

Koordináta-geometria feladatok (középszint)

1. (KSZÉV Minta (1) 2004.05/I/4)

Adott az $A(2; -5)$ és $B(1; 3)$ pont. Adja meg az AB szakasz felezőpontjának koordinátáit!

2. (KSZÉV Minta (2) 2004.05/I/7)

Egy szabályos hatszög csúcsai: A, B, C, D, E, F , középpontja K . Legyen $\overrightarrow{BA} = \mathbf{a}$ és $\overrightarrow{BC} = \mathbf{b}$. Fejezze ki a megadott vektorok segítségével a $\overrightarrow{DE}$ és $\overrightarrow{BK}$ vektorokat!

3. (KSZÉV Minta (2) 2004.05/II/17)

Írja fel annak a két egyenesnek az egyenletét, amelyek párhuzamosak a $3x - 4y = 0$ egyenletű egyenessel, és érintik az $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ egyenletű kört!

4. (KSZÉV Minta (3) 2004.05/II/14)

Adott egy háromszög három csúcsa a koordinátáival: $A(-4; -4)$, $B(4; 4)$ és $C(-4; 8)$. Számítsa ki a C csúcsból induló súlyvonal és az A csúcsból induló magasságvonal metszéspontjának koordinátáit!

5. (KSZÉV Minta (4) 2004.05/II/12)

Döntse el, hogy illeszkedik-e a $P(7; 2)$ pont az $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 25$ egyenletű körre! Válaszát indokolja!

6. (KSZÉV Minta (5) 2004.05/I/13)

Határozza meg az $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 - 16 = 0$ egyenletű kör sugarát és középpontjának koordinátáit!

7. (KSZÉV 2005.05 (1)/I/1)

Adott két pont: $A(-4; \frac{1}{2})$ és $B(1; \frac{3}{2})$. Írja fel az AB szakasz felezőpontjának koordinátáit!

8. (KSZÉV 2005.05 (1)/I/5)

Egy kör sugarának hossza 4, középpontja a $(-3; 5)$ pont. Írja fel a kör egyenletét!

9. (KSZÉV 2005.05 (2)/I/12)

Adottak az $\underline{a}(4; 3)$ és $\underline{b}(-2; 1)$ vektorok.

- Adja meg az $\underline{a}$ hosszát!
- Számítsa ki a $\underline{a} + \underline{b}$ vektor koordinátáit!

10. (KSZÉV 2005.05 (2)/II/16)

Adott a síkon az $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 47 = 0$ egyenletű kör.

- Állapítsa meg, hogy az $A(7; 7)$ pont illeszkedik-e a körre!
- Határozza meg a kör középpontjának koordinátáit és a kör sugarát!
- Legyenek $A(7; 7)$ és $B(0; 0)$ egy egyenlő szárú háromszög alapjának végpontjai. A háromszög C csúcsa rajta van az $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 47 = 0$ egyenletű körön. Számítsa ki a C csúcs koordinátáit!

11. (KSZÉV 2005.05 (3)/II/16)

Tekintsük a koordináta-rendszerben adott $A(6; 9)$, $B(-5; 4)$ és $C(-2; 1)$ pontokat!

- Mekkora az AC szakasz hossza?
- Írja fel az AB oldalegyenes egyenletét!

- c) Igazolja (számítással), hogy az ABC háromszög C csúcsánál derékszög van!
 d) Írja fel az ABC háromszög körülírt körének egyenletét!

12. (KSZÉV 2005.10/I/5)

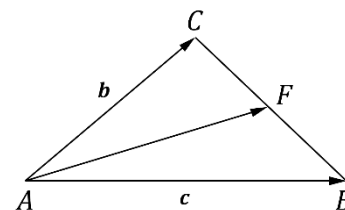
Írja fel a $(-2; 7)$ ponton átmenő $\underline{n}(5; 8)$ normálvektorú egyenes egyenletét!

13. (KSZÉV 2005.10/I/7)

Adottak az $\underline{a} = (6; 4)$ és az $\underline{a} - \underline{b} = (11; 5)$ vektorok. Adja meg a $\underline{b}$ vektor koordinátáit!

