

1. FELADAT

Egy tábor 41 részvevője három programon vehet részt, A , B és C programokon. A -ra 23, B -re 18, C -re 22 tanuló jelentkezett. Mindhárom programra háromszor többen jelentkeztek, mint akik nem jelentkeztek egyikre sem. Pontosan két programon kétszer annyian akarnak részt venni, mint akik mindhárom programon. Hányan nem vesznek részt egyik programon sem?

2. FELADAT

Adottak a következő intervallumok: $A =]-6; 3]$ és $B =]-4; 5[$. Írja fel intervallum jelöléssel a következő intervallumokat: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ és $B \setminus A$! Szemléltesse a megoldásokat számenyenesen is!

3. FELADAT

Határozza meg az A , B és C halmazok elemeit, ha tudjuk, hogy $A \cup B \cup C = \{a; b; c; d; e; f\}$, $A \cap B = \{b\}$, $(A \cup B) \cap C = \{e; f\}$, $A \setminus C = \{b; c; d\}$ és $C \setminus B = \{a; e\}$!

4. FELADAT

Írjon a $17x25y$ tízes számrendszerben felírt hatjegyű számban x és y helyére olyan számjegyet, hogy a szám osztható legyen $a)$ 36-tal, $b)$ 15-tel! Indokolja válaszait!

5. FELADAT

- Adja meg a 3960 és 8910 számok prímtényezős felbontását!
- Írja fel a két szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét!
- Adja meg a két szám osztóinak a számát!

6. FELADAT

Végezze el a számok átváltását a zárójelben megadott számrendszerbe!

- $491 =$ (2). $2119 =$ (4). $7851 =$ (16).
- $1011110_2 =$ (10). $A7F_{16} =$ (10). $4CE_{16} =$ (2).

7. FELADAT

Határozza meg azokat az n egész számokat, amelyekre a $\frac{2n+7}{n-3}$ kifejezés is egész szám!

8. FELADAT

Végezze el a következő műveleteket! Milyen kikötéseket kell tenni a változókra?

- $\left(\frac{8b^2cd}{9a^5} : \frac{7cd}{12a^3}\right) \cdot \frac{14b^{-2}}{3a^{-4}}$ $b) \frac{x^2 - 25}{x^2 - 3x} : \frac{x^2 + 5x}{x^2 - 9}$
- $\frac{ab^2 - ac^2}{b^2 + bc + c^2} : \frac{ab^2 - 2abc + ac^2}{3b^3 - 3c^3}$ $d) \left(\frac{2c}{c+2} - \frac{2c}{3c-6} + \frac{8c}{c^2-4}\right) \cdot \frac{c-2}{c^2-4c}$

9. FELADAT

Egy korong alakú vörösvértest alapkörének sugara közelítőleg $3,7 \cdot 10^{-6}$ mm, magassága közelítőleg $2 \cdot 10^{-6}$ mm. Mekkora a térfogata? Az eredményt normálalakban adja meg!

(A térfogatot a $V = r^2\pi m$ képlettel számítsa ki, ahol r = az alapkör sugara, m = a magasság.)

10. FELADAT

Fejezze ki a $T = 2\pi\sqrt{mg^{-3}}$ képletből g -t, majd számítsa ki a g értékét két tizedesjegy pontossággal, ha $T = 2$ és $m = 0,994$!



GYAKORLÓ FELADTSOR

9-10. ÉVFOLYAM (EMELT SZINT)

11. FELADATOldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán, ahol $a \in \mathbf{R}$ paraméter!

$$a(x - 5) - 2a = 7(x + 2).$$

- a) Az a paraméter milyen értékeire lesz az egyenlet megoldása az 1?
 b) Az a paraméter milyen értékeire lesz az egyenlet megoldása nemnegatív szám?

