

# ELEKTROMÁGNESES INDUKCIÓ/1

- **Mozgási indukció**
- **Nyugalmi indukció**
- **Lenz törvénye**
- **Példák**

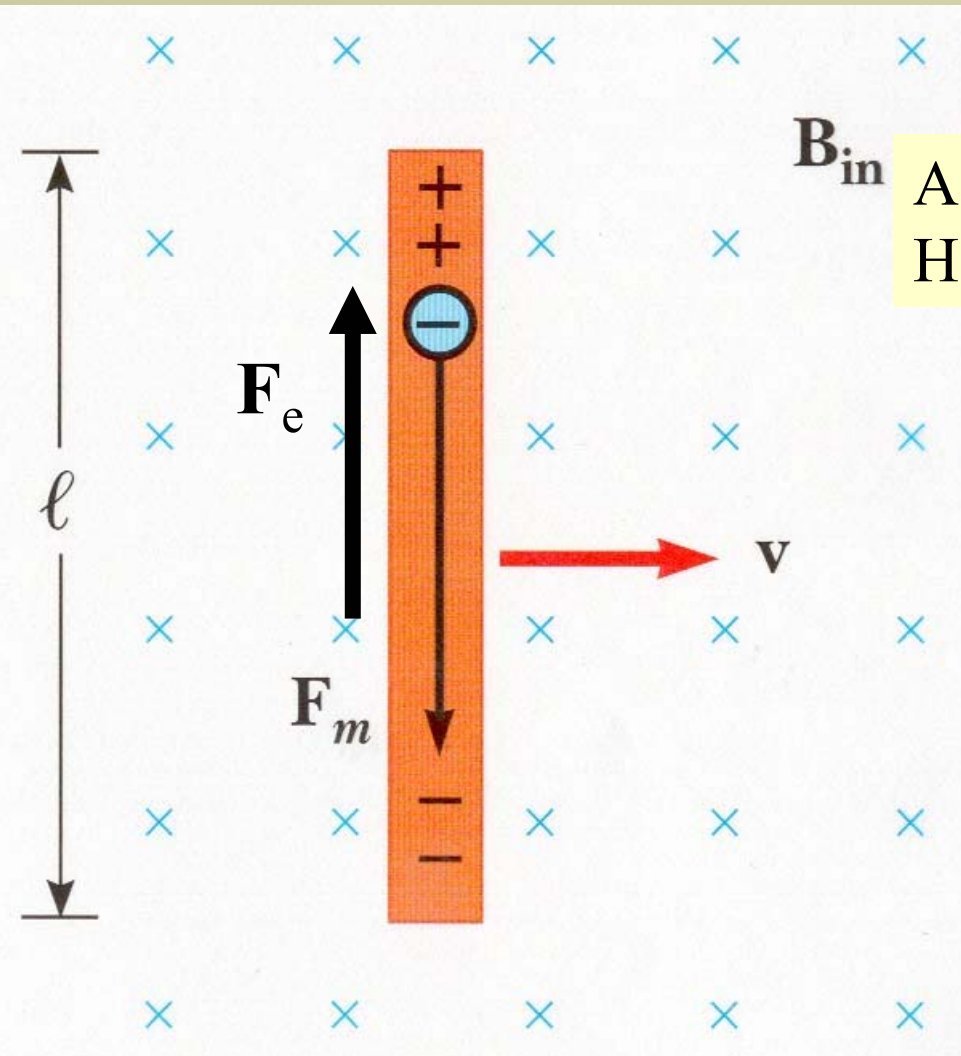
# A nagy rejtély

- tudjuk, hogy a mozgó töltések mágneses teret hoznak létre (Biot—Savart-trv)
- az eltolódási áram időben változó mágneses teret hoz létre
- **Hogyan hozhatnánk létre mágneses térrel elektromos teret?**
- **Van-e különbség az elektromos és a mágneses tér között, avagy  $V$  minnek a sebessége a Lorentz erő formulájában?**

# Mozgási indukció

## A töltésekre ható erő

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$



A végeken annyi töltés gyűlik össze  
Hogy  $\mathbf{F}_m = -\mathbf{F}_e$

$$qE = qvB$$

$$E = vB$$

Elektromos tér  
indukálódik és

$$\mathcal{E} = El = vBl$$

feszültség különbség jön létre

# Mozgási indukció

$$\Phi_B = Blx$$

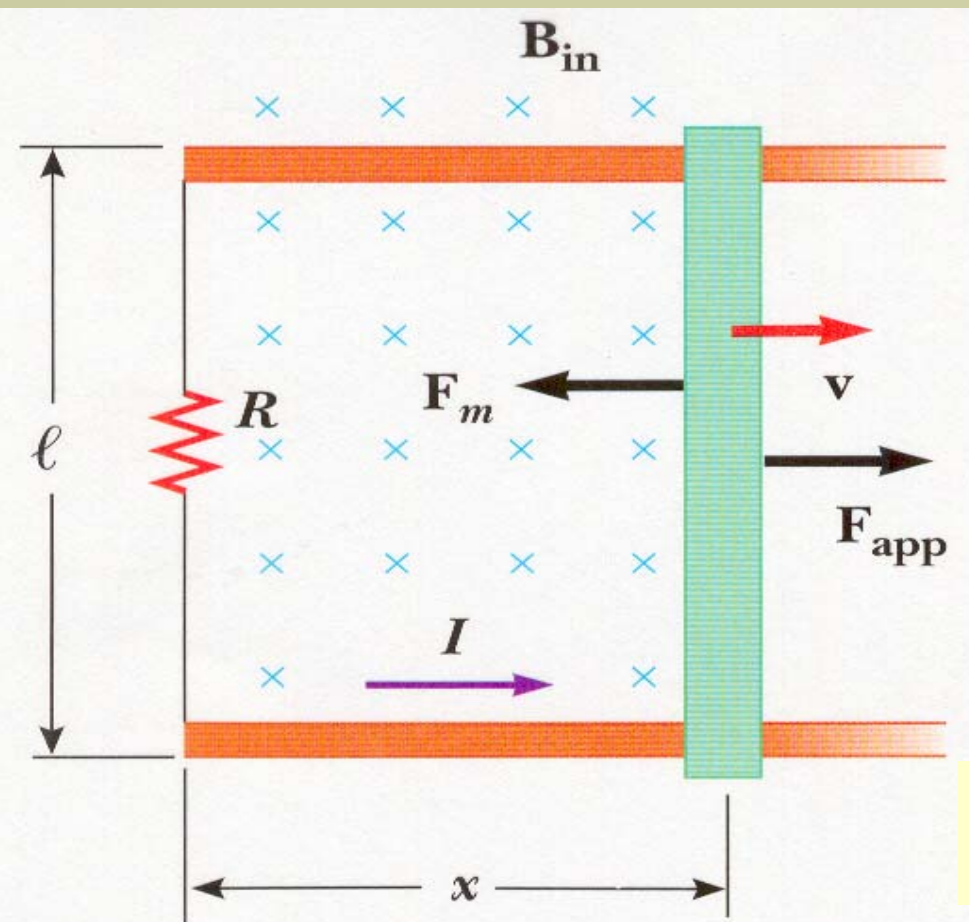
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -Bl \frac{dx}{dt} = -Blv$$

