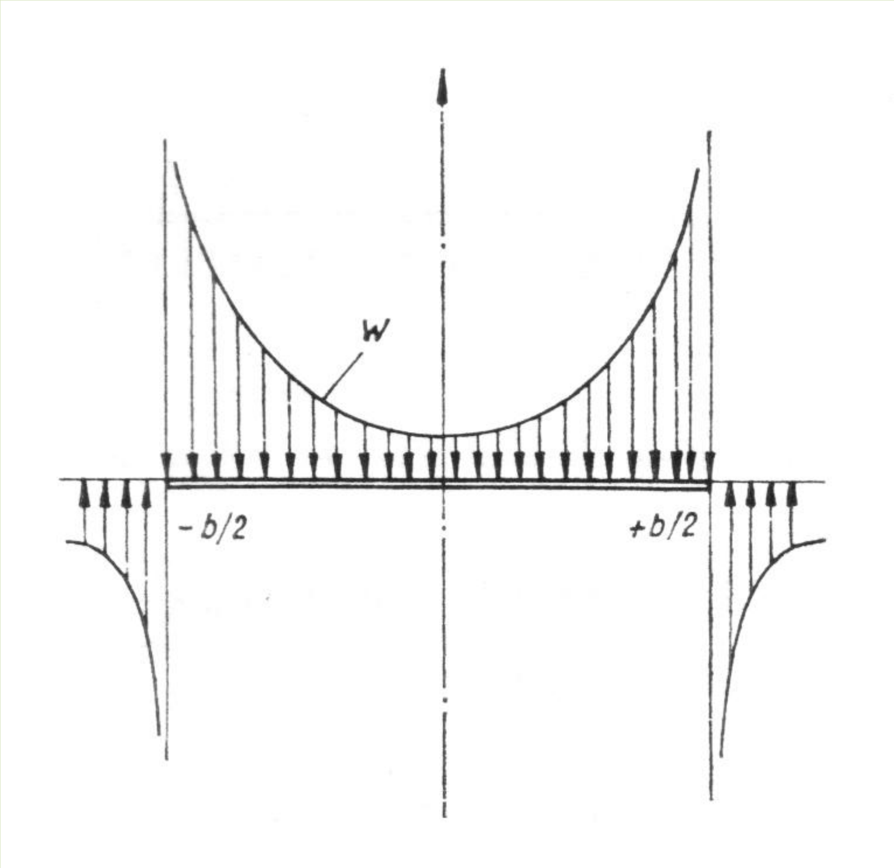
54. ábra.

$$dW_i = \varrho \cdot w \cdot \Gamma\, dx \tag{15}$$

Mivel a w indukált sebesség a szárny mögött hátramaradó és a szárny szimmetriasíkjától a szárnyvégekig növekvő örvények következménye, nyilvánvaló, hogy nagysága azokhoz hasonlóan alakul a fesztáv mentén és a Γ erősségű indukált örvények tengelyvonalához aszimptotikusan közelítve nő (**55. ábra**). A leáramlási sebesség fesztávmenti változása miatt az indukált ellenállást is középértékével kell számba vennünk:

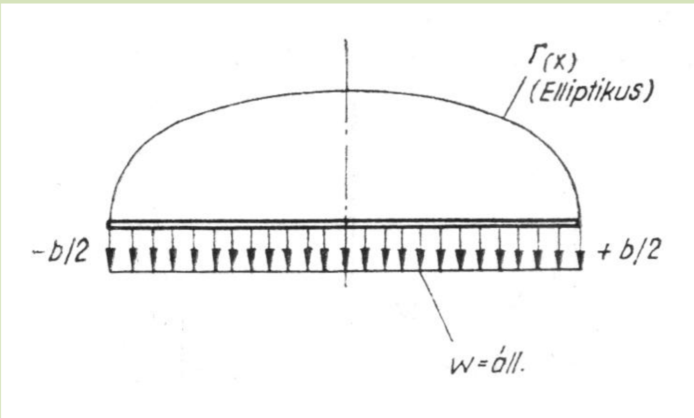
$$W_i = \varrho \cdot \int_{-b/2}^{+b/2} \Gamma_{(x)} \cdot w \cdot dx \tag{16}$$

ahol $\Gamma_{(x)}$ a szárny x abszcisszájú helyének cirkulációja.



55. ábra.
Az indukált sebesség eloszlása a fesztáv mentén

Az indukált ellenállásról Prandtl kimutatta, hogy akkor a legkisebb, ha a szárny egymás melletti metszetei felett kialakuló cirkuláció erőssége úgy változik mint egy, a szárnyfesztáv mint nagytengely fölé írt ellipszis ordinátái (**56. ábra**). Ennek megfelelően elliptikus cirkuláció-eloszlásnál a szárnyfesztáv valamely *x* helyén a cirkuláció erőssége



56. ábra.
Optimális leáramlás és cirkuláció-eloszlás

$$\Gamma_{(x)} = \Gamma_0 \sqrt{1 - \frac{4 \cdot x^2}{b^2}} \tag{17}$$

Itt nem részletezett levezetés szerint a fesztáv mentén ekkor az állandó leáramlási sebesség

$$w = \frac{\Gamma_0}{2b} \tag{17a}$$

Az indukált ellenállás azonban $W_i = P_y \frac{w}{v_\infty}$, illetve w helyébe (17a)-t helyettesítve

$$W_i = \frac{P_y \cdot \Gamma_0}{2 \cdot b \cdot v_\infty} \tag{18}$$

Az elliptikus cirkuláció-eloszlás a (17) integrálásával

$$P_y = \varrho \cdot v_\infty \int_{-b/2}^{+b/2} \Gamma_{(x)}\, dx = \varrho \cdot v_\infty \cdot \Gamma_0 \cdot b \cdot \frac{\pi}{4}$$

felhajtóerőt hoz létre.