14. (KSZÉV 2006.02/I/10)

Az ABC háromszög két oldalának vektora $\overrightarrow{AB} = \underline{c}$ és $\overrightarrow{AC} = \underline{b}$. Fejezze ki ezek segítségével az A csúcsból a szemközti oldal F felezőpontjába mutató $\overrightarrow{AF}$ vektort!



15. (KSZÉV 2006.02/II/17)

Egy négyzet oldalegyenesei a koordinátatengelyek és az $x = 1$, valamint az $y = 1$ egyenletű egyenesek.

- Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben a négyzetet és adja meg csúcsainak koordinátáit!
- Írja fel a négyzet köré írható kör egyenletét!
- Állapítsa meg, hogy a négyzet kerülete hány százaléka a kör kerületének?
- Az $y = -4x + 2$ egyenletű egyenes a négyzetet két részre bontja. Számítsa ki e részek területének arányát!

16. (KSZÉV 2006.05/I/10)

Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a $P_0(3; -5)$ ponton és párhuzamos a $4x + 5y = 0$ egyenletű egyenessel!

17. (KSZÉV 2006.05/II/16)

Adott a következő egyenletrendszer

$$\begin{aligned} (1) \quad & 2 \lg(y + 1) = \lg(x + 11) \\ (2) \quad & y = 2x \end{aligned}$$

- Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben azokat a $P(x; y)$ pontokat, amelyeknek koordinátái kielégítik a (2) egyenletet!
- Milyen x , illetve y valós számokra értelmezhető mindkét egyenlet?
- Oldja meg az egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!
- Jelölje meg az egyenletrendszer megoldáshalmazát az a) kérdéshez használt derékszögű koordináta-rendszerben!

18. (KSZÉV-NY 2006.05/I/12)

Illeszkedik-e a $(-2; 1)$ középpontú, 5 egység sugarú körre a $P(1; -3)$ pont? Állítását számításal igazolja!

19. (KSZÉV 2006.10/I/2)

Adja meg az $5x - 3y = 2$ egyenletű egyenes és az y tengely metszéspontjának koordinátáit!

20. (KSZÉV 2006.10/I/10)

Egy rombusz átlóinak hossza 12 és 20. Számítsa ki az átlóvektorok skalárszorzatát! Válaszát indokolja!

21. (KSZÉV 2007.05/II/16)

- a) Ábrázolja koordináta-rendszerben az e egyenest, melynek egyenlete $4x + 3y = -11$! Számítással döntse el, hogy a $P(100; -136)$ pont rajta van-e az egyenesen! Az egyenesen levő Q pont ordinátája (második koordinátája) 107. Számítsa ki a Q pont abszcisszáját (első koordinátáját)!
- b) Írja fel az AB átmérőjű kör egyenletét, ahol $A(-5; 3)$ és $B(1; -5)$! Számítással döntse el, hogy az $S(1; 3)$ pont rajta van-e a körön!
- c) Adja meg az ABC háromszög C csúcsának koordinátáit, ha tudja, hogy az $S(1; 3)$ pont a háromszög súlypontja!

22. (KSZÉV-NY 2007.05/I/2)

Az $ABCD$ négyzet oldalvektorai közül $\underline{a} = \overrightarrow{AB}$ és $\underline{b} = \overrightarrow{BC}$. Adja meg az $\overrightarrow{AC}$ és $\overrightarrow{BD}$ vektorokat $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektorral kifejezve!

23. (KSZÉV-NY 2007.05/II/16)

Az e egyenesről tudjuk, hogy a meredeksége $\frac{1}{2}$ és az y tengelyt 4-ben metszi.

- a) Ábrázolja koordináta-rendszerben az e egyenest és írja fel az egyenletét!
- b) Mutassa meg, hogy a $P(2; 5)$ pont rajta van az e egyenesen! Állítson merőlegest ezen a ponton át az e egyenesre. Írja fel ennek az egyenesnek az egyenletét!
- c) E két egyenest elmetsszük a $4x - 3y = -17$ egyenletű egyenessel, a metszéspontok A és B . Számítsa ki az A és B metszéspontok koordinátáit!
- d) Számítsa ki a PAB háromszög területét!
- e) Adja meg a PAB háromszög köré írható kör középpontjának koordinátáit!