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{Blv}{R}$$

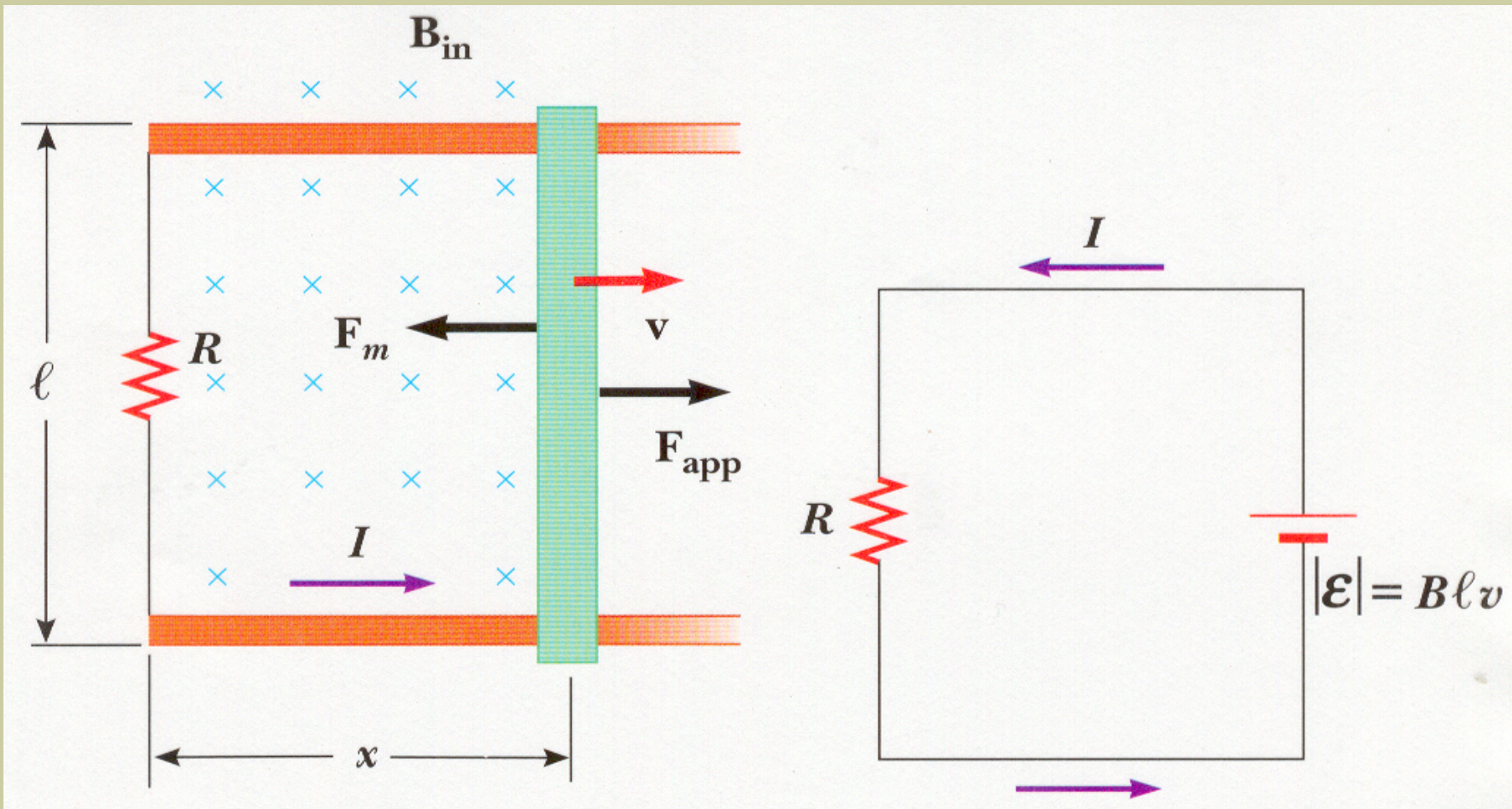
$$F_m = I\mathbf{l} \times \mathbf{B} = Il \cdot B = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