12. FELADAT

Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

$$a) \frac{2x}{x-1} - \frac{7}{2} = \frac{x+1}{x-1} + \frac{5}{2-2x}.$$

$$b) 4 - \frac{x-1}{x+1} = \frac{2(x+7)}{x+1} - \frac{x+11}{x^2-1}.$$

$$c) x^6 - 7x^3 - 8 = 0.$$

$$d) |x-3| + 2|x+1| = 4.$$

$$e) \sqrt{x-2} + \sqrt{x-1} = \sqrt{3x-5}.$$

$$f) \sqrt{3 + \sqrt{5-x}} = \sqrt{x}.$$

13. FELADAT

Végezze el a következő műveleteket! Milyen kikötéseket kell tenni a változókra?

$$a) \sqrt{5\sqrt{3} + \sqrt{59}} \cdot \sqrt{\sqrt{75} - \sqrt{59}}.$$

$$b) \left(\sqrt{15 + 10\sqrt{2}} - \sqrt{15 - \sqrt{200}} \right)^2.$$

$$c) \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{3x - 1}{x - 1}.$$

$$d) \left(\frac{5}{2\sqrt{a} - 1} + \frac{8}{2\sqrt{a} + 1} + \frac{7 + 16\sqrt{a}}{1 - 4a} \right) : \frac{\sqrt{a} - 1}{2\sqrt{a} - 1}.$$

14. FELADAT

Oldja meg az alábbi egyenletrendszereket a valós számpárok halmazán!

$$a) \begin{cases} \frac{5}{3x-2} - \frac{2}{5y+1} = 10; \\ \frac{3}{3x-2} + \frac{3}{5y+1} = 1,8. \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 4x^2 + 4y^2 = 17xy; \\ x + y = 10. \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 2y + 3z = 4; \\ x - y - z = 3; \\ 3x - y + 2z = 5. \end{cases}$$

15. FELADAT

Oldja meg az alábbi egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán! A megoldásokat ábrázolja számegyenesen is!

$$a) \frac{3x-2}{2} + \frac{1}{2} \geq \frac{1+4x}{3} - \frac{1}{2}.$$

$$b) \frac{3x-8}{5-x} > 1.$$

$$c) |2x-1| - |x| < 3.$$

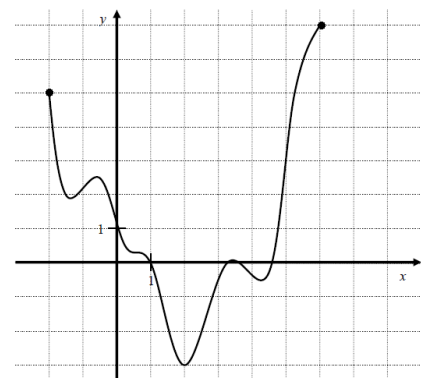
$$d) -2x^2 + 3x + 9 < 0.$$

$$e) \frac{x^2-8x+7}{x^2-12x+20} \leq 0$$

$$f) \frac{x-1}{x-3} > \frac{7}{x-1} + 1.$$

16. FELADATAz f függvényt a $[-2; 6]$ intervallumon a grafikonjával értelmeztük.

- a) Adja meg a függvény értékkészletét!
 b) Adjon meg egy olyan zárt intervallumot, ahol a függvény szigorúan monoton csökkenő, és egy olyat, ahol szigorúan monoton növekvő!
 c) Adja meg a függvény minimum helyét és minimum értékét, illetve maximum helyét és maximum értékét!

**17. FELADAT**Az $f(x) = ax + b$ függvény zérushelye $\frac{3}{2}$, továbbá $f\left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{19}{9}$. Határozza meg az a és b értékeket, majd ábrázolja a kapott függvényt!