Fejezzük ki ebből Γ_0 –t és helyettesítsük be a (17a)-ba

$$W_i = \frac{P_y^2}{\frac{\varrho}{2} \cdot v_\infty^2 \cdot \pi \cdot b^2}$$

Ez a kifejezés szigorúan véve csak akkor érvényes, ha a szárny metszetei azonosak, egymáshoz viszonyítva nincsenek elcsavarva és a szárny alaprajzának a körvonala két fél ellipszisből tevődik össze. Ekkor az indukált ellenállás a felhajtóerő négyzetével nő, de az adott felületű szárny fesztávolságának növekedésével négyzetes arányban csökken. Az elliptikustól eltérő minden más cirkuláció eloszlás esetén korrekciós tényezőket kell figyelembe venni. Az indukált ellenállás az elliptikus körvonalú szárnyakon a legkisebb, de mivel az elliptikushoz hasonló eloszlásnál csak kevéssé nagyobb, továbbá a szárnyat megfelelően vékonyítani, illetve elcsavarni is szokták, a körvonal gyakran téglalap vagy trapéz.

A felhajtóerő c_y tényezős alakjának behelyettesítésével az indukált ellenállás képletét

$$W_i = \frac{c_y^2 \cdot \varrho \cdot F}{\pi \cdot b^2}$$

alakban írhatjuk át. Mivel $\frac{b^2}{F} = \lambda$ a szárny karcsúsága, a dimenzió nélküli indukált ellenálási tényező

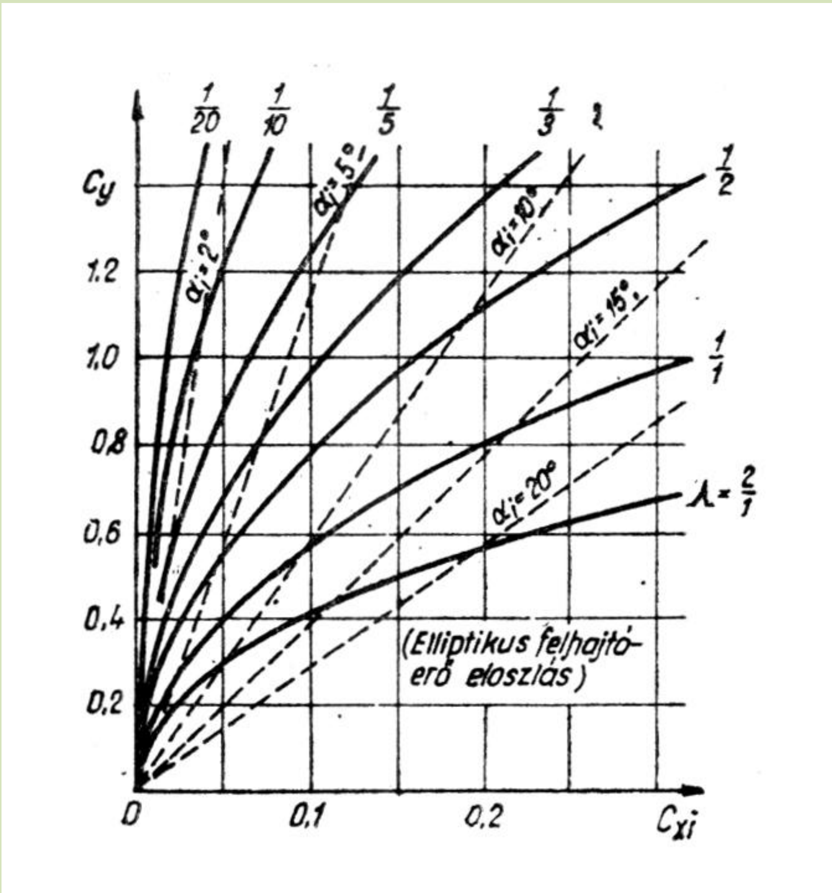
$$c_{xi} = \frac{c_y^2}{\pi \cdot \lambda}$$

Hasonlítsunk össze két azonos felületű, de különböző karcsúságú szárnyat és könnyen beláthatjuk, hogy a kisebb fesztávolságú szárny csak kisebb tömegű közeget mozgat meg. Ha mindkét felülettel azonos felhajtóerőt kívánunk elérni, úgy a

$$P_y = V_s \cdot \varrho \cdot w$$

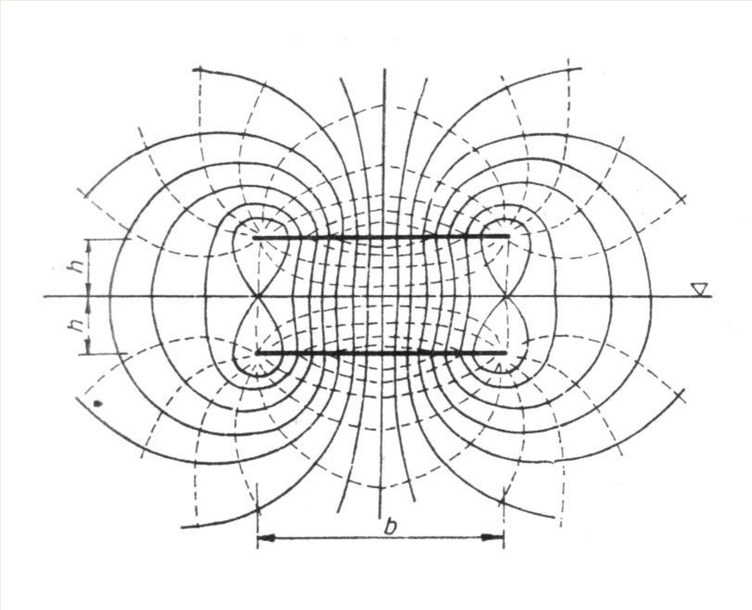
szorzatnak, vagyis az időegység alatt megmozgatott víztömegnek azonosnak kell lennie. Durva közelítéssel feltételezhetjük, hogy a megmozgatott víztömeg a fesztávval mint átmérővel a szárny köré írt kör felületén áramlik át, így a kisebb fesztávú szárnynak nyilvánvalóan nagyobb w leáramlási sebességet kell indukálnia, mint a nagyobb fesztávnak. Ezzel indukált állásszöge és az indukált ellenállás nagyobb lesz

Az indukált ellenállás tényezője különböző oldalviszonyoknál az **57. ábrán** látható a c_y felhajtóerőtényező függvényében.