$$F_{app} = F_m \Rightarrow \text{const. } v$$

teljesítmény:  $F_m \cdot v = \frac{B^2 l^2 v^2}{R} = IR^2$

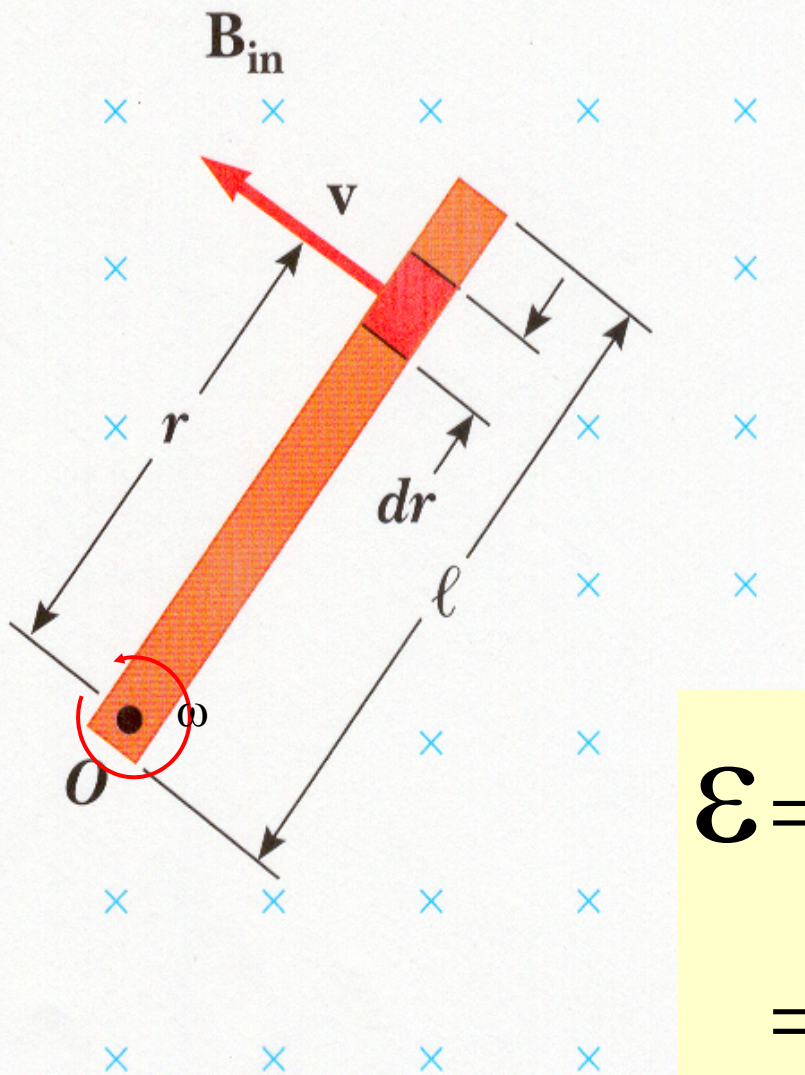


# Mozgási indukció



**Ekvivalens áramkör**

# Forgó rúdban indukált feszültség



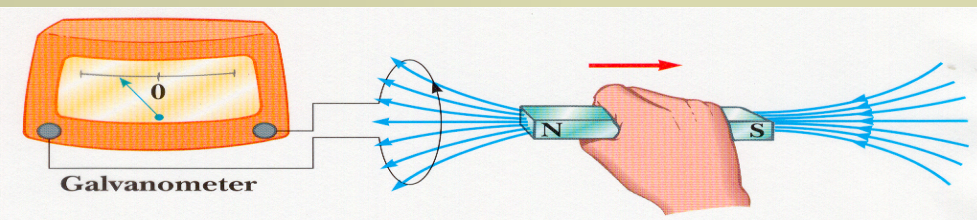
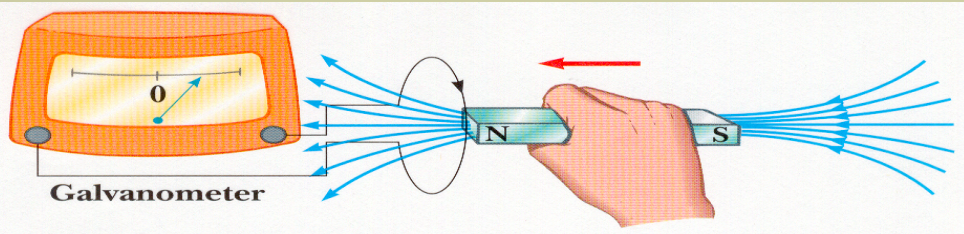
$$qE = qvB$$

$$\Rightarrow E = vB$$

$$d\mathcal{E} = Bv \cdot dr$$

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= \int Bvdr = B \int_0^{\ell} r\omega dr \\ &= \frac{1}{2} B\omega^2 \ell^2\end{aligned}$$

# Faraday törvénye az indukcióról



- A áramkörben feszültség indukálódik ami a **mágneses fluxus** időbeli változásával arányos.

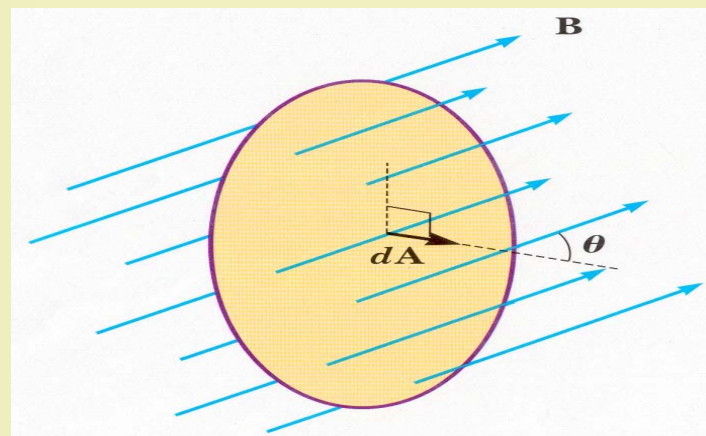
$N$  hurokra

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

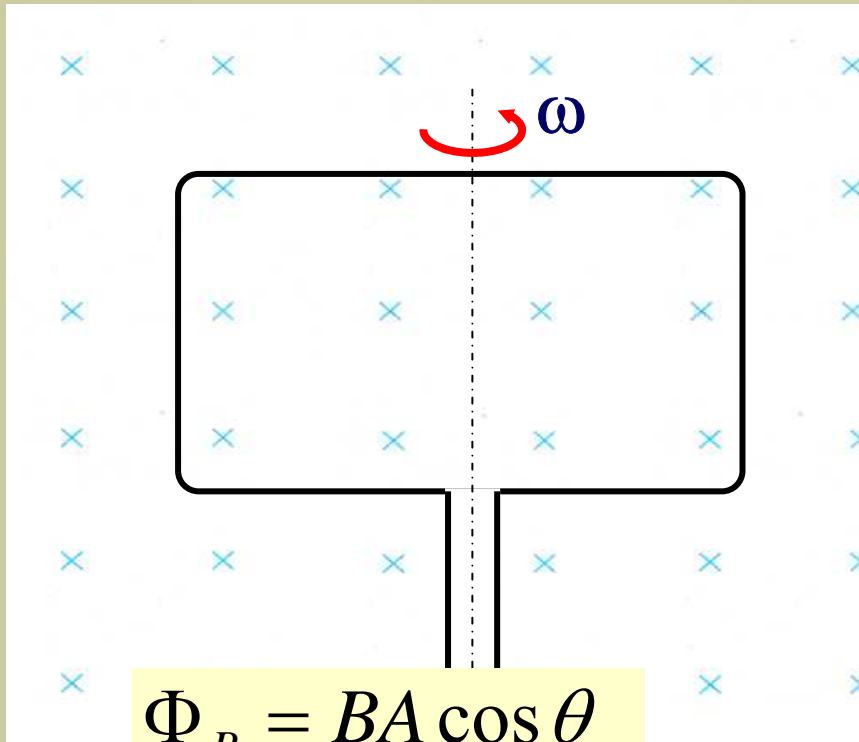
$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

egysége : weber (Wb)  
 $1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$

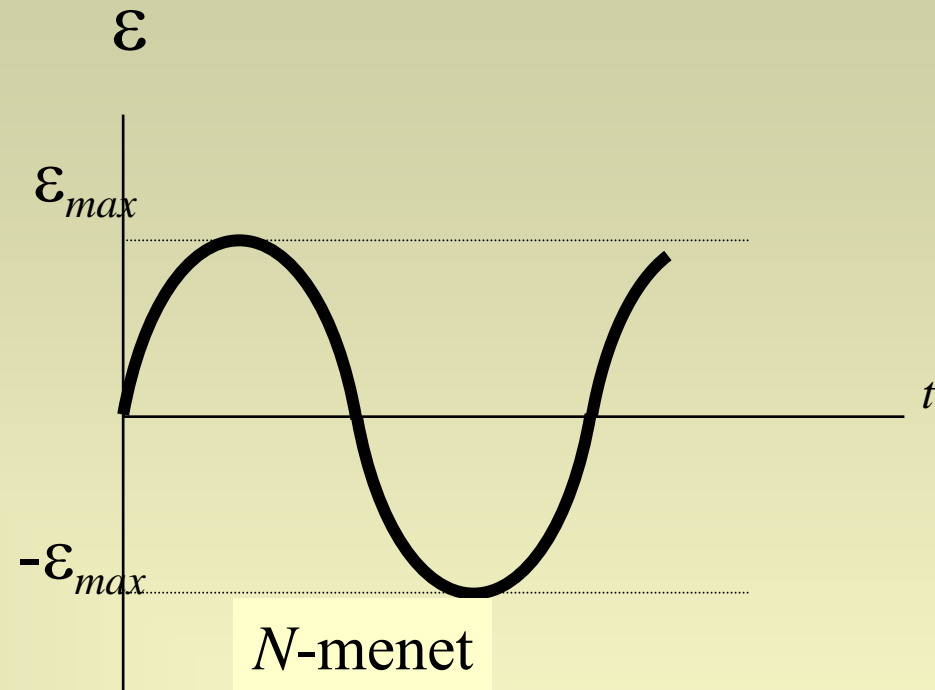


## • Váltóáram keltésének elve



$$\begin{aligned}\Phi_B &= BA \cos \theta \\ &= BA \cos \omega t\end{aligned}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = BA\omega \sin \omega t$$

