

Kombinatorika és valószínűességszámítás feladatok (emelt szint)

1. (ESZÉV Minta (1) 2004.05/2)

Egy dobókocka 6 lapja közül háromra 1, 2, illetve 3 pöttyöt teszünk, a másik három lapját fehérre, pirosra, illetve kék színűre festjük.

- Hány olyan hat dobásból álló sorozat van, amelyben először kettést és ötödszörré fehéret vagy kéket dobunk? (M: 2592)
- Hány olyan hat dobásból álló sorozat van, amelyben először kettést, ötödszörré fehéret vagy kéket dobunk, és a dobókocka nem esik kétszer ugyanarra a lapjára? (M: 48)
- Ha csak kétszer dobunk egymás után, mekkora a valószínűsége annak, hogy a két dobás egyforma lesz? (M: $\frac{1}{6} \approx 0,1667$)

2. (ESZÉV Minta (2) 2004.05/6)

Egy városban felmérést készítettek családokról, akik közül éppen százat kérdeztek meg. A családban élő fiú, illetve leánygyermek számát az alábbi táblázat készült:

Leányok száma → Fiúk száma ↓	0	1	2	3	4
0		11	4	3	2
1	10	15	13	6	1
2	7	9	7	5	0
3	3	2	1	1	0

Tehát például 2 leány és 3 fiú éppen 1 családban van. Válasszon ki egymás után véletlenszerűen két családot a százból! Mennyi az esélye, hogy mindkét családban legfeljebb 4 gyermek van? (M: 0,8457)

3. (ESZÉV Minta (3) 2004.05/8)

Egy gyáregységben gyártott termékeknek átlagosan 4%-a hibás. A megrendelő csak akkor veszi át a megrendelt árumennyiséget, ha 50 véletlenszerűen kiválasztott termékben legfeljebb 2 hibát talál. Mennyi a valószínűsége, hogy az árut átveszik? (M: 0,6767)

4. (ESZÉV 2005.05/5)

Egy város 18 étterme közül 11-ben reggelit, 11-ben vegetáriánus menüt lehet kapni, és 10-ben van felszolgálat. Mind a 18 étterem legalább egy szolgáltatást nyújt az előző három közül. Öt étteremben adnak reggelit, de nincs vegetáriánus menü. Azok közül az éttermek közül, ahol reggelizhetünk, ötben van felszolgálat. Csak egy olyan étterem van, ahol mindhárom szolgáltatás megtalálható.

- Hány étteremben lehet vegetáriánus menüt kapni, de reggelit nem? (M: 5)
- Hány olyan étterem van, ahol felszolgálnak vegetáriánus menüt? (M: 4)
- A Kiskakas étteremben minden vendég nyereménysorsoláson vehet részt. Két urnát tesznek elé. Az A urnában a város összes vendéglőjének neve szerepel, mindegyik pontosan egyszer. A B urnában azoknak az éttermeknek a neve található – mindegyik pontosan egyszer –, amelyekben nincs felszolgálat. A vendég tetszés szerint húzhat. Ha a húzott étteremben van reggelizési lehetőség, akkor a vendég egy heti ingyen reggelit nyer, ha nincs, nem nyer. Melyik urnából húzva nagyobb a nyereség esélye? (M: $P(A) = 0,61$; $P(B) = 0,75$)

5. (ESZÉV 2005.10/2)

Aladár, Béla, Csaba, Dani és Ernő szombat délutánonként együtt teniszeznek. Mikor megérkeznek a teniszpályára, mindegyik fiú kezdet fog a többiekkel.

- Hány kézfogás történik egy-egy ilyen közös teniszezés előtt? (M: 10)



Legutóbb Dani és Ernő együtt érkezett a pályára, a többiek különböző időpontokban érkeztek.

- b) Hány különböző sorrendben érkezhettek ezen alkalommal? (M: 24)
- c) A fiúk mindig páros mérkőzéseket játszanak, ketten kettő ellen. (Egy páron belül a játékosok sorrendjét nem vesszük figyelembe, és a pálya két térfelét nem különböztetjük meg.) Hány különböző mérkőzés lehetséges? (M: 15)

6. (ESZÉV 2006.02/3)

Egy automatából 100 Ft értékű ital kapható, s az automatába csak 100 Ft-os érme dobható be. Az italautomata gyakran hibásan működik. 160 kísérletet végezve azt tapasztaljuk, hogy

- az esetek 18,75%-ában az automata elnyeli a pénzt, és nem ad italt;
 - 90 esetben visszaadja a 100 forintost, anélkül, hogy italt adna;
 - 30 esetben italt is ad és a 100 Ft-os érmét is visszaadja;
 - és csak a fennmaradó esetekben működik rendeltetésszerűen.
- a) Mekkora annak az esélye az adatok alapján, hogy egy százast bedobva az automata rendeltetésszerűen fog működni? (M: 0,0625)
 - b) Minek nagyobb a valószínűsége: annak, hogy ingyen ihatunk, vagy annak, hogy ráfizetünk? (M: egyenlők, 0,1875)
 - c) Várhatóan mennyi lesz a ráfizetése annak, aki 160-szor próbál vásárolni ennél az automatanál? (M: 0)

7. (ESZÉV 2006.02/7)

A dominókészleten a dominókövek mindegyikén az egy-egy „térfélen” elhelyezett pöttyök száma 0-tól egy megengedett maximális értékig bármilyen természetes szám lehet. A dominókövek két felén e számok minden lehetséges párosítása szerepel. Nincs két egyforma kő a készletben.

- a) Igazolja, hogy ha a pöttyök maximális száma 7, akkor a dominókészlet 36 kőből áll. (M: $8 + \binom{8}{2} = 36$)
- b) A 36 kőből álló dominókészletből véletlenszerűen kiválasztottunk egy követ. Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott kő két „térfelén” lévő pöttyök számának összege 8? (M: $\frac{1}{9} \approx 0,11$)
- c) A 36 kőből álló dominókészletből ezúttal két követ választottunk ki véletlenszerűen. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a két dominókő a játék szabályai szerint egymáshoz illeszthető? (Két dominókő összeilleszthető, ha van olyan „térfelük”, amelyen a pöttyök száma ugyanannyi.) (M: $\frac{16}{45} \approx 0,36$)

8. (ESZÉV 2006.05/4)

- a) Legyen (a_n) egy mértani sorozat, melynek első tagja 5, hányadosa 3. Mennyi a valószínűsége, hogy ha ennek a mértani sorozatnak az első 110 tagjából egyet véletlenszerűen kiválasztunk, akkor a kiválasztott tag 11-gyel osztva 1 maradékot ad? (M: $\frac{1}{5} = 0,2$)
- b) Legyen (b_n) egy számtani sorozat, amelynek az első tagja 5, és a differenciája 3. Mekkora a valószínűsége, hogy ha ennek a számtani sorozatnak az első 110 tagjából egyet véletlenszerűen kiválasztunk, akkor a kiválasztott tag 11-gyel osztva 1 maradékot ad? (M: $\frac{1}{11} \approx 0,0909$)

9. (ESZÉV 2006.05/6)

Egy közvélemény-kutató intézet felméréséből kiderült, hogy a felnőttek 4%-a színtévesztő. Véletlenszerűen kiválasztunk 8 felnőttet abból a népességből, melyre ez a felmérés vonatkozott. Mekkora a valószínűsége, hogy közöttük

a) pontosan két személy szintévesztő? (M: 0,035)

b) legalább két személy szintévesztő? (M: 0,038)

A két valószínűség értékét ezred pontossággal adja meg!

10. (ESZÉV-NY 2006.05/4)

Egy 30 fős tudóscsoport a számítógépeknek a kutatásban, az oktatásban és a kommunikációban betöltött szerepével foglalkozik. Közülük mindenki publikált már legalább az egyik témában. A csoport tagjai közül 12-en írtak már tanulmányt a számítógép kutatásban betöltött szerepéről, 18-an a számítógép oktatásban betöltött szerepéről, és 17 tudósnek jelent meg tanulmánya a számítógépnek a kommunikációban betöltött szerepéről. A csoportban 7 olyan tudós van, aki a fentiek közül pontosan két témakörben jelentetett már meg tanulmányt.

a) Egy televíziós beszélgetésre véletlenszerűen kiválasztanak a csoport tagjai közül egy tudóst. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott tudósnak mindhárom témakörben jelent már meg tanulmánya? (M: $\frac{1}{6} \approx 0,1667$)

b) Hány olyan tudós van a csoport tagjai között, aki kifejezetten specialista, azaz csak az egyik témakörben jelent meg tanulmánya? (M: 18)

11. (ESZÉV-NY 2006.05/9)

Egy gimnázium alapítványának kuratóriuma úgy döntött, hogy elindít egy lottójátékot. Ebben a játékban heti rendszerességgel az első 40 pozitív egész számból húznak ki véletlenszerűen négyet. András a következő módon választja ki azokat a számokat, amelyeket megjátsszik ezen a lottón: az első két szám kiválasztása után harmadiknak az első két szám összegét, negyediknek pedig az első három szám összegét választja.

a) Legfeljebb mekkorának választhatja András a legkisebb számot? (M: 9)

b) Ha András a legkisebb számot a lehető legnagyobb választja meg, akkor melyik számok szerepelhetnek a helyesen kitöltött szelvényen? (M: 9, 10, 19, 38 vagy 9, 11, 20, 40)

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy Andrásnak telitalálata lesz, ha az egyik héten a fenti szabálynak megfelelő minden egyes számnégyest pontosan egyszer megjátsszik?

(M: $\frac{90}{91 \cdot 390} \approx 9,85 \cdot 10^{-4}$)

12. (ESZÉV 2006.10/2)

Egy szabályos játékkocka két oldalára 0-át, két oldalára 2-est, két oldalára 4-est írunk. A dobókockát ötször egymás után feldobjuk, és a dobások eredményét rendre feljegyezzük.

a) Hányféle számötöst jegyezhetünk fel? (M: 243)

b) Hányféle számötös esetében lehet a dobott pontok összege 10? (M: 51)

13. (ESZÉV 2006.10/4)

Hét szabályos pénzérmét egyszerre feldobtunk, és feljegyeztük a fejek és írások számát.

a) Mekkora a valószínűsége, hogy több fejet dobtunk, mint írást? (M: 0,5)

b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a fejek és írások számának különbsége nagyobb háromnál? (M: 0,0625)

14. (ESZÉV 2007.05/7)

Adott az $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ halmaz.

a) Adja meg az A halmaz háromelemű részhalmazainak a számát! (M: 20)

b) Az A halmaz elemeiből hány olyan ötöl osztható hatjegyű szám írható fel, amelyben a számjegyek nem ismétlődhetnek? (M: 216)

c) Az A halmaz elemeiből hány olyan hatjegyű szám írható fel, amely legalább egy egyest tartalmaz? (M: 26 380)

15. (ESZÉV 2007.05/8)

Két közvélemény-kutató cég mérte fel a felnőttek dohányzási szokásait. Az egyik cég a véletlenszerűen választott 800 fős mintában 255 rendszeres dohányost talált, a másik egy hasonlóan véletlenszerűen választott 2000 fős mintában 680-at.

- Adja meg mindkét mintában a dohányosok relatív gyakoriságát! (M: 0,32 és 0,34)
- Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy ha a fenti 2000 fős mintából véletlenszerűen kiválasztunk 3 főt, akkor éppen 1 dohányos van közöttük? (M: 0,44)
- Tegyük fel, hogy a lakosság 34%-a dohányos. Számolja ki annak a valószínűségét, hogy az országban 10 találomra kiválasztott felnőtt közül egy sem dohányos! (M: 0,016)

16. (ESZÉV-NY 2007.05/3)

A Pécsre közlekedő vonat első osztályú fülkéjében hatan utaznak egy tudományos konferenciára. A hat útitárs három kétágyas szobában nyer elhelyezést. Hányféle szobabeosztást lehet készíteni a hat útitársnak, ha a szobák között nem teszünk különbséget? (M: 15)

17. (ESZÉV-NY 2007.05/6)

Kata kapott a születésnapjára Danitól 20 darab halat: 5 nagy pirosat és 15 kis csíkosat egy gömbakváriumba. A két gyerek növényeket helyezett el az akváriumba, és ehhez egy befőttes üvegbe kis időre átraktak 8 darab halat. A halak „kihalászása” találomra történt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a 8 átrakott hal között éppen 3 darab nagy piros hal volt? (M: 0,2384)

18. (ESZÉV 2007.10/8)

Hat úszó: A, B, C, D, E és F indul a 100 méteres pillangóúszás döntőjében. Egy fogadóirodában ennek a döntőnek az első, a második és a harmadik helyezettjére lehet tippelni egy szelvényen. Az a fogadószelvény érvényes, amelyen megnevezték az első, a második és a harmadik helyezettet. Ha a fogadó valamelyik helyezésre nem ír tippet, vagy egy nevet többször ír be, akkor szelvénye érvénytelen. Holtverseny nincs, és nem is lehet rá fogadni.

- Hány szelvényt kell kitöltenie annak, aki minden lehetséges esetre egy-egy érvényes fogadást akar kötni? (M: 120)

A döntő végeredménye a következő lett: első az A, második a B, harmadik a C versenyző.