57. ábra.
Különböző oldalviszonyú szárnyak indukált ellenállási tényezője a felhajtóerőtényező függvényében

b) A véges fesztávú szárny és a felszínhatás



58. ábra.
Egyenes víz alatti szárny mögött kialakult abszolút áramlás a felszínhatás figyelembevételével

A véges fesztávú víz alatti szárny problémája éppen úgy kezelhető, mint a végtelen kiterjedésű közegben mozgó szárnyé, csupán a 2d) pontban kikötött határfeltételek teljesítésére kell ügyelnünk. A véges fesztávú szárny örvényrendszerét a vízfelszínnel párhuzamos tengelyű örvények sorának tekinthetjük. A felszín kis megzavarása esetére előírt $v_x = v_\infty$ és $\Delta v \perp v_\infty$ feltételek szem előtt tartásával a felszín felett h magasságban képzeljünk el a víz alattiakkal azonos forgásirányú örvényeket. Az erővonalak eredőinek megszerkesztése után az **58. ábrát** kapjuk. Ezt az áramképet is összehasonlíthatjuk a kétfedelű repülőgép mögött kialakuló áramképpel, amelynek mindkét szárnyán hasonlóan oszlik el a felhajtóerő, és amelyek egymástól való távolsága 2h, azaz a kétszeres merülési mélység. A Weinigtől származó, a következőkben ismertetendő elmélet szerint a víz alatti szárnyfelület indukált ellenállása tehát feleakkora, mint ennek a kétfedelűnek a W_{ik} együttes ellenállása. *(A következőkben k indexszel a kettős szárny jellemzőit jelöljük.)* A víz alatti szárnyfelület P_y felhajtóereje azonban a felszínhatás következtében valamivel kisebb, mint a kétfedelű P_{yk} összfelhajtóerejének a fele. Írhatjuk tehát, hogy

$$W_i = \frac{1}{2} \cdot W_{ik}$$

és

$$P_y = \frac{1}{2} \cdot P_{yk} \left(1 - \frac{u_{i(\bar{h})}}{v_\infty}\right)$$

Mint korábban – nem túlságosan kicsiny karcsúság esetén és a fesztáv mentén megoszló cirkuláció, $\Gamma_{köz}$ középértékével – most is érvényes a felszínhatást kifejező járulékos sebességre, hogy

$$\frac{u_{i(\bar{h})}}{v_\infty} = \frac{\Gamma_{köz}}{4 \cdot \pi \cdot h \cdot v_\infty}$$

illetve

$$\frac{1}{2} P_{yk} = \varrho \cdot \Gamma_{köz} \cdot v_\infty \cdot b - vel$$

és

$$c_{yk} = \frac{\frac{P_{yk}}{2}}{\frac{\varrho}{2} \cdot v_\infty^2 \cdot b \cdot t_{köz}}$$

helyettesítéssel

$$\frac{u_{i(\bar{h})}}{v_\infty} = \frac{c_{yk}}{8 \cdot \pi \cdot \frac{h}{t_{köz}}}$$

viszont

$$\frac{c_y}{c_{yk}} = \frac{P_v}{\frac{1}{2} P_{yk}}$$

és ezzel

$$\frac{c_y}{c_{yk}} = 1 - \frac{c_{yk}}{8 \cdot \pi \cdot \frac{h}{t_{köz}}} \tag{19}$$

Egyenes szárnyak esetében és a fesztáv mentén optimálisan eloszló felhajtóerő feltételezésével, és első közelítésben egyéb, az elliptikustól nem túlságosan eltérő felhajtóerő eloszlásokra az indukált ellenállás tényezője

$$c_{xik} = \chi \frac{c_{yk}^2}{\frac{\pi \cdot b^2}{F_k}} \tag{20}$$

Az indukált ellenállás

$$W_{ik} = \chi \frac{P_{yk}^2}{\pi \cdot q \cdot \frac{b^2}{F_k}}$$

A χ szorzó a szárnyak egymástól való távolságát, illetőleg e távolság és a fesztáv arányát veszi figyelembe és a következő táblázatból vehető:

$\frac{h}{b} =$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	∞
$\chi =$	1,000	0,890	0,827	0,779	0,742	0,710	0,684	0,500

A (19) átalakításával

$$c_{yk} = 4 \cdot \pi \cdot \frac{h}{t_{köz}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{c_y}{2 \cdot \pi \cdot \frac{h}{t_{köz}}}} \right)$$

vagy kis c_y és $t_{köz}$ értékekre jó közelítéssel

$$c_{yk} \sim c_y \left(1 + \frac{c_y}{8 \cdot \pi \cdot \frac{h}{t_{köz}}} \right), ha\ h \gg t_{köz}$$

Ez azonban csak nagy $\frac{h}{t_{köz}}$ esetén érvényes. A vízfelszín közelében kis állásszöggel $c_{yk} = 2c_y$ -nak kell lennie, és ezért célszerűen írhatjuk, hogy

$$c_{yk} \sim c_y \left(1 + \frac{c_y}{c_y + 8 \cdot \pi \cdot \frac{h}{t_{köz}}} \right), ha\ \frac{h}{t_{köz}} \to 0.$$

Az indukált ellenállás tényezőjének (20) kifejezése ezzel így alakul:

$$c_{xi} \sim 2\,\chi \left(1 + \frac{c_y}{8 \cdot \pi \cdot \frac{h}{t_{köz}}} \right)^2 \frac{c_y^2}{\pi \cdot \frac{b^2}{F}} \quad , ha\ h \gg t_{köz}$$