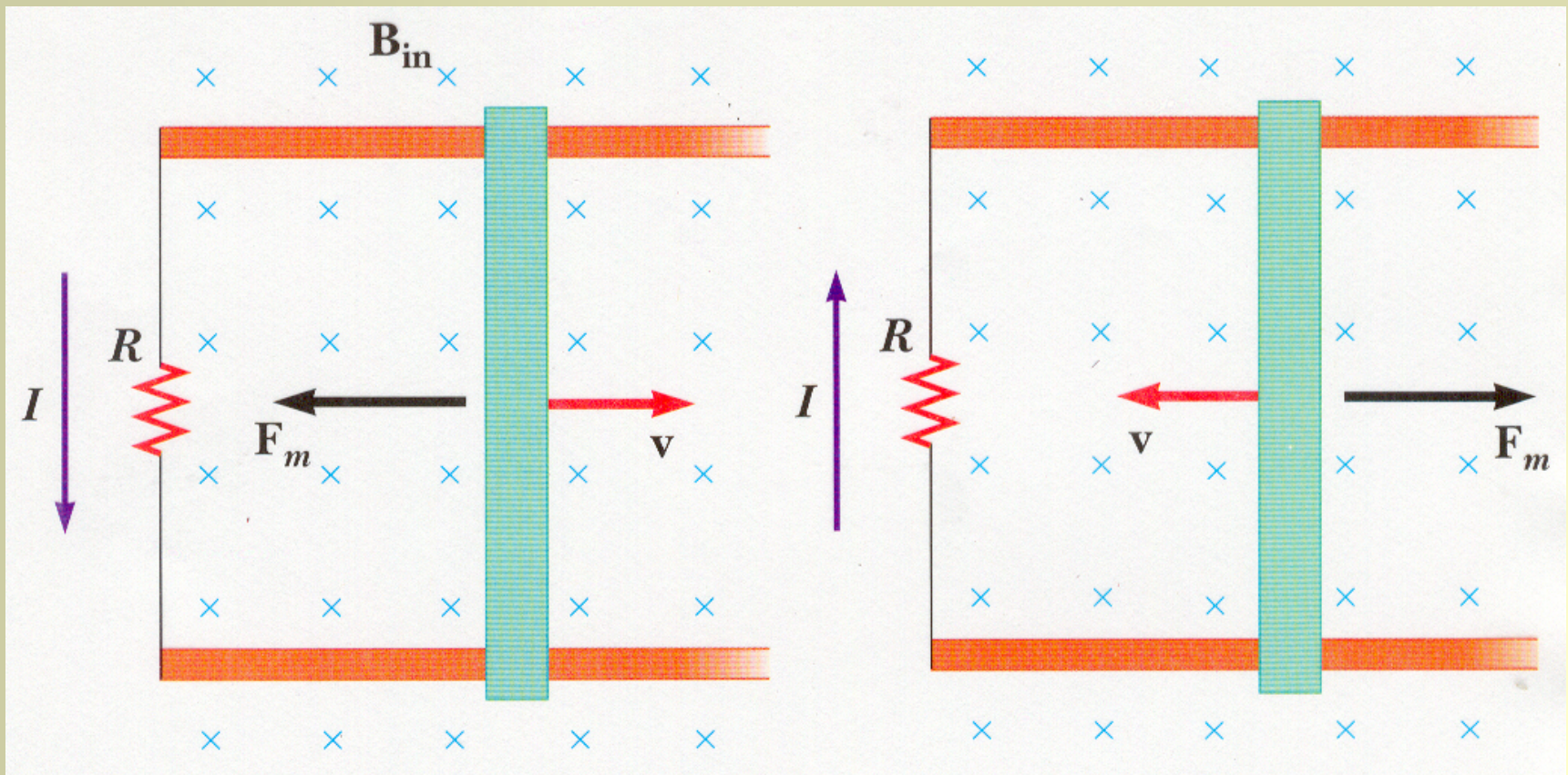


$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= BAN\omega \sin \omega t \\ &= \mathcal{E}_{max} \sin \omega t\end{aligned}$$

# Lenz törvénye

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

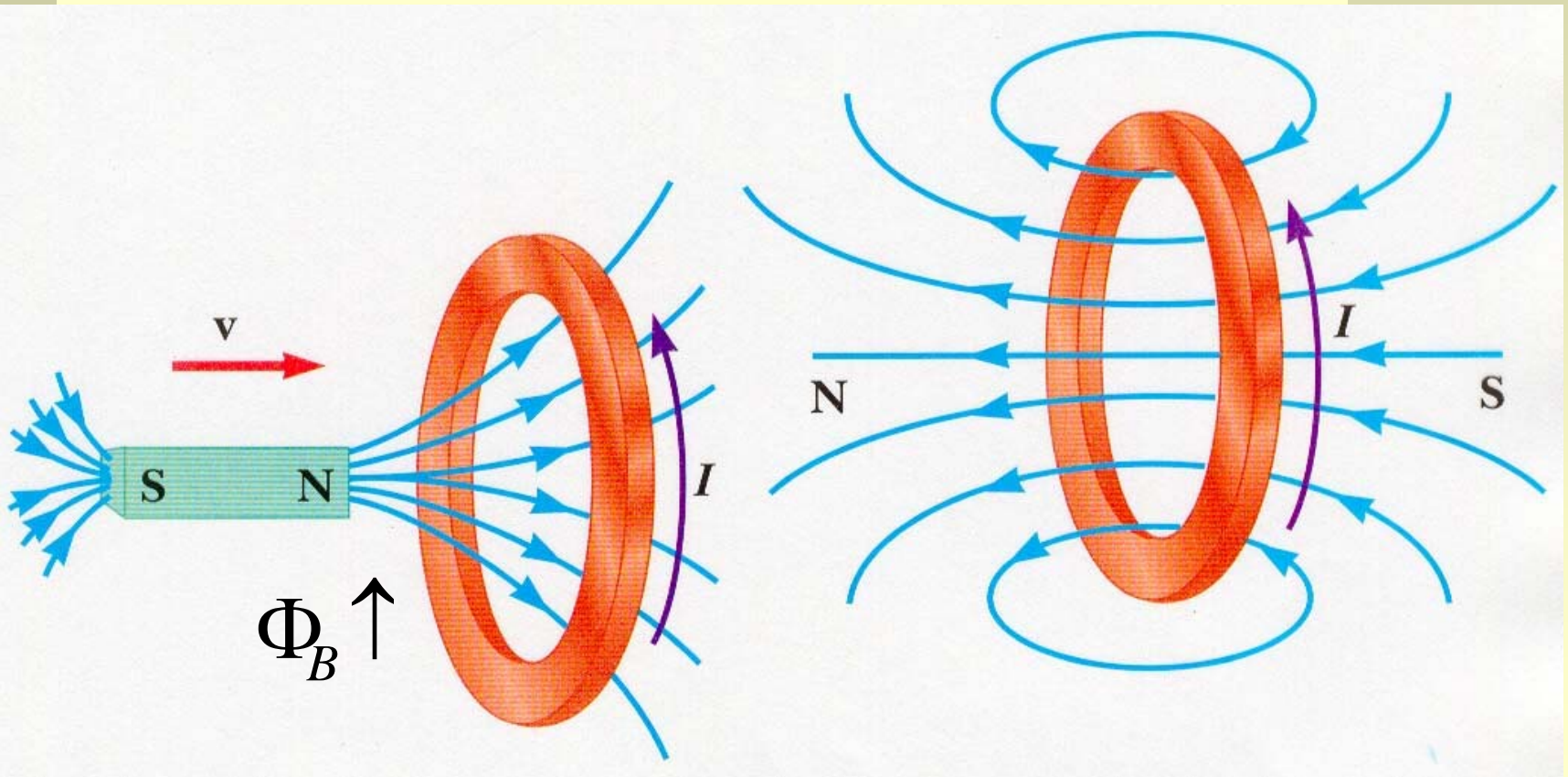
Az indukált áram mágneses fluxusa ellentétes az indukáló fluxussal