- Ha egy fogadó az összes lehetséges esetre egy-egy érvényes szelvénnel fogadott, akkor hány darab legalább egytalálatos szelvénye lett? (Egy szelvényen annyi találat van, ahány versenyző helyezése megegyezik a szelvényre írt tippel.) (M: 49)

19. (ESZÉV 2008.05/3)

Egy utazási iroda az országos hálózatának 55 értékesítő helyén kétféle utat szervez Párizsba. Az egyiket autóbusszal (A), a másikat repülővel (R). Egy adott turnusra nézve összesítették az egyes irodákban eladott utak számát. Az alábbi táblázatból az összesített adatok olvashatók ki. Pl. az (1;2) „koordinátájú” 5-ös szám azt jelöli, hogy 5 olyan fiókiroda volt, amelyek az adott turnusra 1 db autóbusszos és 2 db repülő utat adott el. Mekkora a valószínűsége annak, hogy 55 fiókiroda közül véletlenszerűen választva egyet, ebben az irodában 5-nél több párizsi utat adtak el? (M: $\frac{21}{55} \approx 0,3818$)

		A típusú eladott utak száma				
		0	1	2	3	4
R típusú eladott utak száma	0	1	1	0	1	2
	1	1	2	2	3	1
	2	1	5	2	4	3
	3	0	3	1	9	2
	4	1	3	3	2	2

20. (ESZÉV 2008.05/4)

Egy urnában csak piros, zöld és kék golyók vannak. A piros golyók száma 18. Egy golyó kihúzása esetén annak a valószínűsége, hogy nem piros golyót (azaz zöldet vagy kéket) húzunk $\frac{1}{15}$ -del kisebb, mint azé, hogy zöld vagy piros golyót húzunk. Annak a valószínűsége viszont, hogy

kék vagy piros golyót húzunk $\frac{11}{10}$ -szer nagyobb, mint annak a valószínűsége, hogy zöld vagy piros golyót húzunk. Hány zöld és hány kék golyó van az urnában? (M: 12 és 15)

21. (ESZÉV 2008.05/7)

Annának egy közösségi oldalon 40 ismerőse van. (Az ismeretségeket kölcsönösnek tekintünk.) Anna ismerőseinek mindegyike Anna többi ismerőse közül pontosan egyet nem ismer.

- a) A szóba került 41 ember között összesen hány ismeretség áll fenn? (M: 800)
- b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy Anna 40 ismerőse közül véletlenszerűen választva kettőt, ők ismerik egymást? (M: 0,9744)
- c) Válasszunk most a 41 személy közül véletlenszerűen kettőt! Mennyi a valószínűsége, hogy nem ismerik egymást? (M: 0,0244)

22. (ESZÉV-NY 2008.05/2)

Egy nemzetközi matematikai felmérésben egy magyarországi középiskola 9–12. évfolyamából 100 diák vett részt. Másfélszer annyi 9–10. évfolyamos tanuló írta meg a felmérést, mint 11–12. évfolyamos tanuló. A felmérést végző kutatóintézet kíváncsi volt a tanulók véleményére a feladatok nehézségét illetően. A 100 tanuló közül véletlenszerűen választottak ki hármat, akiknek egy kérdőív kérdéseire kellett válaszolniuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a 9–10. évfolyamról 2 tanulót, a 11–12. évfolyamról 1 tanulót választottak ki? (M: $\frac{70\ 800}{161\ 700} \approx 0,44$)

23. (ESZÉV-NY 2008.05/8)

Egy könyvben a nyomtatott oldalak száma 120, és a nyomtatott oldalak számozása 3-mal kezdődik. Ha véletlenszerűen kiválasztunk egy nyomtatott oldalt, mekkora valószínűséggel lesz az oldalszámban 2-es számjegy? (M: $\frac{23}{120} \approx 0,1917$)

24. (ESZÉV-NY 2008.05/9)

Egy egyetem természettudományi karának tanévzáró ünnepségén 6 doktorandusz hallgató, valamint egy biológia professzor, egy fizika professzor és egy matematika professzor kapott díjat kimagasló kutatói tevékenységéért. Számukra az első sorban helyeztek el 9 széket. Az ünnepségre a professzorok együtt érkeztek, megelőzve a hallgatókat.

- a) Hányféleképpen foglalhatnak helyet a professzorok a 9 üres széken, ha nem várnák meg a hallgatókat? (M: 504)

A professzorok azonban megvárták a hallgatókat. Mikor a hallgatók mindegyike megérkezett az ünnepségre, a professzorok azt kérték, hogy mindegyikük két hallgató között ülhessen. A hallgatók örömmel tettek eleget a kérésnek.

- b) Hányféleképpen ülhetett le így a 9 díjazott? (M: 43 200)
- c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a biológia professzor másodikként veheti át a díjat úgy, hogy közvetlenül előtte is, utána is doktorandusz hallgatót szólítanak a díj átvételére, és az ünnepségen a díjak átadásánál minden egyes sorrend egyenlő valószínűséggel valósul meg? (M: $\frac{5}{84} \approx 0,06$)

25. (ESZÉV 2008.10/5)

Egy urnában 5 azonos méretű golyó van, 2 piros és 3 fehér. Egyesével, és mindegyik golyót azonos eséllyel húzzuk ki az urnából a bent levők közül.

- a) Hány különböző sorrendben húzhatjuk ki az 5 golyót, ha a kihúzott golyót nem tesszük vissza, és az azonos színű golyók nem különböztethetők meg egymástól? (M: 10)
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy az utolsó (ötödik) húzás előtt az urnában egy darab fehér golyó marad? (M: $\frac{6}{10} = 0,6$)

Bence, Kati, Pali és Zoli asztaliteniszben körmérkőzést akarnak játszani. (A körmérkőzés azt jelenti, hogy mindenki mindenkivel pontosan egy mérkőzést játszik.) Az első este csak három mérkőzést játszanak le.

- c) Hányféle lehet a három mérkőzésben a játékosok párosítása, ha tudjuk, hogy négyük közül pontosan két játékos két-két mérkőzést játszott? (M: 12)

29. (ESZÉV-NY 2009.05/6)

- a) Hány hatjegyű számot lehet készíteni a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával, ha a számjegyek többször is felhasználhatók? (M: 38 880)
- b) A fenti hatjegyű számok között hány különböző számjegyekből álló, ötten osztható szám van? (M: 216)
- c) A 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával hány olyan hatjegyű számot képezhetünk, amelyben legalább egy számjegy ismétlődik? (Legalább egy számjegy legalább kétszer fordul elő.) (M: 38 280)

30. (ESZÉV-NY 2009.05/9)

Egy zeneiskolában három hangszeren: zongorán, gitáron és szaxofonon lehet tanulni. Tavaly 18 tanuló iratkozott be a zeneiskolába. Közülük mindenki egy vagy két hangszeren tanult játszani, három hangszeren egyikük sem. Tizenöten tanultak zongorázni, nyolcan gitározni és heten szaxofonozni. Olyan diák nem volt, aki tanult volna gitározni is és szaxofonozni is. A csak egy hangszeren tanulók közül azok, akik szaxofonozni tanultak, kétszer annyian voltak, mint azok, akik gitározni tanultak. A zeneiskolába tanulói között két jegyet sorsoltak ki véletlenszerűen ugyanarra a hangversenyre. Mekkora a valószínűsége, hogy vagy mindkét kisorsolt diák szaxofonozni tanult, vagy mindketten gitározni tanultak? (M: 0,32)

31. (ESZÉV 2009.10/5)

Egyik nap Barbara, Bea, Bori és Balázs barátaikkal vonaton utaztak, és játszottak. A játék kezdetekor a társaság minden tagjának egy-egy olyan háromjegyű pozitív számra kellett gondolnia, amelynek minden számjegye 4-nél nagyobb és 7-nél kisebb. Amikor sorra megmondták a gondolt számot, kiderült, hogy nincs a mondott számok között azonos.

- a) Legfeljebb hány tagú lehetett a társaság? (M: 8)

Egy másik alkalommal Barbara, Bea, Bori, Balázs és 4 barátjuk (Attila, András, Ali és Anna) moziba ment. Mind a 8 jegy egy sorba, egymás mellé szült.

- b) A 8 ember hány különböző ülésrendben foglalhat helyet, ha az azonos betűvel kezdődő keresztnévűek közül semelyik kettő nem kerül egymás mellé? (M: 1152)
- c) Mekkora a valószínűsége annak, hogy a b) pont szerinti ülésrend alakul ki, ha minden ülésrend egyenlően valószínű? (M: 0,0286)

32. (ESZÉV 2009.10/7)

Egy matematikus három német és négy magyar matematikust hívott vendégségbe szombat délutánra. Csütörtökön a házigazda és a 7 meghívott közül néhányan telefonon egyeztettek. A telefonbeszélgetéskor minden meghívott vendég megmondta, hogy mekkora valószínűséggel megy el a szombati vendégségbe. Mindannyian ugyanazt a valószínűséget mondták. A házigazda tudta, hogy a meghívottak egymástól függetlenül döntenek arról, hogy eljönnek-e. Kiszámolta, hogy 0,028 annak a valószínűsége, hogy mindannyian eljönnek. Mennyi annak a valószínűsége, hogy legalább egy meghívott elmegy a vendégségbe? (Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!) (M: 0,998)

33. (ESZÉV 2010.05/4)

Egy könyvkiadó minden negyedévben összesíti, hogy három üzletében melyik szépirodalmi kiadványából fogyott a legtöbb. A legutóbbi összesítéskor mindhárom üzletben ugyanaz a



három szerző volt a legnépszerűbb: Arany János, Márai Sándor és József Attila. Az összesítést az alábbi táblázat tartalmazza:

	1. üzlet	2. üzlet	3. üzlet	Összesen
Arany János	119	90	72	281
Márai Sándor	119	126	117	362
József Attila	170	216	27	413
Összesen	408	432	216	

A könyvkiadó a három üzletében minden eladott könyvhöz ad egy sorsjegyet. Ezek a sorsjegyek egy közös sorsoláson vesznek részt negyedévenként. A vizsgált időszakban azok a sorsjegyek vesznek részt a sorsoláson, amelyeket a fenti három szerző műveinek vásárlói kaptak. Két darab 50 ezer forintos könyvutalványt sorsolnak ki köztük. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a vizsgált időszak sorsolásán mind a két nyertes sorsjegyet Márai Sándor egy-egy könyvéhez adták, és mindkét könyvet a 2. üzletben vásárolták? (M: 0,014)

34. (ESZÉV 2010.05/8)

Peti levelet írt négy barátjának, Andrásnak, Bélának, Csabának és Daninak, és mindenkinek 1-1 fényképet is akart küldeni a nyaralásról. A négy fénykép különböző volt, és Peti mindegyikük hátlapjára ráírta, kinek szánja. A fényképeket végül figyelmetlenül rakta borítékba, bár mindenki kapott a levelében egy fényképet is.

- Hányféleképpen fordulhat elő, hogy csak Andris kapja azt a fényképet, amelyen a saját neve szerepel? (M: 2)
- Melyik esemény bekövetkezésének nagyobb a valószínűsége:
 - senki sem kapja azt a fényképet, amelyet Peti neki szánt; vagy
 - pontosan egyikük kap olyan fényképet, amelyen a saját neve szerepel? (M: $\frac{9}{24} > \frac{8}{24}$)

Egy szabályos érme egyik oldalán a 6-os, a másikon pedig a 4-es számjegy látható. Az érmét négyszer egymás után feldobjuk, és a dobott számokat összeadjuk.

- Milyen értékeket kaphatunk összeg gyanánt? Az egyes összegek dobásának mekkora a valószínűsége? (M: $P(24) = P(16) = \frac{1}{16}$; $P(22) = P(18) = \frac{4}{16}$; $P(20) = \frac{6}{16}$)

35. (ESZÉV-NY 2010.05/4)

Felmérések szerint az internetes kapcsolattal rendelkezők 17%-a vásárol az interneten, 33%-a tölt le szoftvert az internetről. A statisztika szerint az internetezők 14%-a mindkét szolgáltatást igénybe veszi. Mennyi a valószínűsége az alábbi eseményeknek?

- Egy véletlenszerűen kiválasztott internetes kapcsolattal rendelkező személy nem vásárol az interneten. (M: 0,83)
- Egy véletlenszerűen kiválasztott internetes kapcsolattal rendelkező személy vásárol az interneten, vagy szoftvert tölt le. (Megengedve, hogy esetleg mindkét szolgáltatást igénybe veszi.) (M: 0,36)
- Egy véletlenszerűen kiválasztott internetes kapcsolattal rendelkező személy nem vásárol az interneten és szoftvert sem tölt le az internetről. (M: 0,64)
- Három véletlenszerűen kiválasztott internetes kapcsolattal rendelkező személy közül egyik sem vásárol az interneten. (A kiválasztást visszatevéssel végzik el.) (M: 0,57)

36. (ESZÉV-NY 2010.05/7)

A 12.A osztály öt belépőjegyet kapott a vízilabda bajnokság döntőjére. Az osztály mind a harminc tanulója szívesen menne, bár közülük 12 tanulónak akkor különórása lenne. A választást a véletlenre bízzák: felírják a 30 nevet egy-egy cédulára, és ötöt kihúznak közülük.

- a) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kisorsolt tanulók közül pontosan 2 olyan lesz, akinek különórája lenne? Az eredményt tizedestört alakban adja meg! (M: 0,378)
- b) Tudjuk, hogy a kiválasztott öt tanuló között biztosan van olyan, akinek van különórája. Mennyi ekkor a valószínűsége annak, hogy pontosan két kisorsolt tanulónak van különórája? (M: 0,402)

37. (ESZÉV 2010.10/8)

- a) Két gyerek mindegyike 240 Ft-ért vett sorsjegyet. Fém pénzzel fizettek (5; 10, 20, 50, 100 és 200 Ft-os érmékkel), és pontosan kiszámolták a fizetendő összeget. Hányféleképpen fizethetett Miki, ha ő 4 darab érmével fizetett, és hányféleképpen fizethet Karcsi, ha ő 5 darab érmével fizetett? (A pénzérmék átadási sorrendjét nem vesszük figyelembe.) (M: 2 és 4)

A „bergengóc” lottóban kétszer húznak egy játéknapon. Bandi egy szelvénnel játszik, tehát az adott játéknapon mindkét húzásnál nyerhet ugyanazzal a szelvénnel.

- b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy adott játéknapon Bandinak legalább egy telitalálata lesz, ha p annak a valószínűsége ($0 < p < 1$), hogy egy szelvényen, egy húzás esetén telitalálata lesz? (M: $2p - p^2$)

Megváltoztatták a játékszabályokat: minden játéknapon csak egyszer húznak (más játékszabály nem változott). Bandi most két (nem feltétlenül különbözően kitöltött) szelvénnel játszik.