és

$$c_{xi} \sim 2\,\chi \left(1 + \frac{c_y}{c_y + 8 \cdot \pi \cdot \frac{h}{t_{köz}}} \right)^2 \frac{c_y^2}{\pi \cdot \frac{b^2}{F}} \quad , ha\ \frac{h}{t_{köz}} \to 0$$

A $c_{y(\bar{h})}$ felhajtóerőtényező a végtelen kiterjedésű közegben találthoz viszonyítva (10) és (11) szerint

$$c_{y(\bar{h})} = \left(1 - \frac{c_y}{c_y + 8 \cdot \pi \cdot \frac{h}{t_{köz}}}\right)^2, ha \quad h \gg t_{köz}$$

és

$$c_{y(\bar{h})} = c_y \left(1 - \frac{c_y}{\left(2 + \sqrt{2}\right) c_y + 8 \cdot \pi \cdot \frac{h}{t_{köz}}}\right)^2, ha \quad \frac{h}{t_{köz}} \to 0$$

Ha a végtelen kiterjedésű közegben mozgó azonos szelvényű és mindenben azonos kialakítású szárny indukált ellenállását

$$c_{xi} = \frac{c_y^2}{\pi \cdot \frac{b^2}{F}}$$

kifejezéssel jelöljük, akkor a víz alatti szárny indukált ellenállási tényezője a $c_{y(\bar{h})}$ fenti kifejezéseivel

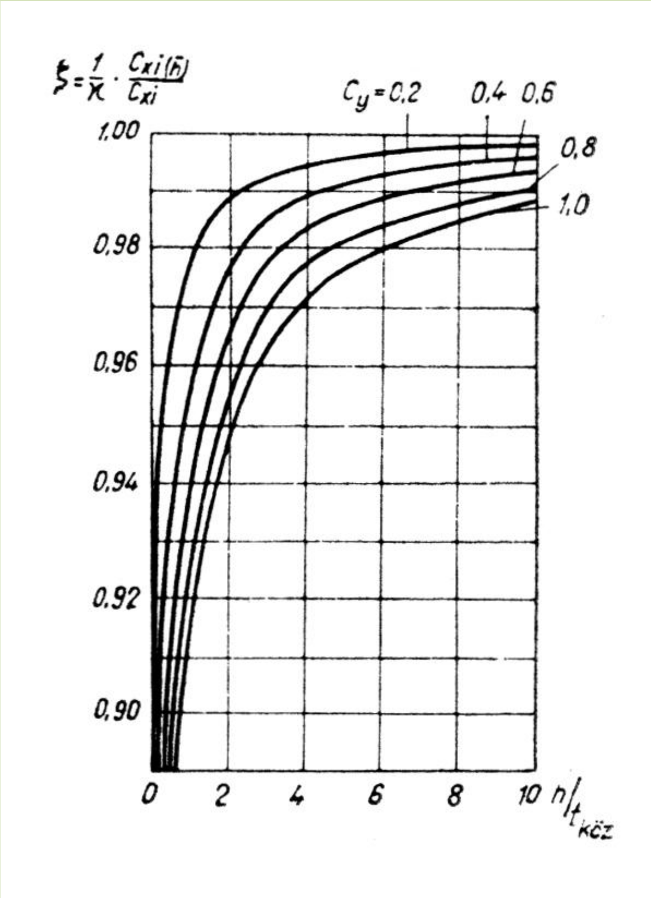
$$c_{xi(\bar{h})} = 2\,\chi \left(1 + \frac{c_{y(\bar{h})}}{8 \cdot \pi \cdot \frac{h}{t_{köz}}}\right)^2 \left(\frac{c_{y(\bar{h})}}{c_y}\right)^2 c_{xi}, ha \quad h \gg t_{köz} \qquad (21)$$

illetve

$$c_{xi(\bar{h})} = 2\,\chi \left(1 + \frac{c_{y(\bar{h})}}{c_{y(\bar{h})} + 8 \cdot \pi \cdot \frac{h}{t_{köz}}}\right)^2 \left(\frac{c_{y(\bar{h})}}{c_y}\right)^2 c_{xi}, ha \quad \frac{h}{t_{köz}} \to 0. \qquad (22)$$

A felszín által a szárny indukált ellenállására gyakorolt hatást jól ábrázolja az **59. ábra**, ahol $\frac{1}{\chi} \cdot \frac{c_{xi(\bar{h})}}{c_{xi}}$ hányadost különböző c_y értékekre ábrázoltuk $\frac{h}{t_{köz}}$ függvényében Weinig után. A felszín hatása hasonlóan érvényesül, mint ahogyan a felhajtóerő esetén láttuk, és az indukált ellenállás h/t csökkenésével viszonylag gyorsan csökken, bár ez a csökkenés abszolút értékben kis c_y tényezőknél és akkor, ha $\bar{h} \to 0$ –hoz, sem haladja meg a 10%-ot.