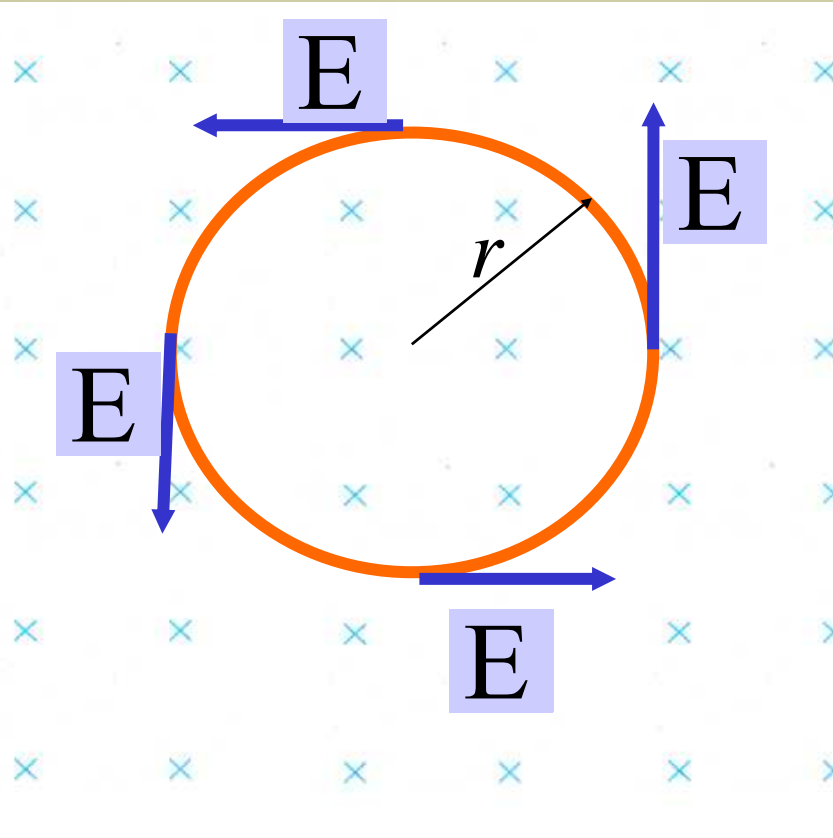
# Lenz törvénye

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Az indukált áram mágneses fluxusa ellentétes az indukáló fluxussal



## Nyugalmi indukció



$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \neq 0$$

$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

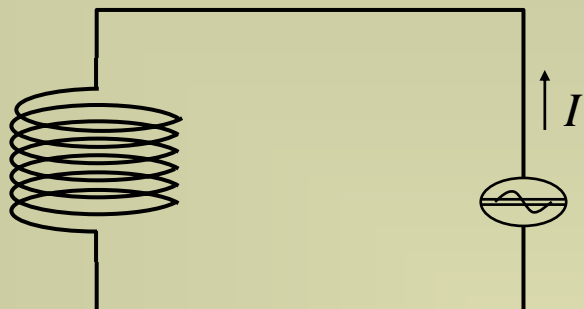
$$\mathcal{E} = 2\pi r \cdot E = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

$$\therefore E = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

**Faraday indukció  
törvénye**

# Az önindukció



$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = \mu_0 n^2 Al = \mu_0 n^2 V$$

$$-N \frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$L = N\Phi_B / I$$

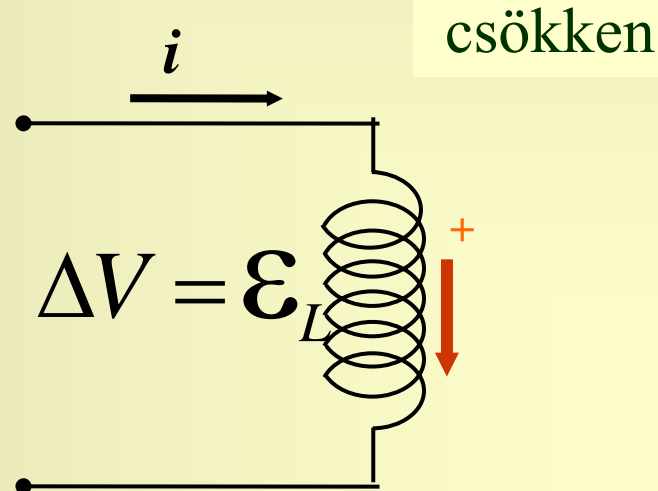
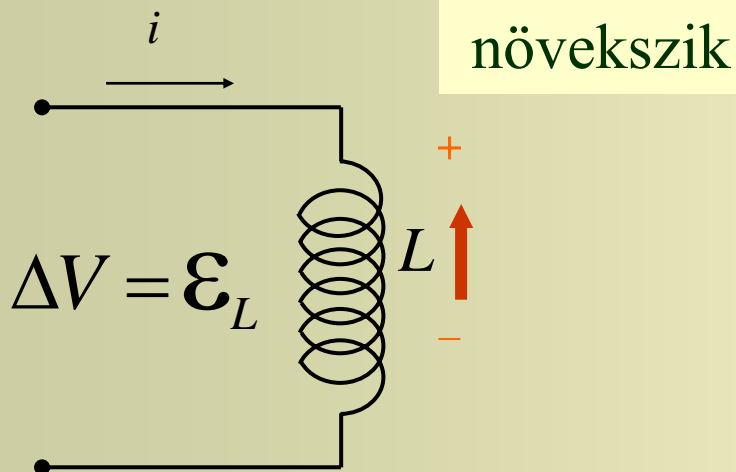
$$B = \mu_0 nI$$

$$1H = 1 \frac{T \cdot m^2}{A} = 1 \frac{V \cdot s}{A} = 1 \frac{Wb}{A}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_L &= -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -N \mu_0 n \frac{dI}{dt} \cdot A \\ &= - \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \frac{dI}{dt} \end{aligned}$$

$$\mathcal{E}_L = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$\mathcal{E}_L$  : ellentétes az áram növekedés irányával