24. (KSZÉV 2007.10/I/10)

Fejezze ki az $\mathbf{i}$ és a $\mathbf{j}$ vektorok segítségével a $\mathbf{c} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b}$ vektort, ha tudjuk, hogy $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ és $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$!

25. (KSZÉV 2008.05/I/6)

Az $ABCD$ négyzet középpontja K , az AB oldal felezőpontja F . Legyen $\mathbf{a} = \overrightarrow{KA}$ és $\mathbf{b} = \overrightarrow{KB}$. Fejezze ki az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ vektorok segítségével a $\overrightarrow{KF}$ vektort!

26. (KSZÉV 2008.05/II/14)

Adott a koordináta-rendszerben az $A(9; -8)$ középpontú, 10 egység sugarú kör.

- a) Számítsa ki az $y = -16$ egyenletű egyenes és a kör közös pontjainak koordinátáit!
- b) Írja fel a kör $P(1; -2)$ pontjában húzható érintőjének egyenletét! Adja meg ennek az érintőnek az iránytangensét (meredekségét) is!

27. (KSZÉV-NY 2008.05/I/8)

Az $ABCD$ négyzet $\overrightarrow{AD}$ oldalvektorát jelöljük $\mathbf{a}$ -val és $\overrightarrow{AB}$ oldalvektorát $\mathbf{b}$ -vel. F a CD oldal felezőpontja. Fejezze ki az $\overrightarrow{AF}$ vektort $\mathbf{a}$ -val és $\mathbf{b}$ -vel!

28. (KSZÉV-NY 2008.05/II/16)

A k kör egyenlete: $x^2 + y^2 - 4x + 10y - 23 = 0$.

- a) Számítsa ki a k kör és az $y = 1,5x + 5$ egyenletű f egyenes közös pontjainak koordinátáit! Egy k' kör középpontja: $C(2; -5)$, és ez a kör érinti a $3x - 2y - 3 = 0$ egyenletű e egyenest.
- b) Számítsa ki az érintési pont koordinátáit, és írja fel a k' kör egyenletét!
- c) Igazolja, hogy a k' körnek a középpontjából való kétszeres nagyítottja a k kör!

29. (KSZÉV 2008.10/I/4)

Az $A(-7; 12)$ pontot egy $\mathbf{r}$ vektorral eltolva a $B(5; 8)$ pontot kapjuk. Adja meg az $\mathbf{r}$ vektor koordinátáit!

30. (KSZÉV 2008.10/II/14)

- a) Fogalmazza meg, hogy az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = |x + 2| - 1$ függvény grafikonja milyen transzformációkkal származtatható az $f_0: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f_0(x) = |x|$ függvénygrafikonjából! Ábrázolja az f függvényt a $[-6; 6]$ intervallumon!
- b) Írja fel az $A(-4; 1)$ és $B(5; 4)$ pontokon áthaladó egyenes egyenletét! Mely pontokban metszi az AB egyenes az f függvény grafikonját? (Válaszát számítással indokolja!)

31. (KSZÉV 2009.05/I/10)

Adja meg a $3x + 2y = 18$ egyenletű egyenes és az y tengely metszéspontjának koordinátáit!

32. (KSZÉV-NY 2009.05/I/12)

Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amelyik párhuzamos az $x - 2y = 0$ egyenletű egyenessel és átmegy az $A(6; -1)$ ponton!

33. (KSZÉV 2009.10/I/10)

Számítsa ki az $\mathbf{a}(5; 8)$ és $\mathbf{b}(-40; 25)$ vektorok skaláris szorzatát, majd határozza meg a két vektor által bezárt szöveget!

34. (KSZÉV 2009.10/II/16)

Adott az $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 56 = 0$ egyenletű kör és az $x - 8,4 = 0$ egyenletű egyenes.

- a) Számítsa ki a kör és az egyenes közös pontjainak koordinátáit!
- b) Mekkora távolságra van a kör középpontja az egyenestől?