18. FELADAT

Ábrázolja az alábbi függvényeket, majd jellemezze az *a)* és *f)* feladatban szereplőket a következő szempontok szerint: értelmezési tartomány, zérushely, *y* tengelymetszet, szélsőérték hely és szélsőérték, monotonitás, paritás, (az *f)* feladatnál periodikusság), értékkészlet!

a) $f(x) = -x^2 + 6x - 5.$ *b)* $f(x) = \frac{2x+7}{x+3}.$ *c)* $f(x) = |x^2 - 6x + 8|.$

d) $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}|x+2| + 1, & x \in [-8; -4[; \\ -2(x+3)^2 + 2, & x \in [-4; -1[; \\ 3\sqrt{x+1} - 6, & x \in [-1; 8]. \end{cases}$ *e)* $f(x) = x^2 - 6|x| + 5.$
f) $f(x) = -2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right).$ *g)* $f(x) = 2 \sin(-2x).$

19. FELADAT

Oldja meg grafikusan az alábbi egyenletet, egyenlőtlenséget és egyenletrendszert a valós számok halmazán!

a) $2 - |x - 3| = \frac{2}{x-2}.$ *b)* $x^2 - 4x + 2 < -|x - 4| + 2.$ *c)* $\begin{cases} x - y = -2; \\ 3y - 2x = 9. \end{cases}$

20. FELADAT

Oldja meg az *a)* egyenletet a $[0; 2\pi]$ intervallumon, a *b)* egyenletet a valós számok halmazán, a *c)* egyenletnél pedig adja meg a megoldások számát a $[-2\pi; 2\pi]$ intervallumon!

a) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$ *b)* $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}.$ *c)* $\operatorname{tg}(2x) = -\sqrt{3}.$

21. FELADAT

A folyóparton 40 m hosszú kerítéssel téglalap alakú kertet kerítünk be három oldalról. A kert parttal párhuzamos oldalának hosszát jelölje *x*, a partra merőleges oldalak hosszát pedig *y*. Hogyan válaszunk meg *x* és *y* értékét ahhoz, hogy a kert területe a lehető legnagyobb legyen? mekkora ez a maximális terület?

22. FELADAT

Az alábbi egyenlet egyik gyöke $x = 2$. Mi a másik gyök és mi az *a* értéke?

$$ax^2 - 5x + 2 = 0.$$

23. FELADAT

Az *m* paraméter mely értékeire van az alábbi egyenletnek két különböző valós gyöke?

$$(m - 1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0.$$

24. FELADAT

A *p* valós paraméter mely értékei mellett lesz az $x^2 + px + 3 = 0$ egyenlet gyökeinek

- a)* különbsége 2;
- b)* négyzetösszege 19?

25. FELADAT

Egy termék árát egymás után kétszer 10%-kal megemelték, majd mivel csökkent iránta a kereslet, 20%-kal csökkentették. A termék új ára így 87 120 Ft lett.

- a)* Számítsa ki, hogy mennyi volt a termék eredeti ára?
- b)* A háromszori árváltozás összesen hány százalékos és milyen típusú (növekedés vagy csökkenés) árváltozásnak felel meg?
- c)* A végső ár az eredeti árnak hány százaléka?

26. FELADAT

Egy áru árát felemelték, majd később – mivel nem fogyott – kétszer annyi százalékkal csökkentették, mint ahány százalékkal felemelték annak idején. Így az eredeti árnál 5,5%-kal lett olcsóbb. Hány százalékkal emelték fel az árát eredetileg?

27. FELADAT

Ha egy tört számlálójából 1-et kivonunk, nevezőjéhez pedig 1-et hozzáadunk, akkor értéke $\frac{1}{2}$, ha viszont számlálójához adunk 1-et és nevezőjéből vonunk ki 1-et, akkor értéke 1 lesz. Melyik ez a tört?

28. FELADAT

Egy téglalap alakú kultúrterem hosszúsága 10 m-rel nagyobb a szélességénél. Ha a terem minden oldalát megnöveljük 1 m-rel, akkor területe 24 m^2 -rel lesz nagyobb. Mekkoraak voltak eredetileg a terem oldalai?

29. FELADAT

Két állomás közötti távolság 96 km. A személyvonat, amelynek átlagsebessége $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -val nagyobb, mint a tehervonaté, 40 perccel rövidebb idő alatt teszi meg az utat, mint a tehervonat. Mekkora a személy- és a tehervonat sebessége?