**L a geometriától függ**

**szolenoid induktivitása**

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} = \frac{nlBA}{i} = \frac{nl\mu_0 niA}{i}$$

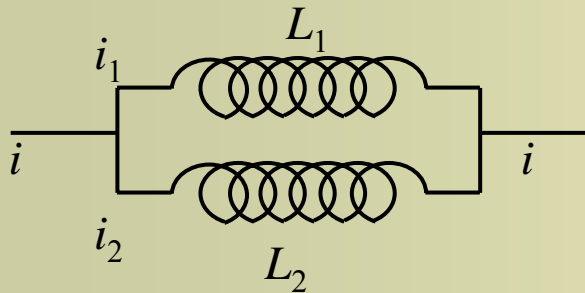
$$L = \mu_0 n^2 l A$$

**soros kapcsolás**

$$L = L_1 + L_2$$

**párhuzamos kapcsolás**

$$\Rightarrow \frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$



$$-\frac{\mathcal{E}_L}{L} = \frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} = -\frac{\mathcal{E}_L}{L_1} - \frac{\mathcal{E}_L}{L_2}$$

$$i = i_1 + i_2$$

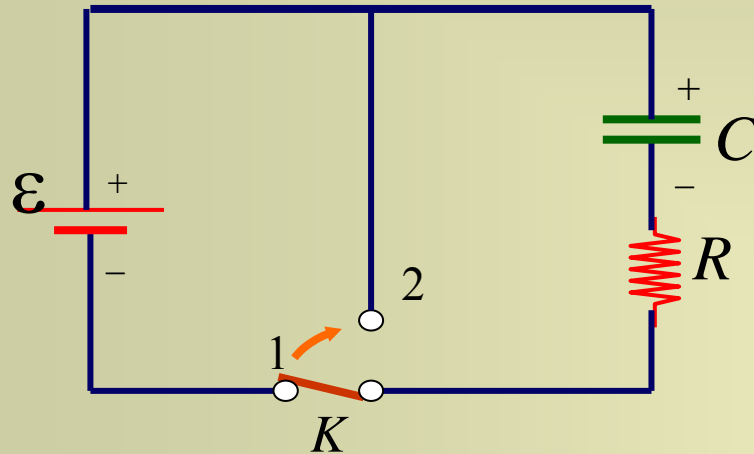
$$\begin{aligned} \mathcal{E}_L &= -L_1 \frac{di_1}{dt} \\ &= -L_2 \frac{di_2}{dt} \\ &= -L \frac{di}{dt} \end{aligned}$$

## Az RC kör

$$\Delta V = iR$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C}$$

$$\Delta V = -L \frac{di}{dt}$$



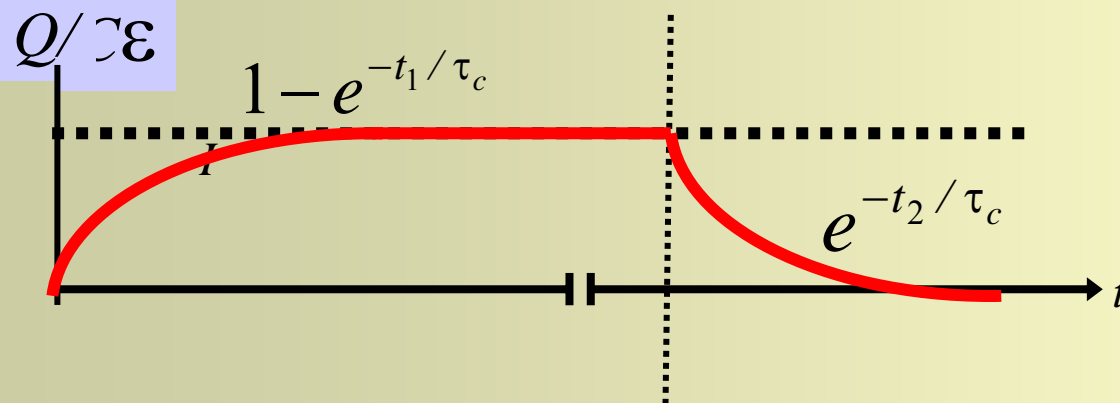
1.

$$-\frac{Q}{C} - iR + \varepsilon = 0$$

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{RC} + \frac{\varepsilon}{R}$$

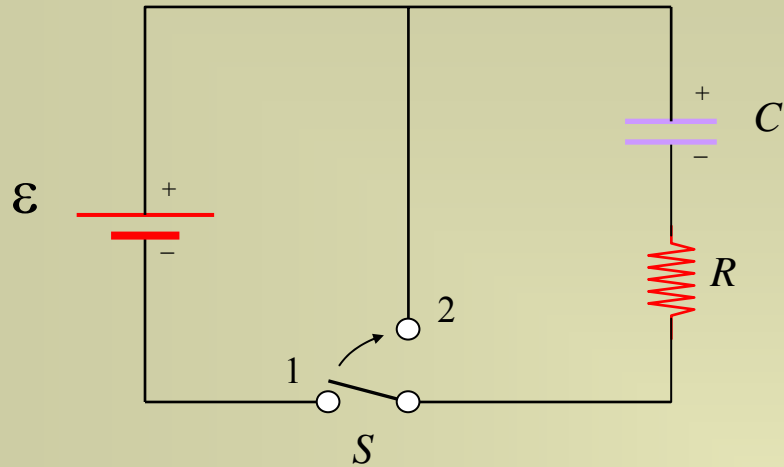
$$Q = C\varepsilon(1 - e^{-t_1/\tau_c})$$