- c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy adott játéknapon Bandinak telitalálata legyen valamelyik szelvényén? (M: p , ha a kitöltés azonos, $2p$, ha különböző)
- d) A telitalálat szempontjából a b) vagy a c)-ben leírt játék kedvezőbb Bandi számára? (M: $2p - p^2 > p$, ha a kitöltés azonos, $2p - p^2 < 2p$, ha különböző)

38. (ESZÉV 2011.05/4)

Egy gyártósoron 8 darab gép dolgozik. A gépek mindegyike, egymástól függetlenül 0,05 valószínűséggel túlmelegszik a reggeli bekapcsoláskor. Ha a munkanap kezdetén 3 vagy több gép túlmelegszik, akkor az egész gyártósor leáll. A 8 gép reggeli beindításakor bekövetkező túlmelegedések számát a binomiális eloszlással modellezzük.

- a) Adja meg az eloszlás két paraméterét! Számítsa ki az eloszlás várható értékét! (M: $n = 8$; $p = 0,05$ és $M(\xi) = 0,4$)
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a reggeli munkakezdekodkor egyik gép sem melegszik túl? (M: 0,6634)
- c) Igazolja a modell alapján, hogy (négy tizedes jegyre kerekítve) 0,0058 annak a valószínűsége, hogy a gépek túlmelegedése miatt a gyártósoron leáll a termelés a munkanap kezdetekor!

39. (ESZÉV 2011.05/6)

Egy körbe szabályos háromszöget írunk. Véletlenszerűen kiválasztjuk az adott kör egy belső pontját. Mekkora a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott pont a tekintett szabályos háromszögnek is belső pontja? Válaszát két tizedes jegyre kerekítve adja meg! (M: $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi} \approx 0,41$)

40. (ESZÉV-NY 2011.05/6)

Egy urnában egy fehér, egy piros és egy kék golyó található. Egymás után ötször húzunk az urnából egy-egy golyót úgy, hogy a kihúzott golyót minden húzás után visszatesszük.

- a) Mekkora a valószínűsége, hogy az öt húzás során kihúzott kék és piros golyók száma megegyezik? (M: $\frac{51}{243} \approx 0,2098$)
- b) Mekkora a valószínűsége, hogy az öt húzás során több kék golyót húzunk, mint pirosat? (M: $\frac{96}{243} \approx 0,395$)

41. (ESZÉV-NY 2011.05/7)

Egy újfajta, enyhe lefolyású fertőző betegségben a nagyvárosok lakosságának 5%-a betegszik meg. A betegek 45%-a rendszeres dohányos, a betegségben nem szenvedőknek pedig csak 20%-a dohányzik rendszeresen.

- Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy nagyváros száz véletlenszerűen kiválasztott lakosa között legalább két olyan ember van, aki az újfajta betegséget megkapta? (Válaszát két tizedes jegyre kerekítve adja meg!) (M: 0,96)
- Számítsa ki, hogy a rendszeres dohányosoknak és a nem dohányosoknak hány százaléka szenved az új betegségben! (Válaszát egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!) (M: 10,6% és 3,5%)

42. (ESZÉV 2011.10/3)

Egy 32 fős érettségiző osztály tanulói három különböző táncot mutatnak be a szalagavatón. Az alábbi táblázat az egyes táncokban fellépő diákok számát mutatja nemenkénti bontásban. Van 2 olyan lány, aki mindhárom táncban fellép, ugyanakkor nincs olyan fiú az osztályban, aki egynél több produkcióban részt venne.

	Keringő	Kán-kán	Hip-hop	Egyik sem
Lány	9	6	10	2
Fiú	9	0	4	2

- A lányok közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva, mennyi annak a valószínűsége, hogy mindketten táncolnak a kán-kánban? (M: $\frac{15}{136} \approx 0,11$)
- Az osztály tanulói közül egyet véletlenszerűen kiválasztva, mennyi a valószínűsége annak, hogy az illető pontosan két táncban szerepel? (M: $\frac{6}{32} \approx 0,1875$)

43. (ESZÉV 2011.10/6)

- Két szabályos dobókockát egyszerre feldobunk. Számítsa ki a következő két esemény valószínűségét:

A: a dobott pontok összege prím;

B: a dobott pontok összege osztható 3-mal. (M: $P(A) = \frac{15}{36}$ és $P(B) = \frac{12}{36}$)

- Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből véletlenszerűen kiválasztunk három különbözőt. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott számjegyek mindegyikének egyszeri felhasználásával 4-gyel osztható háromjegyű számot tudunk képezni? (M: $\frac{16}{20} \approx 0,8$)

- Az ABCD négyzet csúcsai: $A(0; 0)$, $B\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$, $C\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, $D\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Véletlenszerűen kiválasztjuk a négyzet egy belső pontját. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott pont a koordinátatengelyek és az $f: \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \cos x$ függvény grafikonja által határolt tartomány egyik pontja? (M: $\frac{4}{\pi^2} \approx 0,405$)

44. (ESZÉV 2012.05/2)

Egy vetélkedőre négy csapat nevezett be. Mind a négy csapatnak öt-öt tagja van. A vetélkedő után az induló csapatok tagjai között három egyforma értékű könyvutalványt sorsolnak ki (mindenki legfeljebb egy utalványt nyerhet). Mekkora a valószínűsége annak, hogy az utalványokat három olyan főiskolás nyeri, akik mindhárman más-más csapat tagjai? (M: $\frac{25}{57} \approx 0,439$)

45. (ESZÉV 2012.05/6)

Egy középiskolai évfolyam kézilabda házibajnokságán az A, B, C, D, E és F osztály egy-egy csapattal vett részt.

- a) Hányféle sorrendben végezhetek az osztályok a bajnokságon, ha tudjuk, hogy holtverseny nem volt, és valamilyen sorrendben az A és a B osztály végzett az első két helyen, a D osztály pedig nem lett utolsó? (M: 36)
- b) Hányféle sorrendben végezhetek az osztályok a bajnokságon, ha tudjuk, hogy holtverseny nem volt, és az E osztály megelőzte az F osztályt? (M: 360)

46. (ESZÉV 2012.05/8)

Egy rendezvényre készülődve 50 poharat tesznek ki egy asztalra. A poharak között 5 olyan van, amelyik hibás, mert csorba a széle.

- a) Az egyik felszolgáló az asztalról elvesz 10 poharat, és ezekbe üdítőitalt tölt. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy legfeljebb 1 csorba szélű lesz a 10 pohár között! (M: 0,742)

A poharakat előállító gyárban két gépsoron készülnek a poharak, amelyek külsőre mind egyformák. Az első gépsoron gyártott poharak 10%-a selejtes.

- b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az első gépsoron gyártott poharak közül 15-öt véletlenszerűen, visszatevéssel kiválasztva közöttük pontosan 2 lesz selejtes! (M: 0,267)

A második gépsoron készült poharak 4%-a selejtes. Az összes pohár 60%-át az első gépsoron, 40%-át a második gépsoron gyártják, az elkészült poharakat összekeverik.

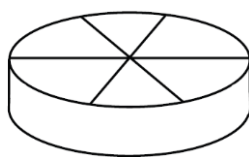
- c) Az elkészült poharak közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet és látjuk, hogy az selejtes. Mekkora annak a valószínűsége, hogy ez a pohár az első gépsoron készült? (M: 0,789)

47. (ESZÉV-NY 2012.05/2)

Egy szabályos dobókockával kétszer dobunk, és a kapott számokat a dobás sorrendjében beírjuk a $8a567b$ hatjegyű számban az a és a b helyére. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az így kapott hatjegyű szám minden számjegye különböző? (M: 0,3333)

48. (ESZÉV-NY 2012.05/3)

Egy kerek dobozban piros, egy másik, ugyanilyen dobozban pedig kék címkéjű csomagolt sajtok vannak. A 6-6 egyforma méretű, egymástól nem megkülönböztethető sajt szelet teljesen kitölti az egyes dobozokat. A dobozok tartalmát kiöntjük az asztalra. Hány különböző elrendezésben tehetünk vissza ebből a 12 darab sajtból 6 darabot az egyik dobozba címkéjükkel felfelé? (Két elrendezés különböző, ha azok forgatással nem vihetők egymásba.) (M: 14)



49. (ESZÉV-NY 2012.05/5)

- a) A derékszögű koordináta-rendszerben adott egy téglalap, amelynek csúcsai: $A(0; 0)$, $B(4; 0)$, $C(4; 1)$ és $D(0; 1)$. Véletlenszerűen kiválasztjuk a téglalap egy belső $P(x; y)$ pontját. Mennyi annak a valószínűsége, hogy $y \leq \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$? (M: $\frac{29}{32} \approx 0,90625$)

- b) Marci a farsangi rendezvényre kibocsátott 200 darab tombolajegyből 4-et vásárolt. A tombolán 10 tárgyat sorsolnak ki. Minden tombolajeggyel legfeljebb egy tárgyat lehet nyerni.

- b1) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Marci pontosan egy tárgyat nyer a tombolán? (M: 0,1739)

- b2) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Marci nyer a tombolán? (M: 0,1868)

Az eredményeket – a közbülsőket is – négy tizedesjegyre kerekítve számolja ki!

50. (ESZÉV 2012.10/1)

Egy új típusú sorsjegyből 5 millió darab készült, egy sorsjegy ára 200 Ft. Minden egyes sorsjegyen vagy a „Nyert” vagy a „Nem nyert” felirat található, feltüntetve a nyertes összeget is. A gyártás során a mellékelt táblázat szerinti eloszlásban készült el az 5 millió sorsjegy.

- a) Ha minden sorsjegyet eladnának és a nyertesek minden nyereményt felvonnának, akkor mekkora lenne a sorsjegyek eladásából származó bevétel és a kifizetett nyeremény különbözete? (M: 400 millió Ft)
- b) Aki a kibocsátás után az első sorsjegyet megveszi, mekkora valószínűséggel nyer a sorsjegy áránál többet?

sorsjegy (db)	nyeremény (Ft)
4	10 000 000
40	50 000
800	10 000
150 000	1 000
400 000	500
1 000 000	200
3 449 156	0

(M: $\frac{550\,844}{5\,000\,000} \approx 0,11$)

- c) Számítsa ki, hogy ebben a szerencsejátékban az első sorsjegyet megvásárló személy nyereségének mennyi a várható értéke! (A nyereség várható értékének kiszámításához nemcsak a megnyerhető összeget, hanem a sorsjegy árát is figyelembe kell venni.) (M: -80 Ft)

51. (ESZÉV 2012.10/5)

Adott két párhuzamos egyenes, e és f . Kijelölünk e -n 5, f -en pedig 4 különböző pontot.

- a) Hány (e -től és f -től is különböző) egyenest határoz meg ez a 9 pont? (M: 20)
- b) Hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai a megadott 9 pont közül kerülnek ki? (M: 70)
- c) Hány olyan négyszög van, amelynek csúcsai a megadott 9 pont közül kerülnek ki? (M: 60)
- a) A 9 pont mindegyikét véletlenszerűen kékre vagy pirosra színezzük. Mekkora a valószínűsége annak, hogy az e egyenes 5 pontja is azonos színű és az f egyenes 4 pontja is azonos színű lesz? (M: 0,0078)

52. (ESZÉV 2012.10/7)

Egy sütőedényeket gyártó üzem minőségellenőrzési statisztikája alapján ismerjük a következő adatokat: 0,02 annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott edény selejtes. Egy áruházláncnak szállított 50 darabos tételben mekkora valószínűséggel lesz pontosan 2 darab selejtes? (M: 0,186)

53. (ESZÉV 2012.10/9)

Az A , B , C , D és E pontok egy ötpontú teljes gráf csúcsai. A gráf élei közül véletlenszerűen beszínezzük hatot. Mekkora a valószínűsége annak, hogy az A , B , C , D , E pontokból és a színezett élekből álló gráf nem lesz összefüggő? (M: $\frac{5}{210} \approx 0,024$)

54. (ESZÉV 2013.05/8)

A készletben az építőelemek kék vagy piros színűek. Péter 8 ilyen elemet egymásra rak úgy, hogy több piros színű van köztük, mint kék. Lehet, hogy csak az egyik színt használja, de lehet, hogy mindkettőt.

- a) Hányféle különböző színösszeállítású 8 emeletes tornyot tud építeni? (M: 93)

A gyárban (ahol ezeket az építőelemeket készítik) nagyon ügyelnek a pontosságra. Egymillió építőelemből átlagosan csupán 20 selejtes. András olyan készletet szeretne vásárolni, melyre igaz a következő állítás: 0,01-nél kisebb annak a valószínűsége, hogy a dobozban található építőelemek között van selejtes.

- b) Legfeljebb hány darabos készletet vásárolhat András? (M: 502)

55. (ESZÉV 2013.05/9)

Egy dobozban 17 darab egyforma sugarú golyó van. A golyók közül 8 darab sárga és 9 darab zöld. (Válaszait három tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

- a) Visszatevés nélkül kihúzunk a dobozból 3 golyót. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kihúzott 3 golyó egyszínű? (M: $\frac{7}{34} \approx 0,206$)
- b) Ha úgy húzunk ki a dobozból 5 golyót, hogy a kivett golyót minden egyes húzás után visszatesszük, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy 3 alkalommal sárga golyót, 2 alkalommal pedig zöld golyót húzunk? (M: 0,292)
- c) A golyók számozottak, 1-től 17-ig. Mennyi annak a valószínűsége, hogy visszatevés nélkül 3 golyót kihúzva a golyókon található számok összege osztható 3-mal? (M: $\frac{230}{680} \approx 0,338$)

56. (ESZÉV-NY 2013.05/7)

Egy mobiltelefon-szolgáltató társaság több évi statisztikája azt mutatja, hogy a szabályosan elküldött SMS-ek (szöveges telefonüzenetek) közül átlagosan minden hatvanadik nem jut el a címzettjéhez. A következőkben ezen szolgáltató által továbbított SMS-ekről lesz szó. Tételezzük fel, hogy a sikeresen elküldött SMS-ek száma binomiális eloszlást követ.