35. (KSZÉV 2010.05/II/14)

Az ABC háromszög csúcspontjainak koordinátái: $A(0; 0)$, $B(-2; 4)$ és $C(4; 5)$.

- a) Írja fel az AB oldal egyenesének egyenletét!
- b) Számítsa ki (tized fokra kerekítve) az ABC háromszög legnagyobb szögét!
- c) Számítsa ki az ABC háromszög területét!

36. (KSZÉV-NY 2010.05/I/3)

Az $\mathbf{a}$ vektor koordinátái $(2; 3)$, a $\mathbf{b}$ vektoré $(-1; 2)$. Adja meg az $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ vektor koordinátáit!

37. (KSZÉV-NY 2010.05/I/9)

Adja meg az $x^2 + (y + 1)^2 - 4 = 0$ egyenletű kör sugarát és középpontjának koordinátáit!

38. (KSZÉV 2010.10/I/3)

Három egyenes egyenlete a következő (a és b valós számokat jelölnek):

$$(e) y = -2x + 3, \quad (f) y = ax - 1, \quad (g) y = bx - 4.$$

- a) Milyen számot írjunk az a helyére, hogy az e és f egyenesek párhuzamosak legyenek?
- b) Melyik számot jelöli b , ha a g egyenes merőleges az e egyenesre?

39. (KSZÉV 2010.10/I/12)

Egy kör az $(1; 0)$ és $(7; 0)$ pontokban metszi az x tengelyt. Tudjuk, hogy a kör középpontja az $y = x$ egyenletű egyenesre illeszkedik. Írja fel a kör középpontjának koordinátáit! Válaszát indokolja!

40. (KSZÉV 2011.05/II/15)

Az ABC háromszög csúcsainak koordinátái: $A(-3; 2)$, $B(3; 2)$ és $C(0; 0)$.

- a) Számítsa ki az ABC háromszög szögeit!
- b) Írja fel az ABC háromszög körülírt körének egyenletét!

41. (KSZÉV 2011.10/II/15)

Adott két egyenes: $e: 5x - 2y = -14,5$ és $f: 2x + 5y = 14,5$.

- a) Határozza meg a két egyenes P metszéspontjának koordinátáit!
- b) Igazolja, hogy az e és az f egyenesek egymásra merőlegesek!
- c) Számítsa ki az e egyenes x tengellyel bezárt szögét!

42. (KSZÉV 2012.05/I/2)

Írja fel annak az e egyenesnek az egyenletét, amelyik párhuzamos a $2x - y = 5$ egyenletű f egyenessel és áthalad a $P(3; -2)$ ponton! Válaszát indokolja!

43. (KSZÉV 2012.05/I/7)

Adja meg az $(x + 2)^2 + y^2 = 9$ egyenletű kör K középpontjának koordinátáit és sugarának hosszát!

44. (KSZÉV-NY 2012.05/I/2)

Egy rombusz egyik hegyesszögű csúcsából induló két oldalvektora **a** és **b**. Fejezze ki ezzel a két vektorral az ugyanezen csúcsból induló átló vektorát!

45. (KSZÉV-NY 2012.05/I/11)

Határozza meg az $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$ egyenletű kör középpontjának koordinátáit! Mekkora a kör sugara? Válaszát indokolja!

46. (KSZÉV 2012.10/I/10)

Az **a** és **b** vektorok 120° -os szöget zárnak be egymással, mindkét vektor hossza 4 cm. Határozza meg az **a + b** vektor hosszát!

47. (KSZÉV 2012.10/II/13)

Egy háromszög csúcsainak koordinátái: $A(-2; -1)$, $B(9; -3)$ és $C(-3; 6)$.

- a) Írja fel a BC oldal egyenesének egyenletét!
- b) Számítsa ki a BC oldallal párhuzamos középvonal hosszát!
- c) Számítsa ki a háromszögben a C csúcsnál lévő belső szög nagyságát!

48. (KSZÉV 2013.05/I/6)

Adja meg a $2x + y = 4$ egyenletű egyenes és az x tengely M metszéspontjának a koordinátáit, valamint az egyenes meredekségét!