$$\tau_c = RC$$



$$i = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t_1/\tau_c}$$

# Az RC kör

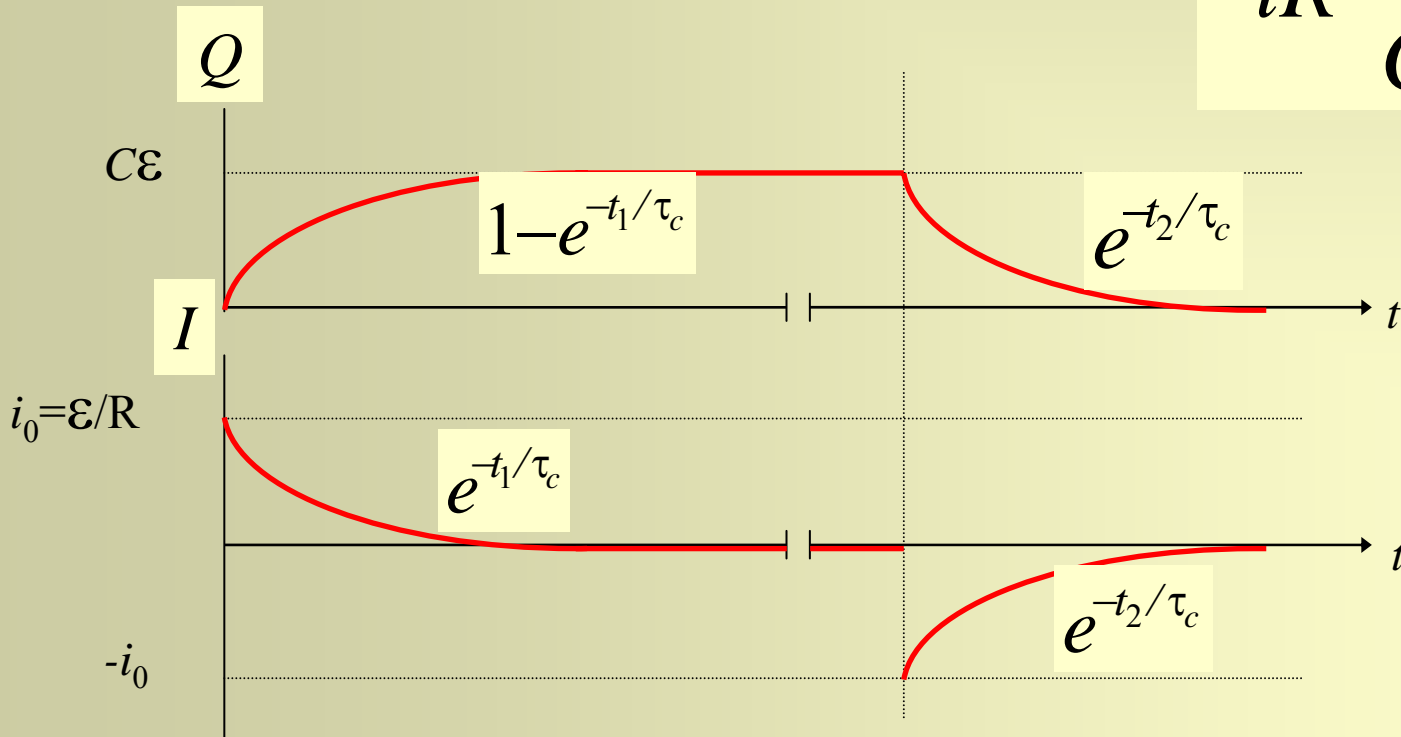


$$Q = C\varepsilon e^{-t_2/\tau_c}$$

$$i = -\frac{\varepsilon}{R} e^{-t_2/\tau_c}$$

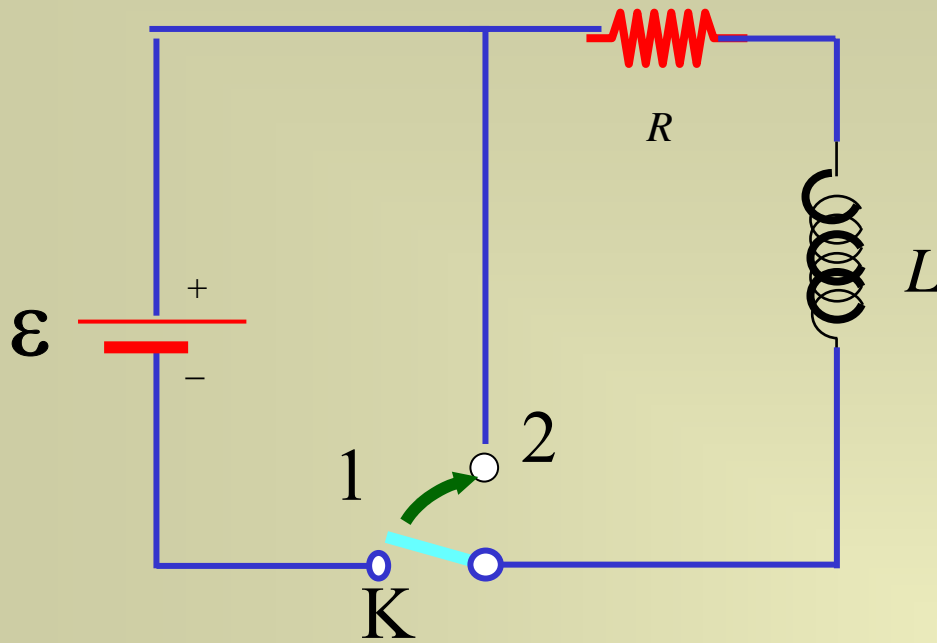
2.

$$-iR - \frac{Q}{C} = 0$$



# RL kör

$t=0$ -ban  $i(0) = 0$



1.

$$-iR - L \frac{di}{dt} + \mathcal{E} = 0$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i + \frac{\mathcal{E}}{L}$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L}I$$

$$I = i - \frac{\mathcal{E}}{R} \text{ új változó}$$

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-t/\tau_L}$$

$$I_0 = -\frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t_1/\tau_L})$$

$$\tau_L = \frac{L}{R}$$

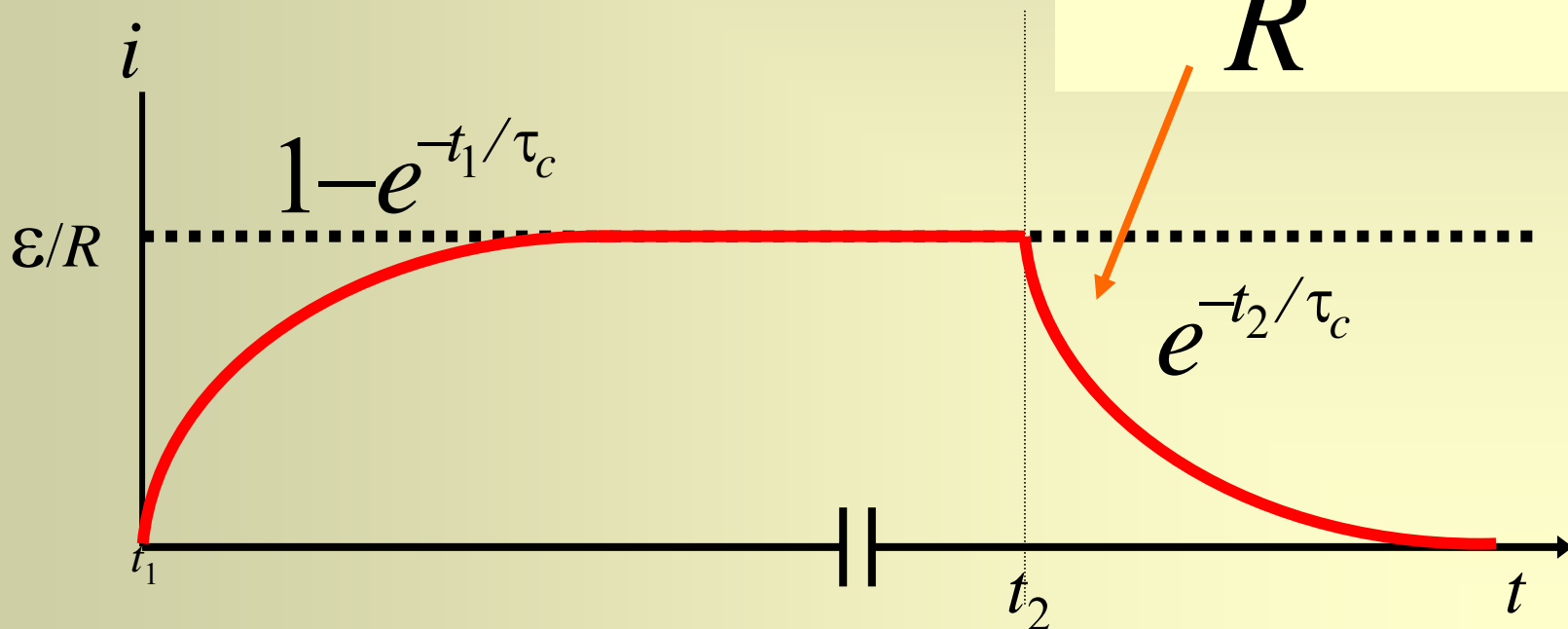
# Kikapcsolás

2.