- a) Mekkora a valószínűsége annak, hogy három elküldött SMS-ből pontosan egy nem érkezik meg? Ha számításaihoz kerekített értékeket használ, akkor 4 tizedes jegyre kerekített alakjakkal számoljon! (M: 0,0484)
- b) Legalább hány SMS elküldése esetén mondhatjuk, hogy legalább 98% a valószínűsége annak, hogy közülük legalább egy nem érkezett meg? Ha számításaihoz kerekített értékeket használ, akkor 4 tizedes jegyre kerekített alakjakkal számoljon! (M: 233)

57. (ESZÉV 2013.10/5)

Egy iskola alapítványi bálján a korábban szokásos tombolahúzás helyett egy egyszerű lottóhúzást szerveznek. A szelvényt vásárolóknak az első tíz pozitív egész szám közül kell ötöt megjelölniük. Húzáskor öt számot sorsolnak ki (az egyszer már kihúzott számokat nem teszik vissza). Egy lottószelvény 200 Ft-ba kerül. Egy telitalálatos szelvénnel 5000 Ft értékű, egy négytalálatos szelvénnel 1000 Ft értékű, az alapítvány által vásárolt könyvtálatványt lehet nyerni. Négynél kevesebb találatot elérő szelvénnel nem lehet nyerni semmit.

- a) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a legkisebb kihúzott szám a 3. (M: 0,139)
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a számokat növekvő sorrendben húzzák ki? Az a) és b) kérdésekre adott válaszait három tizedesjegyre kerekítve adja meg! (M: 0,008)
- c) Számolással igazolja, hogy (három tizedesjegyre kerekítve) a telitalálat valószínűsége 0,004, a négyes találat valószínűsége pedig 0,099.
- d) Ha a húzás előtt 240 szelvényt adtak el, akkor mekkora az alapítvány lottóhúzásból származó hasznának várható értéke? (M: 19 440 Ft)

58. (ESZÉV 2014.05/1)

Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből összesen 720 olyan hatjegyű szám képezhető, melynek számjegyei között nincsenek egyenlők. Ezek között hány 12-vel osztható van? (M: 192)

59. (ESZÉV 2014.05/6)

Egy üzemben olyan digitális műszert gyártanak, amely kétféle adat mérésére alkalmas: távolságot és szöget lehet vele meghatározni. A gyártósor meghibásodott, de ezt hosszabb ideig nem vették észre. Ezalatt sok mérőeszközt gyártottak, ám ezeknek csak a 93%-a adja meg hibátlanul a szöget, a 95%-a méri hibátlanul a távolságot, sőt a gyártott mérőeszközök 2%-a mindkét adatot hibásan határozza meg. Az egyik minőségellenőr 20 darab műszert vizsgál meg visszatevéses mintavétellel a meghibásodási időszak alatt készült termékek közül. Mekkora annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 2 darab hibásat talál közöttük? (Egy műszert hibásnak tekintünk, ha akár a szöget, akár a távolságot hibásan méri.) (M: 0,677)

60. (ESZÉV 2014.05/9)

Kovács úr új szekrényt vett. Az akasztós részébe vasárnap este 7 inget tesz be, a hét minden napjára egyet-egyet. Az ingek között van 2 fehér, 2 világoskék és 3 sárga. Reggelente nagyon siet, ezért Kovács úr csak benyúl a szekrénybe, és anélkül, hogy odanézne, véletlenszerűen kivesz egy inget. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a hét első három napján vagy három különböző színű vagy három egyforma színű inget választ? (Ha valamelyik nap viselt egy inget, azt utána már nem teszi vissza a szekrénybe.) (M: 0,371)

61. (ESZÉV-NY 2014.05/4)

A 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből hány olyan négyjegyű páros szám képezhető, melynek minden számjegye különböző? (M: 156)

62. (ESZÉV-NY 2014.05/5)

Hányféleképpen lehet 6 nőből és 3 férfiből három munkacsoportot szervezni úgy, hogy mindegyik csoportba 2 nő és 1 férfi kerüljön? (A munkacsoportok sorrendjétől eltekintünk.) (M: 90)

63. (ESZÉV-NY 2014.05/8)

Az ulti nevű kártyajátékot magyar kártyával játsszák, melyben 4 szín (piros, tök, makk, zöld) és minden színben 8 lap (VII, VIII, IX, X, alsó, felső, király, ász), összesen tehát 32 lap van. Dénes, Elemér és Fanni ultiznak: egy osztásnál mindhárom játékos (véletlenszerű elosztással) 10-10 lapot kap, a maradék 2 lap pedig az úgynevezett talonba kerül.

- Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy osztásnál a talonba kerülő két lap különböző színű! (M: 0,774)
- Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy osztásnál Elemérhez kerül valamelyik színből mind a 8 lap! (M: 0,000017)
- Számítással igazolja, hogy (négy tizedesjegyre kerekítve) 0,7966 annak a valószínűsége, hogy az osztáskor Fanni kap legalább egy ászt!
- Ha tudjuk, hogy az osztáskor Fanni kapott legalább egy ászt, akkor határozzuk meg annak a (feltételes) valószínűségét, hogy mind a négy ász hozzá került! (M: 0,00733)

64. (ESZÉV 2014.10/3)

Egy cég ügyfélszolgálatának hosszú időszakra vonatkozó adataiból az derült ki, hogy átlagosan minden nyolcvanadik vásárló tér vissza később valamilyen minőségi kifogással. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy 100 vásárló közül legfeljebb kettőnek lesz később minőségi kifogása! (M: 0,87)

65. (ESZÉV 2014.10/9)

Éva egy 7×7 -es táblázat bal felső mezőjétől kezdve, balról jobbra haladva, sorról sorra beírta egy számtani sorozat első 49 tagját úgy, hogy a tagok sorrendjét nem változtatta meg. (A sorozat 1. tagja a bal felső sarokba került, a 8. tag a második sor első mezőjébe, a 49. tag pedig a jobb alsó sarokban áll. Két szám, a 91 és a 11, már szerepel a táblázatban.) Péter a táblázat minden sorából kiválasztja a sorozat egy-egy tagját úgy, hogy a hét kiválasztott szám közül semelyik kettő ne legyen egy oszlopban. Mi annak a valószínűsége, hogy a 91 és a 11 is a kiválasztott számok között lesz? (M: 0,024)

		91				
				11		

66. (ESZÉV 2015.05/3)

Egy kisvállalkozás üzletében az egyik fajta férfizakóból négyféle méretet árusítanak (S, M, L, XL). Nyitáskor egy rögzített állvány egyenes rúdja mindegyik méretből 4-4 darabot helyeztek el (minden zakót külön vállfára akasztva, egymás mellett). A nap folyamán ezek közül megvettek 4 darab S-es, 3 darab M-es és 2 darab L-es méretűt, a megmaradt zakók pedig

összekeveredtek. Az üzlet zárásakor hányféle sorrendben lehetnek (balról jobbra nézve) a rúdra akasztva a megmaradt zakók, ha az azonos méretű zakókat nem különböztetjük meg egymástól? (M: 105)

67. (ESZÉV 2015.05/6)

Szétgurult 20 darab tojás az asztalon. Közülük 16 tojás ép maradt, de 4 tojásnak alig észrevehetően megrepedt a héja. Bori ezt nem vette észre, így visszarakosgatja a tojásokat a két tojástartóba. Először a sárga tartóba tesz tízet, majd a fehérbe a többi.

- a) Mekkora a valószínűsége annak, hogy mind a 4 hibás tojás ugyanabba a tartóba kerül? (M: 0,087)

Csenge sokszor vásárol tojásokat a sarki üzletben. Megfigyelése szerint a tojások közül átlagosan minden ötvenedik törött. (Ezt úgy tekintjük, hogy a tojások mindegyike 0,02 valószínűséggel törött.)

- b) Mekkora annak a valószínűsége annak, hogy egy 10 tojást tartalmazó dobozban egynél több törött tojást talál Csenge? (M: 0,016)

Egy csomagolóüzembe két termelő szállít tojásokat: az összes tojás 60%-a származik az A, 40%-a a B termelőtől. Az A termelő árujának 60%-a első osztályú, 40%-a másodosztályú, a B termelő árujának 30%-a első osztályú és 70%-a másodosztályú. Az összes beszállított tojás közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet, és azt első osztályúnak találjuk.

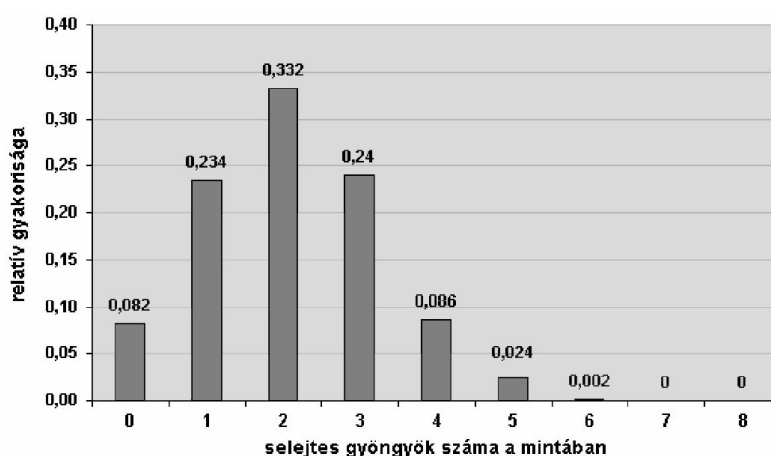
- c) Mekkora a valószínűsége annak, hogy az A termelő árujából való a kiválasztott tojás? (M: 0,75)

68. (ESZÉV-NY 2015.05/2)

Egy dobozban 40 üveggyöngy között 8 selejtes van. Egy kísérlet abból áll, hogy a 40 gyöngy közül visszatevés nélküli mintavétellel, véletlenszerűen kiválasztanak 10-et, és megszámlálják, hogy hány selejtes van közöttük.

- a) Egy tanulócsoporthoz tagjai összesen 500 alkalommal végezték el a fent leírt kísérletet. A kísérletek befejezése után összesítették a tapasztaltakat: a 10 elemű mintákban előforduló selejtes gyöngyök számának relatív gyakoriságát oszlopdiagramon ábrázolták. A diagram segítségével válaszoljon a következő kérdésekre:

- I. Mennyi volt az egy mintában előforduló legtöbb selejtes gyöngy? (M: 6)
- II. Mennyi volt az egy mintában legtöbbször előforduló selejtszám? (M: 2)
- III. Hány alkalommal nem volt a 10 elemű mintában egyetlen selejtes gyöngy sem? (M: 41)



- b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a kísérletet egyszer elvégezve a mintában pontosan 2 selejtes lesz! Állapítsa meg, hogy az eseménynek az 500 kísérletből kapott relatív gyakorisága hány százaléka a kiszámított valószínűségnek! (M: 0,3474; 95,6%)

- c) Egy másik kísérletben ugyanebből a 40 gyöngyből visszatevéses mintavétellel választunk ki 10 gyöngyöt. Ekkor mennyi annak a valószínűsége, hogy a mintában pontosan 2 selejtes gyöngy lesz? (M: 0,302)

69. (ESZÉV-NY 2015.05/6)

Egy kilenctagú társaságban kézfogással köszöntik egymást az emberek. Eddig 4 kézfogás történt. Hány különböző módon történhetett ez meg, ha senki sem fogott kezet egynél többször, és a kézfogások sorrendjére nem vagyunk tekintettel? (M: 945)

70. (ESZÉV 2015.10/6)

Az $ABCDE$ konvex ötszög csúcsait piros, kék vagy zöld színűre színezzük úgy, hogy bármely két szomszédos csúcsa különböző színű legyen.

- a) Hány különböző színezés lehetséges? (Az ötszög csúcsait megkülönböztetjük egymástól.) (M: 30)

Egy négypontú teljes gráf élei közül véletlenszerűen kiválasztott négy élt kiszínezzük zöldre. (Teljes gráf: olyan egyszerű gráf, melynek bármely két pontja között van él.)

- b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a zöldre színezett élek a gráf egy négypontú körének élei! (M: 0,2)

71. (ESZÉV 2015.10/8)

Dani sportlövészedségre jár, ahol koronglövészetet tanul. Az első félév végén kiderült, hogy még elég bizonytalanul céloz: húsz lövésből átlagosan ötször találja el a repülő agyagkorongot.

(Tekintsük ezt úgy, hogy minden lövésnél $\frac{5}{20}$ az esélye annak, hogy Dani találatot ér el.)

- a) Mekkora annak az esélye az első félév végén, hogy nyolc egymás után leadott lövésből legalább háromszor célba talál? Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg! (M: 0,321)
- b) Az első félév végén legalább hány egymás után leadott lövés kell ahhoz, hogy Dani legalább 95%-os eséllyel legalább egyszer eltalálja a repülő korongot? (M: 11)

A rendszeres edzéseknek köszönhetően Dani eredményessége javult. A második félév végén már 0,72 volt annak a valószínűsége, hogy három egymás után leadott lövésből pontosan egy vagy pontosan két találatot ér el.

- c) Számítsa ki, hogy a második félév végén mekkora valószínűséggel ér el találatot egy lövésből Dani! (M: 0,4 vagy 0,6)

72. (ESZÉV Minta (1) 2015.10/4)

A Pepita Sakkegyesület benevezi csapatát egy ifjúsági versenyre. Az egyesületnek 10 versenyzője van ebben a korosztályban: 6 lány és 4 fiú. A fiúk közül Attila és Balázs testvérek.

- a) Hányféleképpen alakítható ki a tíz versenyzőből olyan hatfős sakkcsapat, amelynek a két testvér közül legalább az egyikük tagja? (M: 182)

A hat lány között három különböző ajándékot sorsolnak ki. Kétféle sorsolási mód lehetséges:

(I.) Mindenki legfeljebb egy ajándékot kaphat.

(II.) Egy személy több ajándékot is kaphat.