c) A felszín közelségének hatása a felhajtóerő fesztávmenti eloszlására

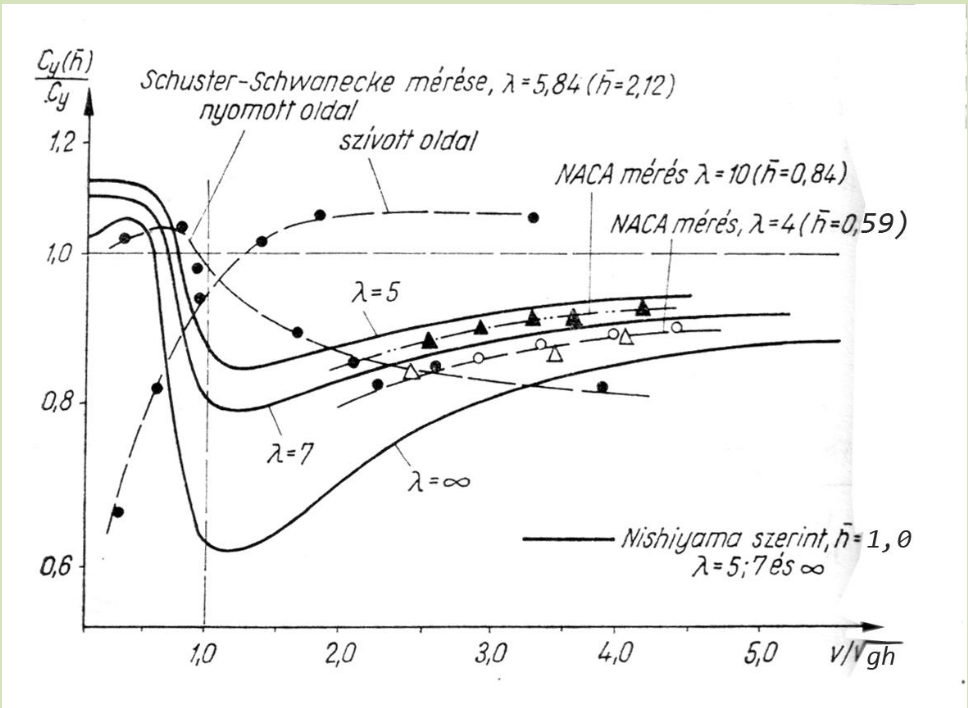


59. ábra.

A végtelen kiterjedésű közegben a felhajtóerőtényező nagyságát – a szárnyas hajóknál számbajövő kis értékeknél – gyakorlatilag függetlennek tekinthetjük a sebességtől. Kísérletek azt mutatták, hogy kis $\bar{h}$ relatív merüléseknél az

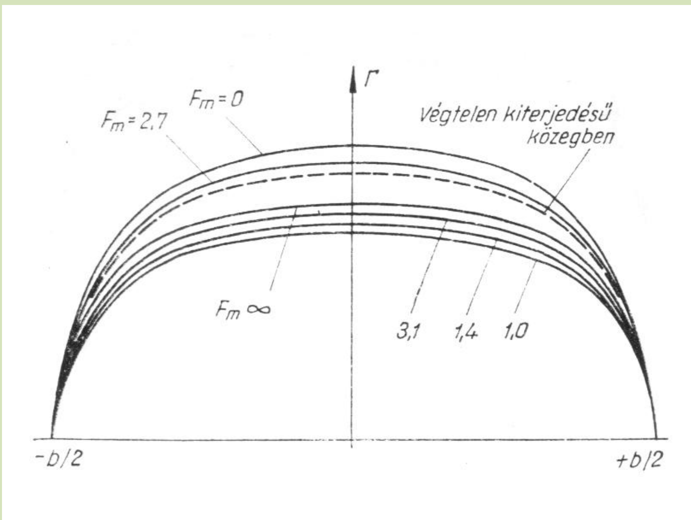
$$F_m = \frac{v}{\sqrt{gh}} = 1$$

mélységi Froude-szám kritikus sebességet jellemez. A kritikusnál kisebb sebességeknél sekélyvizi jelenségek lépnek fel. Egészen kicsiny sebességeknél a kilépőél mögött a vízszint hirtelen megemelkedik és a szárnyat követő sekélyvízi hullám alakul ki. Ebben a sebességtartományban a szárny jellemzői erősen függenek F_m nagyságától. A felhajtóerőtényező kezdetben viszonylag megnő: $\frac{c_{y(\bar{h})}}{c_y} > 1$, majd a kritikus sebesség felé közeledve rohamosan átesik. Változatlan állásszög és egyéb körülmények mellett a végtelen kiterjedésű közegben mérhetőhöz viszonyított legkisebb értékét a kritikus sebességnél éri el. Ettől kezdve a melységi Froude-szám fokozatosan elveszti jelentőségét és helyébe a $\bar{h}$ relatív merüléstől való függés lép. Mint a **60. ábrán** $\lambda = 5{,}7$ *és* ∞ karcsúságú szárnyak esetében látható $\frac{c_{y(\bar{h})}}{c_y}$ aszimptotikusan közeledik 1-hez, illetőleg a relatív merülés által megszabott viszonyszámhoz. Az ábrából az is kitűnik, hogy a sebesség nagyságára való érzékenység erősen függ a szárny karcsúságától is. *Nishiyama* szerint minél nagyobb a $\lambda = \frac{b^2}{F}$ karcsúság, annál erősebben érvényesülnek a sekélyvízi jelenségek. Nishiyama észrevételeit Schuster és Schwanecke kísérlete, valamint NACA (National Advisory Conittee for Aeronautics) mérések is igazolják. Az ábrán ez utóbbiak eredményei is szerepelnek $\lambda = 4$ *és* 10 karcsúság esetére. Az ábrán Schuster és Schwanecke más mérésének eredményét is láthatjuk a szárny nyomott és szívott oldalának C_y tényezőjére vonatkozólag.



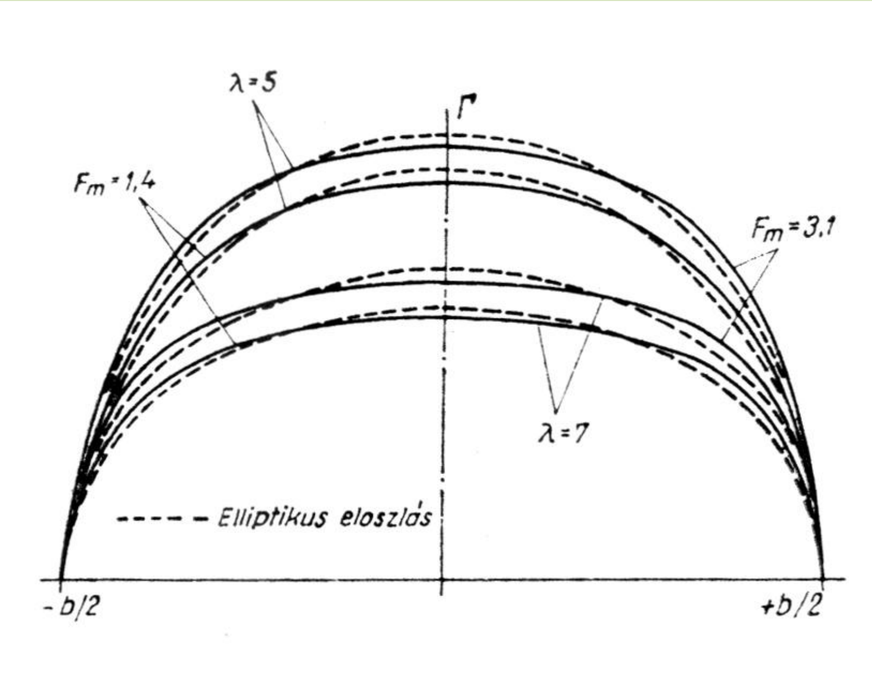
60. ábra.
A felhajtóerőtényező változása a mélységi Froude-szám függvényében