$$-iR - L \frac{di}{dt} = 0$$

$$i(0) = \varepsilon/R$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t_2/\tau_L}$$



# Tekercsben tárolt mágneses energia

**Kapacitásban tárolt elektromos energia**

$$U_C = \frac{1}{2} CV^2$$

$$\mathcal{E} = iR + L \frac{di}{dt}$$

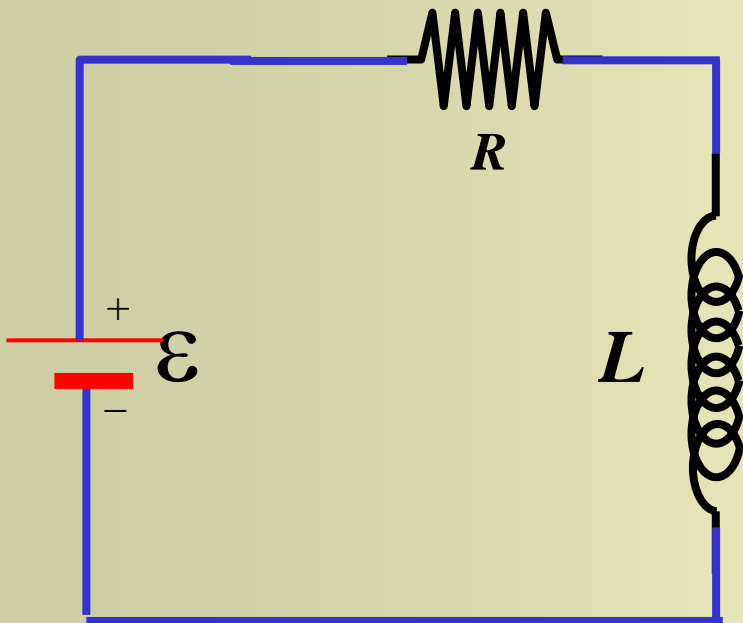
teljesítmény

$$i\mathcal{E} = i^2 R + Li \frac{di}{dt}$$

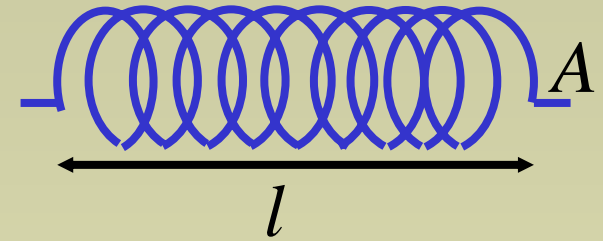
$$U_B = \frac{1}{2} Li^2$$

$$\frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt}$$

$$i\mathcal{E} = i^2 R + \frac{dU_B}{dt}$$



# A mágneses tér energiája egy szolenoid belsejében



$$L = \mu_0 n^2 l \cdot A$$

$$U_B = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 l \cdot A \cdot i^2$$

$$U_B = \frac{B^2}{2\mu_0} l \cdot A = \frac{B^2}{2\mu_0} V_{0l}$$

$$B = \mu_0 n i \Rightarrow i = \frac{B}{\mu_0 n}$$

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

**Mágneses  
energia sűrűség**

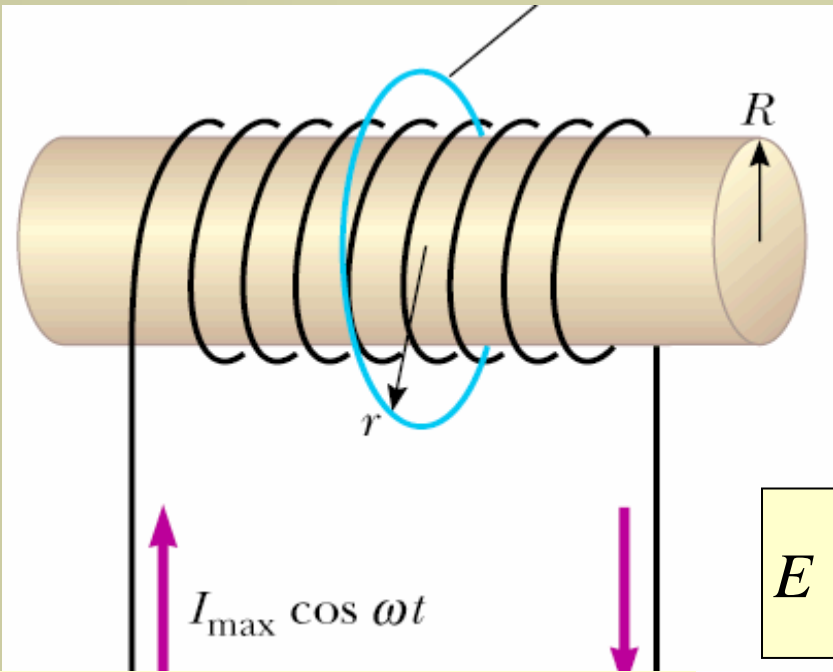
$$u_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$$

**Elektrosztatikus tér  
energia sűrűsége**

# Indukált elektromos tér szolenoiddal

integrálási útvonal

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} (B\pi R^2) = -\pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

$$E(2\pi r) = \pi R^2 \mu_0 n I_{\max} \omega \sin \omega t$$

$$E = \frac{\mu_0 n I_{\max} \omega R^2}{2r} \sin \omega t \quad r > R$$

$$B = \mu_0 n I$$

$$B(t) = \mu_0 n I_{\max} \cos \omega t$$

$$E(2\pi r) = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} = \pi r^2 \mu_0 n I_{\max} \omega \sin \omega t$$

$$E = \frac{\mu_0 n I_{\max} \omega}{2} r \sin \omega t$$

$$r < R$$

# Maxwell egyenletek vákuumban

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = Q/\epsilon_0$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

indukció törvény

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

gerjesztési törvény

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Lorentz erő

# Maxwell egyenletek integrális alak

$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = Q$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

indukció  
törvény

$$\Phi_D = \int \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = I + \frac{d\Phi_D}{dt}$$

gerjesztési törvény

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Lorentz erő

# Maxwell egyenletek differenciális alakban

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

gerjesztési  
törvény

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

indukció  
törvény

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Lorentz erő

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$