- b) Mekkora eséllyel kap ajándékot az első (I.), illetve a második (II.) esetben Kati, az egyik csapattag? (M: $\frac{91}{216} \approx 0,42$)

73. (ESZÉV Minta (1) 2015.10/6)

Enikő négy különböző, egyjegyű pozitív egész számra gondolt, és segítségképpen csak annyit árult el, hogy a legnagyobb gondolt szám a 9, és a számok mediánja 5. Feri ezekből az

információkból nem tudja kitalálni a gondolt számokat, ezért tippelnie kell. Mekkora valószínűséggel találja el Feri egy próbálkozással Enikő számnegyését, ha a feltételeknek megfelelő számnegyessel próbálkozik? (M: $\frac{1}{6} \approx 0,1667$)

74. (ESZÉV Minta (2) 2015.10/2)

Egy felmérés alapján kiderült, hogy egy **A** városban a felnőttek közelítőleg 20%-a, míg egy **B** városban a felnőttek kb. 15%-a sportol rendszeresen. Az egyik élelmiszerboltban egy adott időpontban hat felnőtt vásárol egyszerre, öten az **A** városból és egy személy **B**-ből. Mekkora annak a valószínűsége, hogy közülük pontosan ketten sportolnak rendszeresen? (M: 0,2355)

75. (ESZÉV Minta (2) 2015.10/6)

Pisti minden nap két péksüteményt vásárol, és a mesterre bízta, hogy ő éppen milyen összeállítást ad neki. Egyik nap a mester nyitáskor kifliket és zsömlét tett ki a polcokra. Ha aznap Pisti az első vásárló, és a mester véletlenszerűen ad két péksüteményt, akkor annak a valószínűsége, hogy két kiflit kap $\frac{3}{29}$. Az első vásárló 10 zsömlét megvásárolt a polcra. Ha Pisti ezután tér be vásárolni, akkor már ugyanakkora valószínűséggel kap két kiflit, mint két zsömlét. Hány kifli volt kezdetben a polcon? (M: 10)

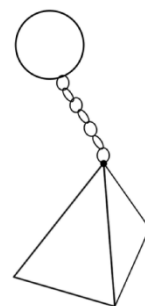
76. (ESZÉV Minta (2) 2015.10/9)

Egy cég egyszerű emblémákat, kitzűzőket, ajándéktárgyakat is tervez. Az egyik ilyen tárgy egy zászló alakú ajándék, amelyen a zászló négy vízszintes sávból áll. A sávok mindegyike egymástól függetlenül négy színnel (piros, zöld, kék, sárga) színezhető, és egy-egy szín többször is használható. (Egy-egy sávot egyszerre csak egy színnel színezzük, és a szomszédos sávok is lehetnek azonos színűek.) Hányféle zászló készíthető, ha a megrendelő kérése alapján az alsó vagy a felső sáv közül legalább az egyiknek sárgának kell lennie? (M: 112)

77. (ESZÉV Minta (3) 2015.10/5)

Egy kulcstartó dísz tömör, könnyű fémből készült, háromszög alapú, nem szabályos gúla. A dísz lapjai ötféle színnel festhetők: pirosra, zöldre, lilára, kékre vagy sárgára. (A dísz lapjait megkülönböztetjük egymástól, és egy háromszög-lap csak egyszínű lehet.)

- Hányféleképpen színezhető a dísz, ha van kék **vagy** sárga lapja? (M: 544)
- Hányféleképpen színezhető a dísz, ha van kék **és** sárga lapja is? (M: 194)



78. (ESZÉV Minta (3) 2015.10/7)

András és Béla évek óta biliárdoznak. Számos mérkőzésük összesítése alapján András kicsivel jobb játékos, 5 játszmájukból átlagosan 3-at nyer meg, míg Béla 2-t. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 6 mérkőzésükből András 3-nál többször győz? Válaszát 2 tizedesjegyre kerekítve adja meg! (M: 0,54)

79. (ESZÉV 2016.05/2)

Egy dobozban 6 fehér és 4 piros golyó van. A 10 golyó közül véletlenszerűen kiválasztanak 5 golyót. Egy tanuló ezt állítja: „*Annak a valószínűsége, hogy az 5 kihúzott golyó között 2 fehér lesz, megegyezik annak a valószínűségével, hogy 4 fehér lesz közöttük.*”

- Mutassa meg, hogy ha a golyókat **viSSzatevés nélkül** húzzák ki, akkor a tanuló kijelentése igaz! (M: $P_1 = P_2 = \frac{5}{21} \approx 0,238$)
- A valószínűségek kiszámításával mutassa meg, hogy ha az 5 golyót **viSSzatevéssel** húzzák ki, akkor a tanuló kijelentése nem igaz! (M: $P_1 \approx 0,230$ és $P_2 \approx 0,259$)

80. (ESZÉV 2016.05/6)

- a) Az A, B, C, D, E, F, G, H pontok egy szabályos nyolcszög csúcsai. Megrajzoljuk a nyolcszög oldalait és átlóit. A megrajzolt szakaszok közül véletlenszerűen kiválasztunk négyet. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy mind a négy kiválasztott szakasz az A csúcsból indul ki! (M: $\frac{1}{585} \approx 0,0017$)
- b) Nyolc sakkozó részére egyéni bajnokságot szerveznek. Hányféleképpen készíthető el az első forduló párosítása, ha ebben a fordulóban mindenki egy mérkőzést játszik? (Két párosítást különbözőnek tekintünk, ha az egyik tartalmaz olyan mérkőzést, amelyet a másik nem.) (M: 105)

81. (ESZÉV 2016.05/8)

Egy kisüzemi meggymagozó-adagoló gép 0,01 valószínűséggel nem távolítja el a magot a meggyből, mielőtt a meggysemet az üvegbe teszi. A magozógépen áthaladt szemek közül 120-120 darab kerül egy-egy üvegbe. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy kiválasztott üvegben legalább 2 darab magozatlan szem van! (M: 0,34)

82. (ESZÉV-NY 2016.05/5)

Egy üzemben két automata gépsoron egyforma ingeket gyártanak. Az első gépsoron gyártott 4000 ingnek a 2%-a, a második gépsoron készült 5000 ingnek pedig a 3,4%-a anyaghibás. Az elkészült ingek ugyanabba a raktárba kerültek és összekeveredtek. A 9000 ing közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet, és azt anyaghibásnak találjuk. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a hibás inget a második gépsoron gyártották? (M: $\frac{17}{25} \approx 0,68$)

83. (ESZÉV-NY 2016.05/7)

Határozza meg, hány olyan 1000-nél kisebb pozitív egész szám van, amelynek számjegyei között nem szerepel a 0, de szerepel legalább egyszer az 1. (M: 235)

84. (ESZÉV-NY 2016.05/9)

Egy társasjátékban egy hosszú egyenes pályán haladunk a bábunkkal. A Start mezőről indulunk; a szabályos dobókockával dobott pontszámunknak megfelelően léphetünk 1-et, 2-t, 3-at, 4-et, 5-öt vagy 6-ot. Ha a játék során bármikor a 4-es mezőre érkezünk, vissza kell állnunk a Start mezőre, és újra kell kezdenünk a játékot. Ebben a társasjátékban csak a 4-es mezőre érkezés miatt lehet a pályán „visszafelé” haladni.

Start	1	2	3	4	5	6	7	...
-------	---	---	---	---	---	---	---	-----

- a) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legalább egyszer a 4-es mezőre érkezünk? (M: $\frac{343}{1296}$)

András eddig háromszor dobott, és a negyedik dobása előtt éppen a Start mezőn áll.

- b) Hányféle lehetett az András első három dobásából álló dobássorozat? (M: 10)

85. (ESZÉV 2016.10/4)

Egy kis boltban három különböző ízesítésű csokoládé kapható: epres, málnás és narancsos.

- a) Ha összesen öt tábla csokoládét akarunk ebben a boltban vásárolni, és csak az ízesítéseket vesszük figyelembe, akkor hány különböző lehetőségünk van? (M: 21)

A Finom csokoládé csomagolásán az áll, hogy a tömege 100 g. A gyártó cég a saját megbízhatóságát így reklámozza: 99,9% annak a valószínűsége, hogy egy csokoládészelet tömege legalább 100 gramm.

- b) Ha a reklám állítása igaz, akkor legalább hány szelet Finom csokoládét kell (véletlenszerűen) vásárolnunk ahhoz, hogy legalább 0,05 valószínűséggel legyen közöttük 100 grammnál kisebb tömegű is? (A vásárlást modellezze visszatevéses mintavétellel!) (M: 52)

86. (ESZÉV 2016.10/6)

A 11. b osztály a következő tanévre nyolc kötelező olvasmányt kapott. Ezek közül kettő ugyanannak a szerzőnek a munkája, a többi szerzőnek csak egy-egy könyve van az olvasmányok között. Andi még nyáron szeretne elolvasni a nyolc könyv közül hármat. A nyarat a nagyszüleinél tölti, ezért a kiválasztott három könyvet magával viszi.

- a) Hányféleképpen választhatja ki Andi, hogy melyik három könyvet vigye magával, ha azt szeretné, hogy a három könyv három különböző szerző műve legyen? (M: 50)

Az osztály tanulói közül hatan: Andi, Barbara, Csilla, Dani, Elek és Feri moziba mennek.

- b) Hányféleképpen ülhetnek le hat egymás melletti székre úgy, hogy semelyik két lány ne üljön egymás mellett? (M: 144)

Három lány és n fiú véletlenszerű elrendezésben leül egy sorba.

- c) Határozza meg n értékét, ha $\frac{1}{26}$ annak a valószínűsége, hogy a három lány egymás mellett ül! (M; $n = 10$)

87. (ESZÉV 2016.10/9)

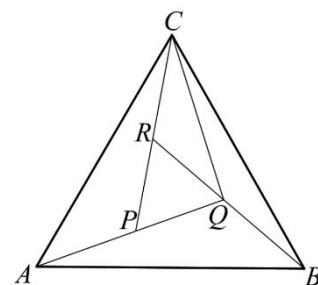
Egy számtani sorozat első tagja 4, differenciája 5. Egy mértani sorozat első tagja 3, hányadosa 2. Az 1000-nél kisebb pozitív egészek közül egyet véletlenszerűen kiválasztunk. Mekkora a valószínűsége, hogy olyan számot választottunk, amely tagja valamelyik sorozatnak? Válaszát $\frac{p}{q}$ alakban adja meg úgy, hogy p és q pozitív egészek és relatív prímek legyenek! (M: $\frac{23}{111}$)

88. (ESZÉV 2017.05/7)

A biológiaórán egy kezdetben tízmilliós baktériumhalmaznak a környezethez való alkalmazkodását modellezzük a tanulók. Egy szabályos dobókockával dobunk, és ha a dobás eredménye 1, 2 vagy 3, akkor egymillió baktérium elpusztul. Ha a dobás eredménye 4 vagy 5, akkor nem történik semmi. Ha a dobás eredménye 6, akkor újabb egymillió baktérium keletkezik. A dobást többször egymás után megismétlik. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy hét dobás után a baktériumok száma legfeljebb ötmillió lesz! (M: 0,136)

89. (ESZÉV 2017.05/8)

A piros, kék, zöld és sárga színek közül három szín felhasználásával úgy színezzük ki az ábrán látható ABQ , BCQ , CQR , ACP és PQR háromszögek belsejét, hogy a közös határszakasszal rendelkező háromszögek különböző színűek legyenek. (Egy-egy háromszög színezéséhez csak egyegy színt használunk.) Összesen hány különböző színezés lehetséges? (M: 48)



90. (ESZÉV 2017.05/8)

Egy fiókban három pár kesztyű van összekeveredve: az egyik pár fekete, a másik szürke, a harmadik piros. (A három pár kesztyű csak a színében különböző.) A fiókból egyesével elkezdjük kihúzni a kesztyűket úgy, hogy húzás előtt nem nézzük meg a kesztyű színét, és a kihúzott kesztyűket nem tesszük vissza a fiókba. Addig folytatjuk a húzást, amíg lesz két azonos színű kesztyűnk. Határozza meg annak a hat eseménynek a valószínűségét, hogy ehhez 1, 2, 3, 4, 5, illetve 6 kesztyű kihúzására lesz szükség, majd számítsa ki a húzások számának várható értékét! (M: $P(1) = 0, P(2) = \frac{1}{5}, P(3) = \frac{2}{5}, P(4) = \frac{2}{5}, P(5) = P(6) = 0$; a várható érték: 3,2)

91. (ESZÉV-NY 2017.05/3)

Egy 8 tagból álló baráti társaság lifttel szeretne feljutni egy épület legfelső emeletére. A kisméretű liften nem utazhat 3-nál több személy. Hányféleképpen mehetne fel a baráti társaság 8

tagja a lifttel, ha minden fordulóban legalább két személy utazna együtt? (Két „feljutást” különbözőnek tekintünk, ha legalább egy csoport összetétele nem azonos a két feljutásban, vagy a csoportok más sorrendben jutottak fel a legfelső emeletre.) (M: 4200)

92. (ESZÉV-NY 2017.05/6)

Egy tízpontú teljes gráf élei közül véletlenszerűen kiválasztunk három különbözőt. (Teljes gráf: olyan egyszerű gráf, melynek bármely két pontja között van él.) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a három kiválasztott él a gráfnak egy körét alkotja! (M: 0,0085)

93. (ESZÉV-NY 2017.05/7)

Járványos időszakban egy nagyváros lakóinak 0,2%-a fertőzött a járványt okozó vírussal. Ebben az időszakban a város lakói közül 80-an ugyanazon az autóbuszon utaznak.

- a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy az autóbusz 80 utasa között van legalább egy fertőzött? Válaszát két tizedesjegyre kerekítve adja meg! (M: 0,15)

Egy kereskedelmi forgalomban is kapható gyorseszta azt ígéri a felhasználóknak, hogy a teszt kimutatja a vírust. A termék leírásában ez áll:

„A teszt a vírussal fertőzött embereknél 99% valószínűséggel mutatja ki a fertőzöttséget. A vírussal nem fertőzött emberek esetében olykor szintén fertőzöttséget jelez a teszt, ám ennek a téves jelzésnek a valószínűsége mindössze 4%.”

