Kettes és tizenhatos számrendszer, Neumann-elv

Kettes számrendszer:

A kettes számrendszer vagy bináris számrendszer olyan helyiérték-jelölő számrendszer, ami két számjeggyel ábrázolja a számokat, az arab számírásban a 0-s és az 1-es jegyekkel. Mivel digitális áramkörökben a számrendszerek közül a kettest a legegyszerűbb megvalósítani, a modern számítógépekben és gyakorlatilag bármely olyan elektronikus eszközben, amely valamilyen számításokat végez, szinte kivétel nélkül ezt használják.

1854-ben George Boole megjelentetett egy cikket a később Boole-algebra néven ismertté váló logikai rendszerről. A cikk mérföldkő volt a logika történetében, és létfontosságú a bináris aritmetika áramkörökkel való megvalósításában.

1946-ban a Neumann János által megalkotott Neumann-elvek között szerepel a kettes számrendszer, mint a számítások számrendszere.

Összeadás	Példa
0 + 0 = 0 0 + 1 = 1 1 + 0 = 1 1 + 1 = 10	1011_2 $+\ 11_2$ 1110_2

Kivonás	Példa
0 − 0 = 0 0 − 1 = −1 1 − 0 = 1 1 − 1 = 0	1011_2 $-\ 111_2$ 100_2

Szorzás	Példa
0 · 0 = 0 0 · 1 = 0 1 · 0 = 0 1 · 1 = 1	1010_2 $\cdot\ 11_2$ 11110_2

Osztás	Példa
0 / 0 = n.def. 0 / 1 = 0 1 / 0 = n.def. 1 / 1 = 1	1010_2 $/\ 10_2$ 101_2

Neumann-elvek:

1. Teljesen elektronikus működés (– ez Neumann idejében elektroncsöves felépítést jelentett, amit később a tranzisztoros, majd az integrált áramkörös felépítés követett)

2. Kettes számrendszer használata (– az összes művelet, pl. összeadás, szorzás, kettes számrendszerbeli logikai műveletekre redukálható)

3. Belső memória használata

4. Tárolt program elve. A számításokhoz szükséges adatokat és programutasításokat a gép azonos módon, egyaránt a belső memóriában (operatív tár) tárolja.

5. Soros utasítás-végrehajtás (az utasítások végrehajtása időben egymás után történjen; ennek egy alternatívája a párhuzamos utasítás-végrehajtás, amikor több utasítás egyidejűleg is végrehajtható: ezt a lehetőséget Neumann elvetette)

6. Univerzális felhasználhatóság, Turing-gép (programozhatóság; a különböző feladatok programokkal legyenek megoldva, nem pedig erre a célra épített hardverrel)

7. Szerkezet: öt funkcionális egység (aritmetikai egység, központi vezérlőegység, memóriák, bemeneti és kimeneti egységek)

Tizenhatos számrendszer:

A tizenhatos (hexadecimális) számrendszer a 16-os számon alapuló számrendszer, az informatika kulcsfontosságú számrendszere.
A tizenhatos számrendszer a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyeken kívül az A, B, C, D, E, F betűket használja. A 0–9 számjegyek használata értelemszerű az A számjegy 10-et, a B számjegy 11-et, a C számjegy 12-t, a D számjegy 13-at, az E számjegy 14-et és az F számjegy 15–öt jelöl.

Bináris		Hexadecimális		Decimális
1111	=	F	=	15
1.1111	=	1F	=	31
11.0111.1100.0101	=	37C5	=	14277
1010.1100.1010.1011	=	ACAB	=	44203
1.0000.0000.0000.0000	=	1.0000	=	65536

Számrendszerek közötti átváltások:

10-es számrendszerből tetszőleges számrendszerbe:

2-esbe:

723	1
361	1
180	0
90	0
45	1
22	0
11	1
5	1
2	0
1	1
0	

8-asba:

723	3
90	2
11	3
1	1
0	

16-osba:

723	3
45	13 ≈ D
2	2
0	

Ezek után a számot „alulról-felfelé" olvassuk. Így az eredmények:

2-esben: 1011010011

8-asban: 1323

16-osban: 2D3

Tetszőleges számrendszerből 10-es számrendszerbe:

Példa:

$$723_{10} = 3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^2 = 3 + 20 + 700 = 723$$

2-esből:

$$\overleftarrow{1011010011} = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^7 +$$

$$\ldots\ldots\ 2^2\, 2^1\, 2^0$$

$$+ 0 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^9 = 1 + 2 + 16 + 64 + 128 + 512 = 723$$

8-asból:

$$\overleftarrow{1323}_8 = 3 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^3 = 3 + 16 + 192 + 512 = 723_{10}$$

$$8^3\, 8^2\, 8^1\, 8^0$$

16-osból:

$$2D3_{16} = 3 \cdot 16^0 + 13 \cdot 16^1 + 2 \cdot 16^2 = 3 + 208 + 512 = 723_{10}$$

$$16^2\, 16^1\, 16^0$$