30. FELADAT

Egy apa 1 óra 20 perc alatt, felesége 2 óra alatt, kislánya 5 óra alatt ássa fel a kertjüket, ha egyedül dolgoznak. Hány óra alatt készülnek el a kert felásásával, ha egyszerre mindhárman ásnak?

31. FELADAT

Egy kétjegyű szám egyik számjegye 2-vel nagyobb, mint a másik. A szám és a számjegyek felcserélésével kapott szám négyzetösszege 4034. Melyik ez a szám?

32. FELADAT

6%-os és 30%-os töménységű sósavat összeöntve 24 liter 15%-os töménységű sósavat kapunk. Hány liter sósavat öntöttünk össze a kétféle sósavból?

33. FELADAT

Egy osztályból két színházi előadásra vásároltak jegyeket. Az első előadásra 60 000 Ft-ot, a második előadásra 50 400 Ft-ot fizettek a jegyekért. A második előadásra három diákkal kevesebb jelentkezett, és a második előadás jegyára 200 Ft-tal több volt, mint az első előadásra szóló jegy ára. Hányan jelentkeztek az egyes előadásokra, és mennyi volt a jegy ára?

34. FELADAT

Két pozitív szám közül az egyik 5. Határozza meg a másik számot, ha tudjuk, hogy

- a) számtani közepük 11;
- b) mértani közepük 9;
- c) harmonikus közepük 9;
- d) négyzetes közepük 7!

(Megjegyzés: négyzetes közép: $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$, harmonikus közép: $\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$.)

35. FELADAT

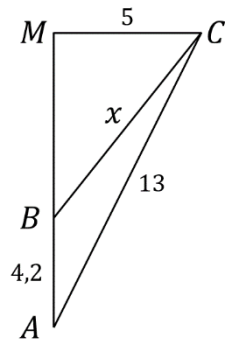
Három természetes számszámtani közepe 29. Az első szám 1-gyel nagyobb, mint a második. Az első és a harmadik szám mértani közepe 42. Melyik ez a három szám?

36. FELADAT

Bizonyítsa be, hogy egy 37 fős osztályban van legalább négy olyan gyerek, akinek ugyanaz a csillagjegye!

37. FELADAT

Az ábrán látható falra szerelt forgódaru alsó rúdja 13 m-es, a rúd végpontjának távolsága a tengelytől 5 m. Mekkora az x -szel jelölt felső rúd hossza, ha a rúdnek a tengelyen forgó végei 4,2 méterre vannak egymástól? Határozza meg a $BCA\angle$ nagyságát is!



38. FELADAT

Egy 27 cm és egy 13 cm sugarú kör középpontjainak a távolsága 50 cm. határozza meg a közös külső- és belső érintők hosszát!

39. FELADAT

Egy trapéz alapjainak hossza 2 cm és 3 cm. A szárak meghosszabbításával keletkezett kiegészítő háromszög oldalai 5 és 4 cm.

- Számítsa ki a trapéz szárainak hosszát!
- Határozza meg a trapéz és a kiegészítő háromszög területének arányát!

40. FELADAT

Egy szabályos sokszögnek 90 átlója van.

- Mekkora a sokszög egy szöge?
- Hány különböző hosszúságú átló húzható egy csúcsából?

41. FELADAT

Egy háromszög oldalai $a = 4$ cm, $b = 13$ cm és $c = 15$ cm.

- Mekkora a kerülete és a területe?
- Mekkora a legnagyobb magassága?
- Mekkora a beírt és köré írt kör sugara?
- Mekkora részekre osztja a B csúcsból induló szögfelező a b oldalt?

42. FELADAT

Egy szabályos tizenkétszög oldalai 8 cm hosszúságúak.

- Határozza a sokszög területét!
- Adja meg a beírható és a köré írható kör területének az arányát!

43. FELADAT

Egy érintőnégyyszög két szomszédos oldala 73 mm és 8 cm hosszú, másik két oldalhosszának aránya 3:4. Milyen hosszúak a hiányzó oldalak?