- b) Tudjuk, hogy a város lakosságának 0,2%-a fertőzött a járványt okozó vírussal. Mutassa meg, hogy ha egy véletlenszerűen választott városlakó gyorseszta fertőzöttséget mutat, akkor 0,05-nél kisebb annak a valószínűsége, hogy a tesztalany valóban vírust tartalmaz (tehát a gyorseszta nem a fertőzöttség megbízható kimutatására alkalmas)! (M: $0,0473 < 0,05$)

94. (ESZÉV 2017.10/5)

Egy használt laptop-akkumulátorokat árusító üzletben a 25 azonos típusú akkumulátor töltéskapacitása 60% és 80% között van, de közülük csak 10-nek kisebb a töltéskapacitása 70%-nál. Egy vevő a 25 akkumulátor közül hármat vásárol meg. Ha a három akkumulátort véletlenszerűen választja ki, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy legfeljebb az egyiknek lesz 70%-nál kisebb a töltéskapacitása? (M: 0,654)

95. (ESZÉV 2017.10/7)

A TéglaCska csokiszelet gyártója akciót indít: ha a szerencsés vásárló a csokiszelet csomagolásának belső oldalán a „Nyert” feliratot találja, akkor ezzel egy újabb szelet csokit nyert. A gyártó úgy reklámozza a termékét, hogy „minden ötödik csoki nyer”. (Ez úgy tekinthető, hogy minden egyes csoki 0,2 valószínűséggel nyer.)

- a) Juli öt szelet csokit vásárolt. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az öt szelet csoki között legalább egy nyerő csoki lesz? (M: 0,672)

Pali is öt szelet csokit vásárolt, és végül hét szelet csokival tért haza a boltból, mert nyert még kettőt.

- b) Vizsgálja meg, hogy az alábbi két esemény közül melyiknek nagyobb a valószínűsége!
- I. Ha valaki megvásárol öt szelet csokit, akkor azok között két nyerő csoki lesz, de a két nyereménycsoki egyike sem nyer. (M: 0,131)
 - II. Ha valaki megvásárol öt szelet csokit, akkor azok között egy nyerő csoki lesz, a nyereménycsoki nyer egy hetedik szelet csokit, de az már nem nyer. (M: 0,066)

96. (ESZÉV 2018.05/7)

Az iskolai karácsonyi vásárra készülődve Blanka, Csenge és Dóri feladata az volt, hogy különböző figurákat hajtogassanak színes papírból. Összesen 70 figurát hajtogattak. A figurák kétheted részét Dóri készítette, a maradékot pedig fele-fele arányban Blanka és Csenge.

- a) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a 70 figura közül véletlenszerűen kiválasztott két figurát ugyanaz a lány készítette! (M: 0,327)

A Blanka által készített figurák 40%-a volt karácsonyfa, a Csenge által készített figuráknak 60%-a, a Dóri által készített figuráknak pedig 30%-a. Az első vásárló a vásáron Blanka édesanyja volt; ő megvett egy véletlenszerűen kiválasztott karácsonyfa-figurát.

- b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a figurát éppen Blanka készítette! (M: 0,323)

97. (ESZÉV 2018.05/7)

Az A, B, C, D, E, F kereskedőcégek mindegyike mind az öt másik céggel kötött egy-egy üzletet az előző hónapban (bármelyik két cég között pontosan egy üzletkötés jött létre). Az ellenőrző hatóság véletlenszerűen kiválaszt a hat cég előző havi (egymás közötti) üzletkötései közül négyet, és azokat ellenőrzi. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az A vagy a B cég üzletkötései közül is ellenőriznek legalább egyet? (M: 0,989)

98. (ESZÉV-NY 2018.05/1)

Negyven egyetemi hallgató férfi egész kilogrammra kerekített testtömegéről ad tájékoztatást az alábbi táblázat.

tömeg (kg)	53-56	57-60	61-64	65-68	69-72	73-76	77-80
gyakoriság	2	3	4	11	9	6	5

Egy reklámfilm forgatásához három „nehézsúlyú” és két „nehézsúlyú” fiatait keresnek. A „nehézsúlyúak” tömege legfeljebb 64 kg lehet, a „nehézsúlyúaké” pedig legalább 77 kg. Hányféleképpen választhatják ki az öt szereplőt a 40 egyetemista közül? (M 840)

99. (ESZÉV-NY 2018.05/4)

Titi és Jeromos zsonglőrök az egyik műsorszámukban több buzogányt dobálnak egymásnak. Mindkét zsonglőr nagyon ügyes, hiszen mindegyikük átlagosan csak háromszor hibázik ezer esetből a buzogány elkapásakor (ezt úgy tekintjük, hogy minden elkapáskor 0,003 a hibázás valószínűsége). A két zsonglőr legújabb műsorszámában összesen 72 buzogányelkapás szerepel. Mekkora a valószínűsége annak, hogy legfeljebb egy buzogányelkapási hiba csúszik az előadásukba? Válaszát két tizedesjegyre kerekítve adja meg! (M: 0,98)

100. (ESZÉV-NY 2018.05/6)

Hányféleképpen lehet három, 15-nél nem nagyobb páratlan egész szám összegeként a 39-et felírni, ha az összeadandók sorrendjét is figyelembe vesszük? (M: 10)

101. (ESZÉV-NY 2018.05/9)

Ottó osztálylottót szervez, melyben az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számok közül ötöt húznak ki. Egy játékszervényen ennek megfelelően pontosan öt számot kell megjelölni (az alábbi ábra egy üres szervényt és egy érvényesen kitöltött szervényt mutat).

1	2	3
4	5	6
7	8	9

1	2	3
4	5	6
7	8	9

- a) András legalább három találatot szeretne elérni, és ehhez a lehető legkevesebb szervényt akarja kitölteni. Hány szervényre van szüksége ahhoz, hogy legalább az egyik szervényen biztosan legyen legalább három találat? (M: 7)
- b) Dóra és Zoli is véletlenszerűen (és érvényesen) kitölt egy-egy szervényt. Mekkora annak a valószínűsége, hogy pontosan négy közös számot jelölnek be? (M: 0,159)

102. (ESZÉV 2018.10/5)

Kinga a következő tanítási napra hat házi feladatot kapott, három kötelezőt és három szorgalmi. Egy-egy kötelező házi feladatot kapott matematikából, angolból és magyarból, ezeket biztosan elkészíti. Szorgalmi házi feladatot biológiából, németből és történelemből kapott, ezeket nem feltétlenül csinálja meg: lehet, hogy mind a hármat elkészíti, lehet, hogy csak kettőt vagy egyet, de az is lehet, hogy egyet sem készít el.

- a) Összesen hányféle különböző sorrendben készítheti el Kinga a házi feladatait? (Két esetet különbözőnek tekintünk, ha vagy nem ugyanazokat a házi feladatokat, vagy ugyanazokat a házi feladatokat, de más sorrendben oldja meg.) (M: 1158)

Kinga, Linda, Misi és Nándi elvállalta, hogy az alacsonyabb évfolyamok tanulói közül hét diákot rendszeresen korrepetálni fog. Az egyénenként vállalt tanulók számát egy megbeszélésen döntik el.

- b) Hány különböző módon állapodhatnak meg abban, hogy melyikük hány tanulót korrepetáljon, ha mindegyikük vállal legalább egy tanulót? (Két megállapodást különbözőnek tekintünk, ha legalább egyikük nem ugyanannyi tanulót korrepetál a két megállapodás szerint.) (M: 20)

103. (ESZÉV 2018.10/6)

Egy matematika-vizsgafeladatban három állítás logikai értékét kell meghatározni (igaz vagy hamis). Három helyes válasz esetén 2, két helyes válasz esetén 1, kettőnél kevesebb helyes válasz esetén 0 pontot kap a vizsgázó. Béla tanult egy keveset, de bizonytalan a tudása: mind-egyik kérdésnél 0,6 valószínűséggel találja el a helyes választ. Számítsa ki annak a négy eseménynek a valószínűségét, hogy Béla sikeres tippjeinek száma 3, 2, 1, illetve 0, és határozza meg Béla pontszámának várható értékét! (M: $p_0 = 0,064$; $p_1 = 0,28$; $p_2 = 0,432$; $p_3 = 0,216$ és a várható érték: 0,864)

104. (ESZÉV 2018.10/7)

A római katonák az úgynevezett *taxillus*-szal játszottak „kockajátékot”. (A *taxillus* a kecske vagy a juh térdkalácsából faragott csontocska; ld. a képen.) Dobás után egy *taxillus* négy különböző oldalára eshetett. Jelölje ezt a négy különböző helyzetet *A*, *B*, *C* és *D*. Az egyes dobáskimenetek nem voltak egyformán valószínűek: az *A*, illetve a *B* helyzet egyaránt $\frac{4}{10}$, a *C*, illetve a *D* helyzet pedig egyaránt $\frac{1}{10}$ való-



szerűséggel következett be. A rómaiak általában négy *taxillus*-t dobtak fel egyszerre. A Venus-dobás volt az egyik legértékesebb, ekkor a négy csontocska mindegyike más-más oldalára esett.

- a) Mennyi a Venus-dobás valószínűsége? (M: 0,0384)
b) Az alábbi két esemény közül melyiknek nagyobb a valószínűsége? (M: $P(I.) = 0,3439 < P(II.) = 0,3456$)

I. Négy feldobott *taxillus* között lesz olyan, amelyik *C* helyzetben érkezik le.

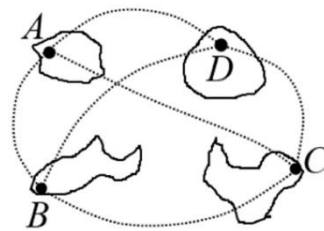
II. Négy feldobott *taxillus* között pontosan egy érkezik le az *A* helyzetben.

105. (ESZÉV 2019.05/4)

Egy bűvész két egyforma „dobótetraédert” használ az egyik mutatóványához. A dobótetraéder alakja egy szabályos háromoldalú gúla. A tetraéderrel 1-est, 2-est, 3-ast vagy 4-est lehet dobni (a dobás eredményének az alsó lapon lévő számot tekintjük). Az 1-es, a 2-es, illetve a 3-as dobásának valószínűsége egyenlő. A 4-es dobásának valószínűsége ötször akkora, mint az 1-es dobásé. Ha a bűvész a két dobótetraédert egyszerre dobja fel, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy a dobott számok összege 6 lesz? (M: 0,172)

106. (ESZÉV 2019.05/7)

Az Óceán Légitársaságnak a megalakulása óta alapelve, hogy a szigetvilágban működő hálózatának bármely két célállomása között működtet repülőjáratot. (Az ábra azt a több évvel ezelőtti időszakot szemlélteti, amikor még csak négy célállomás és hat repülőjárat volt.) A hálózatot folyamatosan bővítik: az utóbbi két év alatt a célállomások száma másfélszeresére nőtt, ugyanezen idő alatt a repülőjáratok száma pedig 60-nal lett több.



a) Hány célállomásra közlekednek jelenleg? (M: 15)

Egy légitársaság vezetőségi értekezletén megállapították, hogy az 1-es számú járatukon legfeljebb 168 utasnak van hely, de minden alkalommal sokkal többen szeretnének jegyet váltani. Több év tapasztalatai szerint 0,032 annak a valószínűsége, hogy erre a járatra valaki megveszi a jegyet, de aztán valamilyen ok miatt mégsem jelenik meg a járat indulásánál. Emiatt a vezetőség úgy dönt, hogy erre a 168 fős járatra ezentúl 170 jegyet adnak el. Az érvényes szabályozás szerint a több jegy eladása miatt a járatról esetleg lemaradó utasoknak a légitársaság fejenként 600 euró kártérítést köteles fizetni.

b) Ha a vezetőség megállapításai helyesek, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy az 1-es számú járat egy indulásánál legfeljebb 168 utas jelenik meg, és mennyi a társaság által fizetendő kártérítés várható értéke a járat egy útját tekintve? (M: 0,976, a várható érték: 18 euró)

107. (ESZÉV-NY 2019.05/7)

Egy dobozban 4 piros és 3 zöld golyó van. A dobozba beteszünk még s darab sárga golyót. A golyók közül **visszatevéssel** kihúzzunk kettőt.

a) Határozza meg s értékét, ha 0,09 annak a valószínűsége, hogy mindkét kihúzott golyó zöld! (M: 3)

Egy dobozban 4 piros, 3 zöld és k darab kék golyó van ($k \geq 1$). A golyók közül visszatevés nélkül kihúzzunk hármat.

b) Igazolja, hogy annak a valószínűsége, hogy három különböző színű golyót húzzunk,

$$\frac{72k}{(k+7)(k+6)(k+5)}.$$

c) Határozza meg k értékét, ha annak a valószínűsége, hogy három különböző színű golyót húzzunk, megegyezik annak a valószínűségével, hogy mindhárom kihúzott golyó kék! (M: 10)

108. (ESZÉV 2019.10/3)

A H halmaz az első 90 pozitív egész szám halmaza. H -ból véletlenszerűen kiválasztunk két különböző számot. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a két kiválasztott szám egy derékszögű háromszög (fokban mért) valamelyik két szöge! (M: 0,0332)

109. (ESZÉV 2019.10/8)

A kétszemélyes társasjátékban minden játszma csak valamelyik játékos győzelmével végződik, döntetlen nincs. Minden játszmában 1 pontot kap a győztes, a vesztes pedig 0 pontot. Anna és Bori nagyon szereti ezt a társasjátékot, sok játszmát lejátszottak már. Ha egymás ellen játszanak, akkor Anna 0,4 valószínűséggel, Bori pedig 0,6 valószínűséggel nyer meg egy játszmát. Egyik alkalommal megállapodnak, hogy addig játszanak újabb játszmákat, amíg valamelyikük először éri el a 10 pontot (és így megnyeri a játékot). Mennyi annak a valószínűsége, hogy Bori legfeljebb 12 játszma után megnyeri a játékot? (Kezdekör mindkettőjüknek 0 pontja van.) (M: 0,083)

110. (ESZÉV 2019.10/9)