A **61. ábrán** a cirkuláció fesztávmenti eloszlásának változását láthatjuk $\lambda = 5$ karcsúságra és különböző mélységi Froude-számokra. A végtelen kiterjedésű közegben mutatott eloszlást szaggatott vonallal jelöltük. A sebességtől való függés jól látható a kritikus érték környezetében.



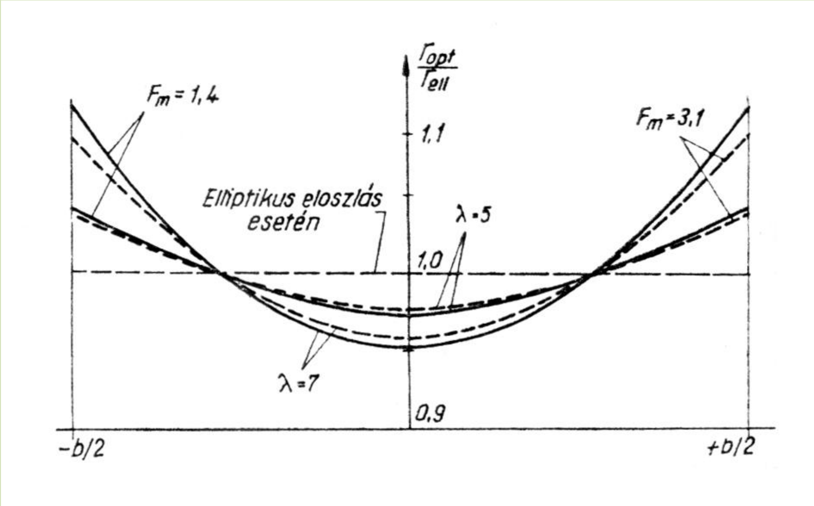
61. ábra.
A mélységi Froude-szám hatása a cirkuláció-eloszlásra

Nishiyama más észrevétele szerint a vízfelszín közelségének hatására a végtelen kiterjedésű közegben kisebb indukált ellenállást keltő ellipszis alaprajzú szárny fesztávmenti felhajtóerőeloszlása megváltozik. $\bar{h} > 3$ esetén a cirkuláció-eloszlás a fesztáv fölé rajzolt fél ellipszishez hasonló. $\bar{h} < 3$ esetében a helyi Γ_x cirkulációértékek a szárny középrészén csökkennek, a szárnyvégeken pedig növekednek az elliptikus eloszláshoz viszonyítva. Ezt az észrevételt különböző mérések eredményei, többek között Schuster és Schwanecke említett kísérletei is alátámasztják. Az eltérés nagysága a Froude-számtól, tehát lényegében a sebességtől függ, de a szárny karcsúsága is hatással van rá. A **62. ábrán** Nishiyama által bemutatott cirkulációeloszlásokat látunk $F_m = 1{,}4\ és\ 3{,}1$ sebesség viszonynál, valamint $\lambda = 5\ és\ 7$ karcsúságokra. Az eltérés okát Schuster és Schwanecke-hez hasonlóan Nishiyama is abban látja, hogy a felszín hatására a szárny középrészén uralkodó erősebb cirkuláció miatt nagyobb $u_{i(\bar{h})}$ járulékos sebességek alakulnak ki, mint a szárnyvégeken.



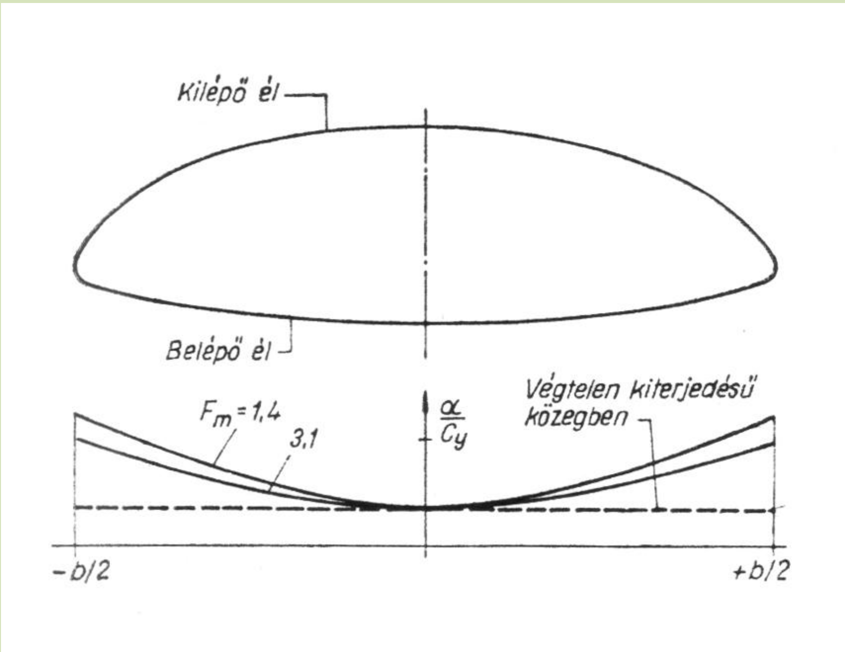
62. ábra.
Optimális cirkuláció-eloszlás a felszín közelében

A **63. ábrán** a vízfelszín közelében mutatkozó optimális eloszlás eltérését látjuk az elliptikushoz viszonyítva, százalékos arányban a fesztáv fölé rajzolva. A karcsúság hatására jellemző, hogy míg $\lambda = 5$ –nél az eltérés a szárnyközépen mintegy 2,5%, addig $\lambda = 7$-nél az 5%-ot is eléri. A szárnyvégeken viszont az eltérés már 5, ill. 10%, azaz semmiképpen el nem hanyagolható nagyságú.