49. (KSZÉV 2013.05/II/14)

A PQR háromszög csúcsai: $P(-6; -1)$, $Q(6; -6)$ és $R(2; 5)$.

- a) Írja fel a háromszög P csúcsához tartozó súlyvonal egyenesének egyenletét!
- b) Számítsa ki a háromszög P csúcsnál lévő belső szögének nagyságát!

50. (KSZÉV-NY 2013.05/I/5)

Az AB szakasz felezőpontja F . Az A pont helyvektora **a**, az F ponté **f**. Fejezze ki **a** és **f** vektorokkal a B pont **b** helyvektorát! Válaszát indokolja!

51. (KSZÉV-NY 2013.05/I/10)

Az $A(5; -1)$ ponton átmenő e egyenes merőleges a $2x = 7y$ egyenletű egyenesre. Írja fel az e egyenes egyenletét! Válaszát indokolja!

52. (KSZÉV 2013.10/II/17)

Adott a koordináta-rendszerben két pont: $A(1; -3)$ és $B(7; -1)$.

- Írja fel az A és B pontokra illeszkedő e egyenes egyenletét!
- Számítással igazolja, hogy az A és a B pont is illeszkedik az $x^2 + y^2 - 6x - 2y = 10$ egyenletű k körre, és számítsa ki az AB húr hosszát!
- Az f egyenesről tudjuk, hogy illeszkedik az A pontra és merőleges az AB szakaszra. Számítsa ki a k kör és az f egyenes (A -tól különböző) metszéspontjának koordinátáit!

53. (KSZÉV 2014.05/II/13)

Adott az $A(5; 2)$ és $B(-3; -2)$ pont.

- Számítással igazolja, hogy az A és B pontok illeszkednek az $x - 2y = 1$ egyenletű e egyenesre!
- Írja fel az AB átmérőjű kör egyenletét!
- Írja fel annak az f egyenesnek az egyenletét, amely az AB átmérőjű kört a B pontban érinti!

54. (KSZÉV-NY 2014.05/II/15)

A koordináta-rendszerben adottak az $A(8; 9)$ és $B(12; 1)$ pontok, továbbá egy origó középpontú, 5 egység sugarú k kör, és az e egyenes, amely az $E(4; 3)$ pontban érinti a k kört.

- Számítsa ki az A és B pontok távolságát!
- Határozza meg az e egyenes egyenletét!
- Az f egyenes áthalad az adott A és B pontokon. Számítsa ki az e és az f egyenes metszéspontjának koordinátáit!

55. (KSZÉV 2014.10/I/1)

Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad az $(1; -3)$ ponton, és egyik normálvektora a $(8; 1)$ vektor!

56. (KSZÉV 2014.10/I/9)

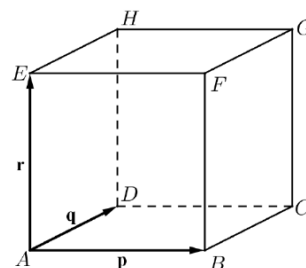
Egy kör érinti az y tengelyt. A kör középpontja a $K(-2; 3)$ pont. Adja meg a kör sugarát, és írja fel az egyenletét!

57. (KSZÉV 2015.05/I/10)

Egy kör egyenlete: $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$. Adja meg a kör középpontjának koordinátáit és a kör átmérőjének hosszát!

58. (KSZÉV 2015.05/I/11)

Az ábrán látható kocka A csúcsából kiinduló élvektorai $\overrightarrow{AB} = \mathbf{p}$; $\overrightarrow{AD} = \mathbf{q}$ és $\overrightarrow{AE} = \mathbf{r}$. Fejezze ki $\mathbf{p}$, $\mathbf{q}$ és $\mathbf{r}$ segítségével a $\overrightarrow{GC}$, az $\overrightarrow{AG}$ és az $\overrightarrow{FH}$ vektorokat!

**59. (KSZÉV-NY 2015.05/I/11)**

Mekkora az $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$ egyenletű kör sugara? Számítását részletezze!