Az évfolyamdolgozat egyik feladatában öt feleletválasztós kérdésben kellett négy-négy válaszlehetőség közül az egyetlen helyeset kiválasztani. Amikor Domonkos elolvasta a kérdéseket, akkor látta, hogy az első két kérdésre biztosan tudja a helyes választ (ezeket be is jelöli majd). A harmadik és a negyedik kérdésnél egy-egy válaszlehetőségről, az ötödik kérdésnél pedig két válaszlehetőségről tudta biztosan, hogy azok rosszak. Ezért úgy döntött, hogy az utolsó három kérdésnél tippelni fog: véletlenszerűen választ azon válaszlehetőségek közül, amelyekről nem tudja biztosan, hogy rosszak. Határozza meg Domonkos helyes válaszai számának várható értékét! (M: $\frac{19}{6}$)

111. (ESZÉV 2020.05/2)

Marci szeret az autók rendszámában különböző matematikai összefüggéseket felfedezni. (A rendszámok Magyarországon három betűből és az azokat követő három számjegyből állnak.) Az egyik általa kedvelt típusnak a „prímes” nevet adta: az ilyen rendszámoknál a PRM betűket követő három számjegy szorzata prímszám.

a) Hány különböző „prímes” rendszám készíthető? (M: 12)



Egy másik típusnak a „hatos” nevet adta: az ilyen rendszámokban a HAT betűket követő három számjegy összege 6.

b) Hány különböző „hatos” rendszám készíthető? (M: 28)

**112. (ESZÉV 2020.05/6)**

Az ötös lottó-játékban az első 90 pozitív egész számból kell öt különbözőt megjelölni. A sorsoláson öt (különböző) nyerőszámot húznak ki. (Sem a megjelölés, sem a kihúzás sorrendje nem számít.) Kati a 7, 9, 14, 64, 68 számokat jelölte meg. A sorsoláson az első három kihúzott nyerőszám a 7, a 9 és a 14 volt. Kati úgy gondolja, hogy most nagy esélye van legalább négy találatot elérni. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a hátralevő két nyerőszám közül Kati legalább az egyiket eltalálja! (M: $\frac{171}{3741} \approx 0,046$)

113. (ESZÉV 2020.05/8)

Egy étteremben 12 és 14 óra között 3900 Ft befizetéséért annyit eszik és iszik a vendég, amennyit szeretne. A befizetendő összeget egy előzetes felmérés alapján állapították meg. A felmérés során minden vendég esetén összeadták az elfogyasztott étel és ital árát az adott fogyasztáshoz tartozó összes egyéb költséggel. Az összesített költségek alapján osztályokba sorolták a vendégeket aszerint, hogy az étteremnek hány forintjába kerültek. Az alábbi táblázat mutatja a felmérés eredményét. A táblázat első sorában az osztályközépek láthatók.

fejenként ennyi Ft-ba került az étteremnek	1000	1900	2800	3600	4400	5200
a vendégek ennyi %-a	10	20	25	30	10	5

- a) A felmérés eredményét felhasználva számítsa ki, hogy ennek az étteremnek 1000 vendég esetén mekkora a várható haszna! (M: 940 000 Ft)
- b) A fenti táblázat értékeivel számolva mennyi a valószínűsége, hogy két (ebédre betérő) vendég együttes fogyasztása veszteséget jelent az étteremnek? (A táblázatba foglalt információkat tekinthetjük úgy, hogy egy véletlenszerűen betérő vendég esetén pl. 0,25 annak a valószínűsége, hogy a vendég 2800 Ft-ba kerül az étteremnek.) (M: 0,1375)

114. (ESZÉV-NY 2020.05/5)

Egy szigorúan monoton növekvő sorozat első négy tagja az $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ halmaz eleme. A sorozat tagjai között nincsenek szomszédos egész számok.

a) Hányféleképpen választható meg a sorozat első négy tagja? (M: 15)

A háromjegyű pozitív egész számok közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet.

- b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kiválasztott szám számjegyei balról jobbra egyesével nőnek vagy egyesével csökkennek! (M: $\frac{1}{60} \approx 0,017$)

115. (ESZÉV-NY 2020.05/7)

Egy társasjátékban a játékosok egyforma méretű golyókból négy rétegű piramist építenek (ábra). A piramist $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$ golyó alkotja, amelyek közül 15 sötét, a többi 15 pedig világos. A piramis építéséhez szükséges 30 golyót először kikészítik egy dobozba, majd az építés során a golyókat véletlenszerűen veszik ki a dobozból. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a fölülről számított második rétegbe kerülő 4 golyó mindegyike sötét színű lesz? (M: $\frac{13}{261} \approx 0,0498$)



116. (ESZÉV 2020.10/2)

Egy étteremben az egyik napon „keleties” ebédet szolgálnak fel. Az ételek ízesítéséhez hatféle fűszer állt rendelkezésükre: keserű, savanyú, édes, sós, csípős és fanyar. Hányféleképpen ízesíthetik az ételeket úgy, hogy a hatból három- vagy négyféle fűszert használhatnak, de az édes és a keserű nem szerepelhet egyszerre? (M: 25)

117. (ESZÉV 2020.10/3)

Egy dobozban több ezer érme van, amelyek 3%-a hibás. Az érmék közül véletlenszerűen kiválasztunk 80-at. (Az érmék nagy száma és az alacsony hibaszázalék miatt a kiválasztás visszatevéses mintavétellel is modellezhető.) Mennyi annak a valószínűsége, hogy legfeljebb 2 hibás érme lesz a kiválasztott érmék között? (M: 0,567)

118. (ESZÉV 2020.10/8)

Legyen az alaphalmaz a háromjegyű pozitív egész számok halmaza. Az A halmaz elemei azok a háromjegyű számok, amelyekben van 1-es, a B halmaz elemei azok, amelyekben van 2-es, a C halmaz elemei pedig azok, amelyekben van 3-as számjegy.

- a) Hány eleme van az $A \setminus (B \cap C)$ halmaznak? (M: 246)

Egy szerepjátékhoz használt dobókocka három lapján 3-as, két lapján 2-es, egy lapján 1-es szám van. A feldobott kocka mindegyik lapjára egyforma valószínűséggel esik.

- b) Két ilyen dobókockával egyszerre dobva mennyi a valószínűsége annak, hogy a dobott számok összege 4 lesz? (M: $\frac{5}{18} \approx 0,278$)

Andi és Béla a következő játékot játsszák ezzel a dobókockával. Valamelyikük dob egyet a kockával. Ha a dobás eredménye 3, akkor Andi fizet Bélának n forintot ($n > 80$); ha a dobás eredménye 1, akkor Béla fizet $(n - 80)$ forintot Andinak; ha pedig a dobás eredménye 2, akkor is Béla fizet Andinak $2(n - 80)$ forintot.

- c) Mennyit fizet Béla Andinak az 1-es dobása esetén, ha ez a játék igazságos, azaz mindkét játékos nyereségének várható értéke 0? (M: 120 Ft)

119. (ESZÉV 2021.05/2)

Az $ABCD$ konvex négyszöget az átlói négy háromszögre bontják. Ezeket pirosra, kékre, sárgára vagy zöldre színezzük úgy, hogy bármely két szomszédos háromszög különböző színű legyen, de az egymással szemben fekvők azonos színűek is lehetnek. (Két háromszög szomszédos, ha van közös oldaluk.) Hány olyan különböző színezés lehetséges, amelyhez pontosan 3 színt használunk? (M: 48)

120. (ESZÉV 2021.05/5)

Tudjuk, hogy az A , B , C kijelentések mindegyike 0,6 valószínűséggel igaz és 0,4 valószínűséggel hamis. Ebben az esetben mennyi annak a valószínűsége, hogy az $(A \wedge B) \vee C$ kijelentés igaz? (M: 0,774)

121. (ESZÉV 2021.05/6)

Egy nyomozás során egy A , B , C , D , E , F hattagú társaság tagjait 3 fős csoportokba szervezve hallgatják ki. Minden olyan 3 fős csoport kihallgatását megszervezik, amelyben A és B együtt nincs jelen. Összesen hány ilyen csoportos kihallgatást kell szervezni? (M: 16)

122. (ESZÉV 2021.05/8)

Egy sorsjegyből jelenleg havonta átlagosan 5000 darabot értékesítenek. Egy darab sorsjegy ára 500 Ft. Az összes sorsjegy 5%-a nyerő. Kétféle nyeremény van: 2500 Ft-os és 50 000 Ft-os. A 2500 Ft-os nyerő sorsjegyből pontosan 24-szer annyi van, mint az 50 000 Ft-osból. Töltse ki az alábbi táblázat üres mezőit, majd számítsa ki egy darab sorsjegy nyereményének várható értékét! (M: 0,048, 0,002; a várható érték: 220 Ft)

1 db sorsjegy nyereménye (Ft)	0	2500	50 000
nyeremény valószínűsége	0,95		

123. (ESZÉV 2021.05/9)

Egy rakomány farönk egy részében megtelepedtek a szűbogarak. Bármelyik fát kiválasztva 4% annak a valószínűsége, hogy van benne szű. Az egyik vásárló cég 50 fát vett. Mennyi a valószínűsége, hogy legfeljebb egy szűrágta fa kerül a rakományába? (M: 0,401)

124. (ESZÉV-NY 2021.05/3)

Egy egyetem több ezer hallgatójának 60%-a fiú, 40%-a lány. (Ezt tekinthetjük úgy, hogy 0,6 annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen választott hallgató fiú, és 0,4 annak a valószínűsége, hogy lány.)

a) Ha az egyetem büféjében egy asztalhoz véletlenszerűen ül le négy hallgató, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy több fiú van közöttük, mint lány? (M: 0,475)

Ha három lányhallgató találkozik véletlenszerűen, akkor 0,008 annak a valószínűsége, hogy mindegyikük rendszeresen sportol.

b) A lányok hányadrésze sportol rendszeresen? (M: 0,2)

125. (ESZÉV-NY 2021.05/6)

Egy szabályos dobókockával háromszor dobunk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a másodiknak dobott szám éppen a másik két dobott szám átlaga? (M: 0,083)

126. (ESZÉV-NY 2021.05/8)

1852-ben egy londoni diák az Anglia megyéit ábrázoló térkép színezése közben úgy találta, hogy a megyék „helyes” színezéséhez legfeljebb négy színre van szükség. (Helyes színezés esetén a közös határszakasszal rendelkező megyék különböző színűek.)

A diák sejtésének általánosítása tetszőleges térképek esetére (négy szín-tétel) sokáig megoldatlan matematikai probléma volt. A térképrészleten Tolna megye és négy megyeszomszédja látható. Az öt megyét legfeljebb négy színnel színezzük ki (piros, sárga, kék és zöld). Hányféleképpen színezhető helyesen ez a térképrészlet? (Két színezés különböző, ha van legalább egy megye, melynek a két színezésben más a színe.) (M: 72)

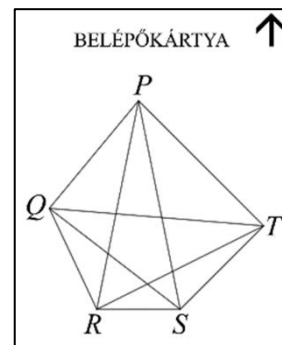


127. (ESZÉV 2021.10/3)

A 8-as számrendszerben háromjegyű pozitív egész számok közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kiválasztott szám a 9-es számrendszerben is háromjegyű? (M: 0,962)

128. (ESZÉV 2021.10/4)

Egy többnapos nemzetközi matematikakonferencia minden résztvevője belépőkártyát kap, amelyen a $PQRST$ konvex ötszög és annak átlói láthatók. A szervezők úgy tervezik, hogy egy-egy belépőkártyán az ötszög oldalai és átlói közül valahányat (egyet vagy többet, akár az összeset, de az is lehet, hogy egyet sem) megvastagítanak, így a különböző személyek különböző ábrájú kártyát kapnak. Az elektronikus kapu optikai leolvasója ez alapján engedélyezi a belépést, és elvégzi a személy regisztrációját. (Két belépőkártya különböző, ha az egyikken szerepel olyan megvastagított szakasz, amelyik a másikon nem.) A konferenciának 400 résztvevője lesz. Jut-e mindenkinek különböző belépőkártya?

**129. (ESZÉV 2021.10/8)**

Egy áruházláncban minden Kocka csokoládé vásárlásakor a csoki mellé ajándékba adnak egy „zsákbamaczka” csomagot, amelyben egy kis fémkocka van. A fémkocka mindegyik lapja sárga vagy kék színűre van festve úgy, hogy mind a két színű lap előfordul.

- a) Igazolja, hogy (színezés szerint) összesen 8-féle kocka van, ha a forgatással egymásba vihető színezéseket nem tekintjük különbözőnek!

Dórinak 7 különböző színezésű kockája van, így már csak egy hiányzik a teljes készlethez, hogy abból nyakláncot készítsen magának.

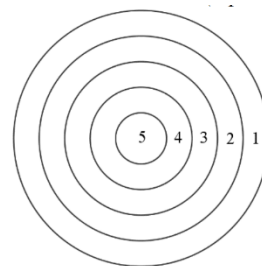
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy ha 3 darab Kocka csokoládét vesz, akkor meglesz a teljes készlete? (Feltételezhetjük, hogy mindegyik kockafajta ugyanakkora valószínűséggel fordul elő a csomagokban.) (M: 0,330)

130. (ESZÉV Minta 2021.10/7)

Képzeljük el, hogy egy nagy lapra leírtuk az összes olyan különböző számjegyekből álló háromjegyű pozitív egész számot, melyben nem szerepel a 0 számjegy. Véletlenszerűen kiválasztunk közülük egy számot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a választott szám osztható 3-mal? (M: 0,357)

131. (ESZÉV Minta 2021.10/8)

Egy céltábla kör alakú, melynek átmérője 50 cm. A legbelső, 5 pontot érő kör sugara 5 cm, a többi, 4, 3, illetve 2 pontot érő, körgyűrű alakú tartományt határoló körök sugara rendre 10 cm, 15 cm és 20 cm. A külső körgyűrű eltalálása 1 pontot ér. A céltábla öt tartományát három színnel szeretnék kiszínezni úgy, hogy szomszédos tartományok ne legyenek azonos színűek, és mind a három színt felhasználják.