63. ábra.
Az optimális eloszlás eltérése az elliptikustól

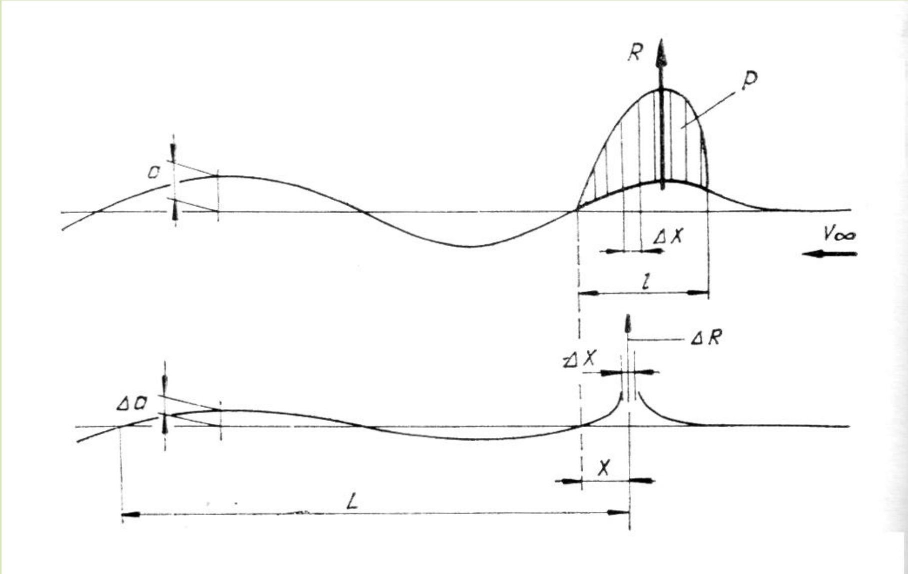
Véges kiterjedésű közegben az elliptikus eloszlást ellipszis alaprajzó szárny adta, amelynek szelvényei a fesztáv mentén egyformák voltak és végig azonos állásszögben érte az áramlás. Ha ugyanezt a szárnyat a felszínhez közelítjük, az optimális eloszlás fenntartása érdekében a metszetek állásszögét a szárnyvégek felé fokozatosan növelni kell. A felszín közelében az optimális eloszlást az ellipszis alaprajzú, de elcsavart szárny biztosítja (**64. ábra**). Az elcsavarásra és a felhajtóerőeloszlás tetszés szerinti befolyásolásának lehetőségeire később térünk ki (lásd *C)* fejezet).



64. ábra

d) Vízfelszín közelében mozgó szárnyak hullámellenállása

A szárnyas hajók hullámellenállása teljes sebességnél – tehát amikor már csak a szárnyfelületek merülnek a víz színe alá- a többi ellenállás-összetevőhöz viszonyítva elenyészően kicsiny. A teljesség kedvéért mégis érintjük e kérdést.



65. ábra.
A hullámellenálláshoz

Nyilvánvaló, hogy egy szárnyfelület hullámellenállása akkor a legnagyobb, ha a felület a víz felszínén siklik. Tekintsük a végtelen hosszúságúnak képzelt szárnyat ideális vékonyságúnak, amelyet a középvonalával azonos görbületű áramvonallal helyettesíthetünk. Kössük ki még azt is, hogy a belépőélnél az áramlás a felületre érintőlegesen érkezzen és így ütközés és visszaverődés nélkül, simán folyjon le. A kicsiny állásszögre állított szárnyfelület előtt a víz fröccsképződés nélkül feltorlódik, majd a kilépőél mögött a felszín a zavartalan vízszinteshez képest lesüllyed. A felület *t* húrhosszát, - amely a keletkező hullám *L* hosszúságához viszonyítva kicsiny- osszuk elemi hosszúságú Δx szakaszokra. A szárny mögött húzódó hullámot a Δx hosszúságú elemek által keltett és ugyancsak *L* hosszúságú hullámelemek összességének tekinthetjük. A hullámhegytől- hullámhegyig mért hullámhossz

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot v_\infty^2}{g} \tag{23}$$

Egy Δx hosszúságú és b szélességű felületelemen ébredő hidrodinamikai erő (**65. ábra**) a p nyomás és a felület szorzatával egyenlő:

$$\Delta R = p \cdot \Delta x \cdot b$$

A felületelem által keltett elemi hullám nagysága

$$\Delta a = \frac{2\Delta R}{b \cdot \varrho \cdot v_\infty^2}$$

A teljes $b \cdot t$ méretű felület által keltett hullám magassága tehát

$$a = \sum \Delta a = \frac{2R}{b \cdot \varrho \cdot v_\infty^2}$$

A hullám hosszúsága és magassága tehát független a felületen ható nyomások eloszlásától. A hullámellenállás pedig nem más, mint ezen ***L*** hosszúságú és ***a*** magasságú hullám létrehozásához az áramlás összenergiájából elvont mozgási energia:

$$W_{hull} = \frac{1}{4} \cdot \varrho \cdot g \cdot a^2 \cdot b$$

és a fenti kifejezések behelyettesítésével

$$W_{hull} = \frac{R^2 \cdot g}{\varrho \cdot v_\infty^4 \cdot b} \tag{24}$$

Korábbi kikötésünk értelmében a felület állásszöge kicsiny, így $\boldsymbol{R}$ helyébe a szárnyszelvény jellemzőivel adott $\boldsymbol{P_y}$ felhajtóerőt helyettesíthetjük:

$$R = P_y = c_y \cdot \frac{\varrho}{2} \cdot v_\infty^2 \cdot b \cdot t \tag{24a}$$