44. FELADAT

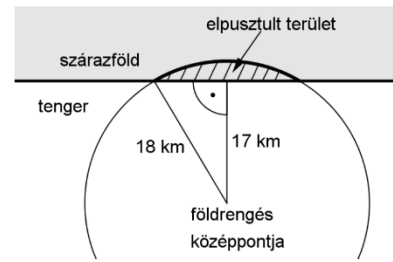
Egy húrnégyszög (valamilyen módon kiválasztott) három szögének aránya 3:5:7. Mekkora lehetnek a szögei?

45. FELADAT

Egy hegy csúcsán áll egy 15 méter magas kilátó, amelynek talppontját és csúcsát a mellette lévő völgyből $29^\circ 10'$ és $32^\circ 8'$ -es emelkedési szög alatt látjuk. Milyen magasan van a hegy csúcsa a megfigyelő szintjétől számítva?

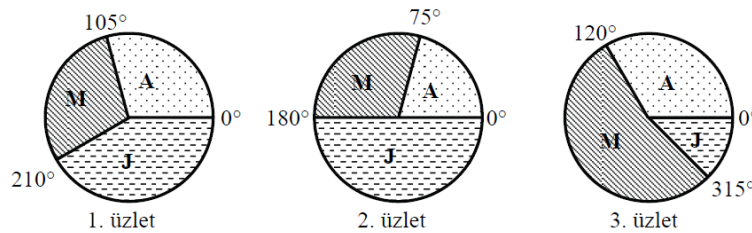
46. FELADAT

Egy földrengést követően kialakuló szökőár egy körszelet alakú részt tarolt le az óceánban fekvő egyik szigeten. A körszeletet határoló körív középpontja a rengés középpontja, sugara pedig 18 km. A rengés középpontja a sziget partjától 17 km távolságban volt (lásd a felülnézeti ábrán). Mekkora a szárazföldön elpusztult rész területe egész négyzetkilométerre kerekítve?



47. FELADAT

Egy könyvkiadó összesítette, hogy három üzletében Arany János, Márai Sándor és József Attila műveiből milyen arányban adtak el könyveket. A kördiagramok az első üzletből 408, a másodikból 432, a harmadikból 216 eladott könyv eloszlásait szemléltetik.



A kördiagramok adatai alapján töltsse ki az alábbi táblázatot! Melyik szerző műveiből adták el a vizsgált időszakban a legtöbb könyvet?

	1. üzlet	2. üzlet	3. üzlet	Összesített forgalom
Arany János				
Márai Sándor				
József Attila				
Összesen	408	432	216	

Készítsen olyan a táblázat alapján oszlop- és kördiagramot, amely a vizsgált időszakban a szerzők szerinti összesített forgalmat szemlélteti!

48. FELADAT

Egy 26 fős osztályban felmérték, hogy naponta átlagosan ki hány órát tölt otthoni tanulással. A felmérés eredményét a következő táblázat tartalmazza:

A tanulással töltött órák száma	1	2	3	4	5	6
A diákok száma	9	4	7	1	3	2

- Egy diák naponta átlagosan hány órát tölt otthoni tanulással?
- Határozza meg az osztályban az otthoni tanulással töltött órák számának további középértékeit (*móduszát*, illetve *mediánját*)!
- Mekkora az otthoni tanulással töltött órák szórása?
- Készítsen oszlopdiagramot a táblázat adataiból!

49. FELADAT

Egy kisvárosban hét nagyobb üzlet található. A tavalyi évben elért, millió forintra kerekített árbevételeikről tudjuk, hogy az átlaguk 120 millió Ft, és ez megegyezik a mediánjukkal. A hét adat egyetlen módusza 100 millió Ft. Két üzletben éppen átlagos, azaz 120 millió forintos a kerekített bevétel, a legnagyobb bevétel pedig 160 millió forint volt. Számítsa ki a kerekített bevételek szórását!