60. (KSZÉV-NY 2015.05/II/13)

- Az e egyenes egyenlete: $3x + 7y = 21$. A $P(-7; p)$ pont illeszkedik az e egyenesre. Adja meg p értékét!

- b) Az f egyenes illeszkedik a $Q(1; -2)$ pontra, és merőleges az e egyenesre. Írja fel az f egyenes egyenletét!
- c) A g egyenes egyenlete: $y = -\frac{3}{7}x + 5$. Igazolja, hogy az e és g egyenesek párhuzamosak egymással!

61. (KSZÉV 2015.10/II/16)

Az $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{AC}$ vektorok 120° -os szöget zárnak be egymással, és mindkét vektor hossza 5 egység.

- a) Számítsa ki az $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ vektor hosszát!
- b) Számítsa ki az $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ vektor hosszát!

A $PRST$ rombusz középpontja a $K(4; -3)$ pont, egyik csúcspontja a $T(7; 1)$ pont. Tudjuk, hogy az RT átló hossza fele a PS átló hosszának.

- c) Adja meg a P , az R és az S csúcsok koordinátáit!

62. (KSZÉV Minta (1) 2015.10/I/4)

Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a $4x - 3y = 5$ egyenessel, és átmegy a $(2; -4)$ ponton!

63. (KSZÉV Minta (1) 2015.10/I/12)

Egy kör egyenlete: $x^2 + (y + 3)^2 = 9$. Adja meg a kör középpontjának koordinátáit!

64. (KSZÉV Minta (2) 2015.10/I/11)

Írja fel annak a körnek az egyenletét, mely átmegy a $P(3; 4)$ ponton, és középpontja a $K(3; -1)$ pont!

65. (KSZÉV Minta (3) 2015.10/I/11)

Számítsa ki, hol metszi a $2x + 4y = 5$ egyenletű egyenes az y tengelyt!

66. (KSZÉV 2016.10/I/5)

Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

- A) Az $(1; -1)$ pont rajta van az $5x - 3y = 2$ egyenletű egyenesen.
- B) Ha $A(-2; 5)$ és $B(2; -3)$, akkor az AB szakasz felezőpontja $(0; 2)$.
- C) Az $x + 2y = 7$ és a $2x + 4y = 7$ egyenletű egyenesek párhuzamosak.

67. (KSZÉV 2016.10/II/17)

Adott az $x + 2y = 13$ egyenletű e egyenes és az $x^2 + (y + 1)^2 - 45 = 0$ egyenletű k kör.

- a) Adja meg az e egyenes meredekségét, és azt a pontot, ahol az egyenes metszi az y tengelyt!
- b) Határozza meg a k kör középpontját és sugarának hosszát!
- c) Számítással igazolja, hogy az e egyenesnek és a k körnek egyetlen közös pontja van!

68. (KSZÉV 2017.10/II/17)

A derékszögű koordináta-rendszerben adott a $4x + y = 17$ egyenletű e egyenes, továbbá az e egyenesre illeszkedő $C(2; 9)$ és $T(4; 1)$ pont. Az A pont az origóban van.

- a) Igazolja, hogy az ATC szög derékszög!

Az A pont e egyenesre vonatkozó tükörképe a B pont.

- b) Számítsa ki a B pont koordinátáit!
- c) Határozza meg az ABC egyenlő szárú háromszög körülírt köre középpontjának koordinátáit!

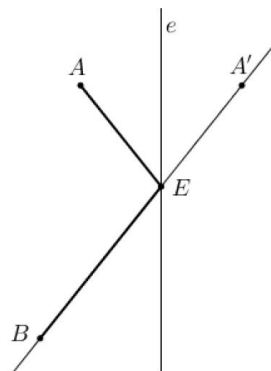


69. (KSZÉV 2018.05/II/15)

Adott egy szakasz két végpontja: $A(0; 4)$ és $B(2; 3)$. Írja fel az AB szakasz felezőmerőlegesének egyenletét!