Végtelen hosszúságú szárnyról van szó, tehát indukált ellenállás nem keletkezik, valamint idealizált közegben eltekinthetünk a súrlódási ellenállástól is, így az áramlásra merőleges iránytól hátrahajló $\boldsymbol{R}$ eredő erő vízszintes vetülete csak a $\boldsymbol{W_{hull}}$hullámellenállás lehet. Fejezzük ki ezt is erőtényezős alakban:

$$C_{x\,hull} = \frac{W_{hull}}{\frac{\varrho}{2} \cdot v_\infty^2 \cdot b \cdot t}$$

A (24) és a (24a) behelyettesítése, rendezés és az alábbi jelölés felhasználásával:

$$k = \frac{t}{\frac{L}{2\pi}} = \frac{t}{\frac{v_\infty^2}{g}}$$

A dimenzió nélküli *hullámellenállási tényező* így alakul:

$$C_{x\,hull} = \frac{c_y^2}{\frac{2 \cdot v_\infty^2}{g \cdot t}} = \frac{k}{2} \cdot c_y^2$$

illetve $\boldsymbol{L}$ korábbi (23) kifejezésével

$$C_{x\,hull} = \pi \frac{c_y^2}{\frac{L}{t}} \tag{25}$$

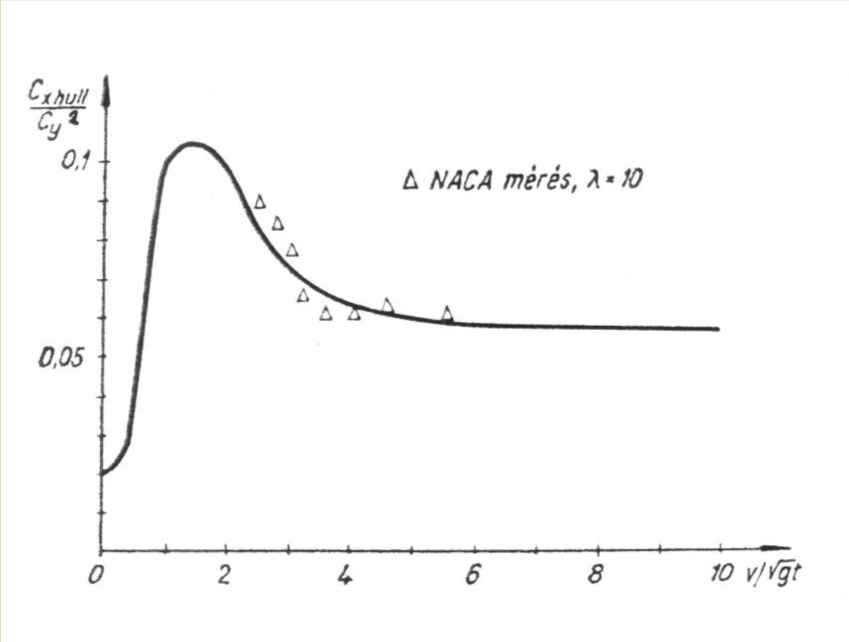
A hullámelleállás tehát független a szárny oldalviszonyától – legalábbis míg az nem túlságosan kicsiny – így véges fesztávú szárnyakra is alkalmazhatjuk a kapott eredményt. Mivel pedig az indukált ellenállási tényező

$$c_{xi} = 2 \frac{c_y^2}{\pi \cdot \frac{b}{t}}$$

felírhatjuk a hullámellenállás és az indukált ellenállás arányát:

$$\frac{c_{x\,hull}}{c_{xi}} = \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{b}{L} \tag{25a}$$

Ez pedig azt mutatja, hogy amíg $\frac{L}{b} > \frac{\pi^2}{2}$, addig a hullámellenállás kisebb, mint az indukált ellenállás. Ha a szárny fesztávolsága $b < \frac{L}{5}$, a hullámellenállás egyre kisebb lesz az erősen növekvő indukált ellenálláshoz viszonyítva.



66. ábra.
A hullámellenállás változása a Froude-szám függvényében

Az eddigiekben a víz felszínén sikló felület viszonyairól volt szó. A felszín alá merült felület hullámellenállása az így kapott értéknél minden esetben csak kisebb lehet, mert a felület megzavarása tőle nagyobb távolságban haladó tárgytól ered. A szárnyszelvény vastagságának nincsen különösebb szerepe és Weinig szerint a felszín alatt mozgó szárny hullámellenállási tényezője nem haladja meg egy ***d*** átmérőjű, víz alá merített hengerét:

$$c_{x\,hull} = \frac{\pi^2}{2} \cdot F^{-6} \cdot e^{-2\cdot\frac{h}{d}\cdot F_r^{-2}}$$

ahol $F_r = v/\sqrt{g \cdot d}$. Ez az érték – bár a kritikus $F_r = 1$ sebességviszony környezetében erős növekedést mutat (**66. ábra**) – a megépült szárnyas hajók példája szerint szintén elhanyagolható, mivel ezek üzemi sebessége jóval a kritikus felett van. *Szokolov* szerint $F_r < 6$ esetében:

$$c_{x\,hull} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \frac{\pi^2}{F_r^2}}{F_r^2} \cdot c_y^2$$

$F_r = 7$ *és* 10 között

$$c_{x\,hull} = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_y^2}{F_r}$$

és $F_r > 10$ esetén mindenképpen elhanyagolhatóan kicsiny, a szárny ellenállásának csupán csekély részét teszi ki: $\sim 0{,}02\ c_{x\,össz}$

♣ ARCHIVÁLTA: SRY 2011.03.10. ♣ WWW.SRY.ATW.HU ♣