- a) Hányféleképpen színezhető ki a céltábla a feltételeknek megfelelően? (M: 42)

Dóri mindig eltalálja a céltáblát. Annak a valószínűsége, hogy a céltáblának egy megadott részét eltalálja, egyenesen arányos az adott rész területének nagyságával.

- b) Igazolja, hogy annak a valószínűsége, hogy Dóri 1, 2, 3, 4, illetve 5 pontot ér el egy lövésből, rendre $9/25$, $7/25$, $5/25$, $3/25$, illetve $1/25$.
- c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Dóri két egymást követő lövésből összesen legalább 9 pontot ér el! (M: 0,0112)

- d) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Dóri 10 egymást követő lövésből legfeljebb egyszer találja el a legbelső, 5 pontot érő kört! (M: 0,9418)

132. (ESZÉV 2022.05/4)

Egy dobozban 3 piros és 7 kék golyó található.

- a) Kihúzzunk a dobozból egymás után két golyót úgy, hogy az elsőként kihúzott golyót a húzás után **nem tesszük vissza**. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kihúzott két golyó között lesz piros! (M: $\frac{8}{15} \approx 0,533$)
- b) Kihúzzunk a 10 golyó közül egymás után három golyót úgy, hogy a kihúzott golyót a következő húzás előtt mindig **viSSzatesszük**. Legyen az A esemény az, hogy a kihúzott három golyó közül pontosan kettő piros, a B esemény pedig az, hogy a kihúzott golyók között van piros. Határozza meg a $P(A|B)$ valószínűséget! (M: $\frac{189}{657} \approx 0,288$)

133. (ESZÉV 2022.05/4)

Lali zsebében 100, 50, 20, 10 és 5 Ft-os érmék vannak, mindegyikből több is. Ezek közül 6 érmét választ ki.

- a) Igazolja, hogy 6 érmével három különböző módon fizethető ki 210 Ft! (Két fizetést különbözőnek tekintünk, ha legalább az egyik címletű érméből eltérő számút használunk fel a két fizetés során.)
- b) Hányféle sorrendben vehet elő Lali 6 olyan érmét a zsebéből, amelyek összege 210 Ft, ha egyesével húzza elő őket? (Az azonos címletű érméket nem különböztetjük meg egymástól.) (M: 215)

134. (ESZÉV 2022.05/8)

Egy baráti összejövetelen 7 fiú és 5 lány vett részt, találkozáskor mindenki üdvözölte a többieket. A fiúk kézfogással köszöntek egymásnak, két lány, illetve egy fiú és egy lány pedig öleléssel köszöntötte egymást.

- a) Hány olyan találkozás volt, ahol öleléssel köszöntötték egymást? (M: 45)

András, Bori, Csaba és Dóra egy szabályos dobókockával dobnak egyet-egyet, és az nyer, aki a legnagyobb olyan számot dobta, amit a többiek nem dobtak (például 6, 6, 4, 1 dobások esetén a 4-est dobó játékos nyer). Ha nincs ilyen szám, akkor nem nyer senki. Bori 5-öst dobott, a többiek ezután fognak dobni.

- b) Mennyi a valószínűsége annak, hogy Bori nyer? (M: $\frac{77}{216} \approx 0,356$)

135. (ESZÉV-NY 2022.05/1)

- a) Egy szabályos dobókockával 7-szer dobunk, és a dobott számokat összeadjuk. Hány olyan különböző dobássorozat van, amelyben a hét dobott szám összege 9? (A dobott számok sorrendje is számít.) (M: 28)
- b) Egy szabályos dobókockával kétszer dobunk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a második dobás nagyobb lesz, mint az első? (M: $\frac{5}{12} \approx 0,417$)

136. (ESZÉV-NY 2022.05/5)

Egy derékszögű háromszög oldalainak hossza 8 cm, 15 cm és 17 cm. A háromszöglemez egy pontját véletlenszerűen kiválasztjuk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ez a pont mindegyik csúcstól legalább 3 cm távolságra lesz? (M: 0,764)

137. (ESZÉV-NY 2022.05/6)

Egy gyárban lábosokat készítenek. Minden egyes elkészült termék (egymástól függetlenül) p valószínűséggel selejtes. Egy kamion több ezer lábost szállított a megrendelőnek, melyek közül

a minőségellenőrök 20-at vizsgálnak meg a szállítmány átvétele előtt. Legfeljebb mekkora lehet p értéke, ha legalább 0,8 annak a valószínűsége, hogy a 20 megvizsgált termék egyike sem selejtes? (M: 0,011)

138. (ESZÉV 2022.10/3)

Egy cég napelemes akkumulátortöltőket gyárt. Egy vizsgálat szerint a cég által gyártott töltők 90 százaléka legalább 50 hónap élettartamú (ezt tekinthetjük úgy, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott töltő 0,9 valószínűséggel legalább 50 hónap élettartamú).

- a) Mekkora a valószínűsége annak, hogy egy szakboltba kiszállított 20 darab töltő között legfeljebb kettő olyan található, amelynek az élettartama 50 hónapnál kevesebb? (M: 0,677)

Ismert az is, hogy 0,75 annak a valószínűsége, hogy öt darab véletlenszerűen kiválasztott töltő mindegyikének élettartama 55 hónapnál kevesebb.

- b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy egy darab véletlenszerűen kiválasztott töltő élettartama legalább 55 hónap? (M: 0,056)

139. (ESZÉV 2022.10/5)

Egy téglalapot hat tartományra osztottak fel az ábrán látható módon.

Az A, B, C, D, E, F tartományokat úgy kell kiszínezni, hogy azonos színű tartományok ne érintkezzenek egymással. A színezéshez a piros, kék, zöld és sárga színek használhatók. (Mindegyik tartományt ki kell színezni a megadott színek egyikével, de nem kötelező mind a négy színt felhasználni.) Hányféleképpen színezhető ki a téglalap úgy, hogy az A és C tartományok színe különböző legyen? (M: 144)

A	B	C
D	E	
	F	

140. (ESZÉV 2022.10/8)

Hányféleképpen választhatunk ki egy téglatest csúcsai közül hármat úgy, hogy a kiválasztott három csúcs által meghatározott sík ne tartalmazza a téglatest egyetlen további csúcsát sem? (M: 8)

141. (ESZÉV 2022.10/9)

Egy jótékonysági rendezvényen sorsjegyeket árulnak. A sorsjegyek 40%-a kék, 60%-a zöld. A különböző színű sorsjegyekhez tartozó nyeremények arányát mutatja a táblázat (például az összes kék sorsjegynek a 35%-a tárgynyereményt nyer).

	kék	zöld
tárgynyereményt nyer	35%	40%
1000 Ft-os könyvutalványt nyer	20%	30%
5000 Ft-os könyvutalványt nyer	5%	—
nem nyer	40%	30%

Véletlenszerűen kiválasztunk egy sorsjegyet. Legyen az A esemény az, hogy ez a sorsjegy tárgynyereményt nyer, a B esemény pedig az, hogy ez a sorsjegy kék.

- a) Igazolja, hogy $P(A) = 0,38$.

Számítsa ki a $P(B|A)$ feltételes valószínűséget! (M: 0,368)

Függetlenek-e az A és B események? (M: nem)

- b) Határozza meg az egy kék sorsjegyre eső nyeremény várható értékét, ha a tárgynyereményt 500 Ft-os értéken vesszük figyelembe! (M: 625 Ft)

142. (ESZÉV 2023.05/2)

A 2022. július 1-jétől Magyarországon kiadott gépjárműrendszámok formátuma a következő:



- Összetétele: 4 betű a latin ábécéből, majd 3 számjegy. (A latin ábécé 26 betűből áll, melyek közül 5 magánhangzó és 21 mássalhangzó.)
- Az első két betűből vagy mindkettő magánhangzó, vagy mindkettő mássalhangzó, de az első betűpár nem lehet CS, GY, LY, NY, SZ, TY, ZS.
- A harmadik és negyedik betű tetszőleges lehet.
- A három számjegy mindegyike tetszőleges lehet, de 000-ra nem végződhet rendszám.

Hány különböző, a fenti szabályok mindegyikének megfelelő rendszám készíthető? (M: 309 973 716)

143. (ESZÉV 2023.05/5)

Pali és Lilla együtt szeretnének filmet nézni. Három film közül választanak: az egyik a Kocka, a másik A kör, a harmadik pedig a Képlet című film. Pali ezek közül az egyik filmnek 1 pontot, egy másiknak 2 pontot, a harmadiknak pedig 3 pontot ad, majd (Paltól függetlenül) ugyanezt teszi Lilla is. A két pontszámot mindegyik film esetében összeadják, majd a legkisebb pontösszegű filmet nézik meg. Ha több ilyen film is van, akkor filmnézés helyett társasjátékoznak.

- a) Melyik filmet néznék meg a testvérek, ha az alábbi táblázat szerint adnák a pontjaikat? (M: A kör)

	Pali	Lilla
1 pont	A kör	Képlet
2 pont	Kocka	A kör
3 pont	Képlet	Kocka

- b) Hányféleképpen oszthatják ki a pontokat a testvérek úgy, hogy mindhárom film pontösszege ugyanannyi legyen? (M: 6)

- c) Ha Pali és Lilla is véletlenszerűen osztja ki a pontszámokat a filmek között, akkor mennyi a valószínűsége annak, hogy filmnézés lesz a pontozás eredménye? (M: $\frac{2}{3}$)

144. (ESZÉV 2023.05/7)

Egy gyár a beszállítójától 600 darab terméket rendelt. A gyár csak akkor veszi át a 600 darabot, ha egy visszatevés nélküli mintavétellel adódó 15 elemű mintában egyetlen hibás termék sincs.

- a) Ha a 600 termék között 6 hibás van, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy a mintavétel után a gyár átveszi a termékeket? (M: 0,859)

Egy cég reklámja szerint a termékeik legfeljebb 0,5%-a lehet hibás. A minőséget visszatevéssel előállított 15 elemű minta alapján ellenőrizték, amelyben 2-szer fordult elő hibás termék.

- b) Tegyük fel, hogy a cég termékeinek pontosan 0,5%-a hibás! Igazolja, hogy ekkor 1%-nál kisebb annak a valószínűsége, hogy a cég termékei közül visszatevéssel előállított 15 elemű mintában legalább 2-szer fordul elő hibás termék! (M: $0,0025 < 0,01$)

145. (ESZÉV-NY 2023.05/4)

Balázs pontosan 4 tojásból szeretne rántottát készíteni magának. Van 6 tojás a hűtőben, amelyek közül 5 jó és 1 romlott (záp), de ezt ő nem tudja. Balázs egymás után üti bele a tojásokat egy tálba. Ha 4 jó tojás kerül a tálba, akkor már készülhet is a rántotta, ha azonban két vagy három jó tojás után a romlott tojás kerül a tálba, akkor sajnos nem sikerül Balázs terve. (Ha romlott tojást üt a tálba, akkor azt Balázs rögtön észreveszi, és az egészet kiönti. Ám ha ekkor még maradt legalább 4 tojás a hűtőben, akkor újra nekiáll a rántotta készítésének.) Számítsa ki, mennyi a valószínűsége annak, hogy Balázs elkészítheti a négytojásos rántottát! (M: $\frac{2}{3}$)

146. (ESZÉV-NY 2023.05/6)

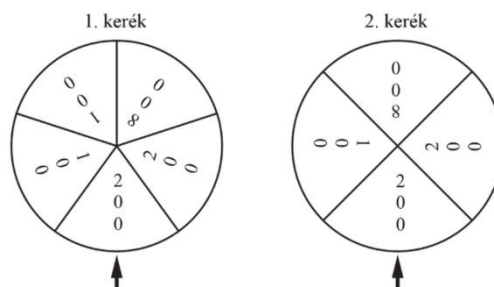
- a) Három lány és négy fiú moziba megy. Egy sorba szól a jegyük, hét egymás melletti székre. Hányféle sorrendben ülhetnek le, ha két lány nem ülhet egymás mellé? (M: 1440)
- b) A nézőtérén az első és a második sorban már csak 3-3 szabad ülőhely van. A második sor szabad ülései pontosan az első sor szabad ülései mögött vannak. Hányféleképpen tud leülni

egy hatfős társaság a hat szabad helyre úgy, hogy a második sorban mindenki magasabb legyen a közvetlenül előtte ülőnél? (A hat személy magassága különböző.) (M: 90)

147. (ESZÉV-NY 2023.05/8)

Egy nyári fesztiválon a résztvevők a „Szerencsekerekek” nevű játékkal tehetik próbára a szerencséjüket. Egy játék során a játékosnak két kereket kell külön-külön megforgatnia. A kerekek a forgatás után véletlenszerűen állnak meg valamelyik számnál. (Az azonos keréken lévő kör-cikkek középponti szöge egyenlő, a kilenc kör-cikk mindegyikén van egy-egy szám, a 100, a 200 vagy a 800.)

A forgatás előtt egy játékért 200 forintot kell fizetni. Ha a forgatás után a két kerék ugyanannál a számnál áll meg, akkor annyi forintot kap **nyereményként** a játékos, amennyi a két szám összege. (Ha például az ábrán látható módon mindkét kerék a 200-as feliratrál áll meg, akkor $200 + 200 = 400$ forintot kap a játékos.) Ha a két kerék két különböző számnál áll meg, akkor a játékos nem kap pénzt.



- a) Mennyi a valószínűsége annak, hogy 10 játék során az 1. kerék pontosan négyszer áll meg 100-as számnál? (M: 0,251)

Egy játékot játszva a két keréssel, a nyereménynek és a játék árának különbsége a játékos **nyeresége**.

- b) Egy játékot játszva mennyi a nyereség várható értéke? (M: -20 Ft)

Ha a két keréken forgatott számok összege 1000, ezt „bingó”-nak nevezik. Ha bingót ér el egy játékos, akkor választhat egy zeneszámot a fesztiválsátorban.

- c) Igazolja, hogy a bingó forgatásának valószínűsége 0,2.
d) Hányszor kell játszani ahhoz, hogy legalább 95% legyen annak a valószínűsége, hogy egy játékos legalább egyszer bingót forgasson? (M: 14)