Előzetesként küldöm egy lényeges elvi problémával kapcsolatos elemzésemet, melyet Hubert Béla kérésére belső jelentésként dolgoztam ki kb. 1987-ben

A véges szóhosszból adódó korlátozás hatása geometriai adatokból számított **számjegyvezérlésű (NC) programok** szerkesztésénél

Dr. VÖRÖS GÁBOR

BEVEZETÉS

A 32 bites szóhosszúságú lebegőpontos ábrázolás esetén (1 bit előjel, 7 bit karakterisztika, 24 bit mantissza) a reprezentáció pontossága 2^{-24}, azaz 10^{-7}.

Jóllehet az ábrázolható legnagyobb és legkisebb szám $\pm$ 9,2 10^{18}, a pontosságon azt kell érteni, hogy

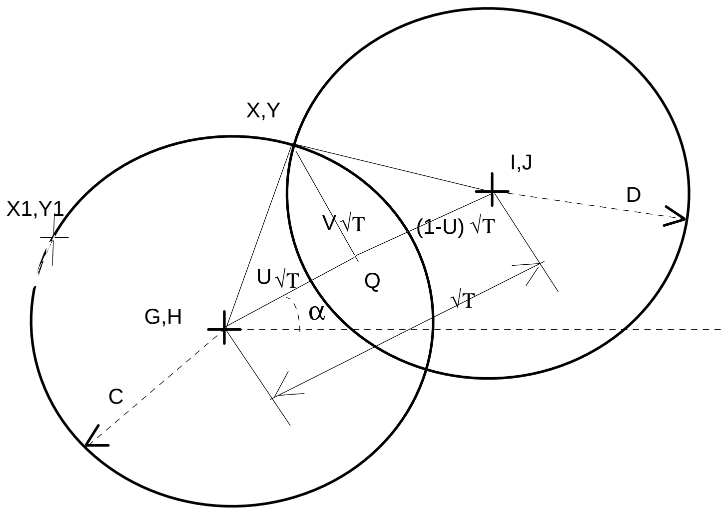
- azonos karakterisztikák esetén két, M hosszúságú (esetünkben 24 bites) mantissza összeadásakor túlcsordulás keletkezik, és az eredményt egy bittel jobbra kell léptetnünk (a bináris törtvessző a baloldalon van).
  Amennyiben ez a bit zérusértékű volt, hibát nem követtünk el, logikai 1 esetén viszont $\pm 2^{-M}$ nagyságú hiba lép fel attól függően, hogy a szám pozitív, vagy negatív volt-e? Ennek a hibának a szórásnégyzete
  $\delta_1^2 = 2^{-M}/2$
- amikor pedig két M bites mantisszájú gépi szót összeszorzunk, az eredmény 2M (esetünkben 24) bites gépi szó lesz. Mivel az ábrázolás miatt az eredményt újból M bitszámra kell visszaléptetnünk, hibát követünk el, amelynek szórásnégyzete
  $\delta_1^2 = 2^{-2M}/12$

A JELENSÉG

Geometriai adatokból számított számjegyvezérlésű (NC) programok szerkesztésénél (elemszámításkor) a bevezetőben körvonalazott csonkítási hibák csak akkor okoznak nehézséget, ha egy adott számítási módszerrel meghatározott körpontok egy ezt követő másik módszerrel (a körön fekvés ellenőrzésekor) a megengedett hibát meghaladva is eltérést jeleznek a kör kerületétől.

ELEMZÉS

Két kör metszése esetén a metszéspont a következők szerint számítható:



ahol: C, D a sugarak
G, H az egyik kör középpontjának x,y koordinátája
I, J a másik kör középpontjának x,y koordinátája

X, Y a kerületi metszéspontok
T a középpontok távolsága

Ha bevezetjük a következő jelölést:

$$R = I - G \qquad (1)$$

akkor

$R/\sqrt{T}$ az α szög koszinusza

valamint

$$S = J - H \qquad (2)$$

esetén

$S/\sqrt{T}$ az α szög szinusza

T értékét Pitagorasz tételével S és R-ből számíthatjuk

$$T = S^2 + R^2 \qquad (2a)$$

A [Q — G,H — X,Y] háromszögben

$$C^2 = U^2 \bullet T + V^2 \bullet T \qquad (P1)$$

míg a [Q — I,J — X,Y] háromszögben

$$D^2 = (1 - U)^2 \bullet T + V^2 \bullet T \qquad (P2)$$

(P1) jelű egyenletből kivonva (P2)-t kapjuk:

$$C^2 - D^2 = U^2 \bullet T - T + 2 \bullet U \bullet T - U^2 \bullet T$$

így

$$U = \frac{C^2 - D^2 + T}{2T} \qquad (3)$$

és (P1)-ből:

$$V = \pm\sqrt{\frac{C^2}{T} - U^2} \qquad (4)$$

Ez egyben az elrendezés diszkriminánsa: $U^2 > T^2/2$ esetén a két körnek nincs egyetlen közös pontja sem.

A keresett metszéspont X koordinátáját az alábbi ábra szerint határozhatjuk meg:

Stb... stb ez így megy hat oldalon keresztül