70. (KSZÉV-NY 2018.05/II/17)

Adott a koordináta-rendszerben az e egyenes, valamint az A és B pontok. Tükrözzük az A pontot az e egyenesre, majd az így kapott A' pontot kössük össze B -vel. Az $A'B$ egyenes és az e metszéspontja az E pont. Legyen $A(-5; 36)$, $B(-9; 11)$, az e egyenes egyenlete pedig $x = 3$. Határozza meg az E pont koordinátáit!

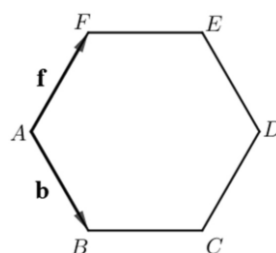


71. (KSZÉV 2018.10/II/14)

Adott a derékszögű koordináta-rendszerben a $P(-2; 3)$ és a $K(3; 15)$ pont. Tükrözzük a P pontot a K pontra. Számítsa ki az így kapott P' pont koordinátáit!

72. (KSZÉV 2019.05/I/7)

Az $ABCDEF$ hatszögben $\mathbf{b} = \overrightarrow{AB}$ és $\mathbf{f} = \overrightarrow{AF}$. Fejezze ki a $\mathbf{b}$ és $\mathbf{f}$ vektorok segítségével az $\overrightarrow{AD}$ vektort!



73. (KSZÉV 2019.05/I/10)

Az f egyenes egyenlete $2x - y = 5$.

- Adja meg az f egy normálvektorát!
- Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos az f egyenessel, és átmegy a $(2; 1)$ ponton!

74. (KSZÉV-NY 2019.05/I/11)

Adja meg az $x^2 + y^2 - 6y + 9 = 25$ egyenletű kör középpontjának koordinátáit és sugarát!

75. (KSZÉV-NY 2019.05/II/14)

Az $ABCD$ paralelogrammában jelölje az $\overrightarrow{AD}$ vektort $\mathbf{a}$, a $\overrightarrow{DB}$ vektort $\mathbf{b}$. Fejezze ki az $\overrightarrow{AC}$ és $\overrightarrow{CD}$ vektort az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ vektorok segítségével!

76. (KSZÉV-NY 2019.05/II/17)

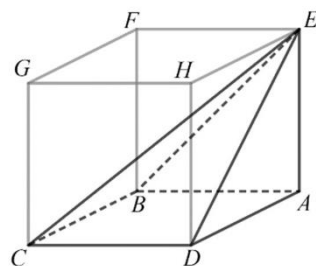
Írja fel az $A(14; 56)$ ponton átmenő, az $y = 3x + 1$ egyenletű egyenesre merőleges egyenes egyenletét!

77. (KSZÉV 2019.10/I/9)

Adja meg a $2x + 5y = 18$ egyenletű egyenes meredekségét!

78. (KSZÉV 2019.10/II/17)

Fejezze ki az $ABCDEFGH$ kocka $\overrightarrow{EC}$ vektorát az $\overrightarrow{AB}$, az $\overrightarrow{AD}$ és az $\overrightarrow{AE}$ élvektorok segítségével!



79. (KSZÉV 2020.05/II/16)

Egy háromszög csúcsai a koordináta-rendszerben $A(-8; -12)$, $B(8; 0)$ és $C(-1; 12)$. Az A pontnak a B pontra vonatkozó tükröképe a D pont.

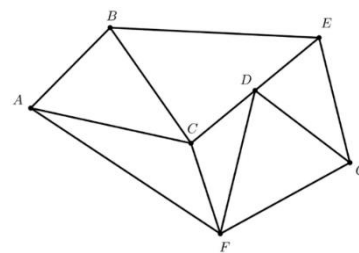
- Számítsa ki a D pont koordinátáit!
- Írja fel az ABC háromszög B csúcsán áthaladó magasságvonálának egyenletét!
- Igazolja, hogy az ABC háromszög B csúcsánál derékszög van!

80. (KSZÉV-NY 2020.05/I/9)

Adja meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a $2x - 5y = 10$ egyenletű egyenessel, és átmegy a $P(4; 1)$ ponton!

81. (KSZÉV-NY 2020.05/II/17)

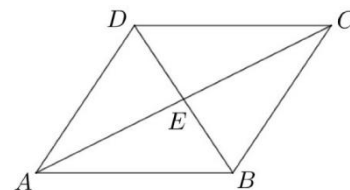
Az alábbi ábrában tudjuk, hogy a D pont éppen a CE szakasz felezőpontja. Fejezze ki a $\overrightarrow{BE}$ vektort az $\overrightarrow{AB}$, az $\overrightarrow{AC}$ és a $\overrightarrow{CD}$ vektorok segítségével!

**82. (KSZÉV 2020.10/II/17)**

Az A, B, C, D pontok egy paralelogrammát alkotnak, az E pont az átlók metszéspontja.

a) Fejezze ki az $\overrightarrow{AB}$ vektort a $\overrightarrow{DA}$ és $\overrightarrow{DE}$ vektorok segítségével!

Egy $ABCD$ paralelogrammát elhelyeztünk a koordináta-rendszerben. Tudjuk, hogy az AB egyenes egyenlete $2x - 5y = -4$, az AD egyenes egyenlete pedig $3x - 2y = -6$. A C pont koordinátái $(5; 5)$, a B pont első koordinátája 3.



b) Határozza meg a paralelogramma A, B és D csúcsának koordinátáit!

83. (KSZÉV 2021.05/II/18)

Egy háromszög csúcsai: $K(-1; 5)$, $L(1; 1)$, $M(5; 3)$.

a) Igazolja, hogy a háromszög L -nél lévő szöge derékszög!

b) Írja fel a háromszög körülírt körének az egyenletét!

84. (KSZÉV-NY 2021.05/II/18)

A k kör egyenlete a koordináta-rendszerben: $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 15 = 0$.

a) Igazolja, hogy a kör középpontjának koordinátái $(1; 2)$, és adja meg a kör sugarát!

Az A pont illeszkedik a k körre, első koordinátája 3, második koordinátája pozitív szám.

b) Írja fel az A ponton átmenő, a kört érintő egyenes egyenletét!

85. (KSZÉV 2021.10/I/11)

Egy kör középpontja a $K(3; 2)$ pont, a kör átmegy a $P(-1; 5)$ ponton. Adja meg a kör sugarának hosszát, és írja fel a kör egyenletét!

86. (KSZÉV 2021.10/II/16)

Egy háromszög csúcsai a koordináta-rendszerben: $A(5; 6)$, $B(4; 2)$ és $C(8; 2)$.

a) Számítsa ki a háromszög A -nál lévő belső szögét!

b) Írja fel a háromszög B -re illeszkedő magasságvonalának egyenletét, és számítsa ki a háromszög M magasságpontjának koordinátáit!

Az ABC háromszöget a B pontból középpontosan a kétszeresére nagyítjuk, így az $A'B'C'$ háromszöget kapjuk.

c) Adja meg az $A'B'C'$ háromszög csúcsainak koordinátáit!

87. (KSZÉV Minta 2021.10/I/11)

Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely az y tengelyt a $(0; 4)$, az x tengelyt pedig a $(4; 0)$ pontban metszi!

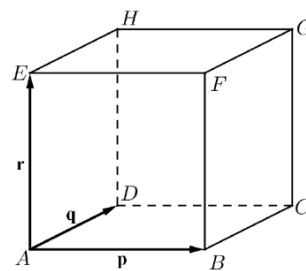
88. (KSZÉV 2022.05/I/8)

Számítsa ki az $A(5; -3)$ és $B(1; 0)$ pontok távolságát!

89. (KSZÉV 2022.05/I/8)

Az ábrán látható kocka A csúcsából kiinduló élvektorai $\mathbf{p}$, $\mathbf{q}$ és $\mathbf{r}$.

Fejezze ki $\mathbf{p}$, $\mathbf{q}$ és $\mathbf{r}$ segítségével a $\overrightarrow{BH}$ vektort!



90. (KSZÉV 2022.10/II/18)

Adott egy háromszög három csúcsa a koordinátasíkon: $A(1; 2)$, $B(5; 0)$ és $C(6; 7)$.

- Igazolja, hogy az ABC háromszög egyenlő szárú!
- Határozza meg az ABC háromszög területét!